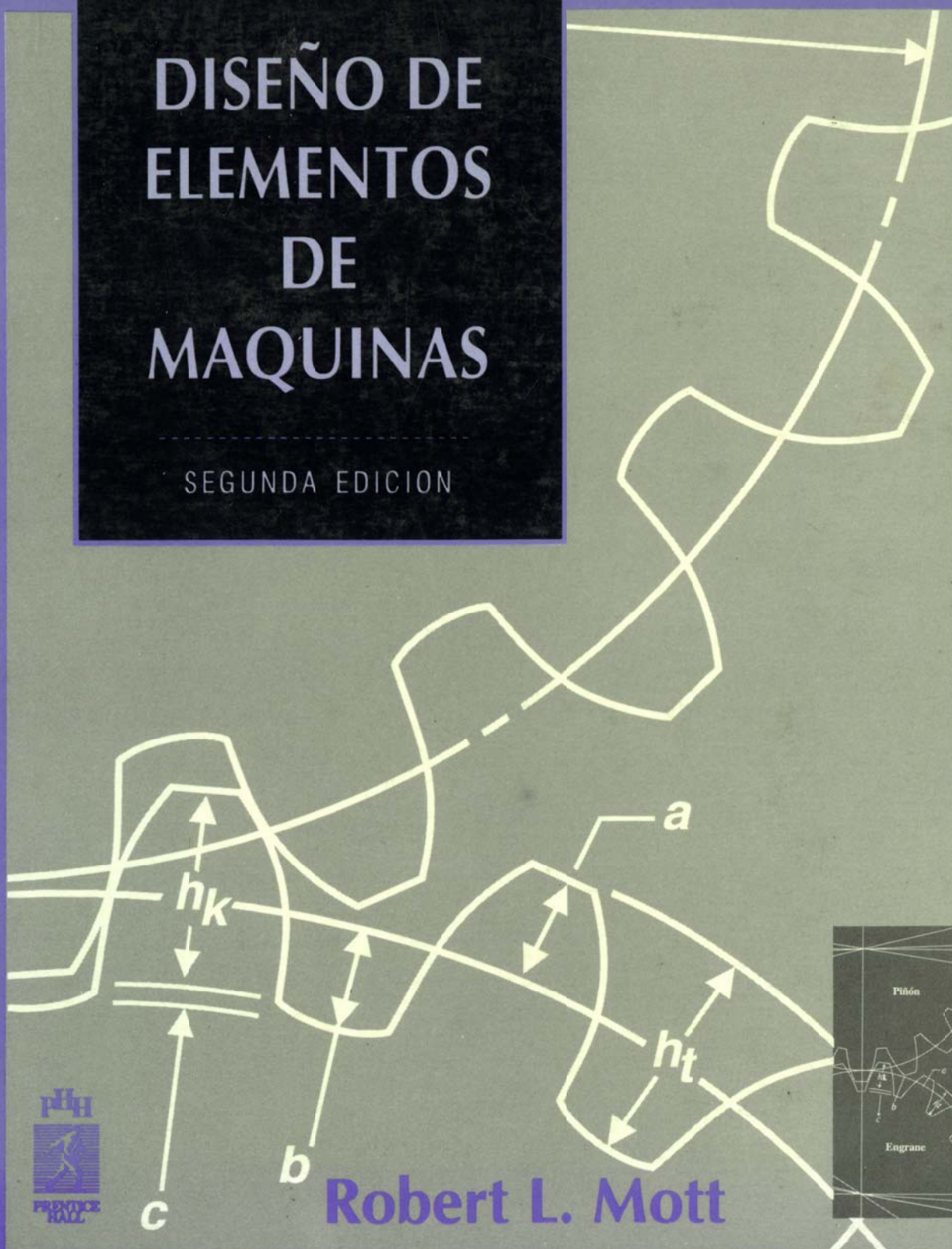


# DISEÑO DE ELEMENTOS DE MAQUINAS

SEGUNDA EDICION



Robert L. Mott







---

# Diseño de elementos de máquinas

**Lic. William Aulestia F.**  
College Representative, Ecuador  
Latin American Division



**SIMON & SCHUSTER INTERNATIONAL GROUP**

Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.  
Calle Humberto Toscano N 53-254  
y Av. de los Pinos, Ciudadela J.F. Kennedy  
Telefax (593-2) 416-707 / Cel. (09) 468-442  
Quito - Ecuador  
E-mail: [aulestia@interactive.net.ec](mailto:aulestia@interactive.net.ec)  
<http://www.prentice.com.mx>



---

# Diseño de elementos de máquinas

---

EJEMPLAR DE CORTESIA  
PRENTICE HALL  
HISPANOAMERICANA, S. A.

SEGUNDA EDICION

**Robert L. Mott, P. E.**  
University of Dayton

TRADUCCION:  
**ARTURO CORDOVA JUST**  
Traductor

REVISION TECNICA:  
**ING. MIGUEL CHACON PAZ**  
Ingeniero Industrial (Especialidad Mecánica)  
Universidad Autónoma Metropolitana

T. T. S. E.  
INVENTARIOS  
FECHA INGRESO 27/03/2000  
FORMA DE DONACION  
DEPENDENCIA Biblioteca Esc.

<b>ESCUELA POLITECNICA DEL EJERCITO</b>	
<b>BIBLIOTECA ESPE-L LATACUNGA</b>	
No. 0298	Fecha: 2001
Precio: .....	Donación: .....

**PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S.A.**

MEXICO - ENGLEWOOD CLIFFS - LONDRES - SYDNEY  
TORONTO - NUEVA DELHI - TOKIO - SINGAPUR - RIO DE JANEIRO

---

**EDICION EN ESPAÑOL**

**PRESIDENTE DIVISION LATINOAMERICA  
DE SIMON AND SCHUSTER:  
DIRECTOR GENERAL:  
GERENTE DIVISION UNIVERSITARIA:  
GERENTE EDITORIAL:  
EDITOR:  
GERENTE DE PRODUCCIÓN:  
SUPERVISOR DE TRADUCCIÓN:**

**RAYMUNDO CRUZADO GONZALEZ  
MOISES PEREZ ZAVALA  
ENRIQUE IVAN GARCIA HERNANDEZ  
JOSE TOMAS PEREZ BONILLA  
LUIS GERARDO CEDEÑO PLASCENCIA  
JULIAN ESCAMILLA LIQUIDANO  
JOAQUIN RAMOS SANTALLA**

**EDICION EN INGLES:**

**Editor: Stephen Helba  
Production Editor: Stephen C. Robb  
Art Coordinator: Peter A. Robison  
Cover Designer: Thomas Mack  
Production Buyer: Pamela D. Bennett  
Illustrations: GBR Graphics**

*MOTT: DISEÑO DE ELEMENTOS DE MAQUINAS 2/Ed.*

---

Traducido del inglés de la obra: *Machine Elements in Mechanical Design*

All Rights Reserved. Authorized translation from English language edition published by Macmillan Publishing Company, a division of Macmillan Inc., USA.

Todos los derechos reservados. Traducción autorizada de la edición en inglés publicada por Macmillan Publishing Company, a division of Macmillan Inc., U.S.A.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from the Publisher.

Derechos reservados © 1995 respecto a la primera edición en español publicada por PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S.A.

Enrique Jacob 20, Col. El Conde  
53500 Naucalpan de Juárez, Edo. de México

**ISBN 968-880-575-0**

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial, Reg. Núm. 1524

Original English Language Edition Published by Macmillan Publishing Company, a division of Macmillan Inc., USA

Copyright © 1992  
All Rights Reserved

**ISBN 0-675-22289-3**

Impreso en México / Printed in Mexico



PROGRAMAS EDUCATIVOS  
CALZ. CHABACANO No. 65 LOCAL A  
COL. ASTURIAS, DELEG. CUAUHTEMOC, D.F.  
C.P. 06850





*Para mi esposa, Marge  
nuestros hijos, Lynné, Robert, Jr., y Stephen,  
mi padre y mi madre*

Nota del supervisor:

En el texto se emplea indistintamente la palabra elemento o elementos de máquina, o pieza o piezas, como traducción de “element”.

---

# Prefacio

---

Este libro tiene por objetivo proporcionar los conceptos, los procedimientos, la información y las técnicas de análisis de decisiones que se requieren para diseñar elementos de maquinaria, que por lo regular se encuentran en los dispositivos y sistemas mecánicos, y así integrarlos en un sistema compuesto por varios de ellos.

Este proceso exige hacer una consideración de los requisitos de rendimiento o desempeño de un elemento a nivel individual, así como de las interfases entre los elementos conforme funcionan en forma conjunta para constituir un sistema. Por ejemplo, un engrane debe diseñarse para que transmita energía a una velocidad específica. El diseño debe especificar el número de dientes, el paso, la forma de los dientes, su espesor, el diámetro de paso, el tipo de material y el método para tratar el calentamiento. No obstante, el diseño del engrane afecta y es afectado por el engrane que funciona como su contraparte, la flecha o eje en que se encuentra ese engrane y el ambiente en el que funciona. Además, la flecha o eje debe apoyarse sobre balines, rodamientos o cojinetes se alojan en una caja o bastidor. En consecuencia, mientras diseña cada elemento individual, el diseñador debe tener en mente la totalidad del sistema. Este libro contribuirá a que el estudiante aborde de esta manera los problemas de diseño.

El libro se ha diseñado para aquellos a los que les interesa el diseño mecánico. Se hace énfasis en el uso de materiales y procesos de los que puede disponerse con facilidad al igual que de enfoques correctos de diseño para lograr un diseño seguro y eficiente. Se supone que los lectores son diseñadores, es decir, son responsables de determinar la configuración de una máquina o de una parte de ella. Donde resulta práctico, se especifican las ecuaciones de diseño, la información y los procedimientos que se requieren para tomar decisiones en lo que respecta al diseño.

Es de suponer que el lector tiene conocimientos sobre estática, resistencia de materiales, álgebra a nivel universitario, y trigonometría. Si bien no es indispensable, le resultarán de utilidad los conocimientos que tenga acerca de la cinética, los mecanismos industriales, la dinámica, los materiales y conocimientos a los procesos de fabricación o manufactura.

Entre las características importantes de este texto se incluyen:

1. El diseño mecánico para estudiantes se planeó a nivel de licenciatura.
2. Una extensa lista de temas que permite al profesor seleccionar entre distintas opciones para el diseño del curso. El formato es adecuado, a su vez, para una secuencia de dos cursos y como material de consulta para cursos sobre proyectos de diseño mecánico.
3. El estudiante debe ser capaz de esforzarse para abarcar temas que no se cubren en el salón de clase ya que las explicaciones de los principios son directas e incluyen, a manera de ilustración, numerosos problemas.
4. La presentación práctica del material permite tomar decisiones viables en cuanto a diseño y, resulta útil para los diseñadores en funciones.
5. La promoción y demostración del uso de programas de computación en aquellos casos que para sus solución, exigen procedimientos laboriosos y prolongados. Los programas muestran una hoja de cálculo, los códigos del *software* y una muestra de lo que se obtiene al utilizarlos. El uso del lenguaje BASIC interactivo le permite al operador tomar decisiones en diversos puntos del programa mientras la computadora lleva a cabo todos los cálculos (véanse los capítulos relativos a engranajes rectos o cilíndricos, resortes, columnas o montantes, ejes o flechas, y ajuste por contracción). En estas secciones se destaca también la utilidad de la calculadora programable y de otros lenguajes de computación.
6. Referencias a otras obras, así como estándares y documentos técnicos que funcionan como auxiliares para los profesores que deseen presentar enfoques alternativos o bien ampliar la profundidad con que se abordan los temas.
7. Además del énfasis sobre el diseño original de elementos mecánicos, gran parte del análisis abarca la disponibilidad a nivel comercial de los elementos y dispositivos mecánicos, ya que muchos proyectos de diseño requieren de la óptima combinación de piezas nuevas cuyo diseño es singular gracias a componentes que hay que comprar.
8. Algunos temas que se concentran en auxiliar al diseñador en la selección de componentes de los que se dispone con facilidad como cojinetes o chumaceras de contacto giratorio, empalmes o acoplamientos flexibles, tornillos de bola, motores eléctricos, bandas, cadenas, embragues y frenos.
9. Cálculos y solución de problemas en que se utilizan tanto el Sistema Internacional de Unidades (SI, por las siglas en inglés de International System of Units), como el Sistema Inglés (pulgada-libra-segundo), casi en la misma proporción. La referencia básica en cuanto al uso de unidades del sistema SI es el Estándar E380, *Metric Practice Guide*, que edita la American Society for Testing and Materials (ASTM).
10. En muchos capítulos, anexo al texto se incluye un extenso apéndice junto con tablas detalladas que le permiten al lector tomar decisiones reales de diseño sin recurrir a otra cosa que no sea este libro.

### **Notas en relación a programas de computación en este libro**

El diseño de elementos mecánicos implica, a menudo, muchas etapas y cálculos. También se sugiere, con frecuencia, generar distintas pruebas de diseño antes de seleccionar una específica como método para un diseño óptimo.



Por ello es que promovemos el uso de programas de computación. Los cálculos laboriosos, que consumen tiempo se pueden realizar en segundos y los errores se reducen al mínimo. La computadora es capaz de determinar gran parte de las decisiones que por lo regular toman los diseñadores, por ejemplo decidir un calibre estándar de alambre para un resorte en una mesa, calcular la tensión que puede tolerar un material o detectar que la tensión que se ha calculado excede a la que se puede permitir. Sin embargo, al diseñador le corresponde controlar el proceso de diseño e intervenir en él. Por este motivo los programas deben ser interactivos, en ellos se debe utilizar un programa como BASIC el cual permite tomar decisiones en tanto se ejecuta el programa. Por consiguiente, el diseñador piensa mientras la computadora lleva a cabo cálculos con rapidez y precisión.

Cada programa que se incluye en el libro va acompañado de una hoja de cálculo que muestra la lógica del programa en forma de diagrama. Además, se describen los programas y las muestras de su salida (lo que se obtiene de ellos) para ayudar a que el lector haga un seguimiento de las etapas y relacione las "salidas" con los enunciados que contiene el programa. Las secciones de los programas que se señalan como *enunciados de ENTRADA*, en las que se pide al operador que mecanografie información, se señalan en el margen del lado izquierdo con el signo. Las líneas de la salida que corresponden a estas líneas de entrada se señalan en la misma forma, y el número de línea en el programa en la que se pide que se mecanografie información, se identifica en el margen del lado derecho.

Muchos de los enunciados en los programas son *enunciados de IMPRESION*, lo que permite separar la salida en un formato atractivo y pedir al operador que mecanografie de inmediato información para registrarla en el programa. Estos enunciados facilitan el uso del programa pero tienden a incrementar su extensión.

Los programas están escritos en lenguaje BASIC estándar, disponible en la mayor parte de los sistemas de computación y de las computadoras personales. Existen muchas versiones específicas del lenguaje BASIC, el lector puede utilizar cualquiera de ellas, así como cualquier otro lenguaje que sea útil para realizar cálculos técnicos como el FORTRAN o el PASCAL. Se sugiere a los estudiantes que creen sus propias versiones y traduzcan los programas que se muestran a otro lenguaje.

Los nombres de las variables que se utilizan en los programas se apegan a los requerimientos del lenguaje BASIC estándar; es decir, constan de una letra o bien de una letra y un número. La correlación de los nombres de las variables con los términos que se emplean en los programas se explica en el análisis que acompaña a cada programa.

La mayor parte de los programas incluyen partes que permiten al operador tomar decisiones acerca de cómo seguir adelante, con base en los resultados, en diversos puntos del programa. Algunos de los programas hacen uso de subrutinas para realizar un conjunto de operaciones. Otros incluyen cálculos mediante el uso de ecuaciones que son resultado de técnicas de ajuste de curvas que sustituyen a la actividad de buscar algún valor en una tabla o en una gráfica.

## Características de la segunda edición

En tanto se conserva el enfoque práctico de la primera edición, se han realizado algunos cambios con el propósito de afinar la presentación y destacar qué cubre cada capítulo. En la lista subsecuente se explican los cambios más significativos.

- Cada capítulo se inicia con una sección que se denomina “Objetivos de este capítulo”, en la que se describen los objetivos y se incluye una lista de los conceptos más importantes que abarca.
- Como parte del análisis de los objetivos de cada capítulo, se presenta un escenario al que se la ha dado el título de “Usted es el diseñador” el cual, presenta la asignación de un diseño que resulta de relevancia en función del material que compone ese capítulo. Se plantean una serie de aspectos particulares y preguntas del tipo que el diseñador debe afrontar cuando maneja el material. Esto pone al lector en contacto con el marco de referencia apropiado dentro del cual se debe analizar el material con el objeto de que sea capaz de responder a las preguntas y de terminar el diseño que se propone.
- El capítulo 2, “Materiales en el diseño mecánico”, incluye una sección nueva de materiales compuestos en la que se describen materiales de uso común, se les compara con los metales, los tipos de construcción y los parámetros de diseño para componentes que se fabrican con materiales compuestos.
- El capítulo 5, “Diseño para distintos tipos de carga”, se afinó con un análisis de los tipos de cargas, una descripción mejorada de la resistencia por durabilidad, y una explicación más clara de los métodos para estimar la resistencia por durabilidad de los materiales y especificar los factores de diseño. Se presentan más ejemplos ilustrativos.
- En el capítulo 6 se amplía el tratamiento del análisis de traves o columnas a las que se les aplican cargas excéntricas, un problema que aparece muy a menudo en el diseño de máquinas.
- En el capítulo 7 se incluyen más ejemplos de diseño de resortes, y las tablas relativas a propiedades de diseño de alambres para fabricar resortes se presentan ahora en los apéndices a fin de mejorar la presentación del capítulo.
- El capítulo 9, “Diseño de ejes y flechas” se revisó con el propósito de incluir el código de diseño de ejes y flechas de la ASME más reciente. Se incluye en esta edición información actualizada sobre factores de tamaño y factores de confiabilidad.
- Al capítulo 10 se le agregó un sección por completo nueva acerca de empaques y sellos.
- Los capítulos 11 y 12, que abordan el diseño de engranes, se modificaron en forma sustancial con el fin de incluir normas de la *American Gear Manufacturing Association* que fueron objeto de una revisión reciente.
- Al capítulo 14 se le agregó un procedimiento de diseño para cojinetes o rodamientos de superficie plana lubricados en el límite.
- El capítulo 15 “Cojinetes de contacto giratorio”, se amplió con el fin de incluir un análisis acerca de la lubricación elastohidrodinámica y proyecciones de vida útil bajo cargas variables.
- Al capítulo 16 “Embragues y frenos” se le agregó información adicional en relación a materiales de fricción.
- El capítulo “Motores eléctricos”, 17, incluye más información sobre construcción de motores, control en motores de CA, bandas de velocidad variable y controladores servo-motor.

- Los apéndices se ampliaron con el propósito de incluir las propiedades geométricas de tubería cuadrada y rectangular que los estudiantes pueden utilizar en proyectos de diseño.

Deseo hacer extensivo mi agradecimiento a todos aquellos que aportaron sugerencias útiles en relación a los cambios que debían hacerse respecto a la primera edición. Le agradezco al personal de edición y producción de Macmillan Publishing Company, a los que contribuyeron con ilustraciones para la primera y la segunda ediciones y a los numerosos lectores con los que intercambié impresiones. Expreso también mi especial agradecimiento a mis colegas de la Universidad de Dayton, a los profesores Philip Doecker y David Myszka, quienes utilizaron la primera edición del libro e hicieron sugerencias constructivas para mejorarlo. Agradezco a su vez a quienes revisaron el manuscrito: Rich Englund, Universidad Estatal de Pensilvania; David Felker, Universidad Comunitaria del Condado de Lehigh; Harvey Hoy, Escuela de Ingeniería de Milwaukee; William Jaeger, Universidad Técnica Lakeshore; F. Hal McDavid, Instituto Tecnológico Lawrence; David Myszka, Universidad de Dayton; Britt K. Pearce, Universidad Tecnológica del Sur; Joseph Thompson, Instituto Técnico North Central; y J. E. Zecher, Universidad de Purdue. Manifiesto un particular agradecimiento a mis estudiantes —tanto de la actualidad como de otras épocas— por infundirme ánimos y por su respuesta positiva a la presente obra.





---

# Contenido

---

<b>1 LA NATURALEZA DEL DISEÑO MECANICO</b>	<b>1</b>
1-1	Objetivos del capítulo 2
1-2	Ejemplos de diseño mecánico 4
1-3	Conocimientos necesarios para el diseño mecánico 7
1-4	Funciones y especificaciones en el diseño 7
1-5	Criterios para evaluar decisiones en el diseño de máquinas 9
1-6	Ejemplo de la integración de elementos de maquinaria en un diseño mecánico 10
1-7	Programas de computación que se utilizan en este libro 13
1-8	Cálculos en diseño 13
1-9	Sistemas de unidades 15
1-10	Diferencias entre peso, fuerza y masa 18
<b>2 MATERIALES EN EL DISEÑO MECANICO</b>	<b>20</b>
2-1	Objetivos del capítulo 21
2-2	Propiedades de los metales 22
2-3	Acero al carbón y acero con aleaciones 30
2-4	Condiciones para aceros y tratamiento térmico 34
2-5	Aceros inoxidables 39
2-6	Acero estructural 40
2-7	Hierro fundido 40
2-8	Metales en polvo 41
2-9	Aceros y carburos para herramientas 42
2-10	Aluminio 42
2-11	Titanio 45
2-12	Cobre, latón y bronce 46
2-13	Aleaciones con níquel como base 46
2-14	Plásticos 47
2-15	Materiales compuestos 48

<b>3</b>	<b>ANÁLISIS DE TENSIONES</b>	<b>59</b>
3-1	Objetivos de este capítulo	60
3-2	Filosofía de un diseño seguro	61
3-3	Representación de tensiones en un elemento que genera tensión	61
3-4	Tensiones directas: tensión y compresión	62
3-5	Deformación bajo carga axial directa	64
3-6	Tensión por esfuerzo de corte directo	66
3-7	Relación entre torque, potencia y velocidad de giro	67
3-8	Tensión de esfuerzo de corte por torsión	68
3-9	Deformación por torsión	69
3-10	Torsión en piezas que tienen secciones transversales no circulares	70
3-11	Torsión en tubos cerrados de pared delgada	72
3-12	Tubos abiertos en comparación a tubos cerrados	73
3-13	Tensión por esfuerzo de corte vertical	75
3-14	Fórmulas especiales para tensión por esfuerzo de corte	77
3-15	Tensión debida a la flexión	78
3-16	Centro de flexión para vigas	80
3-17	Deflexiones de vigas	82
3-18	Ecuaciones para formas deflexionadas de vigas	84
3-19	Vigas con momentos de flexión concentrados	86
3-20	Tensiones normales combinadas: principio de superposición	90
3-21	Concentraciones de tensión	92
3-22	Sensibilidad debida a ranuras y factor de reducción de resistencia	95
<b>4</b>	<b>TENSIONES COMBINADAS Y CÍRCULO DE MOHR</b>	<b>103</b>
4-1	Objetivos de este capítulo	104
4-2	Caso general de tensión combinada	106
4-3	Círculo de Mohr	113
4-4	Problemas prácticos del círculo de Mohr	120
4-5	Precauciones cuando ambas tensiones principales tienen el mismo signo	124
4-6	Círculo de Mohr para condiciones especiales de tensión	127
4-7	Análisis de condiciones complejas de carga	131
<b>5</b>	<b>DISEÑO PARA DISTINTOS TIPOS DE CARGA</b>	<b>133</b>
5-1	Objetivos de este capítulo	134
5-2	Tipos de carga y razón de carga	135
5-3	Resistencia por durabilidad	142
5-4	Factores que afectan la resistencia por durabilidad	143
5-5	Estimación de la resistencia por durabilidad real, $s_n'$	148
5-6	Diseño para distintos tipos de carga	151
5-7	Predicción de fallas	152
5-8	Factores de diseño	154
5-9	Métodos para calcular factor de diseño o tensión de diseño	155
5-10	Ejemplos de problemas de diseño	159

<b>6 COLUMNAS</b>	<b>174</b>
6-1	Objetivos de este capítulo 175
6-2	Propiedades de la sección transversal de una columna 176
6-3	Empotramiento o fijación en un extremo y longitud efectiva 176
6-4	Razón de delgadez o relación de esbeltez 179
6-5	Razón de transición de delgadez 179
6-6	Análisis de columna larga: la fórmula de Euler 182
6-7	Análisis de columna corta: la fórmula de J. B. Johnson 184
6-8	Formas eficientes para secciones transversales de columnas 186
6-9	Diseño de columnas 187
6-10	Columnas torcidas 191
6-11	Columnas cargadas en forma excéntrica 193
6-12	Programa para análisis de columnas 196
	PROGRAMA DE COMPUTACION: ANALISIS DE COLUMNAS 197
<b>7 RESORTES</b>	<b>203</b>
7-1	Objetivos de este capítulo 204
7-2	Tipos de resortes 205
7-3	Resortes helicoidales de compresión 209
7-4	Tensiones y deflexión para resortes helicoidales de compresión 218
7-5	Análisis de características de los resortes 220
7-6	Diseños de resortes helicoidales de compresión 223
7-7	Resortes de extensión 242
7-8	Resortes helicoidales de torsión 247
	PROGRAMA DE COMPUTACION:DISEÑO DE RESORTES HELICOIDALES (MÉTODO 1) 228
	PROGRAMA DE COMPUTACION:DISEÑO DE RESORTES HELICOIDALES (MÉTODO 2) 233
<b>8 TOLERANCIA Y AJUSTES</b>	<b>255</b>
8-1	Objetivos de este capítulo 256
8-2	Factores que afectan las tolerancias y los ajustes 257
8-3	Tolerancias, procesos de producción y costo 258
8-4	Tamaños básicos recomendables 262
8-5	Ajustes para juego 262
8-6	Ajustes de interferencia 269
8-7	Ajustes de transición 271
8-8	Diseño resistente de productos 272
8-9	Tensiones para ajustes de fuerzas 272
	PROGRAMA DE COMPUTACION: TENSIONES PARA AJUSTES DE FUERZAS 277
<b>9 DISEÑO DE FLECHAS O EJES</b>	<b>282</b>
9-1	Objetivos de este capítulo 283
9-2	Procedimiento de diseño de flechas o ejes 284
9-3	Fuerzas que ejercen elementos de maquinaria sobre flechas o ejes 287
9-4	Concentraciones de tensiones en flechas o ejes 292

9-5	Tensiones de diseño para flechas o ejes	295
9-6	Flechas y ejes sólo en flexión y torsión	298
9-7	Ejemplo de diseño de una flecha o eje	301
9-8	Tamaños básicos recomendables para flechas o ejes	306
9-9	Ejemplos de diseño adicionales	307
9-10	Programa de calculadora para diámetro de flecha o eje	317
<b>10</b>	<b>CUÑAS DE UNION, COPLES Y SELLOS O EMPAQUES</b>	<b>331</b>
10-1	Objetivos de este capítulo	332
10-2	Cuñas de unión	333
10-3	Materiales para cuñas de unión	338
10-4	Análisis de tensión para determinar la longitud de la cuña de unión	339
10-5	Ranuras	343
10-6	Otros métodos para afianzar elementos en flechas o ejes	349
10-7	Coples	354
10-8	Juntas universales	356
10-9	Anillos de sujeción y otros medios de ubicación axial	362
10-10	Tipos de sellos o empaques	367
10-11	Materiales para sellos o empaques	369
<b>11</b>	<b>RUEDAS DENTADAS DE TALLA RECTA</b>	<b>376</b>
11-1	Objetivos de este capítulo	377
11-2	Geometría de engranes: forma de diente evolvente	379
11-3	Nomenclatura de engranes y características de los dientes de los engranes	381
11-4	Interferencia	392
11-5	Trenes de engranes	394
11-6	Número de tensión permisible	400
11-7	Materiales para engranes	400
11-8	Fabricación de engranes	408
11-9	Calidad de engranes	411
11-10	Fuerzas en los dientes de los engranes	414
11-11	Tensiones en los dientes de los engranes	417
11-12	Selección de material para engranes con base en la tensión por flexión	428
11-13	Resistencia a la corrosión de dientes de engranes	430
11-14	Selección de material para engranes con base en la tensión por el contacto	435
11-15	Diseño de engranes de talla recta o cilíndricos	436
11-16	Diseño de engranes para el sistema de coeficiente métrico o módulo métrico	443
11-17	Diseño de engranes asistido por computadora	446
11-18	Consideraciones prácticas para engranes e interfases con otros elementos o piezas	455
	PROGRAMA DE COMPUTACION: DISEÑO DE ENGRANES	449
<b>12</b>	<b>ENGRANES HELICOIDALES, ENGRANES CONICOS Y MECANISMOS DE TORNILLO SINFIN Y RUEDA HELICOIDAL</b>	<b>465</b>
12-1	Objetivos de este capítulo	466
12-2	Geometría de engranes helicoidales y análisis de fuerzas	467



12-3	Tensiones en los dientes de engranes helicoidales	474
12-4	Resistencia a la corrosión para dientes de engranes helicoidales	478
12-5	Reductores de engranes helicoidales disponibles en el mercado	480
12-6	Diseño de engranes helicoidales	482
12-7	Geometría de engranes cónicos o biselados	483
12-8	Fuerzas en engranes cónicos rectos	487
12-9	Fuerzas en los cojinetes de los ejes con engranes cónicos	489
12-10	Momentos de flexión en ejes que llevan engranes cónicos	495
12-11	Tensiones en dientes de engranes cónicos rectos	495
12-12	Diseño de engranes cónicos resistentes a la corrosión	499
12-13	Tipos de mecanismos de tornillo sinfin con rueda helicoidal	502
12-14	Geometría de tornillo sinfin y mecanismos de tornillo sinfin con rueda helicoidal	504
12-15	Fuerzas, fricción y eficiencia en conjuntos de mecanismos de tornillo sinfin con rueda helicoidal	507
12-16	Tensiones en los dientes de mecanismos de tornillo sinfin con rueda helicoidal	513
12-17	Durabilidad superficial de impulsores de mecanismo de tornillo sinfin con rueda helicoidal	514
12-18	Geometría típica de conjuntos de mecanismo de tornillo sinfin con rueda helicoidal	521
<b>13</b>	<b>IMPULSORES DE BANDA E IMPULSORES DE CADENA</b>	<b>529</b>
13-1	Objetivos de este capítulo	530
13-2	Tipos de impulsores de banda	532
13-3	Impulsores de banda en V	534
13-4	Diseño de impulsores de banda en V	538
13-5	Impulsores de cadena	548
13-6	Diseño de impulsores de cadena	552
<b>14</b>	<b>COJINETES DE SUPERFICIE PLANA</b>	<b>565</b>
14-1	Objetivos de este capítulo	566
14-2	La actividad de diseñar cojinetes	568
14-3	Parámetro de cojinetes, $\mu n/p$	569
14-4	Materiales para cojinetes	570
14-5	Diseño de cojinetes lubricados en el límite	573
14-6	Cojinetes hidrodinámicos de película completa	580
14-7	Diseño de cojinetes de película completa lubricados en forma hidrodinámica	582
14-8	Consideraciones prácticas para cojinetes de superficie plana	590
14-9	Cojinetes hidrostáticos	591
<b>15</b>	<b>COJINETES DE CONTACTO GIRATORIO</b>	<b>598</b>
15-1	Objetivos de este capítulo	599
15-2	Tipos de cojinetes de contacto giratorio	601

15-3	Cojinetes de empuje	606	
15-4	Cojinetes montados	607	
15-5	Materiales para cojinetes	608	
15-6	Relación entre carga y vida útil	609	
15-7	Información de los fabricantes de engranes	610	
15-8	Vida útil del diseño	615	
15-9	Selección de cojinetes: sólo cargas radiales	617	
15-10	Selección de cojinetes: cargas radial y de empuje combinadas	618	
15-11	Montaje de cojinetes	621	
15-12	Cojinetes con rodamientos ahusados	622	
15-13	Consideraciones prácticas en la aplicación de cojinetes	627	
15-14	Importancia del espesor de la película de aceite en cojinetes	631	
15-15	Proyecciones de vida útil bajo cargas variables	633	
<b>16</b>	<b>CONTROL DEL MOVIMIENTO: EMBRAGUES Y FRENOS</b>		<b>638</b>
16-1	Objetivos de este capítulo	639	
16-2	Descripciones de embragues y frenos	640	
16-3	Tipos de embragues y frenos de fricción	642	
16-4	Parámetros de desempeño o rendimiento	648	
16-5	Tiempo que se necesita para acelerar una carga	650	
16-6	Inercia de un sistema en relación con la velocidad de la flecha del embrague	653	
16-7	Inercia efectiva para cuerpos que se mueven en forma lineal	655	
16-8	Absorción de energía: requisitos de disipación de calor	656	
16-9	Tiempo de respuesta	657	
16-10	Materiales para fricción y coeficientes de fricción	660	
16-11	Embrague o freno tipo placa	662	
16-12	Frenos de disco con calibrador	664	
16-13	Embrague o freno cónico	664	
16-14	Frenos de tambor	666	
16-15	Frenos de banda	672	
16-16	Otros tipos de embragues y frenos	674	
<b>17</b>	<b>MOTORES ELECTRICOS</b>		<b>680</b>
17-1	Objetivos de este capítulo	681	
17-2	Factores en la selección de motores	682	
17-3	Energía de CA e información general de motores de CA	683	
17-4	Principios de operación de motores de inducción de CA	685	
17-5	Rendimiento de motores de CA	688	
17-6	Motores trifásicos de inducción por inducido de barras (de jaula de ardillas)	689	
17-7	Motores monofásicos	692	
17-8	Tipos de armazones o bastidores y carcasas de motores de CA	696	
17-9	Controles para motores de CA	702	
17-10	Energía de CD	712	
17-11	Motores de CD	713	

17-12 Control de motor de CD 717

17-13 Otros tipos de motores 717

## **18 TORNILLOS DE POTENCIA, DE CABEZA REDONDA Y AFIANZADORES 724**

18-1 Objetivos de este capítulo 726

18-2 Tornillos de potencia 727

18-3 Tornillos de cabeza redonda 734

18-4 Afianzadores 739

18-5 Otros medios para afianzar 752

## **19 ARMAZONES O BASTIDORES DE MAQUINAS, CONEXIONES ATORNILLADAS Y ENSAMBLES SOLDADOS 755**

19-1 Objetivos de este capítulo 756

19-2 Armazones o bastidores de máquinas y estructuras 757

19-3 Ensamblés atornillados que se someten a carga excéntrica 762

19-4 Ensamblés soldados 766

## **20 PROYECTOS DE DISEÑO 781**

20-1 Objetivos de este capítulo 782

20-2 Proyectos de diseño 782

## **APENDICES A-1**

A-1 Propiedades de áreas A-1

A-2 Factores de conversión A-3

A-3 Propiedades de los aceros al carbón y aceros con aleaciones A-6

A-4 Propiedades de los aceros con tratamiento térmico A-8

A-5 Propiedades de los aceros carburizados A-14

A-6 Propiedades de los aceros inoxidables A-15

A-7 Propiedades de los aceros estructurales A-16

A-8 Propiedades de diseño del hierro fundido A-17

A-9 Propiedades de los metales en polvo A-18

A-10 Propiedades típicas del aluminio A-19

A-11 Propiedades de las aleaciones con titanio A-20

A-12 Propiedades de los broncees A-21

A-13 Propiedades típicas de plásticos seleccionados A-22

A-14 Fórmulas para deflexión de vigas A-23

A-15 Factores de concentración de tensión A-28

A-16 Propiedades de formas estructurales de acero A-32

A-17 Propiedades de vigas y perfiles de Estándar I de la Aluminum Association A-42

A-18 Propiedades de tubería estructural, cuadrada y rectangular A-44

A-19 Tensiones por esfuerzo de corte, de diseño, para alambre de resortes que se utiliza en resortes helicoidales de compresión y en resortes helicoidales de tensión A-45

- A-20 Módulo de elasticidad de alambre para resortes en corte ( $G$ ) y  
tensión ( $E$ ) A-48
- A-21 Tensiones de diseño por flexión para alambre para resortes  
que se utiliza en resortes helicoidales de torsión A-49

**RESPUESTAS A PROBLEMAS SELECCIONADOS** **A-53**

**INDICE** **I-1**

---

# **1 La naturaleza del diseño mecánico**

---

- 1-1 Objetivos del capítulo
  - 1-2 Ejemplos de diseños mecánicos
  - 1-3 Conocimientos necesarios para el diseño mecánico
  - 1-4 Funciones y especificaciones en el diseño
  - 1-5 Criterios para evaluar decisiones en el diseño de máquinas
  - 1-6 Ejemplo de la integración de elementos de maquinaria en un diseño mecánico
  - 1-7 Programas de computación que se utilizan en este libro
  - 1-8 Cálculos en diseño
  - 1-9 Sistemas de unidades
  - 1-10 Diferencias entre peso, fuerza y masa
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

Ahora considere que usted es el diseñador responsable del diseño de un producto de consumo como una sierra de banda para el taller que se muestra en la figura 1-1. ¿Qué tipo de capacitación técnica es la que requiere para llevar a buen término el diseño? ¿Cuáles son los pasos a seguir? ¿Qué información necesita? ¿De qué manera, por medio de qué cálculos, ilustraría que el diseño es seguro y desempeñará las funciones que usted desea? En este

capítulo se presentan las respuestas a estas preguntas. A medida que avance a lo largo de la obra, conocerá numerosas técnicas de diseño que le resultarán útiles para diseñar una extensa variedad de elementos o piezas de maquinaria. Asimismo, aprenderá cómo integrar distintos elementos de maquinaria en un sistema mecánico al considerar las relaciones que se establecen entre todos los elementos.



### 1-1 OBJETIVOS DEL CAPITULO

El diseño de elementos mecánicos o maquinados es parte integral del campo del diseño mecánico el cual es más extenso y general. En el diseño mecánico, un diseñador o ingeniero en diseño crea un dispositivo o sistema que satisface una necesidad particular. Por lo regular, un dispositivo implica partes movibles que transmiten energía y logran un patrón específico de movimiento. Un sistema mecánico se compone de varios dispositivos mecánicos.

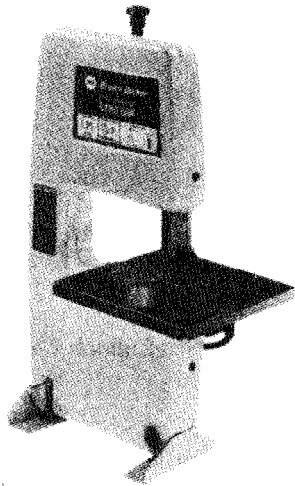
En consecuencia, para diseñar un sistema mecánico es necesario tener amplios conocimientos en el diseño de los elementos mecánicos independientes que lo componen. De esta premisa se deriva el título de este libro, *Diseño de elementos de máquinas*.

En la introducción a cada uno de los capítulos que comprende el libro, se incluye un breve escenario hipotético que lleva por título *Usted es el diseñador*. Su propósito consiste en estimular al lector para que medite en relación al material de que consta el capítulo y haga una explicación de las situaciones reales en las que podría utilizarse ese material.

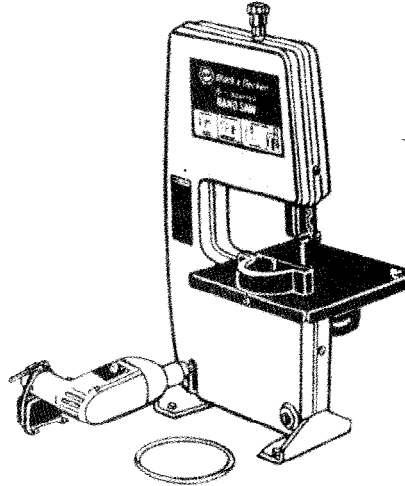
#### Objetivos específicos

Una vez que concluya este capítulo, el lector será capaz de:

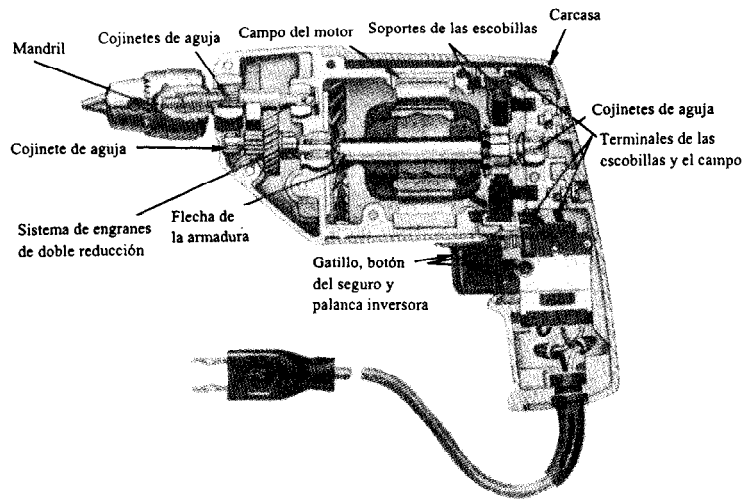
1. Reconocer ejemplos de sistemas mecánicos en los que es necesario aplicar los principios que se analizan en el texto para que su diseño sea completo.
2. Elaborar una lista de los conocimientos de diseño que se requieren para realizar un diseño mecánico que resulte competitivo.
3. Describir la importancia de integrar elementos de maquinaria independientes en un sistema mecánico más integral.
4. Plantear enunciados relativos a *funciones y especificaciones de diseño* para dispositivos mecánicos.
5. Establecer un criterio para evaluar propuestas de diseño.
6. Trabajar con unidades correctas en cálculos de diseño mecánico tanto con el sistema británico de unidades (U. S. Customary Unit System) como con el sistema métrico.
7. Distinguir entre *fuerza y masa* y expresarlas en forma adecuada en ambos sistemas de unidades.



(a) Sierra de banda (sierra cinta)

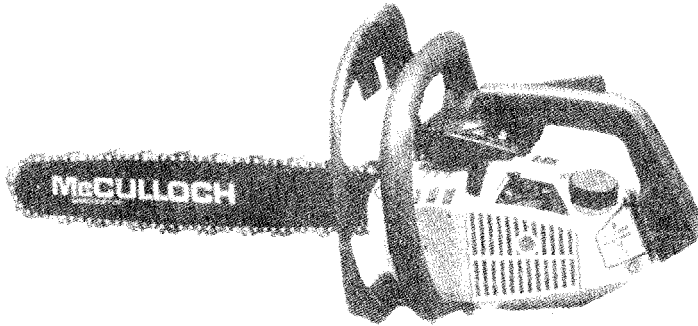


(b) Sierra eléctrica de banda impulsada por taladro.



(c) Partes de un taladro manual

**Figura 1-1** Sierra eléctrica de banda impulsada por taladro. (Cortesía de Black & Decker (U. S.) Inc.)

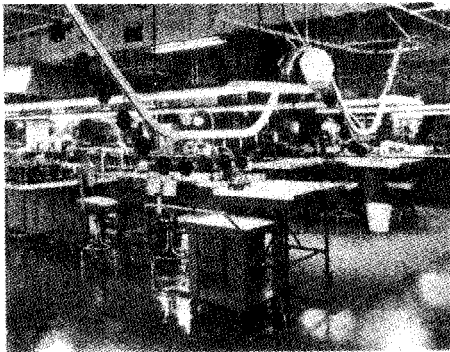


**Figura 1-2** Sierra de cadena. (derechos reservados por McCulloch Corporation, Los Angeles, California.)

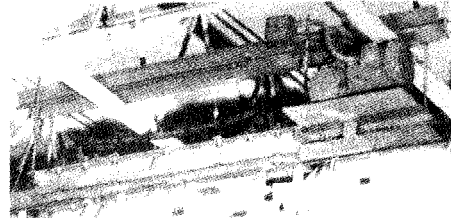
8. Presentar los cálculos de diseño en forma clara y ordenada de manera que los puedan comprender otras personas expertas en el campo del diseño mecánico.

## 1-2 EJEMPLOS DE DISEÑO MECÁNICO

Los productos del diseño mecánico resultan útiles en múltiples campos. Productos de consumo como podadoras, sierras de cadena, herramientas eléctricas, puertas eléctricas para cocheras, artículos de línea blanca para el hogar y accesorios son dispositivos o aparatos mecánicos (véanse figuras 1-1 y 1-2). Entre los sistemas mecánicos que se emplean en la industria manufacturera se incluyen herramientas mecánicas, sistemas de ensamble y empaque automatizados, dispositivos para el manejo de materiales, como transportadores o grúas y máquinas para transferir (véanse figuras 1-3, 1-4 y 1-5).



(a) Transportador eléctrico de cadena



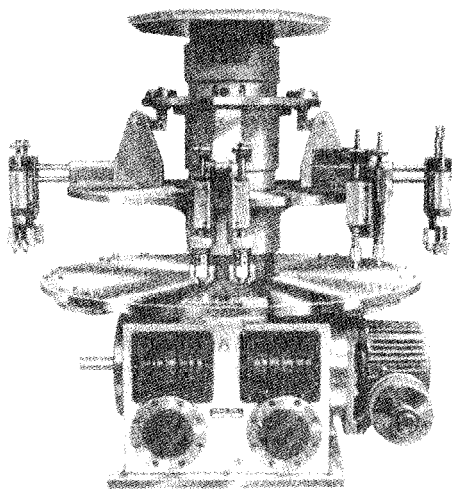
(b) Sistema impulsor



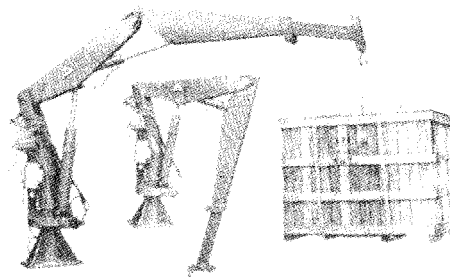
(c) Cadena de transportador

**Figura 1-3** Transportador de cadena. (Richards-Wilcox Manufacturing Company, Aurora, Illinois.)





**Figura 1-4** Aparato o dispositivo para manejar partes automatizadas. (Pickomatic Systems, Inc. Sterling Heights, Michigan.)



**Figura 1-5** Grúa industrial. (Air Technical Industries, Mentor, Ohio.)

En la construcción, los principios de diseño mecánico se utilizan para fabricar palas mecánicas, retroexcavadoras, grúas móviles, montacargas, motoconformadoras, camiones de volteo, máquinas para pavimentar caminos, revolvedoras de cemento y muchos otros aparatos. En la figura 1-6 se muestra un tractor al que se le ha incorporado un montacargas en el frente. Entre las aplicaciones del diseño mecánico en la agricultura se incluyen tractores, mezcladoras, máquinas para recolectar maíz, desbrozadoras de heno y paja y transportadoras de granos (véanse figuras 1-7 y 1-8).

El equipo de transporte (automóviles, camiones, aeronaves y barcos) incorpora cientos de dispositivos mecánicos: componentes para suspensión, accesorios para puertas y ventanas y el tren de tracción. En las aeronaves se incluyen trenes retráctiles de aterrizaje, actuadores de alerones y timones, y dispositivos para manejar carga. En los barcos se integran elevadores, cranes y antenas de radar giratorias. En las figuras 1-9 y 1-10 se ilustran sistemas que hacen uso de este tipo de dispositivos.



**Figura 1-6** Tractor con aditamento para cargar en la parte delantera. (J. I. Case, Racine, Wisconsin.)

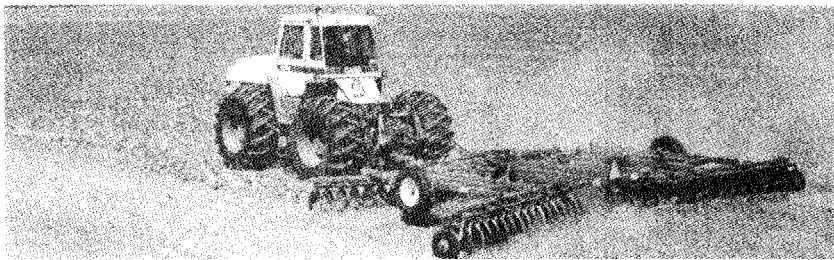


Figura 1-7 Tractor tirando de un implemento. (J. I. Case, Racine, Wisconsin.)

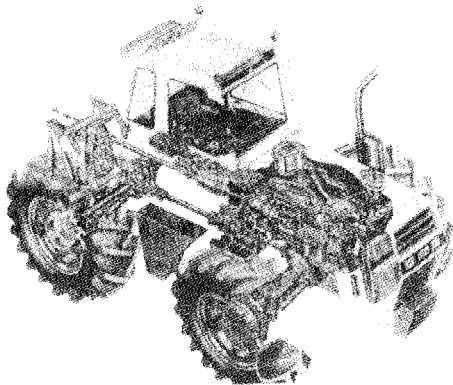
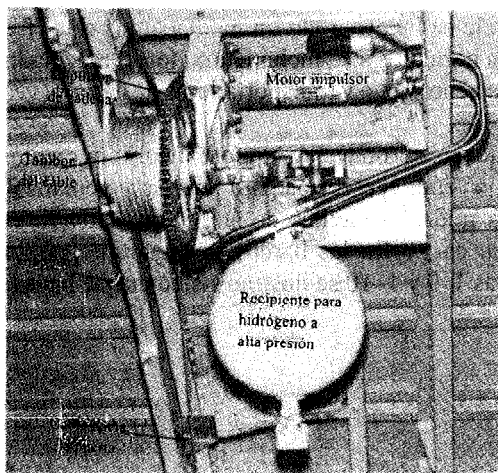
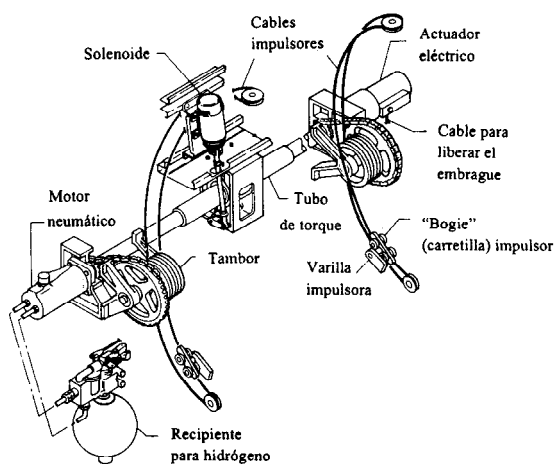


Figura 1-8 Corte de un tractor. (J. I. Case, Racine, Wisconsin.)

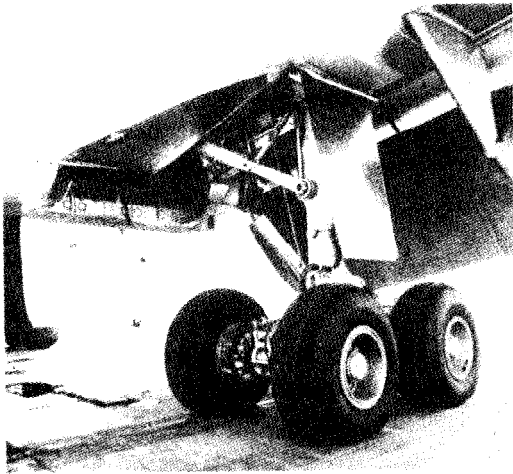


(a) Fotografía del mecanismo instalado

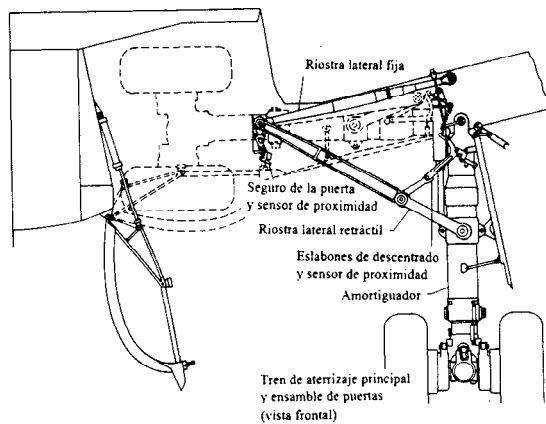


(b) Mecanismo impulsor para puerta de la cabina

Figura 1-9 Mecanismo impulsor de puerta para aeronave. (McDonnell Douglas Corporation, Long Beach, California.)



(a) Fotografía del ensamble instalado



(b) Dibujo que muestra el tren de aterrizaje en posición retraída y extendida

**Figura 1-10** Ensamble de tren de aterrizaje para avión. (McDonnell Douglas Corporation, Long Beach, California.)

### 1-3 CONOCIMIENTOS NECESARIOS PARA EL DISEÑO MECÁNICO

Los diseñadores utilizan gran variedad de conocimientos y destrezas en su trabajo cotidiano. El estudiante ya debe haber llevado cursos sobre diversas tecnologías que le servirán como apoyo, entre las que se incluyen las siguientes:

- Dibujo técnico y diseño asistido por computadora
- Propiedades de los materiales
- Procesos de fabricación o manufactura
- Estática, dinámica y resistencia de materiales
- Cinética y mecanismos

Con base en estos conocimientos y utilizando este libro, el lector estará listo para aprender diseño de elementos de maquinaria y diseño mecánico.

Los diseñadores también se basan en el conocimiento de mecánica de fluidos, termodinámica, controles eléctricos y procesos químicos. En esta obra no se analizan estas áreas de especialización; se concentra en elementos de mecánica.

### 1-4 FUNCIONES Y ESPECIFICACIONES EN EL DISEÑO

El objetivo final del diseño mecánico es, desde luego, producir un dispositivo de utilidad que sea seguro, eficiente y práctico. Cuando se inicia el diseño de una máquina, o de un elemento mecánico independiente, es importante definir las *funciones* y las *especificaciones de diseño* para el dispositivo por completo y en forma clara.



Los enunciados que hacen mención a las funciones indican lo que se supone debe hacer el dispositivo. A menudo son generales, sin embargo, en ellos, se deben emplear frases en voz activa por ejemplo, *para transmitir, para sostener o dar soporte*, o bien, para levantar.

Después que se determinan las funciones, se elabora un conjunto de *especificaciones de diseño*. A diferencia de los enunciados acerca de funciones, que son más generales, las especificaciones de diseño deben detallarse en forma minuciosa y específica, deben proporcionar información cuantitativa siempre que sea posible.

### Ejemplos de enunciados de funciones y especificaciones de diseño

Considere que usted es el responsable del diseño de un reductor de velocidad que forma parte del tren de transmisión de un tractor pequeño. El motor del tractor opera a alta velocidad mientras que el sistema de tracción para las ruedas debe girar más lento y transmitir un torque más alto que está disponible en la salida del motor.

Para empezar con el proceso de diseño, habrá que elaborar una lista de las funciones que corresponden al reductor de velocidad. ¿Qué se supone que debe hacer? Algunas respuestas son:

1. Recibir energía del motor del tractor por medio de una flecha giratoria.
2. Transmitir la energía por medio de elementos mecánicos que reducen la velocidad de giro al valor que se desea.
3. Conducir la energía más baja a una flecha de salida que, en última instancia, impulsa las ruedas del tractor.

En este momento es necesario establecer las especificaciones de diseño. La lista que se presenta a continuación es hipotética, no obstante, si el lector formara parte del equipo que diseña el tractor, sería capaz de identificar esas especificaciones con base en su propia experiencia, o falta de conocimientos en su caso, o bien, apoyándose en consultas con compañeros de equipo, personal de mercadotecnia, ingenieros de fabricación, personal de servicio, proveedores y clientes. El concepto de *ingeniería participativa* exige que el personal responsable de estas funciones intervenga desde la etapa de concepción del diseño.

1. El reductor debe transmitir 15 hp.
2. La entrada es de un motor a gasolina de dos cilindros cuya velocidad de giro es de 2,000 rpm.
3. La salida conduce energía a una velocidad de giro entre 290 a 295 rpm.
4. Se desea una eficiencia mecánica mayor que 95%.
5. La capacidad mínima de torque de salida del reductor debe ser 3.050 lbs/pul.
6. La salida del reductor está conectada a la flecha de cardan o flecha impulsora de las ruedas de un tractor agrícola. Se generará una fuerza de choque moderada.
7. Las flechas de entrada y de salida deben estar en línea.
8. El reductor debe ir conectado a una estructura rígida de acero del tractor en una superficie horizontal.

9. Se desea que las dimensiones sean reducidas. El reductor debe instalarse en una superficie cuadrada de 20" x 20", con una altura máxima de 20".
10. Es de esperar que el tractor funcione ocho horas al día, cinco días a la semana y que su diseño sea adecuado para tener una vida útil de 10 años.
11. El reductor debe estar protegido contra condiciones ambientales y ser capaz de operar en cualquier región de Estados Unidos a temperaturas que oscilan entre 0 y 130 °F (54 °C).
12. Se deben emplear coples flexibles en las flechas de entrada y salida para evitar que las cargas axial y de torsión se transmitan al reductor.
13. La cantidad a producir es de 10,000 unidades por año.
14. La moderación en costos resulta crucial para comercializarlo con éxito.

Elaborar con todo cuidado los enunciados de funciones y las especificaciones de diseño, asegurará que el trabajo de diseño se concentre en obtener los resultados que se pretenden. Se puede incurrir en dispendio de dinero y tiempo en diseños que, si bien son correctos en términos técnicos, no satisfacen las especificaciones de diseño. Las especificaciones deben incluir todo lo necesario. Al mismo tiempo, es pertinente considerar un amplio margen para hacer innovaciones.

En la lista anterior, quizá el lector se pregunte qué tan necesarios son en realidad los incisos 8 y 9. ¿Acaso es imperativo instalar el reductor en una superficie horizontal, plana? ¿Debe medir 20 x 20"? ¿Tiene que estar conectado a la estructura o bastidor del tractor?

## 1-5 CRITERIOS PARA EVALUAR DECISIONES EN EL DISEÑO DE MAQUINAS

Es probable que los enfoques en cuanto a diseño tengan que adaptarse para hacerlos compatibles con ciertas industrias y mercados. Por ejemplo, los dispositivos que se incorporan en aeronaves deben ser ligeros, mientras que una pieza de una máquina en una planta de fabricación por lo general no está sujeta a restricciones en cuanto a peso. Las restricciones de este tipo pueden tener consecuencias asombrosas en el proceso de diseño.

Al enfocarse en un diseño, el responsable debe establecer criterios que servirán de guía en los procesos de toma de decisiones inherentes a cualquier proyecto. Como para cada problema de diseño existen distintas alternativas en relación a su solución, cada uno debe evaluarse en función de los criterios que integran la lista. Quizá no exista un mejor diseño pero los diseñadores deben trabajar para obtener el que resulte ser *óptimo*. Esto es, el responsable del diseño debe maximizar los beneficios y reducir al mínimo las desventajas.

A continuación se mencionan los criterios generales en el diseño mecánico o de maquinaria.

Seguridad

Rendimiento (el grado en el que el diseño satisface o excede los objetivos de diseño)

Confiabilidad (una alta probabilidad de que el diseño cumplirá con la vida útil o la excederá)

Facilidad para fabricar

Disponibilidad de servicio o reemplazo de componentes

Facilidad en cuanto a operación

Costo inicial bajo

Costos de operación y mantenimiento bajos

Tamaño reducido y de poco peso

Poco ruido y escasa vibración; que opere con suavidad

Uso de materiales accesibles y facilitar la compra de componentes

Uso prudente de partes cuyo diseño es único junto con componentes en el mercado

Que su aspecto resulte atractivo y adecuado para su aplicación

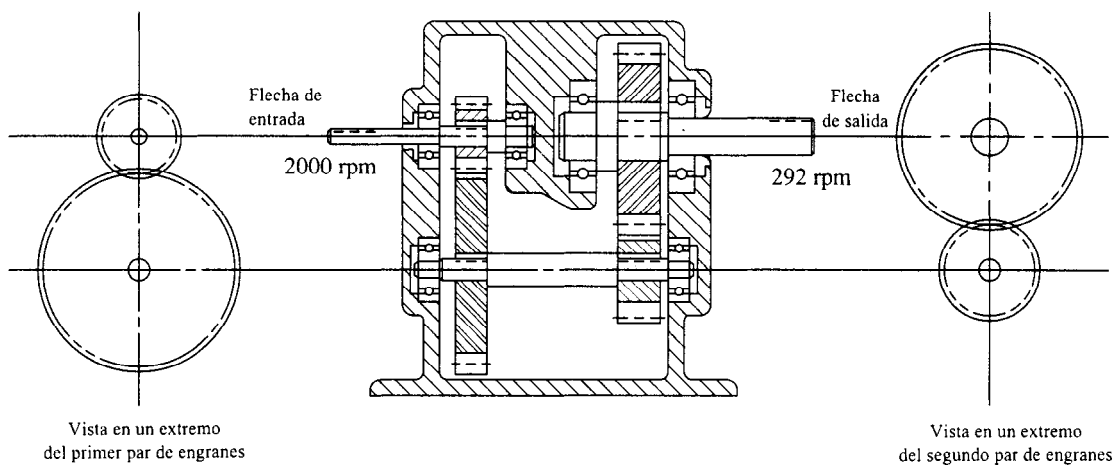
Usted o sus compañeros podrán sugerir criterios adicionales y determinar la importancia relativa del criterio que se aplica a cada diseño. Es cierto que la seguridad es de primordial importancia y el diseñador es responsable legalmente si alguien resultase lesionado debido a errores en el diseño. Usted debe considerar el uso razonablemente viable del dispositivo y asegurar la protección de los operadores y aquellas personas que se encuentren cerca. El desempeño correcto debe ser un criterio prioritario. La importancia de los demás criterios varía en función del diseño.

## 1-6 EJEMPLO DE LA INTEGRACION DE ELEMENTOS DE MAQUINARIA EN UN DISEÑO MECÁNICO

El diseño mecánico es el proceso de diseñar, elegir, o ambos, componentes mecánicos y armarlos para que cumplan con la función que se pretende. Desde luego, los elementos de maquinaria deben ser compatibles, tienen que ajustarse entre sí en forma adecuada y funcionar con seguridad y eficiencia. El diseñador ha de considerar no sólo el rendimiento del componente que esté diseñando sino, a su vez, los elementos con los que debe interactuar.

Para ilustrar la forma en que el diseño de elementos de maquinaria deben integrarse con un diseño mecánico más extenso, consideraremos el diseño de un reductor de velocidad del tractor pequeño del cual se realizó un análisis en la sección 1-4. Suponga que para lograr reducción de velocidad decide diseñar un reductor de velocidad de engranaje recto de doble reducción. Especifica cuatro engranes, tres flechas, seis cojinetes y una carcasa para alojar los elementos independientes en la relación adecuada entre sí, como se ilustra en la figura 1-11. Debe considerar que al hacer el boceto ya tomó algunas decisiones relativas al diseño. En primer lugar optó por un *engranaje recto* en lugar de engranes helicoidales, un gusano y engrane de gusano, o engranes cónicos. En realidad, otros tipos de dispositivos reductores de velocidad –impulsores de banda, impulsores de cadena y muchos otros– son adecuados.

La disposición de los engranes, la colocación de los cojinetes y la configuración general de la carcasa son también consideraciones de diseño. El proceso de diseño no puede continuar en forma racional hasta una vez que se tomen este tipo de decisiones. Nótese que en el boceto (figura 1-11) es donde se inicia la *integración* total de los elementos en un diseño. Cuando se concibe el diseño en su totalidad, puede seguir adelante el diseño de los elementos de maquinaria independientes en el reductor de velocidad. A medida que se analice cada elemento, haga un repaso de los capítulos de relevancia en el libro. Por ejemplo, en los capítulos que abordan el tema de los engranes, podrá observar de qué manera algunos fabricantes han diseñado reductores de velocidad del tipo de engranes (véase capítulo 11).



**Figura 1-11** Diseño conceptual de un reductor de velocidad

## Engranes

Para los pares de engranes debe especificar el número de dientes en cada engrane, el paso (tamaño) de los dientes, los diámetros de la cara, al igual que el material y su tratamiento térmico. Estas especificaciones dependen de consideraciones relativas a resistencia y desgaste de los dientes de los engranes y de las especificaciones de movimiento (cinemática). Debe reconocer también que los engranes deben montarse en flechas o ejes de tal manera que se asegure la debida ubicación de los engranes, la capacidad apropiada de transmisión de torque de los engranes a las flechas (al igual que a través de las cuñas de unión) y el diseño seguro de la flecha o eje.

## Flechas o ejes

Una vez que se han diseñado los pares de engranes, considere el diseño de la flecha o eje (capítulo 9). La flecha recibe carga en flexión o torsión debido a las fuerzas que actúan sobre los dientes de los engranes. Por tanto, en su diseño deben considerarse resistencia y rigidez y permitir el montaje de los engranes y los cojinetes. Se pueden utilizar flechas de diversos diámetros para proporcionar hombros o soportes en los que se asientan los engranes y cojinetes. Tal vez haya cuñas de unión que se cortan en la flecha (capítulo 10). Las flechas de entrada y de salida se extenderán más allá de la carcasa para permitir el acoplamiento con el motor y el eje impulsor. El tipo de cople debe tenerse en cuenta, ya que su efecto en el análisis de la tensión en la flecha puede resultar sorprendente (capítulo 10). Los sellos en las flechas de entrada y salida protegen a los componentes internos (capítulo 10).

## Cojinetes

Continuamos con el análisis de los cojinetes (capítulo 15). En caso que vayan a utilizar cojinetes giratorios de contacto, es muy probable que elija cojinetes en el catálogo de un fabricante que estén disponibles en el mercado, en lugar de diseñar uno de un tipo particular. En primer lugar, tiene que determinar la magnitud de las cargas en cada eje a partir del análisis de la flecha y de los diseños de los engranes. Se requiere considerar también la velocidad de giro y la vida útil razonable del diseño de los cojinetes y su compatibilidad con la flecha en la cual se van a montar. Por ejemplo, con base en el análisis de la flecha es posible especificar el diámetro mínimo tolerable en cada lugar donde se ubica un asiento de cojinete para asegurar niveles de tensión seguros. El cojinete que se selecciona para dar apoyo a una parte en especial de la flecha debe tener, en consecuencia, un diámetro interior que no sea más pequeño que el diámetro seguro de la flecha. Desde luego, el cojinete no debe ser mucho más grande de lo necesario. Cuando se elige un cojinete, deben especificarse el diámetro de la flecha en donde se ubica el asiento del cojinete así como las tolerancias permisibles, de acuerdo con las recomendaciones del fabricante del cojinete, para lograr la operación adecuada y la expectativa de vida del cojinete.

## Cuñas de unión

Ahora se pueden diseñar las cuñas de unión y los asientos de las cuñas. El diámetro de la flecha en la cuña de unión determina las dimensiones básicas (tamaño) de la cuña (espesor y altura). El torque que debe transmitirse se utiliza en cálculos de resistencia para especificar la longitud de las cuñas de unión y el material. Una vez que se han diseñado los componentes de funcionamiento, se puede iniciar el diseño de la carcasa.

## Carcasas

El proceso de diseño de la carcasa debe ser práctico y creativo a la vez. ¿Qué previsiones se deben tomar para montar los cojinetes con precisión y transmitir las cargas de éstos con seguridad a través de la caja hacia la estructura en la cual se monta el reductor de velocidad? ¿Cómo se arman los distintos elementos dentro de la carcasa? ¿En que forma se lubricarán los engranes y cojinetes? ¿Qué material se utilizará para la carcasa? ¿Debe ser fundido, constar de piezas soldadas o un ensamble de piezas maquinadas?

De la manera en que se describe aquí, el proceso de diseño implica que éste puede avanzar siguiendo una secuencia: a partir de los engranes hacia las flechas, a continuación los cojinetes, luego las cuñas de unión y los coples y, por último, la carcasa. Sin embargo, sería raro que esta secuencia se siga una sola vez a lo largo de un proceso de diseño en particular. Por lo general, el responsable del diseño debe volver atrás varias veces para realizar ajustes en el diseño de ciertos componentes que resultan afectados por cambios en otros componentes. Este proceso, al que se le da el nombre de *iteración* (repetición), continúa hasta que se logra un diseño aceptable en términos generales. A menudo, durante la iteración se desarrollan prototipos y se realizan pruebas.



## 1-7 PROGRAMAS DE COMPUTACION QUE SE UTILIZAN EN ESTE LIBRO

Debido a la necesidad común de llevar a cabo numerosas iteraciones y como muchos procesos de diseño exigen hacer cálculos complejos y prolongados, con frecuencia resultan de utilidad programas de computación o calculadoras programables para realizar el análisis del diseño. Los programas *interactivos* permiten que el diseñador tome decisiones que conciernen al diseño a lo largo de su proceso correspondiente. De esta manera, es posible efectuar varias pruebas en poco tiempo e investigar las consecuencias de modificar diversos parámetros. Los programas ilustrativos que se presentan en la obra se han escrito en lenguaje BASIC y su diseño permite que se utilicen de manera interactiva. Exhortamos al lector a que practique con los programas que se mencionan, a que escriba sus propios programas, o bien, convierta los programas a otro lenguaje como el FORTRAN o los desarrolle en una calculadora programable.

## 1-8 CÁLCULOS EN DISEÑO

Conforme estudie este libro en el transcurso de su carrera de diseñador, tendrá que realizar considerables cálculos relativos al diseño. Es importante que registre esos cálculos en su totalidad, con claridad y de manera ordenada. Quizá se vea en la necesidad de explicar a otras personas cuál es el enfoque que le da al diseño, qué información utiliza y qué supuestos y juicios ha considerado. En algunos casos, alguien más verificará su trabajo cuando usted esté ausente para hacer comentarios o sugerencias, o bien, resolver algunas dudas. Un registro preciso de sus cálculos de diseño también resulta útil si es probable que se hagan cambios en el diseño. En todos estos casos se le solicitará que mantenga comunicación con otras personas, ya sea en forma gráfica o por escrito, en cuanto a lo que a su diseño concierne.

Para elaborar un registro cuidadoso y minucioso de la información acerca de su diseño por lo regular es recomendable seguir los pasos siguientes:

1. Identifique el elemento de máquina que esté diseñando y la naturaleza de los cálculos relativos al diseño.
2. Dibuje un boceto del elemento, mostrando todas las características que afectan su rendimiento o desempeño, o bien, al análisis de tensiones.
3. Ilustre en un boceto las fuerzas que actúan sobre el elemento (el diagrama a cuerpo libre) y proporcione otros bocetos para aclarar la condición física real.
4. Identifique el tipo de análisis que se va a realizar, como la tensión debida a la flexión, la deflexión de una viga, la flexión lateral o pandeo de una columna y demás.
5. Haga una lista de toda la información que se proporciona y de los supuestos.
6. Escriba las fórmulas que utilice por medio de símbolos e indique valores y unidades de las variables que intervienen. Si algún lector potencial de su trabajo no conoce alguna fórmula, cite la fuente. Tal vez el lector quiera consultarla para evaluar si la fórmula es correcta.
7. Resuelva cada fórmula para la variable que se desea.
8. Inserte información, verifique las unidades y realice cálculos.
9. Juzgue qué tan razonable es el resultado.
10. En caso que el resultado no sea razonable, modifique las decisiones concernientes al diseño y haga los cálculos de nuevo. Es probable que una geometría distinta u otro tipo de material resulten más adecuados.

R. L. MOTT

## DISEÑO DE UNA BARRA PARA SOPORTAR UN ENGRANE EN UNA FOSA DE INMERSIÓN

LA BARRA DEBE TENER 60" DE LARGO ENTRE LOS SOPORTES  
 PESO DEL ENGRANE 2050 LBS (1025 KG)  
 LOS SOPORTES DEBEN TENER UNA SEPARACION DE 24" ENTRE SI

LA BARRA ES UNA VIGA EN FLEXION

$$\textcircled{1} \quad \sigma = M/Z$$

SUPONGA UNA FORMA RECTANGULAR

$Z$  = COEFICIENTE DE SECCION

$$Z = th^2/6$$

$$\text{LET } h \approx 3t$$

$$\text{SEA } Z = t(3t)^2/6 = 9t^3/6$$

$$Z = 1.5t^3$$

$$\textcircled{2} \quad \text{ENTONCES } t = \sqrt[3]{Z/1.5}$$

TRY AISI 1040 HR BARRA DE ACERO

$$S_y = 42000 \text{ PSI (RESISTENCIA A LA DEFORMACION)}$$

$$\text{LET } S = S_d = S_y/N = \text{TENSION DE DISEÑO}$$

$N$  = FACTOR DE DISEÑO

LET  $N = 2$  (CARGA MUERTA)

$$S_d = 42000/2 = 21000 \text{ PSI}$$

ENTONCES, A PARTIR DE  $\textcircled{1}$ :  $Z = M/S_d$  = ESPECIFICACION DE MODULO DE DISEÑO

$$Z = \frac{18450 \text{ LB} \cdot \text{pulg.}}{21000 \text{ LB/pulg}^2} = 0.879 \text{ pulg}^3$$

DE  $\textcircled{2}$

$$t = \sqrt[3]{Z/1.5} = \sqrt[3]{0.879 \text{ pulg}^3 / 1.5} = 0.837 \text{ pulg.}$$

$$\text{POR TANTO } h = 3t = 3(0.837 \text{ "}) = 2.51 \text{ "}$$

EL PROVEEDOR TIENE  $3/4 \times 2 3/4$  DISPONIBLE  $[h/t = 2.75/0.75 = 3.67 \text{ OK}]$

$$\text{VERIFICAR } Z = th^2/6 = (0.75 \text{ "}) (2.75 \text{ pulg.})^2 / 6 = 0.945 \text{ pulg}^3 > 0.837 \text{ pulg}^3 \quad \text{OK}$$

$$\sigma = M/Z = 18450 \text{ LB} \cdot \text{pulg.} / 0.945 \text{ pulg}^3 = 19500 \text{ PSI}$$

$$N = S_y / \sigma = 42000 \text{ PSI} / 19500 \text{ PSI} = 2.15 \text{ OK}$$

VERIFICAR DEFLEXION EN EL CENTRO:

$$y = \frac{Wa}{24EI} (3l^2 - 4a^2)$$

$$y = \frac{(1025)(18) [3(60)^2 - 4(18)^2]}{24(30 \times 10^6)(1.30)} = 0.187 \text{ "}$$

ACEPTABLE

$$I = \frac{th^3}{12} = \frac{(0.75)(2.75)^3}{12} = 1.30 \text{ pulg}^4$$

ESPECIFICACION: BARRA RECTANGULAR DE ACERO DE  $3/4 \times 2 3/4$ , AISI 1040 HR

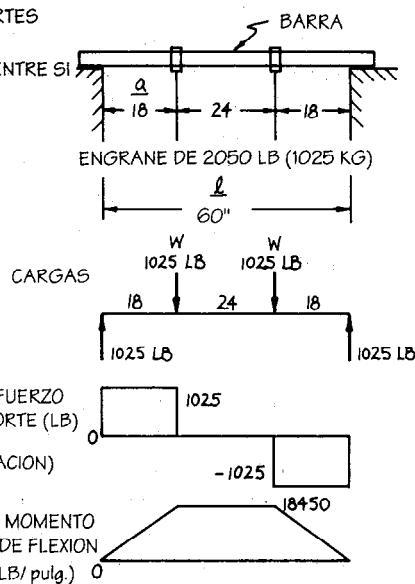


Figura 1-12 Ejemplo de cálculo de diseño.

11. Cuando logre obtener un resultado razonable, especifique los valores finales para todos los parámetros importantes en el diseño, utilizando tamaños estándar, materiales disponibles en el mercado, etcétera.

La figura 1-12 ilustra un ejemplo de cálculos de diseño. Se diseña una viga que abarca una vacuidad de 60" para sostener un engrane de gran tamaño que pesa 2,050 libras (1125 kg). El diseño supone que se debe utilizar una forma rectangular para la sección transversal de la viga. Se podrían utilizar otros tamaños que resulten prácticos. El objetivo consiste en calcular las dimensiones que se requieren para la sección transversal, considerando tanto la tensión como la deflexión. Se elige, a su vez, el material para la viga. Consulte el capítulo 3 para repasar la tensión debida a la flexión.

## 1-9 SISTEMAS DE UNIDADES

Los cálculos que se incluyen en esta obra se realizaron utilizando el Sistema Británico de Unidades (U. S. Customary Unit System) (pulgada-libra-segundo) o bien el Sistema Métrico Internacional (SI). La tabla 1-1 muestra una lista de las unidades comunes que se emplean en el estudio del sistema mecánico. La abreviatura *SI* del Sistema Internacional de Unidades (Système International d'Unités) es el estándar para unidades métricas en todo el mundo. Por conveniencia, el término *unidades SI* se utilizará en lugar de *unidades métricas*.

Los prefijos que se aplican a las unidades básicas indican orden de magnitud. Sólo aquellos prefijos a que hace mención la tabla 1-2, los cuales difieren por un factor de 1,000 deben emplearse al realizar cálculos de carácter técnico. El resultado final para una cantidad debe reportarse como un número entre 0.1 y 10,000 veces algún múltiplo de 1,000. Así, es necesario especificar la unidad con el prefijo correcto. La tabla 1-3 hace mención a algunos ejemplos de notaciones SI correctas.

En ocasiones será necesario convertir unidades de un sistema a otro. El apéndice A-2 proporciona una tabla de factores de conversión. Asimismo, el lector debe familiarizarse con el orden típico de magnitud de las cantidades que se encuentran en el diseño mecánico, ello le permitirá juzgar qué tan razonables son los cálculos de diseño (véase la tabla 1-4 para algunos ejemplos).

---

**Problema ilustrativo 1-1.** Expresar el diámetro de una flecha en milímetros si al medirlo es de 2.755".

**Solución.** En el apéndice A-2 se menciona que el factor de conversión para longitud es 1" = 25.4 mm. Por tanto

$$\text{Diámetro} = 2.755 \text{ " } \frac{25.4 \text{ mm}}{1.00 \text{ "}} = 69.98 \text{ mm}$$


---

**Tabla 1-1 Unidades de uso común en el diseño de máquinas**

<i>Cantidad</i>	<i>Unidad del sistema británico</i>	<i>Unidad SI</i>
<b>Longitud o distancia</b>	pulgada (pulg) pie	metro (m) milímetro (mm)
<b>Area</b>	pulgada cuadrada (pulg <sup>2</sup> )	metro cuadrado (m <sup>2</sup> ) o milímetro cuadrado (mm <sup>2</sup> )
<b>Fuerza</b>	libra (lb) Kip (K) (1,000 lb)	newton (N) 1 N = 1 kg·m/s <sup>2</sup>
<b>Masa</b>	slug (lb·s <sup>2</sup> /pie)	kilogramo (kg)
<b>Tiempo</b>	segundo (s)	segundo (s)
<b>Angulo</b>	grado (°)	radian (rad) o grado (°)
<b>Temperatura</b>	grados Fahrenheit (°F)	grado Celsius (°C)
<b>Torque o momento</b>	libra-pulgada (lb-pulg) ó libra-pie (lb-pie)	newton-metro (Nm)
<b>Energía, potencia o trabajo</b>	libra-pulgada (lb-pulg)	Joule (1 J = 1 Nm)
<b>Potencia</b>	caballo de potencia (hp) (1 hp = 550 lb-pie/s)	watt (W) o kilowatts (kW) (1 W = 1 J/s = 1 Nm/s)
<b>Tensión, presión, módulo de elasticidad</b>	libras por pulgada cuadrada (lb/pulg <sup>2</sup> o psi) Kips por pulgada cuadrada (K/pulg <sup>2</sup> o Ksi)	pascal (Pa) (1 Pa = 1 N/m <sup>2</sup> ) kilopascal (kPa) (1 kPa = 10 <sup>3</sup> Pa) megapascal (MPa) (1 MPa = 10 <sup>6</sup> Pa) gigapascal (GPa) (1 GPa = 10 <sup>9</sup> Pa)
<b>Módulo de elasticidad</b>	pulgadas cúbicas (pulg <sup>3</sup> )	metros cúbicos (m <sup>3</sup> ) o milímetros cúbicos (mm <sup>3</sup> )
<b>Momento de inercia</b>	pulgadas a la cuarta potencia (pulg <sup>4</sup> )	metros a la cuarta potencia (m <sup>4</sup> ) o milímetros a la cuarta potencia (mm <sup>4</sup> )
<b>Velocidad de giro</b>	revoluciones por minuto (rpm)	radianes por segundo (rad/s)

**Tabla 1-2 Prefijos que se utilizan con unidades SI**

<i>Prefijo</i>	<i>Símbolo SI</i>	<i>Factor</i>
micro-	$\mu$	$10^{-6} = 0.000\ 001$
mili-	m	$10^{-3} = 0.001$
kilo-	k	$10^3 = 1\ 000$
mega-	M	$10^6 = 1\ 000\ 000$
giga-	G	$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$

Tabla 1-3 Cantidades que se expresan en unidades SI

<i>Resultado calculado</i>	<i>Resultado reportado</i>
0.001 65 m	$1.65 \times 10^{-3}$ m, o 1.65 mm
32 540 N	$32.54 \times 10^3$ N, o 32.54 kN
$1.583 \times 10^5$ W	$158.3 \times 10^3$ W, o 158.3 kW; o $0.1583 \times 10^6$ W, o 0.1583 MW
$2.07 \times 10^{11}$ Pa	$207 \times 10^9$ Pa, o 207 GPa

TABLA 1-4 Orden de magnitud típico para cantidades que suelen encontrarse

<i>Cantidad</i>	<i>Unidad en el sistema británico</i>	<i>Unidad SI</i>
Dimensiones de un estándar de madera 2 × 4	1.50" × 3.50"	38 mm × 89 mm
Momento de inercia de una pieza de 2 × 4 (3.50" de lado vertical)	5.36 pulg <sup>4</sup>	$2.23 \times 10^6$ mm <sup>4</sup> o $2.23 \times 10^{-6}$ m <sup>4</sup>
Módulo de sección de una pieza de 2 × 4 (3.50" de lado vertical)	3.06 pulg <sup>3</sup>	$5.02 \times 10^4$ mm <sup>3</sup> o $5.02 \times 10^{-5}$ m <sup>3</sup>
Fuerza que se necesita para levantar 1 galón de gasolina	6.01 lb	26.7 N
Densidad del agua	1.94 slugs/pies <sup>3</sup>	1 000 kg/m <sup>3</sup> , o 1.0 Mg/m <sup>3</sup>
Presión de aire comprimido en una fábrica	100 psi	690 kPa
Punto cedente del acero AISI 1040 rolado en caliente	42 000 psi, o 42 Ksi	290 MPa
Módulo de elasticidad del acero	30 000 000 psi, o $30 \times 10^6$ psi	207 GPa



---

**Problema ilustrativo 1-2.** Un motor eléctrico gira a 1,750 revoluciones por minuto (rpm). Exprese la velocidad en radianes por segundo (rad/s).

**Solución.** Es necesario realizar una serie de conversiones.

$$\text{Velocidad rotacional} = \frac{1\,750 \text{ rev}}{\text{min}} \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 183.3 \text{ rad/s}$$


---

## 1-10 DIFERENCIAS ENTRE PESO, FUERZA Y MASA

Se debe hacer una distinción entre los términos *fuerza*, *masa* y *peso*. *Masa* es la cantidad de materia que tiene un cuerpo. Una *fuerza* es el empuje o jalón que se le aplica a un cuerpo y da por resultado un cambio en el movimiento del cuerpo o alguna deformación en él. Es evidente que hay dos fenómenos físicos distintos, sin embargo, no siempre se comprende la diferencia. Las unidades para fuerza y masa que se utilizan en este libro se muestran en la lista de la tabla 1-1.

El término *peso* como se utiliza en el texto se refiere a la cantidad de *fuerza* que se requiere para sostener un cuerpo contra el efecto de la fuerza de gravedad. En consecuencia, para responder a la pregunta “¿Cuál es el peso de 75 kg de acero?” usaremos la relación entre fuerza y masa que se plantea en física.

$$F = ma \quad \text{o} \quad w = mg$$

donde  $F$  = fuerza,  $m$  = masa,  $a$  = aceleración,  $w$  = peso y  $g$  = la aceleración debida a la fuerza de gravedad. Usaremos

$$g = 32.2 \text{ pies/s}^2 \text{ o } g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

Por consiguiente, para calcular el peso

$$w = mg = 75 \text{ kg } (9.81 \text{ m/s}^2)$$

$$w = 736 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2 = 736 \text{ N}$$

Recuerde que, como se ilustra en la tabla 1-1, el newton (N) equivale a  $1.0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2$ . En realidad, el newton se define como la fuerza que se necesita para dar a una masa de 1 kg una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ . Por consiguiente, en el ejemplo diríamos que la masa de 75 kg de acero tiene un peso de 736 N.

## PROBLEMAS

Para los dispositivos que se describen en los incisos 1-14, escriba un conjunto de funciones y especificaciones de diseño en forma similar a los de la sección 1-4. El estudiante o el profesor puede agregar más información a las descripciones específicas que se muestran.

1. El cerrojo del cofre de un automóvil.
2. Un gato hidráulico que se utiliza para reparar automóviles.
3. Una grúa portátil que se utilizará en cocheras pequeñas y en el hogar.
4. Una máquina para aplastar latas de refresco y cerveza.
5. Un dispositivo automático de transferencia para una línea de producción.
6. Un dispositivo para levantar un tambor de 55 galones de material en bruto y verter su contenido en una tolva.
7. Un dispositivo que alimente de papel a una copiadora.
8. Un transportador para cargar grava y descargarla en un camión.
9. Una grúa para cargar material de construcción hasta la parte superior de un edificio durante su construcción.
10. Una máquina para introducir tubos de pasta dentífrica en empaques de cartón.
11. Una máquina para introducir 24 cajas de pasta dentífrica en un contenedor para embarques.
12. Una tenaza para que un robot levante una llanta de refacción y la introduzca en la cajuela de un automóvil en una línea de ensamble.
13. Una mesa para colocar una pieza soldada en relación a un robot soldador.
14. Un dispositivo para abrir una puerta eléctrica para cochera.

- Para los problemas siguientes, haga las conversiones de unidades que se indican. (Consulte el apéndice A-2 para factores de conversión). Expresé los resultados con el prefijo correcto como se ilustra en las tablas 1-2 y 1-3.

15. Convierta el diámetro de un eje, 1.75", a milímetros (mm).
16. Convierta la longitud de un transportador, 46 pies, a metros.
17. Convierta el torque que desarrolla un motor, 12,550 libras · pulgada (2") a N · m.

- Para los problemas 18-21 remítase al apéndice A-16.

18. Una pieza de viga de acero que tiene un reborde o saliente ancho, y mide  $W12 \times 14$ , tiene un área transversal de  $4.12 \text{ in}^2$ . Convierta el área a  $\text{mm}^2$ .
19. La pieza de viga de acero de  $W12 \times 14$  tiene un coeficiente de sección de  $14.8 \text{ in}^2$ . Conviértalo a  $\text{mm}^3$ .
20. La pieza de viga de acero tiene un momento inercial de  $88.0 \text{ in}^4$ . Conviértalo a  $\text{mm}^4$ .
21. ¿Qué ángulo de acero estándar de lado equivalente tendrá un área transversal más cercana a (pero mayor que)  $750 \text{ mm}^2$ ?
22. Un motor eléctrico está especificado a 7.5 hp. ¿Cuál es su régimen nominal en watts (W)?
23. Un vendedor establece en una lista que la resistencia máxima a la tracción de un acero es 127,000 psi. Calcule la resistencia en MPa.
24. Calcule el peso de una barra de acero que tiene 35.0 mm de diámetro y 675 mm de largo. (Véase el apéndice A-3 para la densidad del acero.)
25. Un resorte de torsión requiere de un torque igual a 180 lb·pulg. para hacerlo girar 35. Convierta el torque a N·m y el giro a radianes. Si la *escala del resorte* se define como el torque aplicado por unidad de rotación angular calcule la escala del resorte en ambos sistemas de unidades.
26. La energía que utiliza un motor se calcula multiplicando la potencia que produce por el tiempo que opera. Considere un motor que genera 12.5 hp durante jornadas de 16 horas al día, cinco días a la semana. Calcule la energía que utiliza el motor durante un año. Expresé el resultado en pies·lb y W·h.
27. Una unidad para viscosidad de fluidos que se utilizó en el capítulo 14 de este libro es el *reyn*, el cual se define como  $1.0 \text{ lb·s/pulg}^2$ . Si un aceite lubricante tiene una viscosidad de 3.75 reyn, convierta la viscosidad a las unidades estándar en el sistema británico de unidades ( $\text{lb·s/pie}^2$ ) y en el sistema SI ( $\text{N·s/m}^2$ ).
28. La vida de un cojinete que sostiene a una flecha giratoria se expresa en número de revoluciones. Calcule la vida de un cojinete que gira a 1,750 rpm, en forma continua, durante 24 horas al día a lo largo de 5 años.

---

# 2 **Materiales en el diseño mecánico**

---

- 2-1 Objetivos del capítulo
  - 2-2 Propiedades de los metales
  - 2-3 Acero al carbón y acero con aleaciones
  - 2-4 Condiciones para aceros y tratamiento térmico
  - 2-5 Aceros inoxidable
  - 2-6 Acero estructural
  - 2-7 Hierro fundido
  - 2-8 Metales en polvo
  - 2-9 Aceros y carburos para herramientas
  - 2-10 Aluminio
  - 2-11 Titanio
  - 2-12 Cobre, latón y bronce
  - 2-13 Aleaciones con níquel como base
  - 2-14 Plásticos
  - 2-15 Materiales compuestos
-



## ➡ Usted es el diseñador ⬅

Usted forma parte de un equipo responsable del diseño de un sistema transportador en una planta que empaca productos farmacéuticos como aspirina y tabletas antigripales. A medida que diseña la estructura del transportador, ¿qué debe considerar en la selección de los materiales

con los que se fabricará? ¿De cuáles materiales se dispone en el mercado para satisfacer las necesidades funcionales? ¿Cuáles son sus propiedades y de qué manera afectan a sus decisiones relativas al diseño?

■ ■ ■

### 2-1 OBJETIVOS DEL CAPITULO

El desempeño satisfactorio de partes de maquinaria y sistemas depende en gran medida de los materiales que elige el diseñador. Este debe comprender cómo se comportan los materiales, qué propiedades de los materiales afectan el desempeño de los elementos o piezas y de qué manera interpretar la gran cantidad de información disponible relativa a las propiedades de los materiales. La capacidad del diseñador para comunicarse en forma eficiente con los proveedores de materiales, las empresas metalúrgicas, el personal de los procesos de fabricación, el personal responsable del tratamiento térmico, el personal encargado del moldeo de plásticos, los torneros y los especialistas en control de calidad a menudo influyen mucho en el éxito del diseñador.

Este capítulo se centra en el uso de información relativa a propiedades de los materiales, en las decisiones de diseño en lugar de utilizar la metalurgia o la química de materiales. Parte del capítulo cumple la función de glosario de términos concernientes a las propiedades y los procesos de los materiales, a manera de fuente de referencia conforme lea el resto del libro. A su vez, en este capítulo se hace una descripción de los apéndices; estudie estas tablas que contienen información según avance a lo largo del texto. Después, estará familiarizado con el tipo de información disponible, cada vez que se analicen los materiales en capítulos subsecuentes.

### Objetivos específicos

Una vez que concluya este capítulo, el lector será capaz de:

1. Mencionar los tipos de propiedades de los materiales que son importantes en el diseño de sistemas y dispositivos mecánicos.
2. Definir los términos *resistencia a la tracción*, *límite elástico*, *límite proporcional*, *coeficiente de elasticidad en tensión*, *ductilidad* y *alargamiento porcentual*, *resistencia al esfuerzo cortante*, *razón de Poisson*, *coeficiente de elasticidad al corte*, *dureza*, *maquinabilidad*, *resistencia al impacto*, *densidad*, *coeficiente de expansión térmica*, *conductividad térmica* y *resistividad eléctrica*.
3. Describir la naturaleza del *acero al carbón* y de *aceros con aleaciones* y el sistema de designación por medio de números para aceros, así como el efecto de distintos tipos de elementos de aleaciones en las propiedades de los aceros.
4. Describir la forma en que se designan la condición y el tratamiento térmico de los aceros, incluyendo *rolado en caliente*, *extruido en frío*, *recocción*, *normalización*, *temple*, *atemp-*

*peración, y endurecimiento o temple por flama, endurecimiento por inducción y carburiación.*

5. Describir los *aceros inoxidables* y reconocer gran parte de los tipos que están disponibles en el mercado.
6. Describir los *aceros estructurales* y reconocer muchas de sus designaciones y usos.
7. Describir los *hierros fundidos* y muchos tipos de *hierro dulce, hierro dúctil y hierro maleable*.
8. Describir los metales en polvo, sus propiedades y usos.
9. Describir distintos tipos de *aceros para herramientas y carburos* y sus usos comunes.
10. Describir las *aleaciones de aluminio* y sus condiciones, como *endurecimiento por deformación y tratamiento térmico*.
11. Describir la naturaleza y las propiedades típicas del *titanio* y el *bronce*.
12. Describir diversos tipos de plástico, como *plástico termoendurecible y termoplástico*, sus propiedades y usos típicos.
13. Describir los diversos tipos de *materiales compuestos*, sus propiedades y usos típicos.

## 2-2 PROPIEDADES DE LOS METALES

Los elementos de maquinaria se fabrican a menudo de uno de los metales o de aleaciones de metales como acero, aluminio o bronce. En esta sección se hace una descripción de las propiedades de los metales según afectan el diseño mecánico.

Por lo regular, las propiedades de resistencia, elasticidad y ductilidad de los metales y otros tipos de materiales se determinan a partir de una *prueba de tracción* o *ensayo traccional* en la cual una muestra del material, casi siempre en forma de barra redonda o plana, se sostiene con prensas y se jala hasta que se rompe como consecuencia de la tensión. Se hace un seguimiento de la magnitud de la fuerza en la barra y el correspondiente cambio en longitud (esfuerzo de tirantez) y se registran en forma continua mientras transcurre la prueba. Como la tensión en la barra es igual a la fuerza que se aplica entre el área, la tensión es proporcional a la fuerza aplicada. La información relativa a tal prueba de tracción se muestra a menudo en *diagramas de tensión y esfuerzo de tirantez*, como los que se ilustran en las figuras 2-1 y 2-2. En los párrafos subsecuentes se definen algunas propiedades de los metales en cuanto a resistencia, elasticidad, y ductilidad.

### Resistencia a la tracción, $S_u$

La cresta o punto máximo de la curva de tensión-esfuerzo de tirantez se considera como la *resistencia máxima a la tracción*, también conocida como *resistencia máxima* o sólo *resistencia a la tracción*. En este punto de la prueba se cuantifica la *tensión aparente* en una barra de prueba del material. Al parecer, la curva toma una trayectoria descendente después de llegar a la cresta. No obstante, nótese que la instrumentación que se utiliza para generar el diagrama es en realidad una gráfica de *carga contra deflexión* en lugar de *tensión real contra esfuerzo de tirantez*. La tensión aparente se calcula dividiendo la carga entre el área del corte transversal de la barra de prueba. Después que se llega a la cresta de la curva hay un decremento notorio

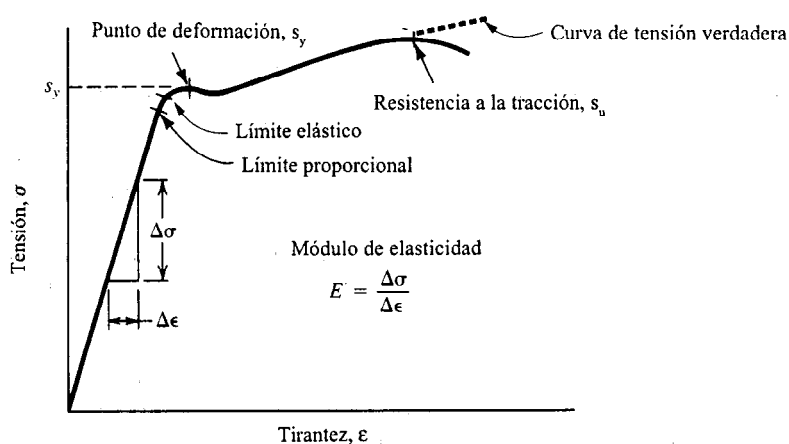


Figura 2-1 Gráfica típica de tensión-tirantez para el acero

en el diámetro de la barra, el cual recibe el nombre de *adelgazamiento*. Por tanto, la carga actúa sobre un área más pequeña y la tensión continúa hasta que sobreviene la fractura. Es difícil hacer un seguimiento de la reducción del diámetro durante el proceso de adelgazamiento, en consecuencia, se ha hecho costumbre utilizar la cresta de la curva como la resistencia a la tracción, si bien, es un valor más conservador.

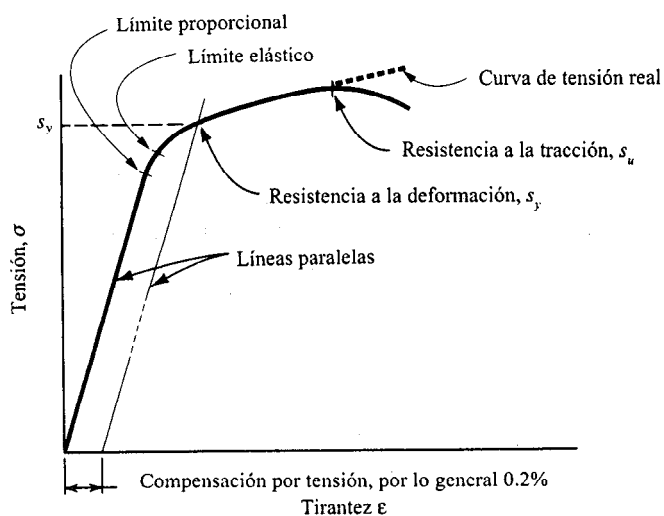


Figura 2-2 Gráfica típica de tensión-tirantez para el aluminio y otros metales que no tienen punto de deformación

### Resistencia a punto cedente (a la deformación), $S_y$

Esa parte de la gráfica o diagrama tensión-tirantez en la cual hay un incremento considerable de la tirantez con poco o nulo aumento de tensión se denomina *resistencia a punto cedente* (a la deformación). Esta propiedad indica que, en realidad, el material se ha deformado o dado de sí (elongado) plásticamente, en forma permanente y en un grado significativo. Si el punto de deformación es lo suficiente notorio, como en la figura 2-1, la propiedad se denomina *punto de deformación* en lugar de resistencia a la deformación.

La figura 2-2 muestra la forma de gráfica tensión-tirantez característica de un metal no ferroso, por ejemplo aluminio o titanio, o de ciertos aceros muy resistentes. Nótese que no existe un punto de deformación pronunciado, sin embargo, el material se ha deformado hasta el nivel de tensión que se indica como  $s_y$ , o cerca de éste. El punto se determina por el *método de compensación*, en el cual se dibuja una línea paralela a la parte en línea recta de la curva y se compensa hacia la derecha por medio de una cantidad de ajuste, por lo general 0.20% de tirantez (0.002 pulg./pulg.). La intersección entre esta línea y la curva tensión-tirantez define la resistencia a la deformación del material. En este libro, el término *resistencia a la deformación* se utilizará para  $s_y$ , sin importar si el material manifiesta un punto de deformación real o si se utiliza el método de compensación.

### Límite proporcional

El punto en la curva tensión-tirantez que se aleja de la línea recta se denomina *límite proporcional*. Esto es, por abajo o arriba de ese valor de tensión, la tensión ya no es proporcional a la tirantez. Por abajo del límite proporcional, se aplica la ley de Hook; la tensión es proporcional a la tirantez. En diseño mecánico, los materiales rara vez se utilizan por arriba del límite proporcional.

### Límite elástico (de elasticidad)

En algún punto, al que se le da el nombre de *límite elástico*, un material registra cierta cantidad de tirantez plástica y por tanto no recobrará su forma original una vez que se libere la carga. Por abajo de ese nivel, el material muestra un comportamiento por completo elástico. El límite proporcional y el límite elástico se encuentran muy cerca de la resistencia a la deformación. Como es difícil determinarlos se señalan con poca frecuencia.

### Coefficiente de elasticidad en tensión ( $E$ )

Para aquella parte de la gráfica de tensión-tirantez que es recta, la tensión es proporcional a la tirantez y el valor de  $E$  es la constante de proporcionalidad. Es decir

$$E = \text{Tensión} / \text{Tirantez} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

Esta es la pendiente de la parte en línea recta de la gráfica. El coeficiente de elasticidad indica la rigidez del material, o bien, su resistencia a la deformación.

## Ductilidad y elongación porcentual

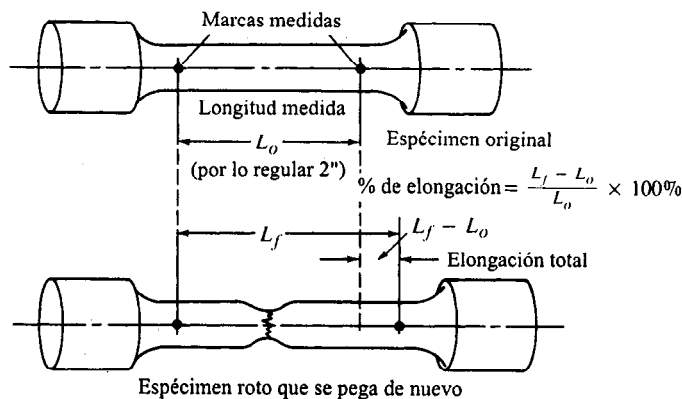
*Ductilidad* es el grado en el cual se deformará un material antes que se fracture. Fragilidad es lo opuesto a ductilidad. Cuando en elementos de maquinaria se utilizan materiales dúctiles, la fractura inminente se detecta con facilidad y es poco probable que tenga lugar una falla. Además, los materiales dúctiles, por lo regular, resisten las cargas sucesivas en elementos de maquinaria mejor que los materiales quebradizos o frágiles.

La medida común de ductilidad es el alargamiento o la elongación porcentual del material después de la fractura en una prueba estándar de resistencia a la tracción. La figura 2-3 muestra un ejemplo común de tracción estándar antes y después de la prueba. Antes de realizar la prueba, en la barra se hacen marcas de medición, por lo general con una separación de 2" entre sí. Después, una vez que la barra se ha roto, las dos partes se unen de nuevo y se mide la distancia final entre las dos marcas. La elongación o el alargamiento porcentual es la diferencia entre la longitud final y la longitud original la cual se divide entre la longitud original, que se convierte a porcentaje. Esto es

$$\frac{L_f - L_o}{L_o} \times 100\% = \text{Elongación porcentual}$$

Se supone que la elongación porcentual se basa en una longitud medida de 2.00 a menos que se especifique otra longitud. En teoría, se considera que un material es dúctil si su elongación porcentual es mayor que 5%. Por razones prácticas, se recomienda utilizar un material con un valor de 12% o más para elementos de maquinaria sujetos a cargas sucesivas al choque o a impactos.

La reducción porcentual en área es otra indicación de ductilidad. Este valor se encuentra comparando el área original transversal con el área final en el momento en que se fractura la muestra de material que se somete a pruebas de tracción.



**Figura 2-3 Medición de la elongación porcentual**

## Resistencia al esfuerzo de corte

Tanto la resistencia a la deformación como la resistencia máxima al esfuerzo de corte son propiedades importantes de los materiales. Desafortunadamente, muy rara vez se reportan estos valores. Utilizaremos los estimados que se indican a continuación:

$$s_{ys} = s_y/2 = 0.50s_y = \text{Resistencia a la deformación ante esfuerzo de corte}$$

$$s_{us} = 0.75s_u = \text{Resistencia máxima al esfuerzo de corte}$$

## Razón de Poisson

Cuando un material es sometido a una tensión por tracción, existe una contracción simultánea de las dimensiones transversales perpendicular al sentido de la tensión por tracción. La razón entre la tensión por contracción con la tirantez por tracción recibe el nombre de *Razón de Poisson*, que por lo general se denota por medio de  $\nu$ , la letra griega nu. (En ocasiones se utiliza la letra griega  $\mu$ ,  $\mu$ , para esta razón.) (Véase figura 2-4.) Los rangos típicos de valores para la razón de Poisson son 0.25 a 0.27 para el hierro fundido, 0.27 a 0.30 para el acero y 0.30 a 0.33 para el aluminio y el titanio.

## Coefficiente de elasticidad en esfuerzo de corte

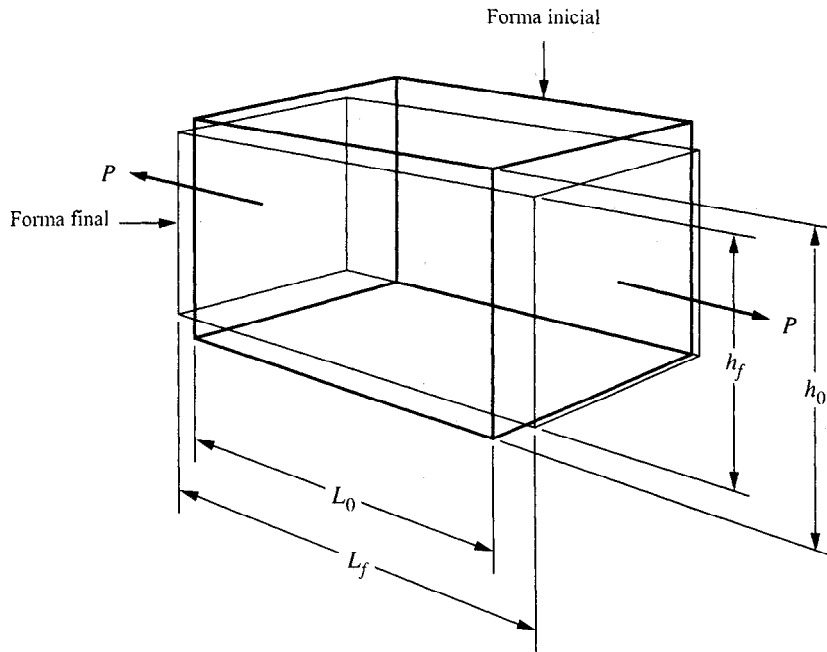
El *coeficiente de elasticidad en esfuerzo de corte* es la relación o razón entre tensión por esfuerzo de corte y tirantez por esfuerzo de corte, que se denota con  $G$ . Esta propiedad indica la rigidez de un material bajo carga de esfuerzo de corte, esto es la resistencia a la deformación por esfuerzo de corte.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Esta ecuación es válida dentro del rango de elasticidad del material.

## Dureza

La resistencia de un material a ser rayado o perforado (indentación) por un agente penetrante es una indicación de su *dureza*. Existen diversos dispositivos, procedimientos y agentes penetrantes para medir la dureza; el aparato para medir la dureza de Brinell y el de Rockwell se utilizan a menudo para elementos de maquinaria. En el caso de los aceros, con el aparato de Brinell se utiliza una punta de acero endurecido de 10 mm de diámetro como agente penetrante bajo una carga de 3,000 kg fuerza. La carga genera una indentación permanente en el material que se utiliza para realizar pruebas, y el diámetro de la indentación se relaciona con el número de dureza de Brinell, el cual se abrevia como BHN o HB. La cantidad real que se mide es la carga dividida entre el área de contacto de la indentación. Para los aceros, el valor de HB varía entre cerca de 100 para un acero recocido al bajo carbón y 700 para aceros de alta



$$\text{Tirantez axial} = \frac{L_f - L_0}{L_0} = \epsilon_a$$

$$\text{Tirantez lateral} = \frac{h_0 - h_f}{h_0} = \epsilon_L$$

$$\text{Razón de Poisson} = \frac{\epsilon_L}{\epsilon_a} = \nu$$

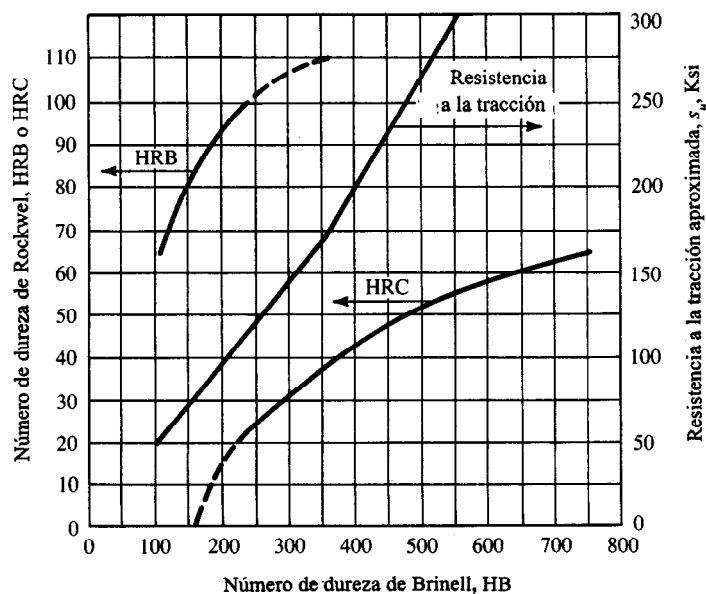
**Figura 2-4 Ilustración de la razón de Poisson para un elemento en tensión**

aleación de alta resistencia en la condición en que se enfría por inmersión. En los rangos altos, por arriba de 500 HB, a veces el agente penetrante se fabrica con carburo de tungsteno en lugar de acero. Para metales más blandos, se utiliza una carga de 500 kg.

El aparato para probar dureza de Rockwell utiliza una punta de acero endurecido, cuyo diámetro es de 1/16" bajo una carga de 100 kg/fuerza para metales blandos, y la dureza resultante se enlista como Rockwell B,  $R_B$ , o HRB. Para metales más duros, como aceros que contienen aleaciones con tratamiento térmico, se utiliza la escala Rockwell C. Una carga de 150 kg fuerza se coloca en un agente penetrante con punta de diamante (un penetrador *brale*) que se fabrica en forma esferocónica. En ocasiones se hace mención a la dureza Rockwell C como  $R_c$  o HRC. Se emplean muchas otras escalas Rockwell.

Los métodos de Brinell y Rockwell se basan en parámetros distintos y de ellos se obtienen cifras muy diferentes. Sin embargo, como ambos miden dureza, existe correlación entre ellos, como se aprecia en el apéndice A-2. También es importante señalar que, en particular para aceros

*2017*



**Figura 2-5 Conversiones de dureza**

que se pueden endurecer mucho, hay una relación casi lineal entre los números de dureza de Brinell y la resistencia a la tracción del acero, de conformidad con la ecuación

$$0.50 \text{ (HB)} = \text{Resistencia aproximada a la tracción (Ksi)}$$

La relación se ilustra en la figura 2-5.

Una comparación de la dureza con escala de la resistencia a la tracción se muestra en la siguiente tabla.

Existe cierto traslape entre las escalas HRB y HRC. Casi siempre, la HRB se emplea para metales más blandos y rangos entre aproximadamente 60 y 100, mientras que la HRC se utiliza para metales de mayor dureza y rangos entre 20 y 65. No se recomienda utilizar números de HRB por arriba de 100 o números de HRC de menos de 20. Los que se muestran en la tabla anterior sólo cumplen fines de comparación.

Material y condición	Dureza			Resistencia a la tracción	
	HB	HRB	HRC	Ksi	MPa
1020 Recocido	121	70	—	60	414
1040 Rolado en caliente	144	79	—	72	496
4140 Recocido	197	93	13	95	655
4140 OQT 1000	341	109	37	168	1160
4140 OQT 700	461	—	49	231	1590



La dureza en un acero indica resistencia al desgaste así como resistencia. La resistencia al desgaste se analizará en capítulos subsecuentes, de manera particular en lo que atañe a dientes de engranes.

## Maquinabilidad

La *maquinabilidad* se relaciona con la facilidad con la que puede maquinarse un material hasta obtener un buen acabado superficial con una vida útil razonable de la herramienta. Las tasas de producción se ven afectadas de manera directa por la maquinabilidad. Es difícil definir propiedades susceptibles de ser cuantificadas en relación a maquinabilidad, por tanto ésta se reporta, por lo general, en términos comparativos, al desempeño o rendimiento de un material particular tomado como estándar.

## Resistencia al impacto

Las partes que están sujetas a cargas, choques o impactos que se aplican en forma repentina requieren de valores altos en cuanto a resistencia al impacto. Una medida de dureza, la *resistencia al impacto*, se mide sometiendo una muestra ranurada a un dispositivo que golpea y se mueve con rapidez y tiene una masa relativamente alta. La muestra absorbe energía del dispositivo que golpea cuando sobreviene la fractura, y la cantidad de energía que absorbe se reporta como la resistencia al impacto. Los dos métodos que más se utilizan para medir la resistencia al impacto son las pruebas de Charpy y la de Izod.

## Resistencia a la fatiga y resistencia por durabilidad

Las partes sujetas a aplicaciones sucesivas de cargas o a condiciones que generan tensión, que varían con el tiempo a lo largo de varios miles o millones de ciclos, fallan como consecuencia del fenómeno que se conoce como *fatiga*. Los materiales se prueban sometidos a la acción de cargas cíclicas controladas para determinar su capacidad de resistir tales cargas sucesivas o repetitivas. La información resultante se reporta como *resistencia a la fatiga*, a la cual también se le asigna el nombre de *resistencia por durabilidad* del material. Remítase al capítulo 5.

## Propiedades físicas

Aquí analizaremos densidad, coeficiente de expansión térmica, conductividad térmica y resistividad eléctrica.

### Densidad

La densidad se define como la masa por unidad de volumen del material. Sus unidades comunes son  $\text{kg/m}^3$  en el sistema de unidades SI y  $\text{lb/pul}^3$  en el sistema británico de unidades, donde la unidad libra se toma como libras/masa.

### Coeficiente de dilatación térmica

El *coeficiente de dilatación térmica* es una medida del cambio en longitud en un material que es sometido a un cambio de temperatura. Se define por la relación

$$\alpha = \frac{\text{Cambio de longitud}}{L_o(\Delta T)} = \frac{\text{Tirantez}}{(\Delta T)} = \frac{\epsilon}{(\Delta T)}$$

donde  $L_o$  es la longitud original y  $\Delta T$  el cambio de temperatura. Virtualmente, todos los metales y plásticos se dilatan conforme se incrementa la temperatura. No obstante, cada material se dilata en diferente grado. Para máquinas y estructuras que contienen partes hechas con más de un material, los diversos grados de dilatación pueden tener un efecto significativo en el desempeño del ensamble y en las tensiones que se generan.

### Conductividad térmica

*Conductividad térmica* es aquella propiedad de un material que indica su capacidad para transferir calor. Donde los elementos de maquinaria operan en ambientes cálidos o se genera una cantidad significativa de calor a nivel interno, la capacidad de los elementos o de la carcasa de la máquina para transferir calor a un lugar distante puede afectar el rendimiento de la máquina. Por ejemplo, los reductores de velocidad con mecanismo de tornillo sinfín y rueda helicoidal casi siempre generan calor por fricción debido al contacto de frotamiento entre el mecanismo de tornillo sinfín y los dientes de los engranes. Si no se transmite de manera adecuada, el calor provoca que el lubricante pierda efectividad, lo que permite un desgaste acelerado de los dientes de los engranes.

### Resistividad eléctrica

Para elementos de maquinaria que conducen electricidad mientras transportan cargas, la resistividad eléctrica del material es tan importante como su resistencia. La *resistividad eléctrica* es una medida de la resistencia que ofrece un espesor específico del material y se mide en ohms por centímetros ( $\Omega \cdot \text{cm}$ ). La *conductividad eléctrica*, una medida de la capacidad del material para conducir corriente eléctrica, se usa a veces en lugar de resistividad. Se reporta, con frecuencia, como la conductividad de un material de referencia, por lo general el *International Annealed Copper Standard* (Estándar Internacional de Cobre Recocido).

## 2-3 ACERO AL CARBÓN Y ACERO CON ALEACIONES

El acero es quizá el material que más se utiliza en elementos de maquinaria debido a sus propiedades de alta resistencia, extrema rigidez, durabilidad y relativa facilidad para fabricarlo. En el mercado se dispone de muchos tipos de acero y su clasificación no es precisa. En esta sección se hará un análisis de los métodos que se emplean para designar los aceros y describir aquellos tipos que se utilizan con más frecuencia.

El término *acero* se refiere a una aleación de hierro, carbón, manganeso y uno o más elementos significativos. El carbón surte un efecto considerable en la resistencia, dureza y ductilidad de cualquier acero con aleaciones. Los otros elementos afectan su capacidad de

endurecimiento, su dureza, resistencia a la corrosión, maquinabilidad y conservación de la resistencia a altas temperaturas. Los elementos principales de aleación presentes en los distintos tipos de aceros con aleaciones son el azufre, fósforo, silicio, níquel, cromo, molibdeno y vanadio.

## Sistemas de designación

Tres organizaciones nacionales, el American Iron and Steel Institute, AISI (Instituto Estadounidense del Hierro y el Acero), la Society of Automotive Engineers, SAE (Sociedad Estadounidense de Ingenieros Automotrices) y la American Society for Testing and Materials, ASTM (Sociedad Estadounidense de Pruebas y Materiales), han desarrollado sistemas uniformes para designar los aceros que se emplean en aplicaciones estructurales y de maquinaria.

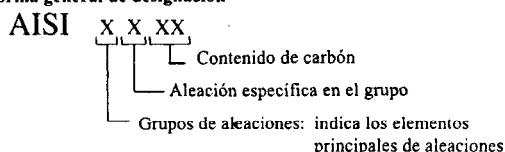
Para la mayor parte de los aceros al carbón y con aleaciones, los sistemas AISI y SAE utilizan designaciones de cuatro dígitos en las que los últimos dos dígitos indican la cantidad de carbón que contiene el acero, y los dos primeros señalan el grupo específico de la aleación, que identifica los elementos de aleación más importantes distintos al carbón. La figura 2-6 ilustra el sistema. La tabla 2-1 identifica los grupos de aleación.

## Importancia del carbón

Si bien la mayor parte de las aleaciones de acero contienen menos de 1.0% de carbón, se incluye en la designación debido a su efecto en las propiedades del acero. Como lo ilustra la figura 2-6, los últimos dos dígitos indican el contenido de carbón en centésimas de un porcentaje. Por ejemplo, cuando los últimos dos dígitos son 20, la aleación incluye aproximadamente 0.20% de carbón. Es permisible cierta variación. El contenido de carbón en un acero con *20 puntos de carbón* varía entre 0.18% y 0.23%.

Conforme se incrementa el contenido de carbón, también aumentan la resistencia y la dureza bajo las mismas condiciones de procesamiento y tratamiento térmico. Como la ductilidad

### Forma general de designación



### Ejemplos

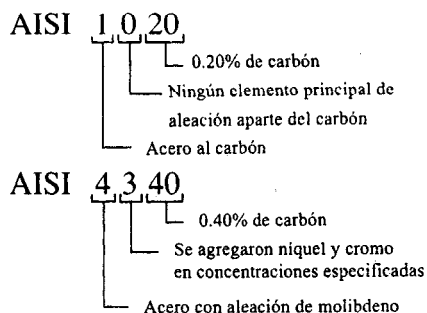


Figura 2-6 Sistema de designación del acero

Tabla 2—1 Grupos de aleaciones en el sistema de numeración AISI

10xx	Acero puro al carbón: sin elemento significativo de aleación excepto carbón y manganeso; menos de 1.0% de manganeso. También se le da el nombre de <i>no resulfurizado</i> .
11xx	Acero para corte libre: resulfurizado. El contenido de azufre (por lo regular 0.10%) mejora la maquinabilidad.
12xx	Acero para corte libre: resulfurizado y refosforizado. La presencia de mayor cantidad de azufre y fósforo mejora la maquinabilidad y el acabado de la superficie.
12Lxx	Acero para corte libre: el plomo que se agrega al acero 12xx mejora la maquinabilidad.
13xx	Acero con manganeso: no resulfurizado. La presencia de 1.75% de manganeso aproximadamente mejora la susceptibilidad a ser endurecido.
15xx	Acero al carbón: no resulfurizado; más de 1.0% de manganeso.
23xx	Acero con níquel: nominalmente 3.5% de níquel
25xx	Acero con níquel: nominalmente 5.0% de níquel
31xx	Acero con níquel y cromo: nominalmente 1.25% de níquel (Ni); 0.65% de cromo (Cr).
33xx	Acero con níquel y cromo: nominalmente 3.5% de Ni; 1.5% de Cr.
40xx	Acero con molibdeno (Mo): 0.25% de Mo.
41xx	Acero con cromo y molibdeno: 0.95% de Cr; 0.2% de Mo.
43xx	Acero con níquel, cromo y molibdeno: 1.8% de Ni; 0.5% o 0.8% de Cr; 0.25% de Mo.
44xx	Acero con molibdeno: 0.5% de Mo.
46xx	Acero con níquel y molibdeno: 1.8% de Ni; 0.25% de Mo.
48xx	Acero con níquel y molibdeno: 3.5% de Ni; 0.25 de Mo.
5xxx	Acero con cromo: 0.4% de Cr.
51xx	Acero con cromo: nominalmente 0.8% de Cr.
51100	Acero con cromo: nominalmente 1.0% de Cr; el acero contiene 1.0% de carbón (C)
52100	Acero con cromo: nominalmente 1.45% de Cr; el acero contiene 1.0% de carbón (C).
61xx	Acero con cromo y vanadio (V): 0.50% a 1.10% de Cr; 0.15 de V.
86xx	Acero con níquel cromo y molibdeno: 0.55 de Ni; 0.5% de Cr; 0.20% de Mo.
87xx	Acero con níquel cromo y molibdeno: 0.55 de Ni; 0.5% de Cr; 0.25% de Mo.
92xx	Acero con silicio: 2.0% de silicio.
93xx	Acero con níquel, cromo y molibdeno: 3.25% de Ni; 1.2% de Cr; 0.12% de Mo.

disminuye según aumenta el contenido de carbón, seleccionar un acero adecuado implica cierto compromiso entre resistencia y ductilidad.

En un esquema general de clasificación, un *acero al bajo carbón* es el que tiene menos de 30 puntos de carbón (0.30%). Estos aceros tienen relativamente poca resistencia pero buena capacidad para darles forma. En aplicaciones de elementos de maquinaria donde no se requiere una alta resistencia, a menudo se especifican los aceros al bajo carbón. Si el desgaste representa un problema potencial, los aceros al bajo carbón se pueden carburizar (se analiza en la sección 2-4) para incrementar el contenido de carbón en la superficie externa del elemento y mejorar la combinación de propiedades.

Los *aceros al carbón medio* contienen de 30 a 50 puntos de carbono (0.30% a 0.50%). La mayor parte de los elementos de maquinaria que tienen especificaciones de resistencia entre alta y moderada con condiciones de ductilidad satisfactorias y especificaciones de dureza moderada provienen de este grupo.

Los *aceros al alto carbón* tienen entre 50 y 95 puntos de carbón (0.50% a 0.95%). El alto contenido de carbón proporciona mejores propiedades en cuanto a desgaste que son adecuadas para aplicaciones que requieren bordes cortantes durables y aquellas en las que las superficies se someten a desgaste constante. Cuchillos, navajas, formones o buriles y muchos componentes para implementos agrícolas se fabrican con alto contenido de carbón.

Nominalmente, un *acero para cojinetes* contiene 1.0% de carbón. Los grados comunes son 50100, 51100 y 52100; la designación común de cuatro dígitos se sustituye por cinco dígitos, lo cual indica 100 puntos de carbón.

## Grupos de aleaciones

Como se indica en la tabla 2-1, el azufre, el fósforo y el plomo mejoran la maquinabilidad de los aceros y se añaden en cantidades significativas a los grados 11xx, 12xx y 12Lxx. Estos grados se emplean para tornillos de partes de maquinaria que requieren de altas tasas de producción donde las partes resultantes no son sometidas a condiciones de mucha tensión o desgaste. En las otras aleaciones, estos elementos se controlan a un nivel muy bajo debido a sus efectos adversos, como una mayor fragilidad.

El níquel mejora la fortaleza, la capacidad de endurecimiento y la resistencia a la corrosión del acero y se incluye en la mayor parte de los aceros con aleaciones. El cromo mejora la capacidad de endurecimiento, la resistencia al desgaste y las raspaduras y a las temperaturas elevadas. En

**Tabla 2-2 Uso de algunos aceros**

Número AISI	Aplicaciones
1015	Partes de metal laminado; partes maquinadas (pueden ser carburizadas)
1030	Partes en forma de barra para uso general, palancas o manijas, eslabones o uniones, cuñas de unión
1045	Flechas o ejes, engranes
1080	Piezas para equipo agrícola (rejas, discos, dientes de rastrillos, dientes de podadoras de césped) que se someten a fricción; resortes.
1112	Piezas de tornillos para máquinas.
4140	Engranes, flechas o ejes, piezas forjadas.
4340	Engranes o ejes, piezas que requieren de un buen endurecimiento directo.
4640	Engranes, flechas o ejes, levas.
5150	Flechas o ejes para trabajo pesado, resortes, engranes.
52100	Pistas de rodamiento, bolas y baleros (acero para cojinetes)
6150	Engranes, piezas forjadas, flechas o ejes, resortes
8650	Engranes, flechas o ejes
9260	Resortes

altas concentraciones, el cromo proporciona una resistencia significativa a la corrosión, como se analizó en la sección que corresponde a los aceros inoxidable. El molibdeno, a su vez, mejora la capacidad de endurecimiento y la resistencia a altas temperaturas.

La tabla 2-2, presenta una lista de algunos aceros comunes y de sus aplicaciones típicas.

El acero que se selecciona para una aplicación particular debe ser económico y proporcionar propiedades óptimas en relación a resistencia, ductilidad, fortaleza, maquinabilidad y capacidad para darle forma. Debe consultarse con frecuencia a especialistas en metalurgia, ingenieros de fabricación y expertos en tratamiento térmico.

## 2-4 CONDICIONES PARA ACEROS Y TRATAMIENTO TÉRMICO

Las propiedades finales de los aceros se ven afectadas de manera sorprendente por la forma en que se fabrican. Algunos procesos implican trabajo mecánico, por ejemplo, el rolado para darle una forma específica o el templeado o estiramiento por medio de troqueles o dados. En el diseño de máquinas, muchos elementos en forma de barra, flechas o ejes, alambre y elementos estructurales se fabrican de esa manera. No obstante, la mayor parte de los elementos de máquinas, en especial las que soportan cargas de magnitud considerable, reciben tratamiento térmico para generar una alta resistencia con ductilidad y fortaleza aceptables.

Las barras de acero al carbón y los formas laminadas por lo regular se obtienen en la *condición en que se rolan*; esto es, se rolan a una temperatura elevada que facilita el proceso de rolado. Este también se puede hacer en frío para mejorar la resistencia y el acabado de la superficie. Las barras que se someten a estiramiento en frío y el alambre tienen la resistencia más alta entre las formas trabajadas, aunado a un acabado superficial muy bueno. Sin embargo, cuando a un material se le asigna la designación *condición en que se rola*, se debe suponer que se roló en caliente.

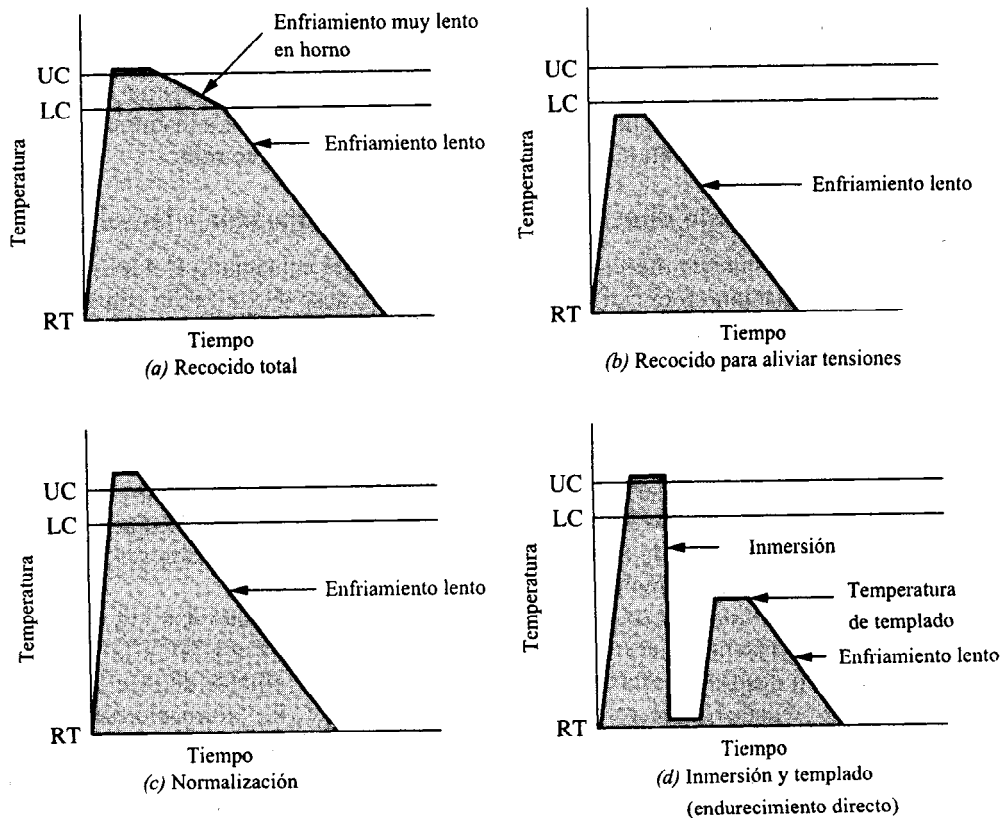
### Tratamiento térmico

*Tratamiento térmico* es el proceso en el que el acero se somete a la acción de temperaturas elevadas para modificar sus propiedades. De los distintos procesos disponibles, aquellos que más se emplean en aceros para máquinas son el recocido, la normalización, el endurecimiento directo (enfriamiento por inmersión y temple) y el endurecimiento superficial.

La figura 2-7 muestra los ciclos temperatura-tiempo para estos procesos de tratamiento térmico. El símbolo RT indica temperatura ambiente normal, y LC hace referencia a la temperatura crítica mínima o inferior a la cual se inicia la transformación de ferrita en austenita durante el calentamiento del acero. A la temperatura crítica superior o máxima (UC), la transformación es total. Estas temperaturas varían con la composición del acero. Para la mayor parte de los aceros al carbón medio (entre 0.30% y 60% de carbón), UC es 1,500°F (822°C) aproximadamente. Es necesario consultar fuentes de referencia que proporcionan información detallada relativa a procesos de tratamiento térmico.

### Recocido

El *recocido total* [figura 2-7(a)] se lleva a cabo calentando el acero por arriba de su temperatura crítica superior y conservándolo así hasta que la composición es uniforme. Después, el acero



Nota:

RT = temperatura ambiente

LC = temperatura crítica inferior o mínima

UC = temperatura crítica superior o máxima

**Figura 2-7 Tratamientos térmicos para acero**

se calienta muy despacio en el horno hasta alcanzar una temperatura por abajo de la crítica mínima o inferior. El proceso se completa con el enfriado lento a temperatura ambiente fuera del horno. Este tratamiento da por resultado una forma blanda, poco resistente del material, libre de tensiones significativas a nivel interno. A menudo, las partes se maquinan o se les da forma en frío en la condición de recocido.

El *recocido para aliviar tensiones* [figura 2-7(b)] se utiliza con frecuencia después de soldar, maquinar o dar forma en frío para mitigar las tensiones residuales y minimizar así distorsiones subsecuentes. El acero se calienta a entre 1,000°F y 1,200°F (540 a 650°C), esta temperaturas se mantienen para lograr uniformidad; después se enfría lentamente al aire libre y temperatura ambiente.

## Normalización

La *normalización* [figura 2-7(c)] se realiza en forma similar al recocido, pero a mayor temperatura, por arriba del rango de transformación en el que se forma la austenita, 1,600°F (870°C) aproximadamente. El resultado es una estructura interna en el acero y, en alguna medida, mayor resistencia que lo que produce el recocido. La maquinabilidad y la fortaleza por lo regular se mejoran a lo largo de la condición en que se roló.

## Endurecimiento directo —enfriamiento por inmersión y temple

El *endurecimiento directo* [figura 2-7(d)] se logra calentando el acero por arriba del rango de transformación en el cual se forma austenita y después se enfría con rapidez en un medio de *inmersión*. El enfriamiento rápido provoca que se forme martensita, una forma dura y resistente del acero. El grado en que se forma martensita depende de la composición de la aleación. Una aleación que contiene un 80% de su estructura en la forma de martensita a lo largo de toda su sección transversal tiene una *alta capacidad de endurecimiento*. Esta es una propiedad importante que se debe buscar cuando se seleccione un acero que requiera gran resistencia y dureza. Los medios de inmersión comunes son agua, salmuera, y aceites minerales especiales. La elección de un medio de inmersión depende de la velocidad a la que debe proceder el proceso de enfriamiento. En la mayor parte de los aceros para maquinaria se utiliza inmersión en aceite o en agua indistintamente.

El *templado* por lo general se lleva a cabo de inmediato una vez concluida la inmersión e implica recalentar el acero a una temperatura de entre 400° y 1,300°F (200 a 700°C) para después enfriarlo despacio hasta que alcance la temperatura ambiente de nuevo. Este proceso modifica las propiedades del acero: la resistencia a la tracción y a la deformación se incrementan en función de la temperatura del templado, en tanto se mejora la ductilidad, como lo indica un incremento en la elongación porcentual. Por tanto, el responsable del diseño estará en posibilidad de adaptar las propiedades del acero para satisfacer especificaciones particulares. Es más, el acero en la condición en que se hace la inmersión tiene tensiones internas considerables y por lo general es muy quebradizo o frágil. Por lo regular, las partes para maquinaria deben templarse a 700°F (370°C) o más después de la inmersión.

Para ilustrar los efectos del templado en las propiedades del acero, varias tablas que forman parte del apéndice A-4 muestran gráficas de resistencia contra temperatura de templado. En estas tablas se incluyen resistencia a la tracción, punto de deformación, elongación porcentual, porcentaje de reducción de área y el número HB que corresponde a dureza, todos ellos graficados en relación a temperatura de templado. Observe las diferencias en las formas de las curvas y los valores absolutos de temperatura y dureza cuando se compara el acero al carbón puro AISI 1040 con el acero con aleación AISI 4340. Si bien ambos tienen el mismo contenido nominal de carbón, el acero con aleación alcanza una dureza y una resistencia mucho mayores. Observe asimismo la dureza, según se hace la inmersión, en la parte superior derecha del encabezado de las tablas; esta indica el grado en el cual se puede endurecer una aleación en particular. Cuando se utilizan los procesos de endurecimiento que se describen a continuación, la dureza cobra mucha importancia, según se hace la inmersión.

El apéndice A-3 muestra una lista de la variedad de propiedades que se pueden esperar en aceros al carbón y con aleaciones de grado diverso. La lista de las aleaciones incluye sus condiciones y número AISI. Para las condiciones de tratamiento térmico, la designación indica,



por ejemplo, AISI 4340 OQT 1000, lo cual indica que la aleación se sometió a inmersión en aceite y se templó a 1,000°F. Expresar las propiedades entre temperaturas de templado de 400°F y 1,300°F indica los puntos extremos del rango posible de propiedades que se pueden esperar para esa aleación. Para especificar una resistencia entre esos límites, consulte gráficas como las que se muestran en el apéndice A-4 o determine el proceso de tratamiento térmico que se requiera con un especialista. Para propósitos de especificación de materiales en este libro, es suficiente una interpolación general entre los valores que se mencionan.

### Endurecimiento superficial

En muchos casos, la parte en bruto requiere solo una resistencia moderada aunque la superficie debe ser muy dura. En dientes de engranes, por ejemplo, es necesaria una alta resistencia superficial para soportar el desgaste conforme los dientes que componen la contraparte entran en contacto varios millones de veces durante la vida útil que se espera de los engranes. En cada contacto, se desarrolla una tensión de magnitud considerable en la superficie de los dientes. Para aplicaciones como esta, se utiliza el *endurecimiento superficial*; a la *superficie* del elemento se le confiere una alta dureza hasta una profundidad de quizá 0.010 a 0.040" (0.25 a 1.00 mm), aunque el interior del elemento (el *núcleo*) sólo sufre efectos mínimos si acaso. La ventaja del endurecimiento superficial consiste en que, a medida que a la superficie se le confiere la dureza necesaria para que resista el desgaste, el núcleo de la pieza permanece en una forma más dúctil, resistente al impacto y la fatiga. Los procesos que se utilizan más a menudo para el endurecimiento superficial son por flama, por inducción, carburización, nitrurización, cianurización y carbonitrurización.

La figura 2.8 muestra un dibujo de sección típica de dientes de engranes endurecidos en forma superficial en la que aparece la superficie dura que rodea al núcleo más blando y dúctil. El endurecimiento superficial se emplea en aplicaciones que requieren una alta resistencia al desgaste y a las rayaduras en condiciones de servicio normales (dientes de engranes, ruedas de grúas, poleas acanaladas para cables o sogas y flechas o ejes para trabajo pesado).

### Endurecimiento por flama y endurecimiento por inducción

Los procesos de endurecimiento por flama y de endurecimiento por inducción implican el calentamiento rápido de la superficie de la pieza durante un lapso limitado de manera que una pequeña profundidad del material que se controla llegue al rango de transformación. Al

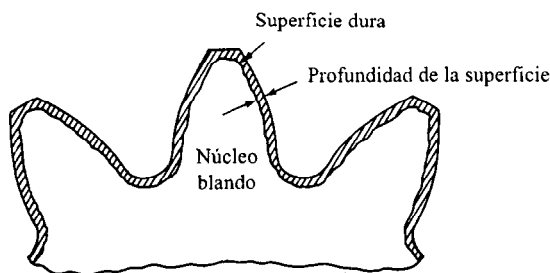


Figura 2-8 Sección de diente de engrane endurecido en la superficie



someterla a inmersión de inmediato, sólo esa parte que se encuentra por arriba del rango de transformación producirá el nivel elevado de martensita que se requiere para la alta dureza.

En el *endurecimiento por flama* se utiliza una flama concentrada que incide en un área localizada a lo largo de un periodo que se controla para calentar el elemento, a continuación se hace la inmersión en una pileta o por medio de una corriente de agua o flujo de aceite. El *endurecimiento por inducción* es un proceso en el cual la pieza es rodeada por una bobina por la que pasa una corriente eléctrica de alta frecuencia. Como consecuencia de la conductividad eléctrica del acero, la corriente es *inducida* sobre todo cerca de la superficie de la pieza. La resistencia del material al flujo de corriente da por resultado un efecto de calentamiento. El control sobre la energía eléctrica así como de la frecuencia del sistema de inducción y del tiempo de exposición determina la profundidad a la que el material alcanza la temperatura de transformación. La inmersión rápida subsecuente al calentamiento endurece la superficie.

Es necesario hacer notar que, para que el endurecimiento por flama o por inducción sean efectivos el material debe tener una buena capacidad para ser endurecido. El objetivo del endurecimiento superficial, por lo general, es generar una dureza dentro del rango de dureza Rockwell C entre HRC 55 y 60 (dureza Brinell, HB, aproximada de entre 550 y 650). Por tanto, el material debe ser susceptible de endurecerse al nivel que se desea. Los aceros al carbón y con aleaciones con menos de 30 puntos en cuanto a contenido de carbón casi nunca son capaces de satisfacer esta especificación. Por consiguiente, los aceros con aleaciones que tienen 40 o más puntos de contenido de carbón son a los que por lo común se les aplica endurecimiento por flama o por inducción.

### **Carburización, nitrurización, cianurización y carbonitrurización**

Los casos que restan de endurecimiento superficial, carburización, nitrurización, cianurización y carbonitrurización, en realidad alteran la composición de la superficie del material exponiéndola a la acción de gases que contienen carbón, líquidos o sólidos a altas temperaturas que producen carbón y lo difunden en la superficie de la pieza. La concentración y la penetración del carbón dependen de la naturaleza del material que contiene carbón y del tiempo de exposición. La nitrurización y la carburización casi siempre dan por resultado superficies delgadas muy duras que son buenas para la resistencia al desgaste en general. Donde se requiere gran capacidad para soportar cargas además de resistencia al desgaste, como ocurre con los dientes de engranes, se prefiere la carburización debido a la superficie de mayor espesor.

Se fabrican numerosos aceros como grados de carburización. Entre ellos 1015, 1020, 1022, 1117, 1118, 4118, 4320, 4620, 4820 y 8620. El apéndice A-5 incluye una lista de las propiedades que se espera tengan estos aceros carburizados. Nótese que cuando se evalúe un material para utilizarlo que las propiedades principales determinan su capacidad para soportar las tensiones que se estén generando, y la dureza superficial indica su resistencia al desgaste. Si se realiza en forma correcta, la carburización producirá, virtualmente sin excepción, una dureza superficial entre HRC 55 y 64 (dureza Rockwell C) o HB 550 a 700 en lo que hace a dureza Brinell.

La carburización tiene numerosas variantes que le permiten al responsable del diseño adaptar las propiedades con el fin de satisfacer especificaciones particulares. La exposición a atmósfera de carbón que se lleva a efecto a una temperatura aproximada de 1,700°F (920°C) casi siempre requiere de ocho horas. Con la inmersión sucesiva de manera inmediata se logra máxima resistencia si bien la superficie es, en alguna medida, quebradiza o frágil. En condiciones normales, se permite que una pieza se enfríe despacio una vez que se somete a carburización. Es

entonces cuando se calienta de nuevo a 1,500°F (815°C) para después realizar la inmersión. A ello le sigue un templado a temperatura baja relativamente, de 300° o 450°F (150° o 230°C), para aliviar las tensiones que se inducen como consecuencia de la inmersión. Como se observa en el apéndice A-5, una temperatura muy alta de templado disminuye la resistencia del núcleo y la dureza superficial en forma mínima, pero mejora, en términos generales, la fortaleza de la pieza. El proceso que recién se explicó es *inmersión única y templado*.

Cuando un elemento se somete a inmersión en aceite y se temple a 450°F, por ejemplo, la condición se denomina *endurecimiento superficial por carburización, SOQT 450*. Calentar después de la primera inmersión y hacer una nueva inmersión afina aún más las condiciones superficiales y las del núcleo; este proceso se denomina *endurecimiento superficial por carburización, DOQT 450*. Estas son las condiciones que se incluyen en la lista del apéndice A-5.

## 2-5 ACEROS INOXIDABLES

El término *acero inoxidable* caracteriza al alto nivel de resistencia a la corrosión que ofrecen las aleaciones en este grupo. Para ser clasificada como acero inoxidable, la aleación debe tener al menos 10% de contenido de cromo. En su mayor parte tienen entre 12 y 18% de cromo.

La AISI designa a casi todos los aceros inoxidables por sus series 200, 300 y 400. Otro sistema de designación es el *Unified Numbering System*, UNS (Sistema Unificado de Numeración) que desarrollaron la SAE y la ASTM. En el apéndice A-6, se incluye una lista de las propiedades de numerosos grados, y proporciona ambas designaciones.

Los tres grupos principales de aceros inoxidables son el austenítico, el ferroso y el martensítico. Los aceros *austeníticos* caen dentro de las series AISI 200 y 300. Son grados de uso general cuya resistencia es moderada. En su mayor parte no son susceptibles de tratamiento térmico y sus propiedades finales se determinan por el grado en que se trabajan, el temple resultante se indica como  $\frac{1}{4}$  de dureza,  $\frac{1}{2}$  de dureza,  $\frac{3}{4}$  de dureza y totalmente duro. Estas aleaciones son amagnéticas y por lo general se emplean en equipo para procesar alimentos.

Los *aceros inoxidables ferrosos* pertenecen a la serie AISI 400. Se designan como 405, 409, 430, 446 y demás. Son magnéticos y su rendimiento es bueno a temperaturas elevadas, de entre 1,300° y 1,900°F (700° a 1,040°C), dependiendo de la aleación. No son susceptibles al tratamiento térmico pero se pueden trabajar en frío para mejorar sus propiedades. Entre sus aplicaciones típicas se incluye tubería para intercambio de calor, equipo para refinar petróleo, acabados automotrices, partes para hornos y equipo químico.

Los *aceros inoxidables martensíticos* integran también la serie AISI 400, incluso los tipos 403, 410, 414, 416, 420, 431 y 440. Son magnéticos, susceptible de tratamiento térmico, y tienen mayor resistencia que los de la series 200 y 300, aunque conservan una fortaleza satisfactoria. Entre sus usos típicos se incluye partes para motores a turbina, cuchillería, tijeras, partes para bombas, piezas para válvulas, instrumentos quirúrgicos, acabados para aviones y equipo marino.

Existen muchos otros grados de aceros inoxidables, gran parte de los cuales están patentados por fabricantes particulares. Un grupo que se utiliza para aplicaciones de alta resistencia en las industrias aeroespacial, marina y de vehículos es el del tipo de endurecimiento por precipitación. Desarrollan resistencias muy altas con tratamientos térmicos a temperaturas, hasta cierto punto, bajas de 900° a 1,150°F (480° a 620°C). Esta característica contribuye a minimizar la distorsión durante el tratamiento. Los aceros inoxidables 17-4PH, 15-5PH, 17-7PH, PH15-7Mo y AMS362 son algunos ejemplos.

## 2-6 ACERO ESTRUCTURAL

Casi todos los aceros estructurales se designan por medio de números ASTM que estableció la *American Society for Testing and Materials* (Asociación Estadounidense para Pruebas y Materiales). El grado que más se conoce es el ASTM A36, el cual tiene un punto mínimo de deformación de 36,000 psi (248 MPa) y es en extremo dúctil. Básicamente, es un acero al bajo carbón, rolando en frío, disponible en el mercado en forma de lámina, placa, barra y estructural así como vigas de reborde ancho, vigas de estándar estadounidense, canales o perfiles y ángulos. Las propiedades geométricas de cada una de estas secciones se muestran, como parte de una lista, en el apéndice A-16.

Otros aceros estructurales estándar son el ASTM A283, A284 y A285, los cuales tienen puntos de deformación dentro del rango de 21,000 a 33,000 psi, se fabrican casi siempre en forma de lámina y placa.

En el mercado se dispone de muchos grados de aceros inoxidables estructurales de mayor resistencia para utilizarse en la construcción y aplicaciones vehiculares y de maquinaria. Permiten contar con puntos de deformación dentro del rango de 42,000 a 100,000 psi (290 a 700 MPa). Algunos de estos grados, a los que se hace mención como aceros de alta resistencia, de baja aleación (HSLA), son ASTM A242, A440, A441, A514, A572, A588 y A607.

El apéndice A-7 incluye una lista de las propiedades de numerosos aceros estructurales.

## 2-7 HIERRO FUNDIDO

Engranajes de gran tamaño, estructuras para máquinas, abrazaderas, partes de enlace o empalme y otras piezas de maquinaria importantes se fabrican a partir de hierro fundido. Los distintos tipos de grados disponibles en el mercado abarcan gran variedad en cuanto a resistencia, ductilidad, maquinabilidad y resistencia al desgaste que resultan atractivos en muchas aplicaciones. Los tres tipos de hierro fundido que más se utilizan son hierro dulce, hierro dúctil y hierro maleable. El apéndice A-8 presenta una lista de las propiedades de numerosos hierros fundidos.

El *hierro dulce* está disponible en el mercado en grados que tienen resistencias a la tracción que varían entre 20,000 y 60,000 psi (138 a 414 MPa). Su resistencia máxima a la compresión es mucho más alta, de tres a cinco veces más que su resistencia a la tracción. Una desventaja del hierro dulce es que es quebradizo y por tanto no debe utilizarse en aplicaciones en las cuales es probable que haya carga de impacto. Sin embargo, tiene excelente resistencia al desgaste, es relativamente fácil de maquinar, tiene buena capacidad para amortiguar la vibración y es susceptible de endurecimiento superficial. Sus aplicaciones incluyen bloques de motores, engranes, partes de frenos, y bases para máquinas. Los hierros dulces se clasifican por medio de la especificación ASTM A48-83 en clases, 20, 25, 30, 40, 50 y 60, donde el número se refiere a la resistencia mínima a la tracción en Kips/pulg.<sup>2</sup> (Ksi). Por ejemplo, el hierro dulce clase 40 tiene una resistencia mínima a la tracción de 40 Ksi o 40,000 psi (276 MPa). Como es quebradizo, o frágil, el hierro dulce no manifiesta la propiedad de resistencia a la deformación.

Los *hierros dúctiles* son más resistentes que los hierros dulces y, como su nombre indica, son más dúctiles. Empero, su ductilidad es aún mucho más baja que la de los aceros típicos. Una designación de grado que consta de tres partes se utiliza para el hierro dúctil en la especificación ASTM A536-84. El primer número se refiere a la resistencia a la cedencia en Ksi, el segundo es la resistencia a la tracción en Ksi, y el tercero es la elongación porcentual aproximada. Por

ejemplo, el grado 80-55-06 tiene una resistencia a la tracción de 80 Ksi (552 MPa), una resistencia a la deformación de 55 Ksi (379 MPa) y una elongación de 6% en 2.00". Las partes fundidas que tienen mayor resistencia, como cigüeñales y engranes, se fabrican con hierro dúctil.

El *hierro maleable* es un grupo de hierros fundidos susceptibles de tratamiento térmico con resistencia entre moderada y alta, un módulo de elasticidad (rigidez) alto, buena maquinabilidad y buena resistencia al desgaste. En general, la designación que consta de cinco dígitos indica la resistencia a la deformación y la elongación porcentual que se espera en el hierro. Por ejemplo, el grado 40010 tiene una resistencia a la deformación de 40 Ksi (276 MPa) y 10% de elongación. Las propiedades relativas a resistencia que se incluyen en la lista del apéndice A-8 corresponden a la condición en la que no existe tratamiento térmico. Las resistencias más altas serán resultado del tratamiento térmico.

## 2-8 METALES EN POLVO

Fabricar partes con formas intrincadas por medio de la metalurgia de polvos puede eliminar algunas veces la necesidad del maquinado extensivo. Se dispone de metales en polvo de distinta formulación cuyas propiedades se aproximan a las de la forma forjada del metal. El procesamiento implica la preparación previa de una forma de compactar el polvo en un troquel que es sometido a altas temperaturas. El paso siguiente consiste en sinterizar a alta temperatura para fundir el polvo en forma de masa uniforme. En ocasiones se recurre a la repesurización para mejorar las propiedades o la precisión de la pieza en lo que hace a dimensiones. Las partes típicas que se fabrican por medio de procesos de metalurgia de polvos (PM, del inglés powder metallurgy) son engranes, segmentos de engranes, levas, excéntricas y distintas partes de máquinas que tienen orificios o proyección cuya forma es poco común. Son típicas las tolerancias, en cuanto a dimensiones, de 0.001 a 0.005" (0.025 a 0.125 mm). Una de las desventajas de los elementos o partes de PM es que por lo regular son quebradizas y no deben utilizarse en aplicaciones donde se espera exista carga de impacto. Otra aplicación importante se da en los cojinetes sinterizados, los cuales se fabrican a una densidad baja relativamente, con la consecuente alta porosidad. El cojinete se impregna con un lubricante que

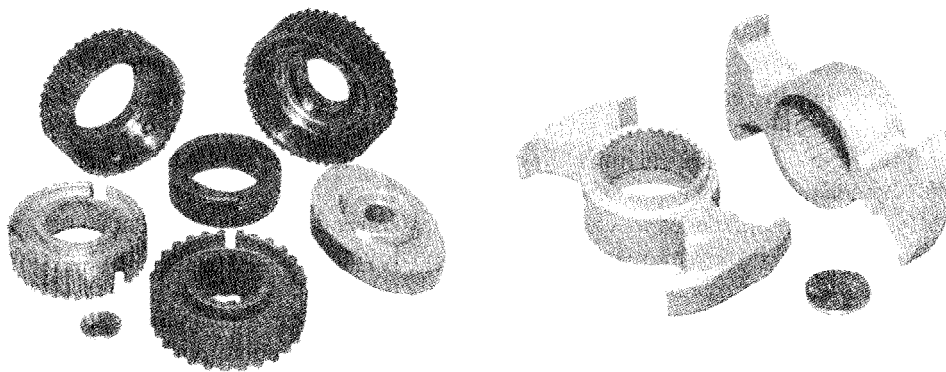


Figura 2-9 Ejemplos de componentes de metal en polvo. (Imperial Clevite Inc., División de Productos de Metal en Polvo, Salem, Indiana.)

quizá sea suficiente para la vida útil de la pieza. Este tipo de material se analiza con más detalle en el capítulo 14.

Los fabricantes de metales en polvo tienen muchas fórmulas y grados patentados. Sin embargo, la *Metal Powder Industries Federation* (MPIF) (Federación de la Industria de Metales en Polvo) promueve la estandarización de los materiales. La figura 2.9 muestra fotografías de algunas piezas que se fabrican con metal en polvo y la tabla del apéndice A-9 presenta una lista de propiedades de algunos metales en polvo.

## 2-9 ACEROS Y CARBUROS PARA HERRAMIENTAS

Cuando se requiere que una pieza tenga bordes cortantes o filosos, alta resistencia al desgaste, o ambas características, es posible seleccionar uno de los numerosos aceros para herramientas o carburos. La tabla 2-3 incluye una lista de las propiedades y aplicaciones generales de los aceros para herramientas que más se conocen.

## 2-10 ALUMINIO

El aluminio se utiliza en forma muy difundida en aplicaciones estructurales y mecánicas. Entre las principales de sus interesantes propiedades están la ligereza, una buena resistencia a la corrosión, facilidad relativa para darle forma y maquinarlo y lo atractivo de su aspecto. Su densidad equivale aproximadamente a una tercera parte de la del acero. Sin embargo, su resistencia es, a su vez, un tanto menor.

En las designaciones estándar para las aleaciones de aluminio que integran la lista de la *Aluminum Association* (Asociación del Aluminio) de Estados Unidos, se emplea un sistema de cuatro dígitos. El primer dígito indica el tipo de aleación de acuerdo con el elemento más importante en ella. La tabla 2-4 muestra una lista de los grupos de aleaciones que más se utilizan. El segundo, si es distinto de cero (0) señala modificaciones de otra aleación o límites que se establecen respecto a impurezas en la aleación. La presencia de impurezas es en particular importante en el caso de los conductores eléctricos. Dentro de cada grupo existen diversas aleaciones específicas, que se indican por medio de los dos últimos dígitos que componen la designación.

La tabla 2-5 se integra con una lista de algunas aleaciones comunes, junto con las formas en que, por lo general, se fabrican en algunas de sus aplicaciones más importantes. La lista de la tabla incluye además varias de las 50 o más aleaciones disponibles en el mercado que abarcan el rango de las aplicaciones típicas. La tabla resulta de utilidad para seleccionar una aleación adecuada para una aplicación en particular.

Las propiedades mecánicas de las aleaciones de aluminio dependen en gran medida de su condición. Por ese motivo, la especificación de una aleación estará incompleta si no hace mención a su *temple*. En la lista siguiente se describen los temples que con mayor frecuencia se le dan a las aleaciones de aluminio. Es necesario hacer notar que algunas aleaciones responden al tratamiento térmico y otras se procesan con endurecimiento por estiramiento o tracción. En el *endurecimiento por estiramiento o tracción* la aleación se trabaja en frío de manera controlada, donde un incremento en el trabajo aumenta la dureza y la resistencia en tanto se reduce la ductilidad. Los siguientes son los temples disponibles:

Tabla 2-3 Aceros para herramientas y carburos<sup>1</sup>

	Grupo	Resistencia al desgaste	Fortaleza	Aplicaciones
T	Acero de alta velocidad con base de tungsteno	Muy alta	Baja	Brocas o fresas para herramientas
M	Acero de alta velocidad con base de tungsteno	Muy alta	Baja	Una variedad de herramientas para cortar
H	Acero trabajado en caliente con base de cromo	Satisfactoria	Buena	Troqueles para extrusión, forja, fundido en troquel, partes para aeronaves que se someten a tensiones extremas
H	Acero trabajado en caliente con base de tungsteno	Buena	Buena	Troqueles para extrusión, forja
H	Acero trabajado en caliente con base de molibdeno	Buena	Media	Acero trabajado en frío con alto contenido de carbón y de cromo
D	Acero trabajado en frío con alto contenido de carbón y de cromo	Buena	Pobre	Troqueles para dar forma, calibradores o indicadores, moldes, troqueles para cuerda giratoria, calzas o placas de cuñas resistentes a la fricción
A	Acero trabajado en frío enfriado por aire	Buena	Satisfactoria	Cuchillas, troqueles de forma intrincada
O	Acero trabajado en frío endurecido con aceite	Buena	Satisfactoria	Troqueles de carrera corta, calibradores o indicadores
S	Aceros para herramientas resistentes al choque	Buena	Excelente	Herramientas con carga de impacto, formones, martillos
P	Acero para herramientas moldeadas	Varía	Alta	Troqueles para fundir moldes, moldes para plásticos
L	Acero de baja aleación para herramientas	Media	Alta	Placas para embragues, manecillas, lengüetas o agujas, partes de mandriles
F	Acero para herramientas con carbón y tungsteno	Varía	Varía	Troqueles para estirar alambre, cuchillas para cortar papel
W	Acero para herramientas endurecido con agua	Media	Buena	Troqueles para encabezamiento en frío, numismática, cuchillería
—	Carburos	—	—	Insertos para herramientas que cortan.

<sup>1</sup> Incluye carburo de colombio, carburo de molibdeno, carburo de niobio, carburo de tantalio, carburo de titanio, carburo de tungsteno (WC o W<sub>2</sub>C).

Fuentes: Penton Publishing Inc. *Machine Design Materials Reference Issue* 62, Número 21 (octubre de 1990); Busche, Michael G. "Mechanical Properties and Tests/ A to Z", *Materials Engineering* 65, número 61 (junio 1967): 93-104.

*F—según se fabrica:* no se proporciona control especial alguno de las propiedades. Se desconocen los límites reales. Este temple debe aceptarse sólo cuando la pieza se puede probar con todo cuidado antes que entre en servicio.

*O—recocido:* un tratamiento térmico que da por resultado la condición más blanda y baja en la resistencia. En ocasiones se especifica para obtener la forma más susceptible de

**Tabla 2-4 Grupos de aleaciones de aluminio***Designaciones de aleaciones (por elemento principal de aleación)*

1xxx Contenido de aluminio 99.00% o mayor	
2xxx cobre	5xxx magnesio
3xxx manganeso	6xxx magnesio y silicio
4xxx silicio	7xxx zinc

trabajarse de la aleación. A la pieza que se obtiene se le puede dar tratamiento térmico con el fin de mejorar sus propiedades, si se fabrica con aleaciones que entran en las series 2xxx, 4xxx, 6xxx o 7xxx. El trabajar la pieza también puede aportar cierta mejoría de las propiedades similar a la que se genera por medio del endurecimiento por tensión o tracción para aleaciones en las series 1xxx, 3xxx y 5xxx.

*H—endurecimiento por estiramiento o tracción:* proceso de trabajo en frío, bajo condiciones controladas, que genera mejores propiedades predecibles para aleaciones de los grupos 1xxx, 3xxx y 5xxx. Cuanto mayor sea el trabajo en frío, mayor será la resistencia y la dureza, aunque también hay decremento en cuanto a ductilidad. A la designación H le sigue uno o más dígitos, los cuales indican resistencia más alta en forma progresiva. No obstante, se utilizan muchas otras designaciones.

**Tabla 2-5 Aleaciones de aluminio comunes y sus usos**

<i>Aleación</i>	<i>Aplicaciones</i>	<i>Formas</i>
1060	Equipo químico y tanques	Lámina, placa, tubo
1350	Conductores eléctricos	Lámina, placa, tubo, varilla, barra, alambre, tubería, formas
2014	Estructuras para aeronaves y bastidores para vehículos	Lámina, placa, varilla, barra, alambre, formas, piezas forjadas (forjas)
2024	Estructuras para aeronaves, ruedas, partes de máquinas	Lámina, placa, tubo, varilla, barra, alambre, formas, remaches
2219	Partes sujetas a altas temperaturas (hasta 600°F)	Lámina, placa, tubo, varilla, barra, formas, forjas
3003	Equipo químico, tanques, utensilios de cocina, partes para arquitectura	Lámina, placa, tubo, varilla, barra, alambre, formas, tubería, remaches, forjas
5052	Tubería hidráulica, aparatos para el hogar (línea blanca), fabricación de láminas de metal	Lámina, placa, tubo, varilla, barra, alambre, remaches
6061	Estructuras, bastidores y partes para vehículos, usos marinos	Todas las formas
6063	Muebles, accesorios para arquitectura	Tubos, tubería, formas extruidas
7001	Estructuras de alta resistencia	Tubo, formas extruidas
7075	Estructuras para aeronaves y para trabajo pesado	Todas las formas, excepto tubería



*T—tratamiento térmico:* una serie de procesos de calentamiento y enfriado que se aplican a aleaciones en los grupos 2xxx, 4xxx, 6xxx y 7xxx. A la letra *T* le sigue uno o más números para indicar procesos específicos. Las designaciones más comunes para productos mecánicos y estructurales son T4 y T6.

La información relativa a propiedades para aleaciones de aluminio se incluye en el apéndice A-10. Como esta información está compuesta de valores típicos, no valores garantizados, es necesario consultar al proveedor para que proporcione información al momento de hacer la compra.

Para aplicaciones en diseño mecánico, la aleación 6061 es uno de los tipos más versátiles. Nótese que está disponible en todas las formas virtualmente, su resistencia y resistencia a la corrosión son buenas y es susceptible de tratamiento térmico para obtener una extensa gama de propiedades. Tiene buena capacidad para soldar. En sus formas más blandas se le da forma y se trabaja con facilidad. Entonces, si se requiere una mayor resistencia, se le puede dar tratamiento térmico una vez que se la ha dado forma. Sin embargo, su maquinabilidad es pobre.

## 2-11 TITANIO

Las aplicaciones del titanio incluyen estructuras para la industria aeroespacial, tanques para productos químicos y equipo para procesamiento, dispositivos para manejo de fluidos y equipo marino. Tiene excelente resistencia a la corrosión y buena resistencia al peso. Su rigidez y resistencia se encuentran entre las del acero y el aluminio: un coeficiente de elasticidad de  $16 \times 10^6$  psi (110 GPa) aproximadamente y una densidad de 0.160 lb/pulg.<sup>3</sup> (4.429 kg/m<sup>3</sup>). Sus resistencias a la deformación típicas varían entre 25 Ksi y 175 Ksi (172 a 1,210 MPa). Las desventajas del titanio incluyen un costo elevado hasta cierto punto y dificultades para maquinarlo.

Por lo regular, la clasificación de las aleaciones de titanio cae dentro de cuatro tipos: el titanio alfa comercialmente puro, aleaciones alfa, aleaciones alfa-beta y aleaciones beta. El apéndice A-11 ilustra las propiedades de algunos de estos grados. El término *alfa* se refiere a la estructura metalúrgica hexagonal empaquetada en forma apretada que se forma a temperaturas bajas y *beta* hace mención a la estructura cúbica, de alta temperatura, centrada en el cuerpo.

Los grados del titanio comercialmente puro indican la resistencia a la deformación aproximada que se espera del material. Por ejemplo, el TI-50A tiene una resistencia a la deformación esperada de 50,000 psi (345 MPa). Como una clase, estas aleaciones exhiben una resistencia sólo moderada pero ductilidad satisfactoria.

Un grado popular de aleación alfa es el titanio con aleación de paladio (Pd) al 0.20%. Sus propiedades se incluyen en la tabla del apéndice A-11 para la condición de un tratamiento térmico. Algunas aleaciones pueden mejorar la resistencia de alta temperatura y susceptibilidad a la soldadura.

En términos generales, las aleaciones alfa-beta y beta son formas más duras de titanio. Son susceptibles de tratamiento térmico para un mejor control de sus propiedades. Como en el mercado se dispone de varias aleaciones, un diseñador puede adaptar las propiedades para satisfacer necesidades especiales relativas a susceptibilidad para darle forma, maquinabilidad, capacidad de forja, resistencia a la corrosión, resistencia a altas temperaturas, susceptibilidad a la soldadura y resistencia al deterioro, al igual que fortaleza y ductilidad básicas a temperatura ambiente.

## 2-12 COBRE, LATÓN Y BRONCE

El *cobre* se utiliza ampliamente en su forma casi pura para aplicaciones eléctricas y de plomería debido a su alta conductividad eléctrica y a su buena resistencia a la corrosión. Rara vez se emplea para fabricar partes de máquinas debido a su relativa baja resistencia en comparación a sus aleaciones *latón y bronce*.

El *latón* es una familia de aleaciones de cobre y zinc, con el contenido de éste último que varía entre 5% y 40%. El latón se emplea con frecuencia en aplicaciones marinas debido a su resistencia a la corrosión en agua de mar. Muchas aleaciones de latón tienen además excelente maquinabilidad y se utilizan como conectores, uniones, y otras partes que se fabrican con tornillos para máquinas. El *latón amarillo* contiene 30% o más de zinc y a menudo contiene una cantidad significativa de plomo para mejorar su maquinabilidad. El *latón rojo* contiene entre 5% y 15% de zinc. Algunas aleaciones contienen a su vez estaño, plomo, níquel o aluminio.

El *bronce* es una clase de aleaciones de cobre con diversos elementos diferentes, uno de los cuales es, por lo regular, estaño. Son útiles en engranes, cojinetes y otras aplicaciones donde se desea una buena y alta resistencia al desgaste.

Las aleaciones de bronce forjado que existen en el mercado son cuatro:

*Bronce fosforado*: aleación de cobre, estaño y fósforo

*Bronce fosforado con plomo*: aleación de cobre, estaño, plomo y fósforo

*Bronce con silicio*: aleación de cobre y silicio

Las aleaciones de bronce fundido comprenden cuatro tipos:

*Bronce con estaño*: aleación de cobre y estaño

*Bronce con plomo y estaño*: aleación de cobre, plomo y estaño

*Níquel estaño y bronce*: aleación de níquel, estaño y cobre

*Aluminio y bronce*: aleación de aluminio y cobre

La aleación que recibe el nombre de *bronce con manganeso* es en realidad una forma de alta resistencia de latón porque contiene zinc, el elemento característico de la familia del latón. El bronce con manganeso contiene cobre, zinc, estaño y manganeso.

En el UNS, las aleaciones de cobre se designan con la letra *C*, a la que le sigue un número de cinco dígitos. Los números del 10000 al 79900 se refieren a aleaciones forjadas; 80000 a 99900 a aleaciones fundidas. Véase el apéndice A-12 para sus propiedades típicas.

## 2-13 ALEACIONES CON NIQUEL COMO BASE

Las aleaciones de níquel se utilizan a menudo en lugar de acero cuando se requiere operar en ambientes corrosivos de alta temperatura. Algunos ejemplos son componentes de motores a turbina, partes para hornos, sistemas para procesamiento químico, y componentes para sistemas marinos importantes. Algunas aleaciones de níquel reciben el nombre de *super aleaciones* y muchas de las aleaciones de uso general están patentadas. La lista siguiente muestra algunos de los tipos de aleaciones disponibles en el mercado:

*Inconel* (International Nickel Co.): aleaciones de cromo y níquel

*Monel* (International Nickel Co.): aleaciones de níquel y cobre

*Ni-Resist* (International Nickel Co.): aleaciones de níquel y hierro

*Hastelloy* (Haynes International): aleaciones de níquel y molibdeno, a veces con cromo, hierro o cobre.

## 2-14 PLASTICOS

Los plásticos incluyen una extensa variedad de materiales formados por moléculas de gran tamaño a las que se les asigna el nombre de *polímeros*. Los miles de plásticos distintos se producen al combinar diferentes productos químicos para formar cadenas moleculares largas.

Un método para clasificar plásticos consiste en utilizar los términos *termoplástico* y *endurecido por calor*. En general, los materiales termoplásticos se pueden formar en forma sucesiva por medio del calentamiento o moldeo ya que su estructura química básica no sufre cambio alguno respecto a su forma lineal inicial. Los plásticos que se endurecen por calor sufren ciertos cambios durante su formación y dan por resultado una estructura en la cual las moléculas se enlazan de manera estrecha y forman un entramado de moléculas interconectadas. Algunos diseñadores sugieren los términos *enlace lineal* y *cruzado* en lugar de "termoplástico" y "endurecido por calor" que se conocen más.

Seleccionar un plástico para una aplicación particular es un proceso complejo y, por lo regular, implica compromisos entre propiedades relativas a resistencia, peso, fortaleza, facilidad de procesamiento, aspecto, vida útil y otras propiedades. Los diseñadores deben consultar con proveedores y evaluar varios plásticos como candidatos antes de establecer especificaciones finales.

Las propiedades de un plástico en cuanto a rendimiento de diseño y seguridad son similares a las de los metales. Por lo general, las tablas con información reportan resistencia a la tracción, módulo de elasticidad en tensión, dureza, resistencia al impacto (medida por medio de la prueba de Izod) y resistencia y coeficiente en flexión. Otras propiedades a considerar son densidad, resistividad eléctrica y constante dieléctrica, coeficiente de expansión térmica, absorción de agua, así como factores relativos a aspecto (color, claridad, resistencia a la intemperie y demás).

En seguida, se presenta una lista de numerosos plásticos que se emplean para partes que soportan cargas y que en consecuencia son de interés para responsables del diseño de elementos de maquinaria. Esta lista muestra las principales ventajas y usos de una muestra de los muchos plásticos de que se dispone en el mercado. El apéndice A-13 incluye una lista de sus propiedades típicas.

### Termoplásticos

*Nylon*: buena resistencia, resistencia al desgaste y fortaleza; una amplia gama de propiedades dependiendo de sus compuestos y fórmulas. Se utiliza para partes estructurales, dispositivos mecánicos como engranes y cojinetes y piezas que requieren de resistencia al desgaste.



*Acrilonitrilo-butadieno-estireno (ABS)*: buena resistencia al impacto, rigidez, resistencia moderada. Se utiliza para carcasas, cascos, cajas, partes de aparatos, tuberías y uniones para tuberías.

*Policarbonato*: excelente fortaleza, resistencia al impacto y estabilidad dimensional. Se utiliza para levas, engranes, carcasas, conectores eléctricos, productos alimenticios procesados, cascos y partes de bombas y medidores.

*Acrílico*: buena resistencia a la intemperie y al impacto; se puede fabricar con excelente transparencia, translúcido u opaco con color. Se utiliza para abrillantadores, lentes, señalizaciones y carcasas.

*Cloruro de polivinilo (PVC)*: buena resistencia, resistente al agua, y rigidez. Se emplea para tuberías, ductos eléctricos, carcasas pequeñas, piezas para ductos y moldes.

*Polimida*: buena resistencia y resistencia al desgaste, muy buena conservación de propiedades a temperaturas en extremo altas de hasta 500°F. Se usa para cojinetes, sellos o empaques, aletas giratorias y partes eléctricas.

*Acetal*: alta resistencia, rigidez, dureza y resistencia al desgaste; baja fricción; buena resistencia a la intemperie y a productos químicos. Se utiliza para engranes, bujes, coronas dentadas o poleas de cadena, partes de bandas transportadoras y productos de plomería.

*Elastómero de poliuretano*: material similar al hule de fortaleza excepcional y resistencia a las rayaduras; buena resistencia al calor y resistente a los aceites. Se utiliza para ruedas, baleros, engranes, poleas de cadena o coronas dentadas, partes de transportadores y tubería.

### Plásticos que se endurecen con calor (termoendurecidos)

*Fenólico*: alta rigidez, buena moldeabilidad y estabilidad dimensional, excelentes propiedades eléctricas. Se emplea para piezas que soportan cargas en equipo eléctrico, engranes interruptores, tiras o flejes terminales, carcasas pequeñas, manijas, mangos o palancas para aparatos, mangos para utensilios de cocina, engranes y partes estructurales y mecánicas. Los plásticos alquidos, alilos y aminos endurecidos con calor o termoendurecidos tienen propiedades similares a las de los fenólicos.

*Poliéster*: se le conoce como *fibra de vidrio* cuando se refuerza con fibras de vidrio. Alta resistencia y rigidez, buena resistencia a la intemperie. Se utiliza para carcasas, formas estructurales y paneles o tableros.

## 2-15 MATERIALES COMPUESTOS

Los materiales compuestos comprenden dos o más materiales distintos que actúan en forma conjunta para generar propiedades que son distintas, y en ocasiones superiores, a las de sus componentes originales. Los compuestos típicos incluyen una base de resina polimérica con material fibroso para reforzar el material disperso dentro de él.

Los diseñadores pueden adaptar las propiedades de los compuestos para satisfacer las necesidades particulares de una aplicación por medio de seleccionar cada una de las diversas

variables que afectan al rendimiento del producto final. Entre los factores que están bajo control por parte del diseñador se incluyen los siguientes:

1. Resina base.
2. Tipo de fibras para reforzar.
3. Cantidad de fibra que contiene el compuesto.
4. Orientación de las fibras.
5. Número de capas individuales que se utilizan.
6. Espesor total del material.
7. Orientación de las capas en relación a otras.
8. Combinación de dos o más tipos de compuestos u otros materiales en una estructura compuesta.

Algunos de los materiales para resina base que se usan con más frecuencia son *resinas epóxicas, ésteres de vinilo, polyesters y polimidas*. Entre las fibras para reforzar se incluyen el *vidrio, boro, carbono/grafito y la aramida*. La tabla 2-6 muestra una lista de algunos compuestos que se forman mediante combinaciones de resinas y fibras y sus usos y características generales.

### Métodos para reforzar fibras

La mayor parte de las fibras están disponibles en el mercado en forma de *filamentos continuos o recortadas* en extensiones cortas o relativamente largas. Un conjunto de filamentos continuos recibe el nombre de *hilatura o vitrofibra*. Las hilaturas se pueden tejer para formar una *tela o lienzo*. Una *filástica* se hace juntando filamentos y entretejiéndolos en una hebra continua adecuada para su uso en aplicaciones textiles. Las *esterillas o rejillas* incorporan filamentos ya

**Tabla 2-6 Ejemplos de materiales compuestos y sus usos**

<i>Tipo de compuesto</i>	<i>Aplicaciones típicas</i>
Vidrio/resina epóxica	Partes automotrices y para aeronaves, tanques, artículos para deportes, tableros cableados impresos
Boro/resina epóxica	Estructuras para aeronaves y estabilizadores, artículos deportivos
Grafito/resina epóxica	Estructuras para aeronaves y naves espaciales, artículos deportivos, equipo agrícola, dispositivos para manejar material, aparatos médicos
Aramida/resina epóxica	Contenedores presurizados con bobinado de filamentos, estructuras y equipo para la industria aeroespacial, ropa protectora, componentes automotrices
Vidrio/poliéster	Compuestos moldeado en forma de lámina (SMC), paneles para carrocerías de camiones y automóviles, carcasas de gran tamaño

sea cortados o continuos en entramados o láminas. Las filásticas se entretejen en una variedad de formas para elaborar telas con características especiales.

### Proceso húmedo de componentes

Un método que se utiliza con mucha frecuencia para fabricar productos compuestos es colocar capas de tela en forma de lámina de manera que se le dé la forma que se desea y después impregnar la tela con una resina humedecida. Cada capa de tela se puede ajustar en cuanto a orientación para obtener propiedades especiales del artículo terminado. Después que se completa la colocación de capas y la impregnación con resina todo el sistema se somete a la acción del calor y la presión en tanto un agente secante reacciona con la resina base para producir uniones transversales que enlazan a todos los elementos para formar una estructura tridimensional unificada. El polímero se integra con las fibras y las mantiene en la posición y orientación que se prefieren durante su uso.

### Materiales preimpregnados

Un método alternativo para fabricar productos compuestos se inicia con un proceso en el que las fibras se impregnan antes con la resina para producir hebras, cintas, trenzas o trencillas, o bien, láminas. A las formas que se obtienen se les asigna el nombre de “prepreg”, las cuales después se pueden sobreponer en capas o entretejer de tal manera que se obtengan la forma y el espesor que se desee. La etapa final es el proceso de secado como se describe para el proceso húmedo.

Los compuestos con base de polyester se producen a menudo como *compuestos para moldear láminas* (SMC, del inglés Sheet Molding Process) en el cual las láminas de tela preimpregnadas se colocan en un molde, se les da forma y se secan al mismo tiempo sometidas a la acción del calor y la presión. De esta manera es posible fabricar paneles grandes para aplicaciones en la industria automotriz.

La *extrusión* es un proceso en el cual el refuerzo de fibras se recubre con resina a medida que se jala a través de un troquel para producir una forma continua con la conformación que se desea. Este proceso se utiliza para fabricar varilla, tubería, formas estructurales (vigas en forma de Y, perfiles o canales, ángulos y demás), tes y bridas que se utilizan para dar rigidez a estructuras de aeronaves.

El *bobinado de filamentos* se emplea para fabricar tubería, contenedores o recipientes presurizados, carcasas para motores de cohetes, carcasas para instrumentos y contenedores cuya forma es poco común. El filamento continuo se puede colocar en diversas formas, incluso helicoidal, axial y formando circunferencias para obtener las características relativas a resistencia y rigidez que se pretende.

### Ventajas de los compuestos

Los compuestos manifiestan numerosas ventajas cuando se les compara con metales o plásticos que carecen de fibras de refuerzo, de manera particular en aplicaciones donde la ligereza es deseable. En relación a dos parámetros importantes, resistencia y rigidez, es posible seleccionar compuestos que producirán diseños más ligeros que aquellos que pueden obtenerse en metales y plásticos. La resistencia se indica por medio de las resistencias a la tracción, a la compresión

o al esfuerzo de corte del material. La rigidez depende del coeficiente de elasticidad. El peso de un material se indica mediante su *peso específico*,  $\gamma$ , que se define como el peso por unidad de volumen y se indica con las unidades lb/pulg.<sup>3</sup> o N/m<sup>3</sup>. Algunos prefieren utilizar la *densidad*,  $\rho$ , del material, que se define como masa por unidad de volumen. Cuando se trabaja con la unidad del sistema británico de lb/pulg.<sup>3</sup>, algunos diseñadores utilizan los términos densidad y peso específico en forma indistinta. Esto es satisfactorio si el peso del material en *libras-fuerza* se utiliza para peso específico y la masa en *libras-masa* se emplea para densidad.

La razón de resistencia de un material a su peso específico se denomina *resistencia específica*. La razón de coeficiente de elasticidad a peso específico recibe la denominación *coeficiente específico*. La tabla 2-7 y la figura 2-10 muestran ejemplos de valores de estas cantidades.

### Forma en que se describe la construcción de compuestos

Como las propiedades de los compuestos son muy distintas dependiendo de las relaciones entre el sentido de la carga y el sentido en que se encuentran las fibras en el seno de la matriz, se recurre al uso de convenciones para indicar la orientación de las fibras.

Para una sola capa de material con hebras continuas, se asigna un ángulo de 0° al sentido en que se colocan las fibras en la matriz. Entonces, 90° sería perpendicular al sentido de las fibras y se podrían utilizar otros sentidos entre 0° y 90°. Véase figura 2-11.

**Tabla 2-7 Comparación de coeficiente de resistencia y coeficiente específico para materiales seleccionados**

Material	Resistencia a la tracción, $s_u$ (Ksi)	Peso específico, $\gamma$ (lb/pulg. <sup>3</sup> )	Resistencia específica (pulg.)	Coeficiente específico (pulg.)
<i>Acero</i> ( $E = 30 \times 10^6$ psi)				
AISI 1020 HR	55	0.283	$0.194 \times 10^6$	$1.06 \times 10^8$
AISI 5160 OQT 700	263	0.283	$0.929 \times 10^6$	$1.06 \times 10^8$
<i>Aluminio</i> ( $E = 10.0 \times 10^6$ psi)				
6061-T6	45	0.098	$0.459 \times 10^6$	$1.02 \times 10^8$
7075-T6	83	0.101	$0.822 \times 10^6$	$0.99 \times 10^8$
<i>Titanio</i> ( $E = 16.5 \times 10^6$ psi)				
Ti-6Al-4V	160	0.160	$1.00 \times 10^6$	$1.03 \times 10^8$
Se somete a inmersión y envejecimiento a 1,000°F				
<i>Compuesto de grafito y resina epóxica</i> ( $E = 19.7 \times 10^6$ psi)				
62% de contenido de fibra	278	0.057	$4.86 \times 10^6$	$3.45 \times 10^8$
<i>Compuesto de boro y resina epóxica</i> ( $E = 30.0 \times 10^6$ psi)				
60% de contenido de fibra	270	0.075	$3.60 \times 10^6$	$4.00 \times 10^8$
<i>Compuesto de aramida y resina epóxica</i> ( $E = 11.0 \times 10^6$ psi)				
60% de contenido de fibra	200	0.050	$4.0 \times 10^6$	$2.20 \times 10^8$
<i>Compuesto de vidrio y resina epóxica</i> ( $E = 4.0 \times 10^6$ psi)				
34% de contenido de fibra	114	0.061	$1.87 \times 10^6$	$0.66 \times 10^8$

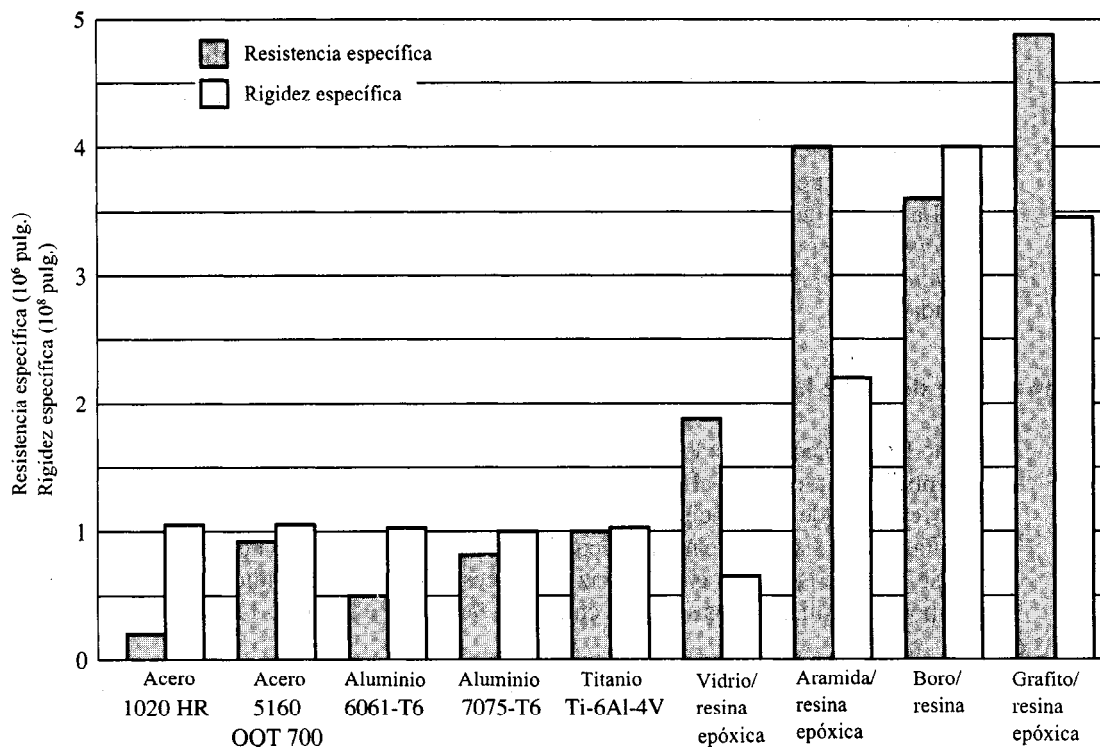


Figura 2-10 Comparación de resistencia específica y rigidez específica para materiales seleccionados

Cuando un compuesto se fabrica con varias capas de material, la sobreposición se define elaborando una lista del sentido de cada capa en forma sucesiva, a partir de la parte exterior hacia la interior como se ilustra en la figura 2-12.

### Lineamientos de diseño para elementos que se fabrican con compuestos

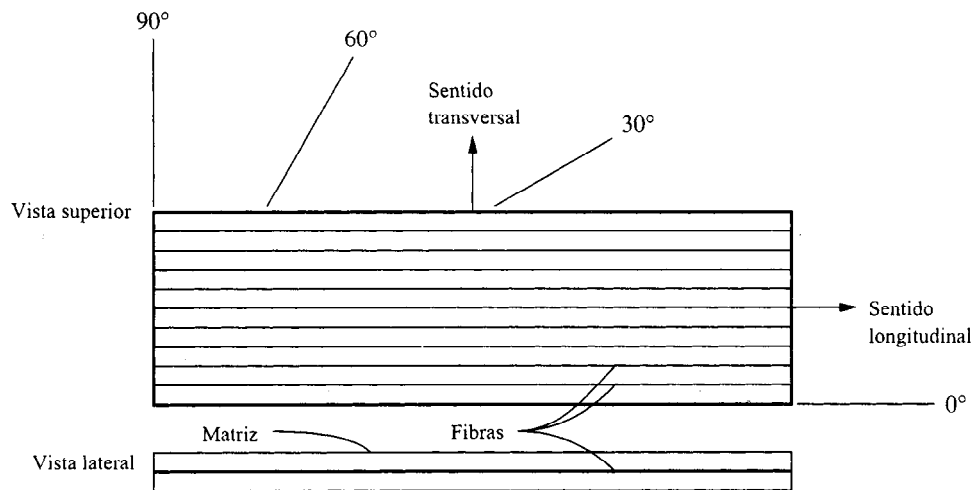
La diferencia más importante entre diseñar con metales y hacerlo con compuestos es que los metales, por lo regular, se consideran como homogéneos con propiedades de resistencia isotrópica y rigidez, mientras que los compuestos son, en definitiva, *no* homogéneos o isotrópicos. El ejemplo siguiente ilustra el comportamiento anisotrópico.

La referencia [13] proporciona información relativa a las propiedades de un compuesto de aramida y epóxico que se cuantifican en diferentes sentidos. Una parte de la información se repite a continuación:

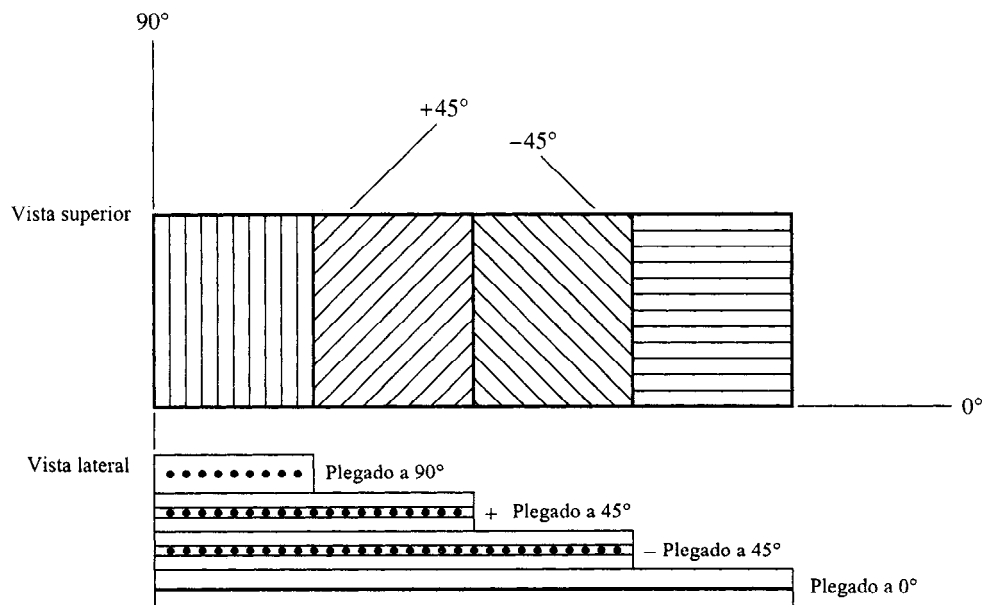
Carga de tracción a  $0^\circ$  en línea con las fibras

$$\text{Resistencia a la tracción} = 200 \text{ Ksi}; E = 11.0 \times 10^6 \text{ psi}$$





**Figura 2-11** Notación para sentidos en un material compuesto de capa única con fibras continuas



**Figura 2-12** Compuesto laminado con cuatro capas que forman un patrón sobrepuesto  $[90/+45/-45/0]$

Carga de tracción a  $90^\circ$  —perpendicular al sentido de las fibras

Resistencia a la tracción = 4.3 Ksi;  $E = 0.80 \times 10^6$  psi

Compresión a  $0^\circ$  —En línea con las fibras

Resistencia a la compresión = 40 Ksi;  $E = 11.0 \times 10^6$  psi

Esta información ilustra que las modalidades de falla de los materiales compuestos son complejas. La falla por tracción cuando la carga se encuentra en línea con fibras continuas tiene lugar cuando las fibras independientes se rompen. Si el compuesto se elabora con fibras cortadas, más cortas, la falla ocurre cuando las fibras se jalan hacia fuera de la matriz. La falla por tracción cuando la carga es perpendicular a las fibras continuas sucede cuando se fractura la propia matriz. Si las fibras están en forma entretejida, o bien, si se utiliza una esterilla o rejilla que tiene fibras más cortas cuyo sentido es aleatorio prevalecen otras modalidades en cuanto a fallas, como fractura de fibras o que estas se jalen. Estos compuestos tendrán propiedades más equiparables en ambos sentidos.

Por tanto un lineamiento de diseño importante es:

*Alinear las fibras con el sentido de la carga*

Otra modalidad o modo de falla importante es el *desgarre interlaminar*, en el cual los pliegues de un compuesto que tiene múltiples capas se separan como consecuencia de la acción de fuerzas que corresponden a un esfuerzo de corte. Por consiguiente, otro lineamiento de diseño es

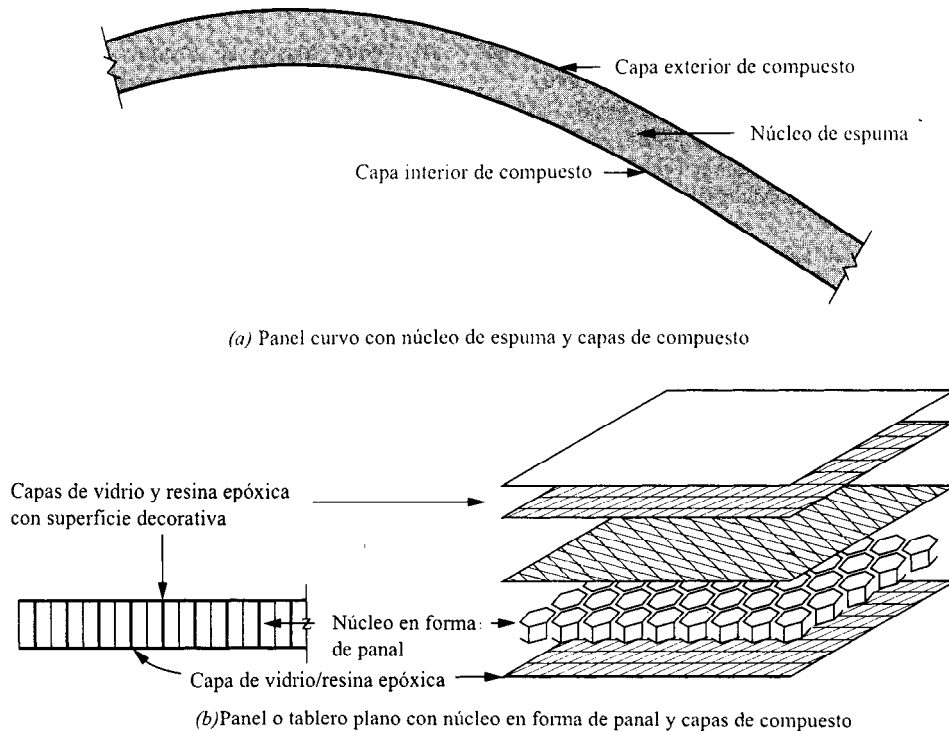
*Si es posible, evitar cargas de esfuerzo de corte*

En ocasiones, es difícil hacer conexiones con materiales compuestos y se generan lugares propensos a que ocurran fracturas o se origine fatiga. La manera en que se forman los compuestos permite, con frecuencia, la integración de varios componentes en una sola pieza. Abrazaderas, costillas, rebordes o pestañas y similares se pueden moldear junto con la forma básica de la pieza. Por tanto el lineamiento de diseño es:

*Combinar varios componentes en una estructura integral*

Cuando se desea alta rigidez en los paneles para resistir la flexión, como en vigas o paneles anchos, el diseñador puede aprovechar el hecho de que el material más efectivo esté cerca de las superficies exteriores del panel o de la viga. Colocar las fibras de alta resistencia en estas capas exteriores en tanto el núcleo de la forma se rellena con un material ligero, aunque rígido, produce un diseño eficiente en términos de peso para una resistencia y rigidez específicas. La figura 2-13 ilustra algunos ejemplos de tales diseños. Otro lineamiento de diseño es:

*Utilizar materiales ligeros para el núcleo cubiertos  
con capas resistentes de compuesto*



**Figura 2-13 Paneles laminados con núcleos ligeros**

Debido a que en gran parte de los compuestos se emplea un material polimérico para la matriz, la temperatura que pueden soportar es limitada. Tanto resistencia como rigidez se decrementa conforme se incrementa la temperatura. Uno de los mejores tipos de resina para alta temperatura es la polimida, una de ellas se puede usar hasta a 600°F (318°C). Por lo general, las resinas epóxicas se limitan a entre 250° y 350°F (122° a 178°C). Cualquier aplicación por arriba de la temperatura ambiente debe verificarse con los proveedores del material. Un lineamiento de diseño es:

*Evitar las altas temperaturas*

Como ya se explicó en esta sección, se utilizan muchas técnicas diferentes de fabricación para materiales compuestos. La forma puede dictar la técnica para fabricar una pieza. Lo anterior es un buen motivo para implantar los principios de ingeniería concurrente y adoptar otro lineamiento relativo a diseño:

*Que las consideraciones de fabricación intervengan en la etapa inicial del diseño*

## BIBLIOGRAFIA

1. Aluminum Association. *Aluminum Standards and Data*. Washington, D.C.: Aluminum Association, 1990.
2. American Society for Testing and Materials, and Society for Automotive Engineers. *Metals and Alloys in the Unified Numbering System*. Filadelfia: American Society for Testing and Materials, publicación ASTM DS-56D, 1989.
3. ASM International. *Case Hardening of Steel*. Metals Park, Ohio: ASM International, 1987.
4. ASM International. *Metals Handbook*, 9ª edición. Vol. 1. *Properties and Selection: Irons and Steels*. 1978. Vol. 2. *Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Pure Metals*. 1979. Vol. 3. *Properties and Selection: Stainless Steels, Tool Materials, and Special Purpose Metals*. 1980. Vol. 4. *Heat Treating*. 1981. Vol. 7. *Powder Metallurgy*. 1984. Metals Park, Ohio: ASM International.
5. ASM International. *Metals Handbook*, 10ª edición. Vol. 1. *Properties and Selection: Irons and Steels*. Metals Park, Ohio: ASM International, 1990.
6. Bethlehem Steel Corporation. *Modern Steels and Their Properties*. Bethlehem, Pa.: Bethlehem Steel Corporation, 1980.
7. Budinski, Kenneth G. *Engineering Materials Properties & Selection*, 3ª edición. Englewood Cliffs, N. J. Prentice Hall, 1989.
8. Budinsky, Kenneth G. *Surface Engineering for Wear Resistance*. Englewood Cliffs, N. J. Prentice Hall, 1988.
9. Dvorak, Paul J. "Designing with Composites", *Machine Design* (noviembre 26, 1987): 110-116.
10. Dynn, Joseph B. *Product Design with Plastics: A Practical Manual*. Nueva York: Industrial Press, Inc., 1983.
11. *Engineered Materials Handbook*, Vol. 1, *Composites*. Metals Park, Ohio: ASM International, 1987.
12. *Engineered Materials Handbook*, Vol. 2: *Engineered Plastics*. Metals Park, Ohio: ASM International, 1988.
13. Kazanan, H. C. *Properties and uses of Ferrous and Nonferrous Metals*. Ann Arbor Mich.: Prakken Publications, 1979.
14. Margolis, James M. *Advanced Thermoset Composites: Industrial and Commercial Applications*. Nueva York: Van Nostrand Reinhold, 1986.
15. Mallick, P. K. *Fiber Reinforced Composites*. Nueva York: Marcel Dekker, 1988.
16. Penton Publishing, Inc. *Machine Design Magazine-Manufacturing Materials, & Assembly Reference Volume*, Vol. 62, no. 21, Cleveland, Ohio: Penton Publishing, Inc. Octubre 1990.
17. *Plastic Materials Digest*, 10ª edición, dos volúmenes, Nueva York: D.A.T.A., Inc., and the International Plastics Selector, Inc., 1989.
18. Weeton, John W., ed. *Engineer's Guide to Composite Materials*. Metals Park, Ohio: ASM International, 1986.
19. Seymour, Raymond B. *Polymers for Engineering Applications*. Metals Park, Ohio: ASM International, 1987.
20. Zinn, S. y Semiatin, S. L. *Elements of Induction Heating: Design Control and Applications*. Metals Park, Ohio: ASM International, 1988.

## CUESTIONARIO

1. Defina resistencia máxima a la tracción.
2. Defina punto de deformación.
3. Defina resistencia a la deformación y diga de qué manera se mide.
4. ¿Qué tipos de materiales presentan un punto de deformación?
- 5.Cuál es la diferencia entre límite proporcional y límite elástico?
6. Defina la ley de Hooke.
7. ¿Que propiedad de un material es medida de su rigidez?
8. ¿Cuál propiedad de un material es medida de su ductilidad?
9. Si se reporta que un material presenta una elongación porcentual, en una longitud medida de 2", del 2%, ¿es dúctil?

10. Defina razón o relación de Poisson.
  11. Si un material tiene un coeficiente de elasticidad en tracción de 114 GPa y una razón de Poisson de 0.33, ¿cuál es su coeficiente de elasticidad ante un esfuerzo de corte?
  12. Un material, según reportes, tiene una dureza de Brinell de 525. ¿Cuál es su dureza aproximada en la escala Rockwell C.
  13. Se reporta que un acero tiene una dureza de Brinell de 450. ¿Cuál, aproximadamente, es su resistencia al esfuerzo de corte?
- Preguntas 14 a 17: señale qué es incorrecto en los enunciados siguientes?*
14. "Después de recocerse, una abrazadera tenía una dureza de Brinell de 750".
  15. "La dureza de esa flecha de acero es HRB 120".
  16. "La dureza de esa pieza fundida en bronce es HRC 120".
  17. "Con base en el hecho de que esta placa de aluminio tiene una dureza de HB 150, ¿su resistencia aproximada a la tracción es 75 Ksi?"
  18. Mencione dos pruebas que se utilizan para medir resistencia al impacto.
  19. ¿Cuales son los componentes principales de los aceros?
  20. ¿Cuáles son los elementos de aleación más importantes en el acero AISI 4340?
  21. ¿Qué tanto carbón contiene el acero AISI 4340?
  22. ¿Cuál es el contenido común de carbón en un acero al bajo carbón? ¿En un acero al medio carbón? ¿En un acero al bajo carbón?
  23. ¿Que tanto carbón contiene, por regla general, un acero para cojinetes?
  24. ¿Cuál es la diferencia más importante entre el acero AISI 1213 y el AISI 12L13?
  25. Mencione cuatro materiales que, por lo general, se utilizan para fabricar flechas o ejes.
  26. Mencione cuatro materiales que, por lo regular, se emplean en la fabricación de engranes.
  27. Describa las propiedades deseables en las hojas de un barrenador para perforadora y sugiera un material adecuado.
  28. Una lista en el apéndice A-3 incluye AISI 5160 OQT 1000. Describa la composición básica de este material, cómo se procesó y sus propiedades en relación a otros materiales que forman parte de esa tabla.
  29. Si la hoja de una pala se fabrica con acero AISI 1040, ¿recomendaría endurecimiento por flama para dar a su borde una dureza superficial de HRC 40? Explique.
  30. Describa las diferencias entre endurecimiento directo y carburización.
  31. Describa los procesos de endurecimiento por inducción.
  32. Mencione 10 aceros que se utilizan para carburizar. ¿Cuál es su contenido aproximado de carbón previo a la carburización?
  33. ¿Qué tipos de aceros inoxidables son amagnéticos?
  34. ¿Cuál es el principal elemento de aleación que le confiere a un acero inoxidable resistencia a la corrosión?
  35. ¿Con cuál material se fabrica una viga de reborde ancho típica?
  36. En lo que concierne a aceros estructurales, ¿qué significa el término *HSLA*? ¿De qué resistencias se dispone en acero *HSLA*?
  37. Mencione tres tipos de hierro fundido.
  38. Describa los materiales siguientes de hierro fundido según tipo, resistencia a la tracción, resistencia a la deformación, ductilidad y rigidez:  
 ASTM A-4883, grado 30  
 ASTM A536-84, grado 100-70-03  
 ASTM A4784, grado 35018  
 ASTM A-220-88, grado 70003
  39. Describa el proceso de fabricar partes a partir de metales en polvo.
  40. ¿Cuáles propiedades son típicas de piezas que se fabrican con acero en polvo F-0005-S tratado térmicamente?
  41. ¿Qué propiedades y usos son típicos de aceros para herramientas del grupo D?
  42. ¿Qué representa el sufijo *O* en aluminio 6061-O?
  43. ¿Qué representa el sufijo *H* en aluminio 3003-H14?
  44. ¿Que representa el sufijo *T* en aluminio 6061-T6?
  45. Indique la aleación de aluminio y la condición que tienen la resistencia más alta de las que se incluyen en la lista del apéndice A-10?
  46. ¿Cuál es una de las aleaciones de aluminio más versátiles para usos mecánico y estructural?
  47. Mencione tres usos típicos para aleaciones de titanio.
  48. ¿Cuál es el componente principal del bronce?
  49. Describa el bronce que tiene C86200 por designación UNS.
  50. Mencione dos usos típicos para el bronce en diseño de máquinas.
  51. Explique la diferencia entre plásticos endurecidos por calor y termoplásticos.



52. Recomiende un material plástico adecuado para cada uno de los usos siguientes:
  - a. Engranés
  - b. Cascos para fútbol americano
  - c. Un protector transparente
  - d. Carcasa estructural
  - e. Tubería
  - f. Ruedas
  - g. Parte estructural de un engrane para interruptor eléctrico
53. Mencione ocho factores sobre los que el diseñador tiene control cuando especifica un material compuesto.
54. Haga una definición del término *compuesto*.
55. Señale cuatro resinas de base que se utilizan a menudo para materiales compuestos.
56. Mencione cuatro tipos de fibras para reforzar que se empleen en materiales compuestos.
57. Indique tres tipos de materiales compuestos que se utilizan para equipo deportivo, como raquetas para jugar al tenis, palos de golf y "skis".
58. Cite tres tipos de materiales compuestos que se utilicen para estructuras de aeronaves y naves espaciales.
59. ¿Cuáles resinas de base y refuerzos se utilizan por lo general en compuestos para moldear láminas (SMC)?
60. ¿Para cuáles aplicaciones se hace uso de compuestos para moldear láminas?
61. Describa seis métodos con los que se fabrican fibras para reforzar.
62. Describa el *proceso húmedo* de materiales compuestos.
63. Haga una exposición de los *materiales preimpregnados*.
64. Describa el procesamiento relativo a la producción de compuestos para moldear láminas.
65. Describa *extrusión*, y haga mención a cuatro formas que se fabrican mediante este proceso.
66. Explique *bobinado de filamentos* y cuatro tipos de productos que se fabrican por medio de este proceso.
67. Defina el término *resistencia específica* según se aplica a materiales estructurales.
68. Defina el término *rigidez* según se aplica a materiales estructurales.
69. Analice las ventajas de los materiales compuestos relacionados con metales en cuanto a resistencia específica y rigidez específica.
70. Compare las resistencias específicas del acero AISI 1020 rolado en caliente con la del acero AISI 5160 OQT 700, las de las dos aleaciones de aluminio 6061-T6 y 7075-T6 y la del titanio Ti-6Al-4V.
71. Compare las rigideces específicas del acero AISI 1020 rolado en caliente con la del acero AISI 5160 OQT 700, las de las dos aleaciones de aluminio 6061-T6 y 7075-T6 y la del titanio Ti-6Al-4V.
72. Compare las resistencias específicas de cada uno de los cuatro materiales compuestos que se muestran en la figura 2-10 con la del acero AISI 1020 rolado en caliente.
73. Compare las rigideces específicas de cada uno de los cuatro materiales compuestos que se muestran en la figura 2-10 con la del acero AISI 1020 rolado en caliente.
74. Describa la construcción general de un material compuesto que se identifica como [0/+ 30/-30/90].
75. Elabore una lista de seis lineamientos de diseño, y analice la aplicación de materiales compuestos.
76. ¿Por qué es deseable formar un material compuesto en capas o pliegues con el ángulo de orientación de los diversos pliegues en diferentes sentidos?
77. ¿Por qué es deseable formar un elemento estructural compuesto con capas relativamente delgadas de un material compuesto más resistente sobre un núcleo de espuma?
78. Explique por qué la ingeniería concurrente y la intervención desde las etapas iniciales son importantes cuando se diseñan partes que se fabrican de materiales compuestos.

---

# 3

## Análisis de tensiones

---

- 3-1 Objetivos de este capítulo
  - 3-2 Filosofía de un diseño seguro
  - 3-3 Representación de tensiones en un elemento que genera tensión
  - 3-4 Tensiones directas: tensión y compresión
  - 3-5 Deformación bajo carga axial directa
  - 3-6 Tensión por esfuerzo de corte directo
  - 3-7 Relación entre torque, potencia y velocidad de giro
  - 3-8 Tensión de esfuerzo de corte por torsión
  - 3-9 Deformación por torsión
  - 3-10 Torsión en piezas que tienen secciones transversales no circulares
  - 3-11 Torsión en tubos cerrados, de pared delgada
  - 3-12 Tubos abiertos en comparación a tubos cerrados
  - 3-13 Tensión por esfuerzo de corte vertical
  - 3-14 Fórmulas especiales para tensión por esfuerzo de corte
  - 3-15 Tensión debida a la flexión
  - 3-16 Centro de flexión para vigas
  - 3-17 Deflexiones de vigas
  - 3-18 Ecuaciones para formas deflexionadas de vigas
  - 3-19 Vigas con momentos de flexión concentrados
  - 3-20 Tensiones normales combinadas: principio de superposición
  - 3-21 Concentraciones de tensión
  - 3-22 Sensibilidad debida a ranuras y factor de reducción de resistencia
-

## ➡ Usted es el diseñador ←

En el capítulo 2, usted fue responsable del diseño de un transportador para una compañía farmacéutica. Continuando con ese escenario, considere, en el proceso de diseñar el armazón del transportador. ¿Qué necesita saber para terminar el diseño? ¿Qué cargas se ejercen sobre el armazón? ¿Cómo y dónde se aplican? ¿Qué tipo de estructura piensa sugerir? ¿Cuál será la forma de las piezas que com-

prende la estructura? ¿De qué materiales se van a fabricar? Una vez que conozca las respuestas a estas preguntas, debe completar una parte en extremo importante del proceso de diseño, el *análisis de tensiones*, para determinar las dimensiones finales de las piezas del armazón para que sea seguro y capaz de proporcionar un apoyo firme, rígido para los componentes funcionales del transportador.

■ ■ ■

### 3-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Un diseñador es responsable de verificar la seguridad de los componentes y sistemas que diseña. Si bien son múltiples los factores que inciden en la seguridad, el análisis de las piezas de máquinas que soportan cargas debe demostrar que los niveles de tensión son seguros. Ello implica, desde luego, que nada es susceptible de fracturarse o romperse bajo cargas y condiciones de operación que pueden preverse en forma razonable. La seguridad puede verse comprometida, a su vez, si se permite que los componentes se sometan a deflexiones excesivas, aunque nada se rompa.

En la mayor parte del presente texto se hace énfasis en el desarrollo de métodos especiales para diseñar piezas de maquinaria. No obstante, estos métodos se basan, en su totalidad, en los fundamentos del análisis de tensiones. Este capítulo ofrece un repaso breve de esos fundamentos. Se supone que el lector ha terminado un curso sobre resistencia de materiales pero necesita hacer un repaso.

#### Objetivos específicos

Una vez que concluya este capítulo, el lector

1. Habrá repasado los principios del análisis de tensión y deformación para distintos tipos de tensión, entre los que se incluyen:
  - tensión directa y compresión
  - esfuerzo de corte directo
  - esfuerzo de corte por torsión para secciones circulares y no circulares
  - tensiones por esfuerzo de corte vertical en vigas
  - flexión
2. Será capaz de interpretar la naturaleza de la tensión en un punto, dibujando el *elemento que genera tensión* en cualquier punto de una pieza que soporta carga para una variedad de tipos de carga.
3. Habrá hecho un repaso de la importancia del *centro de flexión* de la sección transversal de una viga en lo que concierne a la alineación de las cargas en una viga.
4. Habrá repasado las fórmulas de deflexión de vigas.
5. Estará apto para analizar patrones de carga en vigas que originan cambios abruptos en la magnitud del momento de flexión en la viga.



6. Será capaz de utilizar el principio de superposición para analizar piezas de máquinas que se ven sujetas a patrones de carga que generan tensiones combinadas.
7. Será capaz de aplicar los factores de concentración en el análisis de tensiones.

### 3-2 FILOSOFIA DE UN DISEÑO SEGURO

Todo enfoque de diseño que se presenta en este libro pretende asegurar que el nivel de tensión no rebase el punto de deformación en materiales dúctiles, lo cual asegura, de manera automática, que la parte no se fracturará bajo la acción de una carga estática. Para materiales quebradizos o frágiles, aseguramos que los niveles de tensiones se encuentren muy por abajo de la resistencia máxima a la tracción. Además, donde la deflexión resulte crítica para la seguridad o rendimiento de una pieza se lleva a cabo un análisis detallado.

La fatiga y el desgaste constituyen otros dos modos en que se presentan fallas en piezas de maquinaria. La *fatiga* es la respuesta de una pieza que se somete a la acción de cargas en forma sucesiva (véase el capítulo 5). El *desgaste* se analiza como parte de los capítulos en que se abordan las piezas, es decir, engranes, cojinetes y cadenas.

### 3-3 REPRESENTACION DE TENSIONES EN UN ELEMENTO QUE GENERA TENSION

Para visualizar el estado de tensión en un punto dentro de una pieza que soporta carga, resulta útil considerar un elemento pequeño, el cual recibe el nombre de *elemento que genera tensión* como se ilustra en la figura 3-1. En la mayor parte de los casos es suficiente utilizar un elemento bidimensional que muestra la condición de carga en un plano particular como  $x$ - $y$ ,  $x$ - $z$  o  $y$ - $z$ . A manera de ejemplo, se muestran tres tipos diferentes de tensiones.

1. Tensión de tracción directa en el sentido  $x$ .
2. Tensión de compresión directa en el sentido  $y$ .
3. Tensión por esfuerzo de corte en el plano  $x$ - $y$ .

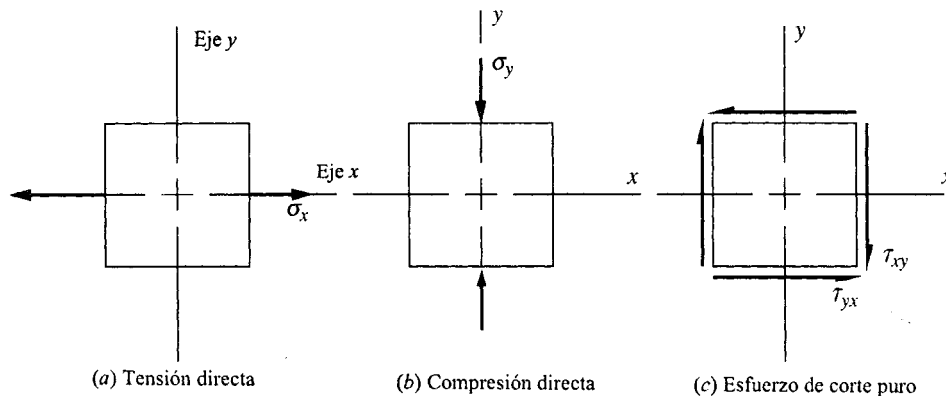


Figura 3-1 Elementos de tensión para tres tipos de tensiones

Los sentidos  $x$  y  $y$  deben relacionarse con una orientación específica de la pieza que soporta la carga. Nótese que los elementos que generan tensión deben mostrarse en equilibrio bajo la acción de las tensiones que se aplican. No puede haber fuerzas o momentos que no se encuentren equilibrados.

Las *tensiones normales*, ya sea tensión o compresión, se muestran como vectores que actúan en forma perpendicular a las caras opuestas de la pieza. Las tensiones de tracción por tirantez tienden a jalar la pieza en tanto las tensiones de compresión tienden a aplastarla o comprimirla.

Las *tensiones por esfuerzo de corte* son generadas por esfuerzo de corte directo, esfuerzo de corte vertical en vigas, o bien, torsión. En cada caso, la acción en un elemento que se somete a esfuerzo de corte es una tendencia a *cortar* la pieza por medio de una tensión descendente en una cara mientras al mismo tiempo se ejerce una tensión ascendente en la cara paralela opuesta. Esta es la acción de un simple par de navajas o tijeras. Sin embargo, nótese que si sólo un par de tensiones por esfuerzo de corte actúa sobre un elemento que genera tensión, éste no se encontrará equilibrado. Por el contrario, tenderá a girar porque el par de tensiones por esfuerzo de corte formarán un cople. Para que haya equilibrio debe existir un segundo par de tensiones por esfuerzo de corte en las otras dos caras del elemento, que actúen en sentido opuesto a las del primer par. En resumen, las tensiones por esfuerzo de corte en una pieza o elemento se deben mostrar siempre como dos pares de tensiones iguales que actúen sobre los cuatro lados del elemento (en forma paralela a ellos). La figura 3-1(c) es un ejemplo.

### Convención en cuanto a signos para tensiones por esfuerzo de corte

En este libro se adopta la convención siguiente:

*Las tensiones positivas por esfuerzo de corte tienden a hacer girar el elemento en el sentido de las manecillas del reloj.*

*Las tensiones negativas por esfuerzo de corte tienden a hacer girar el elemento en sentido inverso al de las manecillas del reloj*

Para denotar tensiones por esfuerzo de corte se emplea una notación de doble subíndice. Por ejemplo, en el plano  $x$ - $y$ , que se dibuja en la figura 3-1(c), el par de tensiones por esfuerzo de corte,  $\tau_{xy}$ , indica una tensión por esfuerzo de corte que actúa sobre la cara del elemento que es perpendicular al eje  $x$  y paralelo al eje  $y$ . Por consiguiente,  $\tau_{yx}$  actúa sobre la cara que es perpendicular al eje  $y$  y paralelo al eje  $x$ . En este ejemplo,  $\tau_{xy}$  es positiva y  $\tau_{yx}$  negativa.

### 3-4 TENSIONES DIRECTAS: TENSION Y COMPRESION

La *tensión* se puede definir como la resistencia interna que ofrece una unidad de área de un material hacia una carga que se aplica en forma externa. Las *tensiones normales* ( $\sigma$ ) son por tracción (positivas) o por compresión (negativas).

Para una pieza que soporta carga en la cual la carga externa está distribuida de manera uniforme a lo largo de la sección transversal de la pieza, la magnitud de la tensión se puede calcular a partir de la fórmula de tensión directa:

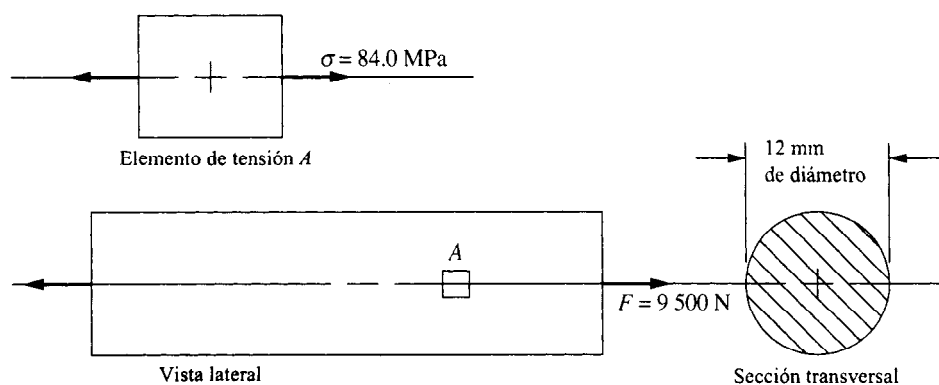
$$\sigma = \text{Fuerza/área} = F/A \quad (3-1)$$

Las unidades para tensión siempre se expresan como *fuerza por unidad de área* (véase la tabla 1-1). En el sistema británico de unidades, por lo general, las unidades que corresponden a tensión se expresan en lb/pulg.<sup>2</sup> o psi. Por conveniencia, a veces la tensión se expresa como Kips/pulg.<sup>2</sup> (Ksi). En el sistema SI la unidad para fuerza es el newton (N). Por tanto, la unidad estándar para tensión es N/m<sup>2</sup>, la cual recibe el nombre de *pascal* (Pa). Como el pascal es una unidad muy pequeña, el nivel típico de tensión en piezas de maquinaria, de manera particular en piezas metálicas, es en el rango de *megapascal* (10<sup>6</sup> de pascal). También es útil recordar que

$$1.0 \text{ MPa} = 1.0 \text{ N/mm}^2$$

Esta relación es útil ya que el área transversal de una parte típica de maquinaria se expresa en mm<sup>2</sup>.

**Problema ilustrativo 3-1.** A una barra redonda de 12 mm de diámetro se le aplica una fuerza de tracción de 9,500 N, como se muestra en la figura 3-2. Calcule la tensión por tracción directa en la barra.



**Figura 3-2 Tensión por tracción en una barra redonda**

**Solución.** Se utiliza la ecuación (3-1),  $\sigma = F/A$ . El área que opone resistencia a la fuerza de tracción que se aplica es la sección circular transversal de la barra. Su área es

$$A = (\pi D^2)/4 = [(\pi)(12 \text{ mm})^2]/4 = 113 \text{ mm}^2$$

Por tanto, la tensión por tracción es

$$\sigma = (9\,500 \text{ N})/(113 \text{ mm}^2) = 84.0 \text{ N/mm}^2 = 84.0 \text{ MPa}$$

Las condiciones en el uso de la ecuación (3-1) son las siguientes:

1. La pieza o elemento que soporta carga debe ser recta.

2. La línea de acción de la carga debe pasar por el centroide de la sección transversal de la pieza.
3. La pieza debe tener una sección transversal uniforme cerca de donde se calcula la tensión.
4. El material debe ser homogéneo e isotrópico.
5. En el caso de piezas con compresión, la pieza debe ser corta para evitar el pandeo. Las condiciones bajo las cuales se espera que haya pandeo se analizan en el capítulo 6.

### 3-5 DEFORMACION BAJO CARGA AXIAL DIRECTA

La fórmula siguiente calcula la extensión o estiramiento debida a una carga axial de tracción directa o el encogimiento o contracción que se debe a una carga axial directa de compresión.

$$\delta = FL/EA \quad (3-2)$$

En esta ecuación  $\delta$  = a la deformación de la pieza que soporta la carga axial. También:

$F$  = Carga axial directa

$L$  = Longitud original total de la pieza

$E$  = Módulo de elasticidad del material

$A$  = Area seccional transversal de la pieza.

Señalando que  $\sigma = F/A$ , la deformación también se puede calcular a partir de:

$$\delta = \sigma L/E \quad (3-3)$$

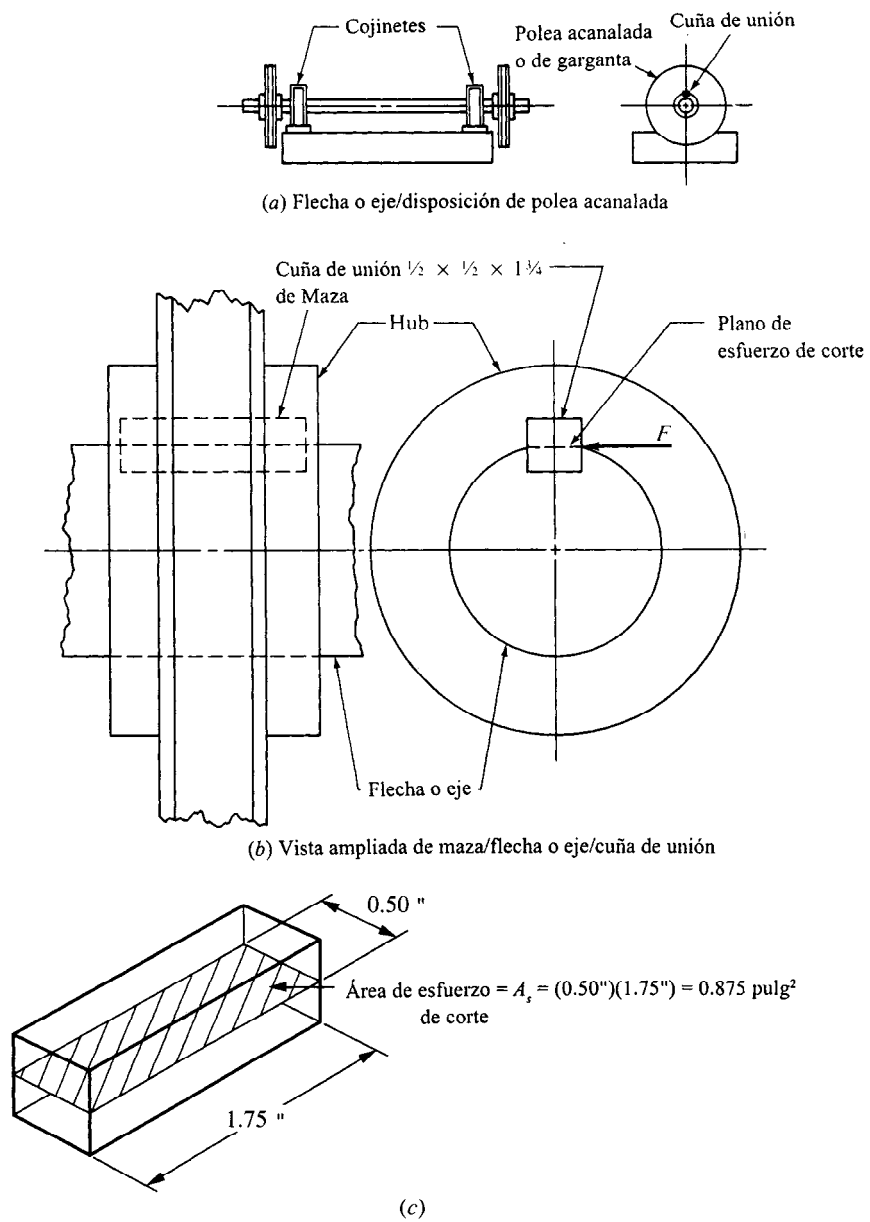
---

**Problema ilustrativo 3-2.** Para la barra redonda que se somete a la carga por tracción ilustrada en la figura 3-2, calcule la deformación total si su longitud original es 3,600 mm. La barra se fabrica con un acero cuyo coeficiente de elasticidad es 207 Gpa.

**Solución.** Utilizando la ecuación (3-3) se obtiene

$$\delta = \frac{\sigma L}{E} = \frac{(84.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2)(3\,600 \text{ mm})}{(207 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 1.46 \text{ mm}$$

---



**Figura 3-3** Esfuerzo de corte directo en una cuña de unión

### 3-6 TENSION POR ESFUERZO DE CORTE DIRECTO

La *tensión por esfuerzo de corte directo* se genera cuando la fuerza que se aplica tiende a cortar a través de la pieza como lo hacen las tijeras o cuchillas o cuando se utilizan un punzón y un troquel para punzar un pedazo de material de una lámina. Otro ejemplo importante de esfuerzo de corte directo en el diseño de maquinaria es la tendencia en una cuña de unión a ser cortada en la sección entre el eje o flecha y la maza de una pieza de maquinaria cuando se transmite torque. La figura 3-3 ilustra esta acción.

El método para calcular la tensión por esfuerzo de corte directo es similar al que se emplea para calcular la tensión por tracción directa porque se supone que la fuerza que se aplica está distribuida de manera uniforme a lo largo de la sección transversal de la pieza que se opone a la fuerza. No obstante, ese tipo de tensión es *tensión por esfuerzo de corte* más que *tensión normal*. El símbolo que se utiliza para tensión por esfuerzo de corte es la letra griega tau ( $\tau$ ). En consecuencia, la fórmula para tensión por esfuerzo de corte directo se puede escribir como:

$$\tau = \text{Fuerza de corte} / \text{área de corte} = F / A_s \quad (3-4)$$

Promedio de tensión por esfuerzo de corte, es un nombre más adecuado para esto pero con el afán de simplificar se supone que la tensión se distribuye de manera uniforme a lo largo del área de corte.

**Problema ilustrativo 3-3.** La figura 3-3 ilustra una flecha o eje que tiene dos poleas acanaladas unidas a la flecha o eje por medio de cuñas. La parte (b) muestra que una fuerza  $F$  es transmitida de la flecha o eje a la maza de la polea acanalada por medio de una cuña de unión cuadrada. El diámetro de la flecha o eje es de 2.25" y transmite un torque de 14,063 lb/pulg. La cuña tiene una sección transversal cuadrada, que mide 0.50" por lado, y tiene 1.75" de largo. Calcule la fuerza en la cuña de unión y la tensión por corte que genera esta fuerza.

**Solución.** El torque  $T$  es igual al producto de la fuerza en la cuña de unión por el radio  $R$  de la flecha o eje. Así, la fuerza es

$$F = T/R = 14\,063 \text{ lb} \cdot \text{"} / 1.125 \text{ "} = 12\,500 \text{ lb}$$

Ahora, la tensión por esfuerzo de corte directo se puede calcular utilizando la ecuación (3-4). El área en corte es la sección transversal de la cuña de unión en la interfase entre la flecha o eje y la maza. Por tanto, la tensión por corte directo en la cuña es

$$\tau = F / A_s$$

$$A_s = (0.5\text{"})(1.75\text{"}) = 0.875 \text{ pulg.}^2$$

$$\tau = (12\,500 \text{ lb}) / (0.875 \text{ pulg.}^2) = 14\,300 \text{ lb} / \text{pulg.}^2 = 14\,300 \text{ psi}$$

### 3-7 RELACION ENTRE TORQUE, POTENCIA Y VELOCIDAD DE GIRO

La relación entre potencia ( $P$ ), velocidad de giro ( $n$ ) y torque ( $T$ ) en una flecha o eje se describe por medio de la ecuación

$$T = P/n \quad (3-5)$$

En unidades SI, la potencia se expresa en la unidad *watt* (W) o su equivalente *newton metro por segundo* (N·m/s), y la velocidad de giro es en *radianes por segundo* (rad/s).

**Problema ilustrativo 3-4.** Calcule la cantidad de torque en una flecha o eje que transmite 750 W de potencia en tanto gira a 183 rad/s. (Nota: esto es equivalente a la salida de motor eléctrico de 1.0 hp y 4 polos, que funciona a su velocidad de 1,750 rpm. Véase el capítulo 17).

**Solución.** Por medio de la ecuación (3-5).

$$\begin{aligned} T &= (750 \text{ N} \cdot \text{m/s}) / (183 \text{ rad/s}) \\ T &= 4.10 \text{ N} \cdot \text{m/rad} = 4.10 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

En cálculos como los anteriores, la unidad N·m/rad es correcta en términos de dimensiones y algunos promueven que se utilice. La mayoría, no obstante, considera que el radián carece de dimensiones, lo cual da por resultado un torque en N·m u otras unidades de fuerza por distancia que resultan familiares.

En el sistema británico de unidades, la potencia se expresa, casi siempre, como *caballo de potencia*, que equivale a 550 pies·lb/s. La unidad típica para velocidad de giro es rpm, revoluciones por minuto. Sin embargo, la unidad más conveniente para el torque es libra-pulgada (lb·pulg.). Si se consideran todas estas unidades y se realizan las conversiones de unidades necesarias, la fórmula siguiente se utiliza para calcular el torque en una flecha o eje que soporta una cierta potencia  $P$  (en hp) en tanto gira a una velocidad de  $n$  rpm.

$$T = (63\,000P)/n \quad (3-6)$$

El torque que resulte se expresa en libras-pulgadas. El lector debe verificar el valor de la constante, 63,000.

**Problema ilustrativo 3-5.** Calcule el torque en una flecha o eje que transmite 1.0 hp mientras gira a 1,750 rpm. Nótese que estas son las mismas condiciones aproximadamente para las cuales se calculó el torque en el ejemplo utilizando unidades SI.



**Solución.** Utilizando la ecuación (3-6)

$$T = [63\,000(1.0)]/1\,750 = 36.0 \text{ lb} \cdot \text{''}$$

### 3-8 TENSION DE ESFUERZO DE CORTE POR TORSION

Cuando se aplica un *torque*, o momento de giro, a una pieza, tiende a deformarse como consecuencia del giro, lo que provoca una rotación de una parte de la pieza en relación a otra. Tal giro genera una tensión por esfuerzo de corte en la pieza. Para un elemento pequeño de la pieza la naturaleza de la tensión es la misma que la que se experimenta bajo tensión por esfuerzo de corte directo. Sin embargo, en *corte por torsión*, la distribución de la tensión no es uniforme.

El caso más frecuente de corte por torsión en el diseño de máquinas es el de una flecha o eje circular que transmite potencia. El diseño de flechas o ejes se aborda en el capítulo 9.

#### Fórmula de tensión de esfuerzo de corte por torsión

Cuando se somete a la acción de un torque, la superficie exterior de una flecha o eje redonda maciza experimenta la máxima tirantez por esfuerzo de corte y, por consiguiente, la mayor tensión de esfuerzo de corte por torsión. Véase la figura 3-4. El valor de la tensión máxima de esfuerzo de corte por torsión se determina por medio de

$$\tau_{\max} = Tc/J \quad (3-7)$$

donde  $c$  es el radio de la flecha o eje y  $J$  es el momento polar de inercia. Véase el apéndice A-1 para fórmulas para  $J$ .

**Problema ilustrativo 3-6.** Calcule la tensión máxima de esfuerzo de corte por torsión en una flecha o eje que tiene un diámetro de 10 mm cuando soporta un torque de 4.10 N·m.

**Solución.** Utilizando la ecuación (3-7),

$$J = \pi D^4/32 = [(\pi)(10 \text{ mm})^4]/32 = 982 \text{ mm}^4$$

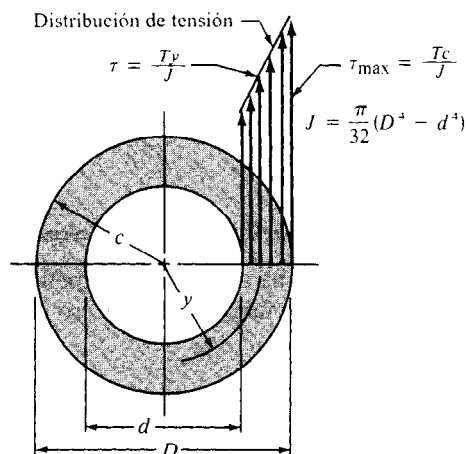
$$c = D/2 = 5.0 \text{ mm}$$

$$\tau_{\max} = \frac{(4.10 \text{ N} \cdot \text{m})(5.0 \text{ mm})}{982 \text{ mm}^4} \frac{10^3 \text{ mm}}{\text{m}} = 20.9 \text{ N/mm}^2 = 20.9 \text{ MPa}$$

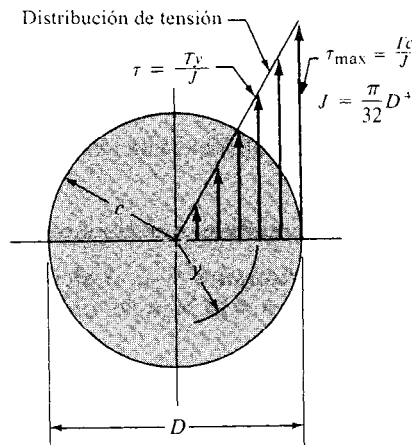
Si se desea calcular la tensión de esfuerzo de corte por torsión en algún punto dentro de la flecha o eje, se emplea la fórmula más general:

$$\tau = Ty/J \quad (3-8)$$





**Figura 3-4** Distribución de tensión en una flecha o eje maciza



**Figura 3-5** Distribución de tensión en una flecha o eje hueca

donde  $y$  es la distancia radial del centro de la flecha o eje al punto de interés. La figura 3-4 ilustra en forma gráfica que esta ecuación se basa en la variación lineal de la tensión de esfuerzo de corte por torsión de cero en el centro de la flecha o eje al valor máximo de la superficie exterior.

Las ecuaciones (3-7) y (3-8) se aplican también a flechas o ejes huecos (la figura 3-5 muestra la distribución de la tensión por esfuerzo de corte). Nótese, de nuevo, que la tensión máxima por esfuerzo de corte se genera en la superficie exterior. Nótese además que la sección transversal en su totalidad soporta un nivel de tensión relativamente alto. La flecha o eje es más eficiente debido a esto. Debe señalarse que el material que se encuentra cerca del centro de la flecha o eje macizo no está sometido a tensión excesiva.

En lo concerniente al diseño, conviene definir el *coeficiente de sección polar*,  $Z_p$ , donde

$$Z_p = J/c \quad (3-9)$$

Entonces la ecuación para la tensión máxima de esfuerzo de corte por torsión es

$$\tau_{\max} = T/Z_p \quad (3-10)$$

El apéndice A-1 presenta también las fórmulas para el coeficiente de sección polar.

### 3-9 DEFORMACION POR TORSION

Cuando una flecha o eje se somete a un torque, sufre un giro en el que una sección transversal gira en relación a otras secciones transversales en la flecha o eje. El ángulo de giro se calcula a partir de

$$\theta = TL/GJ \quad (3-11)$$

En esta fórmula

$\theta$  = Angulo de giro (radianes)

$L$  = Longitud de la flecha o eje sobre la cual se calcula el ángulo de giro

$G$  = Módulo de elasticidad del material de la flecha o eje en corte

---

**Problema ilustrativo 3-7.** Calcule el ángulo de giro de una flecha o eje cuyo diámetro es 10 mm y soporta 4.10 N·m de torque si tiene 250 mm de largo y se fabrica de un acero con  $G = 80$  GPa.

**Solución.** Utilizando la ecuación (3-11), por consistencia, sea  $T = 4.10 \times 10^3$  N·mm y  $G = 80 \times 10^3$  N/mm<sup>2</sup>. Por consiguiente,

$$\theta = \frac{(4.10 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{mm})(250 \text{ mm})}{(80 \times 10^3 \text{ N/mm}^2)(982 \text{ mm}^4)} = 0.013 \text{ rad}$$

Utilizando  $\tau \text{ rad} = 180$ , esto equivale a  $0.75^\circ$ .

---

### 3-10 TORSION EN PIEZAS QUE TIENEN SECCIONES TRANSVERSALES NO CIRCULARES

El comportamiento de piezas que tienen secciones transversales no circulares cuando se someten a torsión es radicalmente distinto al de piezas que tienen secciones transversales circulares. Sin embargo, los factores que con más frecuencia se utilizan en diseño de maquinaria son la tensión máxima y el ángulo total de giro para tales piezas. Las fórmulas para estos ángulos se pueden expresar en forma similar a las fórmulas que se emplean para piezas de sección circular transversal (flechas o ejes redondos macizos y huecos).

Se pueden utilizar las fórmulas siguientes.

$$\tau_{\max} = T/Q \quad (3-12)$$

$$\theta = TL/GK \quad (3-13)$$

Nótese que las ecuaciones (3-12) y (3-13) son similares a las (3-10) y (3-11), con la sustitución de  $Q$  por  $Z_p$  y  $K$  por  $J$ . Remítase a la figura 3-6 para los métodos que se emplean para determinar los valores de  $Q$  y  $K$  para diferentes tipos de secciones transversales útiles en el diseño de maquinaria. Estos valores sólo son adecuados si los extremos de la pieza están en libertad de deformarse. Si cualquiera de los extremos está fijo, por ejemplo soldado a una estructura maciza, son muy diferentes la tensión y el ángulo de giro resultantes. Véanse las referencias bibliográficas [2, 4, 6] que se presentan en la lista al final del capítulo.

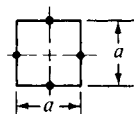
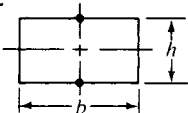
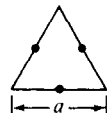
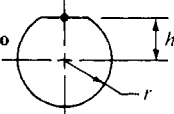
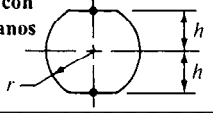
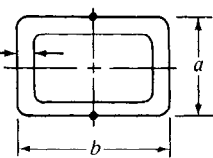
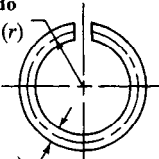
Forma de sección transversal	$K =$ para usarse en $\theta = TL/GK$ $Q =$ para usarse en $\tau = T/Q$	El punto negro (●) denota la ubicación de $\tau_{\max}$																					
<b>Cuadrada</b> 	$K = 0.141a^4$ $Q = 0.208a^3$	$\tau_{\max}$ en el punto medio de cada lado																					
<b>Rectangular</b> 	$K = bh^3 \left[ \frac{1}{3} - 0.21 \frac{h}{b} \left( 1 - \frac{(h/b)^4}{12} \right) \right]$ $Q = \frac{bh^2}{[3 + 1.8(h/b)]}$	(Aproximado: dentro de + 5%) $\tau_{\max}$ en el punto medio de los lados largos																					
<b>Triangular (equilátero)</b> 	$K = 0.0217a^4$ $Q = 0.050a^3$																						
<b>Flecha o eje con un lado plano</b> 	$K = C_1 r^4$ $Q = C_2 r^3$	<table><tr><td><math>h/r</math></td><td>0</td><td>0.2</td><td>0.4</td><td>0.6</td><td>0.8</td><td>1.0</td></tr><tr><td><math>C_1</math></td><td>0.30</td><td>0.51</td><td>0.78</td><td>1.06</td><td>1.37</td><td>1.57</td></tr><tr><td><math>C_2</math></td><td>0.35</td><td>0.51</td><td>0.70</td><td>0.92</td><td>1.18</td><td>1.57</td></tr></table>	$h/r$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	$C_1$	0.30	0.51	0.78	1.06	1.37	1.57	$C_2$	0.35	0.51	0.70	0.92	1.18	1.57
$h/r$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0																	
$C_1$	0.30	0.51	0.78	1.06	1.37	1.57																	
$C_2$	0.35	0.51	0.70	0.92	1.18	1.57																	
<b>Flecha o eje con dos lados planos</b> 	$K = C_3 r^4$ $Q = C_4 r^3$	<table><tr><td><math>h/r</math></td><td>0.5</td><td>0.6</td><td>0.7</td><td>0.8</td><td>0.9</td><td>1.0</td></tr><tr><td><math>C_3</math></td><td>0.44</td><td>0.67</td><td>0.93</td><td>1.19</td><td>1.39</td><td>1.57</td></tr><tr><td><math>C_4</math></td><td>0.47</td><td>0.60</td><td>0.81</td><td>1.02</td><td>1.25</td><td>1.57</td></tr></table>	$h/r$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	$C_3$	0.44	0.67	0.93	1.19	1.39	1.57	$C_4$	0.47	0.60	0.81	1.02	1.25	1.57
$h/r$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0																	
$C_3$	0.44	0.67	0.93	1.19	1.39	1.57																	
$C_4$	0.47	0.60	0.81	1.02	1.25	1.57																	
<b>Rectangular hueca</b> (uniforme) 	$K = \frac{2t(a-t)^2(b-t)^2}{(a+b-2t)}$ $Q = 2t(a-t)(b-t)$ Da la tensión promedio; buena aproximación de la tensión máxima si $t$ es pequeña Las esquinas tienen chaflanes generosos																						
<b>Tubo cortado</b> Radio medio ( $r$ )  $t$ (uniforme)	$K = 2\pi r t^3/3$ $Q = \frac{4\pi^2 r^2 t^2}{(6\pi r + 1.8t)}$ $t$ debe ser pequeña																						

Figura 3-6 Métodos para determinar valores para  $K$  y  $Q$  para distintos tipos de secciones transversales

**Problema ilustrativo 3-8.** Una flecha o eje, de 2.00" de diámetro que soporta una rueda o polea de cadena tiene un extremo fresado en forma de cuadro para permitir el uso de una manivela manual. El cuadro mide 1.75" por lado. Calcule la tensión máxima por esfuerzo de corte en la parte cuadrada de la flecha o eje cuando se aplica un torque de 15,000 lb·pulg. A su vez, si la longitud de la parte cuadrada es 8.00" calcule el ángulo de giro sobre esta parte. El material de que está fabricada la flecha o eje es acero con  $G = 11.5 \times 10^6$  psi.

**Solución.** La figura 3-6 muestra los métodos para calcular los valores de  $Q$  y  $K$  para utilizarlos en las ecuaciones (3-12) y (3-13). Así

$$Q = 0.208a^3 = (0.208)(1.75")^3 = 1.115 \text{ pulg.}^3$$

$$K = 0.141a^4 = (0.141)(1.75")^4 = 1.322 \text{ pulg.}^4$$

Ahora es posible calcular la tensión y la deflexión.

$$\tau_{\max} = \frac{T}{Q} = \frac{15\,000 \text{ lb} \cdot \text{pulg.}}{(1.115 \text{ pulg.}^3)} = 13\,460 \text{ psi}$$

$$\theta = \frac{TL}{GK} = \frac{(11.5 \text{ lb} \cdot \text{pulg.})(8.00")}{(11.5 \times 10^6 \text{ lb} \cdot \text{pulg.}^2)(1.322 \text{ pulg.}^4)} = 0.0079 \text{ rad}$$

Al convertir el ángulo de giro a grados,

$$\theta = (0.0079 \text{ rad})(180^\circ/\pi \text{ rad}) = 0.452^\circ$$

### 3-11 TORSION EN TUBOS CERRADOS DE PARED DELGADA

Un enfoque general para tubos cerrados, de pared delgada, virtualmente de cualquiera que sea su forma, hace uso de las ecuaciones (3-12) y (3-13) con métodos especiales para evaluar  $K$  y  $Q$ . La figura 3-7 ilustra un tubo cuyo espesor correspondiente a la pared es constante. Los valores de  $K$  y  $Q$  son

$$K = 4A^2t/U \quad (3-14)$$

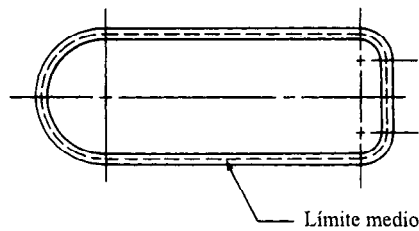
$$Q = 2tA \quad (3-15)$$

donde  $A$  = área delimitada por el límite medio (indica la línea punteada en la figura 3-7)

$t$  = Espesor de la pared (debe ser uniforme y delgada)

$U$  = Longitud del límite medio

La tensión por esfuerzo de corte, que se calcula por medio de este enfoque, es la *tensión promedio* en la pared del tubo. Sin embargo, si el espesor de la pared,  $t$ , es pequeño (pared



**Figura 3-7** Tubo cerrado, de pared delgada con un espesor de pared constante

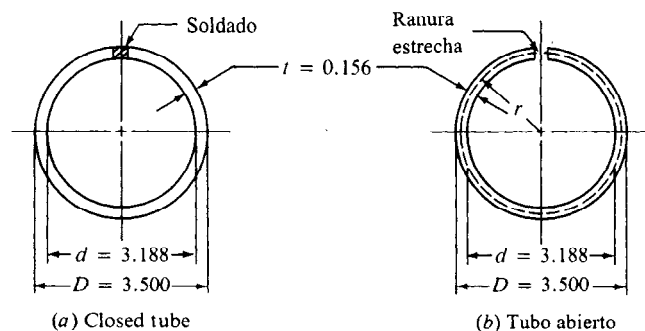
delgada), la tensión es casi uniforme en la totalidad de la pared, y de este enfoque se obtendrá una aproximación, en buena medida precisa, de la tensión máxima. Para el análisis de secciones tubulares cuyo espesor de pared no es uniforme, consulte las referencias [2, 4, 7] de la bibliografía.

Para diseñar una pieza que sólo sea resistente a la torsión, o bien a torsión y flexión combinadas, se aconseja elegir tubos huecos, ya sea redondos o rectangulares o con cualquier otra forma cerrada. Tienen buena eficiencia tanto ante flexión como torsión.

### 3-12 TUBOS ABIERTOS EN COMPARACION A TUBOS CERRADOS

El término *tubo abierto* hace mención a una forma que al parecer es tubular pero no cerrada por completo. Existe, por ejemplo, tubería que se fabrica a partir de una tira delgada y plana de acero a la que se le da forma por medio de rolarla hasta que se obtiene la forma que se desea (circular, rectangular, cuadrada y demás). Luego se solda una costura a todo lo largo del tubo. Resulta interesante comparar las propiedades de la sección transversal de ese tubo antes y después que se solda. El problema ilustrativo que se expone a continuación ilustra tal comparación para una tubería circular de un tamaño particular.

**Problema ilustrativo 3-9.** La figura 3-8 muestra un tubo antes [parte (b)] y después [parte (a)] que se solda la costura. Compare la rigidez y la resistencia de cada forma.



**Figura 3-8** Comparación de tubos cerrados y abiertos

**Solución.** Nótese en la ecuación (3-13), el ángulo de giro de una pieza que se somete a torsión la cual tiene una sección transversal no circular que es inversamente proporcional al valor de  $K$ . Antes, por medio de la ecuación (3-13), se mostró que el ángulo de giro en un tubo circular hueco cerrado es inversamente proporcional al momento polar de inercia  $J$ . En consecuencia, la comparación relativa a rigidez ante torsión se puede realizar calculando la relación  $J/K$ .

Para el tubo cerrado, hueco

$$J = \pi(D^4 - d^4)/32$$

$$J = \pi(3.500^4 - 3.188^4)/32 = 4.592 \text{ pulg}^4$$

Para el tubo cerrado, antes que se solde la ranura, de la figura 3-6,

$$K = 2\pi r^3/3$$

$$K = [(2)(\pi)(1.672)(0.156)^3]/3 = 0.0133 \text{ pulg}^4$$

Nótese que el ángulo de giro es proporcional a  $J$  para el tubo cerrado [ecuación (3-11)], o bien, a  $K$ , para el tubo abierto [ecuación (3-12)]. Por consiguiente, la relación de la rigidez del tubo cerrado con la del tubo abierto (que tiene ranura) es

$$\text{Relación} = J/K = 4.592/0.0133 = 345$$

Así, para un torque específico que se aplica, el tubo que tiene una ranura girará 345 veces más que el tubo cerrado.

Las ecuaciones (3-12) y (3-8) muestran que la tensión máxima de esfuerzo de corte por torsión es inversamente proporcional a  $Q$  y  $Z_p$  para los tubos cerrado y abierto, respectivamente. Entonces, la comparación de las resistencias de las dos formas se puede efectuar calculando la relación  $J/Q$ .

Ya se calculó que el valor de  $J$  es 4.592 pulg.<sup>4</sup> Así

$$Z_p = J/c = J/(D/2) = 4.592 \text{ pulg}^4 / [(3.500 \text{ pulg.})/2] = 2.624 \text{ pulg}^3$$

Para el tubo abierto,

$$Q = \frac{4\pi^2 r^2 t^2}{(6\pi r + 1.8t)} = \frac{4\pi^2 (1.672")^2 (0.156")^2}{[6\pi (1.672") + 1.8 (0.156")]} = 0.0845 \text{ pulg}^3$$

En consecuencia, la comparación de resistencia es

$$\text{Relación} = Z_p / Q = 2.624/0.0845 = 31.1$$

Por tanto, para un torque específico que se aplica, la tensión en el tubo abierto será 31.1 veces más alta que en el tubo cerrado.

### 3-13 TENSION POR ESFUERZO DE CORTE VERTICAL

Una viga que soporta cargas transversales a su eje experimentará fuerzas de esfuerzo de corte que se denotan por medio de  $V$ . En el análisis de vigas, es común calcular la variación en fuerzas de esfuerzo de corte a lo largo de la longitud total de la viga y dibujar la *gráfica de fuerza de esfuerzo de corte*. Por consiguiente, la tensión por esfuerzo de corte vertical que resulta se puede calcular a partir de

$$\tau = VQ/It \quad (3-16)$$

En esta fórmula,  $I$  es el momento rectangular de inercia de la sección transversal de la viga y  $t$  es el espesor de la sección en el lugar donde se debe calcular la tensión por esfuerzo de corte. Para la mayor parte de las formas de sección, la tensión máxima por esfuerzo de corte vertical se genera en el eje neutral. Específicamente, si el espesor no es menor en un lugar lejos del eje neutral, entonces se asegura que la tensión máxima por esfuerzo de corte vertical se genera en el eje neutral.

El término  $Q$  en la ecuación (3-16) recibe el nombre de *momento estático* de la sección: el momento del área arriba de donde se debe calcular la tensión por esfuerzo de corte. Esto es,

$$Q = A_p y \quad (3-17)$$

donde  $A_p$  es esa parte del área de la sección arriba del lugar donde se debe calcular la tensión y  $y$  es la distancia del eje neutral de la sección al centroide del área  $A_p$ . La figura 3-9 muestra tres ejemplos de cómo se calcula  $Q$  en secciones transversales típicas de vigas. En cada una, la tensión máxima de esfuerzo de corte vertical se genera en el eje neutral.

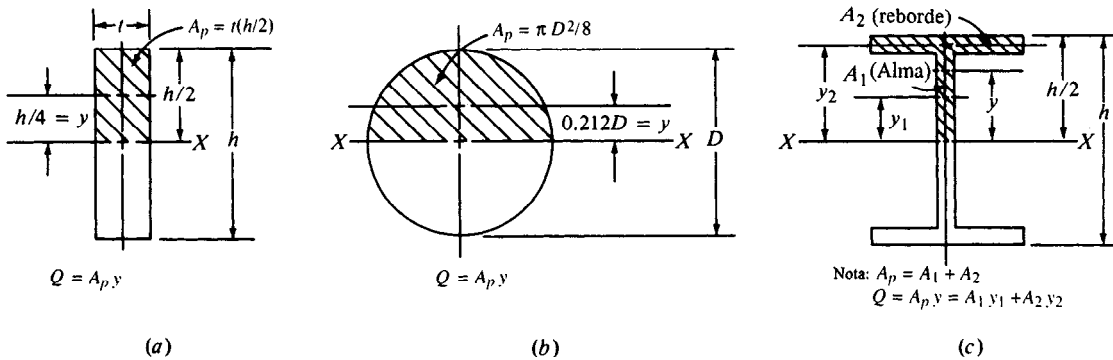
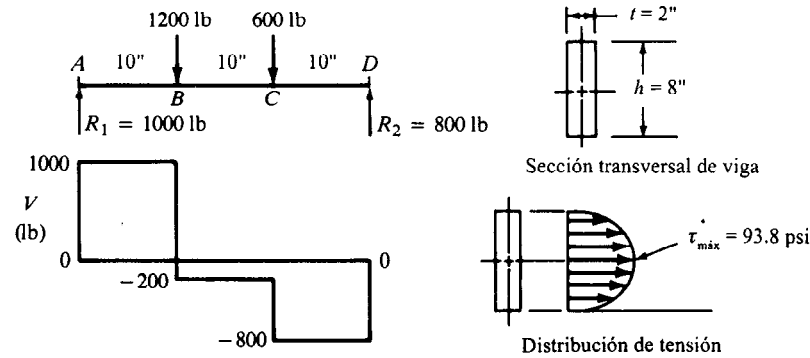


Figura 3-9 Ilustraciones de  $A_p$  y  $y$  que se utilizan para calcular  $Q$  para tres formas

**Problema ilustrativo 3-10.** La figura 3-10 muestra una viga apoyada en forma sencilla que soporta dos cargas concentradas. La gráfica de fuerza de esfuerzo de corte se muestra junto con la forma rectangular y el tamaño de la sección transversal de la viga. La distribución de tensión es parabólica, la tensión máxima se genera en el eje neutral. Utilice la ecuación (3-16) para calcular la tensión máxima por esfuerzo de corte en la viga.



**Figura 3-10** Momento estático  $Q$  y tensión por esfuerzo de corte vertical para la viga del problema ilustrativo 3-10

**Solución.** Se sabe que  $V = 1,000$  lb, la fuerza máxima por esfuerzo de corte en la viga que se genera en cualquier lugar entre los puntos  $A$  y  $B$ . También,  $t = 2.00$ ". Ahora se calcula el valor de  $I$ . Véase el apéndice A-1 para la fórmula.

$$I = th^3 / 12 = [(2)(8)^3] / 12 = 85.3 \text{ pulg}^4$$

El valor del momento estático  $Q$  para la sección transversal se puede calcular a partir de la ecuación (3-17). Consulte la figura 3-9(a) para la notación.

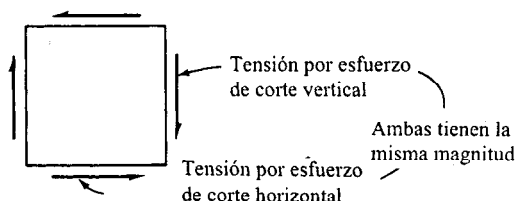
$$Q = A_p y = t (h/2)(h/4) = (2)(8/2)(8/4) = 16.0 \text{ pulg}^3$$

Así, la tensión máxima por esfuerzo de corte es

$$\tau = \frac{(1\,000 \text{ lb})(16.0 \text{ pulg}^3)}{(85.3 \text{ pulg}^4)(2.0")} = 93.8 \text{ lb/pulg}^2 = 93.8 \text{ psi}$$

Es necesario señalar que la tensión por esfuerzo de corte vertical es igual a la *tensión por esfuerzo de corte horizontal* porque cualquier pieza de material que se somete a una tensión por esfuerzo de corte en una cara debe tener una tensión por esfuerzo de corte en la cara adyacente de la misma magnitud para que la pieza esté en equilibrio. La figura 3-11 muestra este fenómeno.





**Figura 3-11 Tensiones por esfuerzo de corte en un elemento**

En la mayor parte de las vigas, la magnitud de la tensión por esfuerzo de corte vertical es pequeña si se le compara con la tensión por flexión (véase la sección siguiente). Es por ello que casi siempre se omite calcularla. Entre aquellos casos en que es importante se incluye los siguientes:

1. Cuando el material de que está hecha la viga tiene una resistencia, en alguna medida, baja (como la madera).
2. Cuando el momento de flexión es cero o pequeño (y, en consecuencia, la tensión por flexión es mínima), por ejemplo, en los extremos de vigas que se apoyan en forma sencilla y para vigas cortas.
3. Cuando el espesor de la sección que soporta la fuerza de esfuerzo de corte es pequeño, como en secciones que se fabrican con láminas roladas, algunas formas extruidas y formas estructurales roladas como vigas de reborde ancho.

### 3-14 FORMULAS ESPECIALES PARA TENSION POR ESFUERZO DE CORTE

La ecuación (3-16) puede resultar difícil de manejar debido a la necesidad de evaluar el momento estático,  $Q$ . Existen numerosas secciones transversales, cuyo uso está generalizado, que tienen fórmulas especiales, fáciles de usar, para la tensión máxima por esfuerzo de corte vertical.

#### Rectangular

$$\tau_{\max} = 3V/2A \quad (\text{exacta}) \quad (3-18)$$

donde  $A$  es el área total del corte transversal de la viga.

#### Circular

$$\tau_{\max} = 4V/3A \quad (\text{exacta}) \quad (3-19)$$

#### En forma de I

$$\tau_{\max} \approx V/th \quad (\text{aproximadamente: casi 15\% inferior}) \quad (3-20)$$

donde  $t$  es el espesor del alma y  $h$  es la altura del alma (por ejemplo, una viga de reborde ancho).



**Tubo de pared delgada**

$$\tau_{\max} \approx 2V/A \quad (\text{aproximadamente: un poco alto}) \quad (3-21)$$

En todos estos casos, la tensión máxima por esfuerzo de corte se genera en el eje neutral.

**Problema ilustrativo 3-11.** Calcule la tensión máxima por esfuerzo de corte que se describe en el ejemplo ilustrativo 3-10 utilizando la fórmula especial para tensión por esfuerzo de corte que corresponde a una sección rectangular.

**Solución.** Utilizando la ecuación (3-18),

$$\tau_{\max} = \frac{3V}{2A} = \frac{3(1\,000\text{ lb})}{2[(2.0\text{''})(8.0\text{''})]} = 93.8\text{ psi}$$

Como se esperaba, este resultado es el mismo que el del problema ilustrativo 3-10.

**3-15 TENSION DEBIDA A LA FLEXION**

Una *viga* es una pieza que soporta cargas transversales a su eje. Tales cargas provocan momentos de flexión en la viga, lo que da por resultado el desarrollo de tensiones por flexión. Las tensiones por flexión son *tensiones normales*, esto es, ya sea de tracción o de compresión. La tensión máxima por flexión en la sección transversal de una viga se generará en la sección más lejana al eje neutral de la sección. En ese punto, de la fórmula de flexión se obtiene la tensión:

$$\sigma = Mc/I \quad (3-22)$$

donde  $M$  es la magnitud del momento de flexión en la sección;  $I$  es el momento de inercia de la sección transversal respecto a su eje neutral; y  $c$  es la distancia del eje neutral a la fibra más exterior de la sección transversal de la viga. La magnitud de la tensión por flexión varía en forma lineal dentro de la sección transversal a partir de un valor de cero en el eje neutral, hasta la tensión máxima por tracción en un lado del eje neutral, y hasta la tensión máxima por compresión en el otro lado. La figura 3.12 muestra una distribución típica de la tensión en la sección transversal de una viga.

Nótese que la *flexión positiva* se genera cuando la forma deflexionada de la viga es cóncava hacia arriba, lo que da por resultado una compresión en la parte superior de la sección transversal y tensión en la parte inferior. Se puede decir que una viga como esta “contiene agua”. Por el contrario, una flexión negativa provoca que la viga sea cóncava hacia abajo.

La fórmula de flexión se desarrolló sujeta a las condiciones que se explican a continuación:

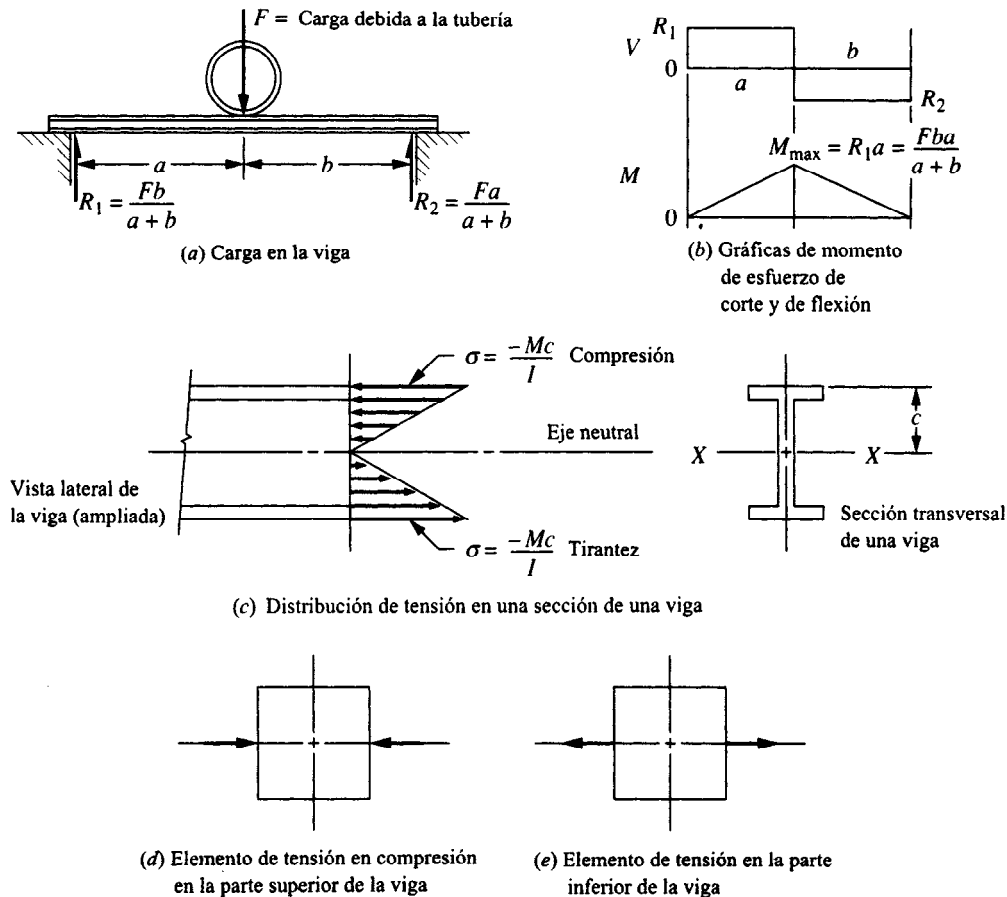


Figura 3-12 Distribución típica de tensión por flexión en la sección transversal de una viga

1. La viga debe estar en flexión pura. Las tensiones por esfuerzo de corte deben ser de cero o susceptibles de omitirse. No se presentan cargas axiales.
2. La viga no debe girar o estar sujeta a una carga por torsión.
3. El material de que está hecha la viga debe cumplir con la ley de Hook.
4. El módulo de elasticidad del material debe ser el mismo tanto en tensión como en compresión.
5. En un principio, la viga es recta y tiene una sección transversal constante.
6. Cualquier sección transversal plana de la viga permanece así durante la flexión.
7. Ninguna parte de la viga falla debido a pandeo o rugosidad a nivel local.

Si la condición 1 no se satisface de manera estricta, es posible continuar con el análisis utilizando el método de tensiones combinadas del que se hace una exposición en el capítulo 4. En la mayor parte de las vigas de uso práctico que son largas en relación a su altura, las tensiones por esfuerzo de corte son lo suficiente pequeñas como para omitirse. Es más, la tensión máxima por flexión se genera en las fibras más externas de la sección de la viga, donde la tensión por esfuerzo de corte es, de hecho, igual a cero. Una viga con sección transversal variable, que quizá no satisfaga la condición 5, se puede analizar utilizando factores de concentración de tensiones que se analizan más adelante en este capítulo.

Para el diseño, conviene definir el término *coeficiente de sección*,  $Z$ , donde  $Z = I/c$ . Así, la fórmula de flexión se convierte en,

$$\sigma = M/Z \quad (3-23)$$

Como  $I$  y  $c$  son propiedades geométricas de la sección de la viga,  $Z$  también lo es. Por tanto, en diseño, es común definir una tensión de diseño,  $\sigma_d$ ; donde se conoce el momento de flexión,

$$Z = M/\sigma_d \quad (3-24)$$

Lo anterior da por resultado el valor que se requiere para el coeficiente de sección; a partir de él, se pueden determinar las dimensiones que se necesitan para la sección transversal de la viga.

**Problema ilustrativo 3-12.** Para la viga que se ilustra en la figura 3-12, la carga  $F$  que debe soportar la tubería es 12,000 lbs. Las distancias son  $a = 4$  pies y  $b = 6$  pies. Determine el coeficiente de sección que se requiere en la viga para limitar la tensión que se genera por la flexión a 21,600 psi, la tensión de diseño que se sugiere para acero estructural en flexión estática.

Solución. Utilizando las relaciones que se mencionan en la figura,

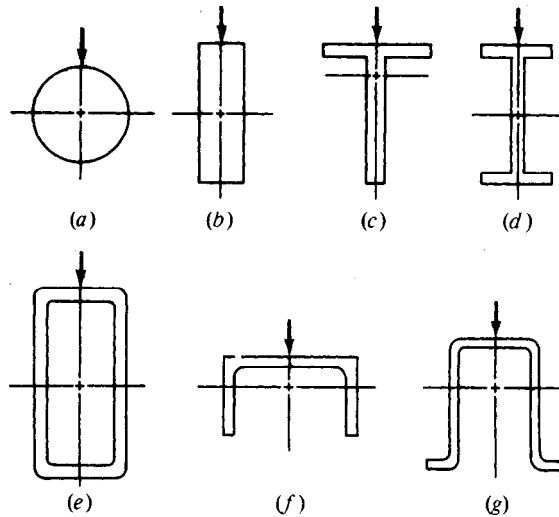
$$M_{\max} = \frac{Fba}{a+b} = \frac{(12\,000\text{ lb})(6\text{ pies})(4\text{ pies})}{(6\text{ pies} + 4\text{ pies})} = 28\,800\text{ lb}\cdot\text{pies}$$

$$Z = \frac{M}{\sigma_d} = \frac{28\,800\text{ lb}\cdot\text{pies}}{21\,600\text{ lb/pulg.}^2} \cdot \frac{12\text{ ''}}{\text{pie}} = 16.0\text{ pulg.}^3$$

Se podría seleccionar una sección de viga que cuando menos tenga este valor para el coeficiente de sección. Una pieza en forma de viga con normas *American Standard*, S8  $\times$  23, tiene  $Z = 16.2\text{ pulg.}^3$ , como se observa en el apéndice A-16. Una sección más ligera, pero de mayor altura, que se puede utilizar es la forma de reborde ancho W12  $\times$  16, que tiene un coeficiente de sección de 17.1 pulg.<sup>3</sup>.

### 3-16 CENTRO DE FLEXION PARA VIGAS

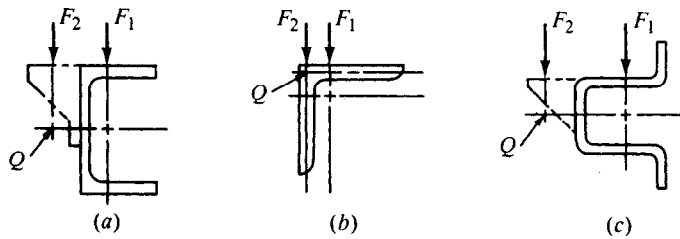
Una sección de una viga debe cargarse de manera que se asegure una flexión simétrica; es decir, la sección no tiende a girar cuando se somete a la acción de una carga. La figura 3-13



**Figura 3-13** Secciones simétricas. Carga que se aplica a lo largo del eje de simetría da por resultado flexión pura en la viga

muestra diversas formas que por lo regular se utilizan para vigas que tienen un eje vertical de simetría. Si la línea de acción de las vigas en tales secciones pasa por el eje de simetría, entonces en la sección no hay tendencia a girar, y se aplica la fórmula de flexión.

Cuando no existe eje de simetría, como ocurre en las secciones que se ilustran en la figura 3-14, debe tenerse cuidado al colocar las cargas. Si la línea de acción fuese como la que se muestra en la figura como  $F_1$  la viga giraría y se flexionaría, en consecuencia no se obtendrían resultados precisos, en cuanto a tensión en la sección, de la fórmula de flexión. Para tales secciones, la carga debe colocarse en línea con el centro de flexión, que en ocasiones recibe el nombre de *centro de esfuerzo de corte*. La figura 3-14 muestra la ubicación aproximada del



**Figura 3-14** Secciones asimétricas. La carga que se aplica como en  $F_1$  provocará giro; las cargas que se aplican como en  $F_2$  a través del centro de flexión  $Q$  provocarán flexión pura.

centro de flexión para estas formas (se indica por medio del símbolo  $Q$ ). Aplicar la carga en línea con  $Q$ , como se muestra con las fuerzas que se identifican con  $F_2$ , dará por resultado una flexión pura. Una tabla de fórmulas para la ubicación del centro de flexión está disponible para el lector [7].

### 3-17 DEFLEXIONES DE VIGAS

Las cargas por flexión que se aplican a una viga provocan que ésta se deflexione en sentido perpendicular a su eje. Una viga que en un principio era recta se deformará hasta adoptar una forma ligeramente curva. En casi todos los casos, el factor crítico es también la deflexión máxima de la viga o su deflexión en lugares específicos.

Considere el reductor de velocidad, de reducción dual o doble que se muestra en la figura 3-15. Los cuatro engranes ( $A, B, C, D$ ) están montados en tres flechas o ejes, cada una de los cuales se apoya en dos cojinetes. La acción de los engranes al transmitir potencia genera un conjunto de fuerzas que a su vez actúan sobre los ejes para provocar flexión. Un componente de

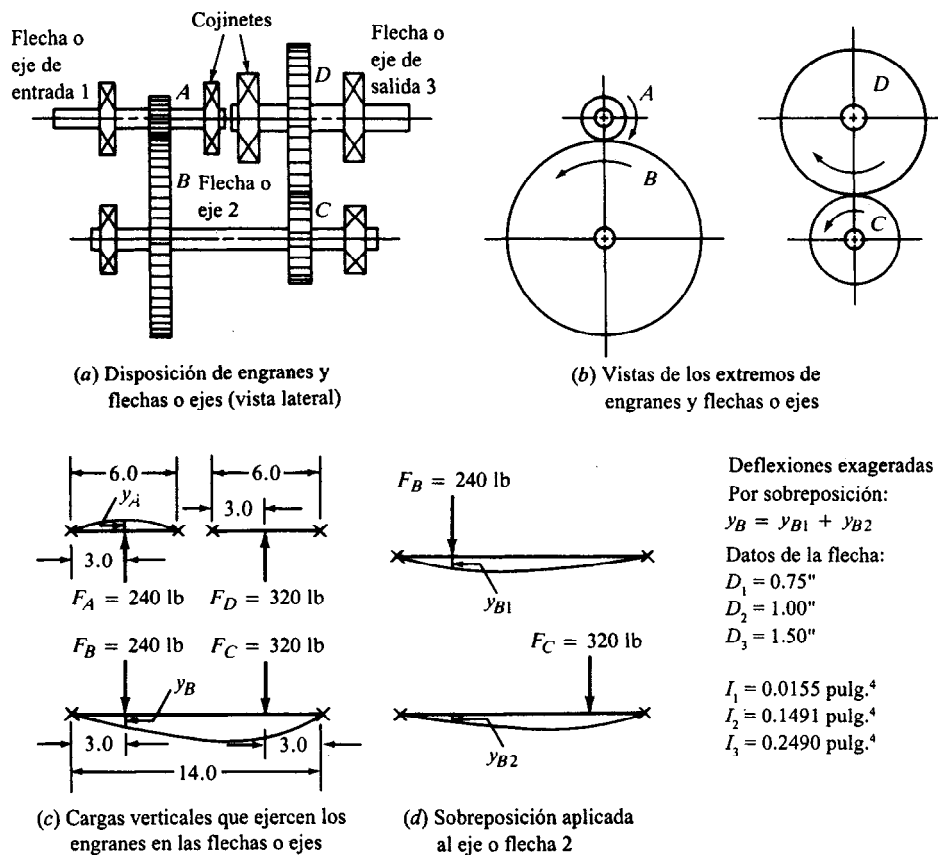


Figura 3-15 Análisis de deflexión de eje o flecha para un reductor de velocidad de reducción doble o dual.

la fuerza total en los dientes de los engranes actúa en un sentido que tiende a separar los dos engranes. Por lo tanto, el engrane *A* es empujado hacia arriba en tanto el *B* es empujado hacia abajo. Para un buen rendimiento de los engranes, la deflexión neta de un engrane hacia el otro no debe exceder de 0.005" (0.13 mm) para engranes industriales de tamaño mediano. Existen varios métodos para calcular la deflexión de flechas o ejes que permiten evaluar el diseño. Haremos un repaso breve de aquellos en los que se utilizan fórmulas de deflexión, sobreposición y un enfoque general analítico. En muchos problemas prácticos, es útil un conjunto de fórmulas para calcular la deflexión de vigas en cualquier punto o puntos seleccionados. El apéndice A-14 incluye varios casos.

Para muchos casos adicionales, la sobreposición es de utilidad si la carga real se puede dividir en partes susceptibles de calcularse por medio de las fórmulas de que se dispone. La deflexión para cada carga se calcula por separado, a continuación se suman las deflexiones independientes en los puntos que son de interés.

**Problema ilustrativo 3-13.** Para los dos engranes, *A* y *B*, en la figura 3-15, calcule, en el plano del papel, el movimiento relativo entre ellos que se debe a las fuerzas que se muestran en la parte (c). Estas *fuerzas de separación*, o *fuerzas normales*, se analizan en los capítulos 11 y 12. Se acostumbra considerar que las cargas en los engranes y las consecuentes reacciones en los cojinetes están concentradas.

**Solución.** La flecha o eje 1 es una viga que se apoya de manera sencilla con una carga concentrada única en el centro (véase el caso 2 en el apéndice A-14).

$$y_A = \frac{F_A L_1^3}{48EI} = \frac{(240)(6.0)^3}{48(30 \times 10^6)(0.0155)} = 0.0023 \text{ "}$$

La flecha o eje 2 es una viga que se apoya en forma sencilla la cual soporta dos cargas asimétricas. No se aplica, de manera directa, ninguno de los casos de deflexión de vigas que se mencionaron. La sobreposición permite considerar cada carga,  $F_B$  y  $F_C$ , por separado, como se indica en la parte (d) de la figura 3-15 y sumarlas después.

Primero, se puede calcular la deflexión en *B* que sólo se debe a la fuerza de 240 lb en *B*, a la que se le asigna el nombre  $y_{B1}$ .

$$y_{B1} = -\frac{F_B a^2 b^2}{3EI_2 L_2} = -\frac{(240)(3.0)^2(11.0)^2}{3(30 \times 10^6)(0.0491)(14)} = -0.0042 \text{ "}$$

A continuación podemos calcular la deflexión en *B* que sólo se debe a la fuerza de 320 lb en *C*, la cual se denomina como  $y_{B2}$

$$y_{B2} = -\frac{F_C a v}{6EI_2 L_2} (L_2^2 - v^2 - a^2)$$

$$y_{B2} = -\frac{(320)(3.0)(3.0)}{6(30 \times 10^6)(0.0491)(14)} [(14)^2 - (3.0)^2 - (3.0)^2]$$

$$y_{B2} = -0.0041 \text{ pulg.}$$

Por tanto, la deflexión total en el engrane  $B$  es

$$y_B = y_{B1} + y_{B2} = -0.0042 - 0.0041 = -0.0083''$$

Como la flecha 1 se deflexiona hacia arriba y la 2 se deflexiona hacia abajo, la *deflexión relativa* total es la suma de  $y_A$  y  $y_B$ :

$$y_{\text{total}} = y_A + y_B = 0.0023 + 0.0083 = 0.0106''$$

La anterior es una deflexión muy grande para esta aplicación

### 3-18 ECUACIONES PARA FORMAS DEFLEXIONADAS DE VIGAS

Aquí se presentan los principios generales que relacionan la deflexión de una viga con la carga en la viga y la manera en que se apoyan o sostienen las vigas. El resultado será un conjunto de relaciones entre carga, fuerza de esfuerzo de corte vertical, momento de flexión, pendiente de la forma deflexionada de la viga y la curva de deflexión real para la viga. La figura 3-16 muestra gráficas para estos cinco factores, con  $\theta$  como la pendiente y  $y$  a manera de indicador de la deflexión de la viga a partir de su posición recta inicial. El producto de coeficiente de elasticidad y el momento de inercia,  $EI$ , para la viga es una medida de su rigidez o resistencia a la deflexión por flexión. Es conveniente combinar  $EI$  con los valores de pendiente y deflexión para mantener una relación adecuada, como se analiza a continuación.

Un concepto fundamental para vigas en flexión es

$$\frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

donde  $M$  es el momento de flexión,  $x$  es la posición en la viga medida a lo largo de su longitud y  $y$  es la deflexión. Por tanto, si se desea crear una ecuación de la forma  $y = f(x)$  (esto es,  $y$  como función de  $x$ ), estará relacionada con los otros factores como se indica a continuación:

$$y = f(x)$$

$$\theta = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$\frac{V}{EI} = \frac{d^3y}{dx^3}$$

$$\frac{w}{EI} = \frac{d^4y}{dx^4}$$



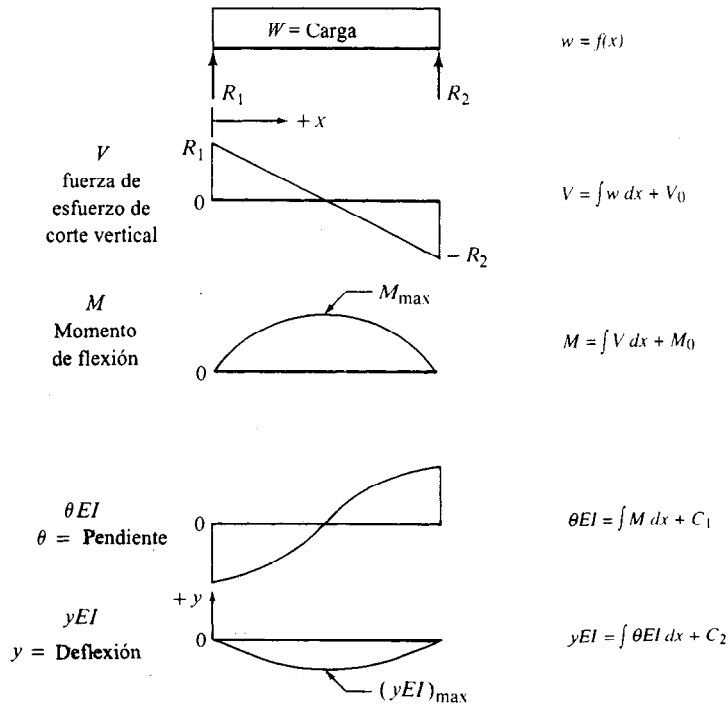


Figura 3-16 Relaciones de carga, fuerza de esfuerzo de corte vertical, momento de flexión, pendiente de la viga deflexionada y curva real de deflexión de una viga

donde  $w$  es un término general para la distribución de carga en la viga. Las dos últimas ecuaciones se derivan de la observación de que existe relación de derivación (pendiente) entre esfuerzo de corte y momento de flexión al igual que entre carga y esfuerzo de corte.

En la práctica, las ecuaciones fundamentales a las que recién se hizo mención se utilizan en forma inversa. Esto es, se conoce la distribución de carga como función de  $x$  y las ecuaciones para los otros factores se derivan por integraciones sucesivas. Los resultados son

$$\begin{aligned}
 w &= f(x) \\
 V &= \int w \, dx + V_0 \\
 M &= \int V \, dx + M_0
 \end{aligned}$$

donde  $V_0$  y  $M_0$  son constantes de integración que se evalúan a partir de condiciones límite o en la frontera. En muchos de casos, las gráficas de momento de carga, esfuerzo de corte y flexión se pueden dibujar con apego a lo convencional, y las ecuaciones que corresponden a momento de esfuerzo de corte o de flexión se pueden crear, de manera directa, por medio de principios de geometría analítica. Con  $M$  como una función de  $x$ , es posible encontrar las relaciones de pendiente y deflexión:

$$\theta EI = \int M dx + C_1$$

$$yEI = \int \theta EI dx + C_2$$

Las constantes de integración han de ser evaluadas a partir de condiciones límite o en la frontera.

### 3-19 VIGAS CON MOMENTOS DE FLEXION CONCENTRADOS

Las figuras 3-12 y 3-16 muestran vigas que sólo se cargan con fuerzas concentradas o cargas distribuidas. Para tal carga en cualquier combinación, la gráfica de momento es continua. Esto es, no existen puntos de cambio abrupto en el valor del momento de flexión. Muchas piezas de maquinaria como manivelas, palancas, y abrazaderas soportan cargas cuya línea de acción se compensa a partir del eje centroide de la viga, de tal manera que, se ejerce un momento concentrado sobre la viga. (Véanse problemas ilustrativos 3-14, 3-15 y 3-16.)

Nótese que cuando el momento de flexión concentrado actúa sobre la viga en sentido *contrario al de las manecillas del reloj*, la gráfica de momento *describe una trayectoria descendente*; cuando actúa un momento concentrado *en el sentido de las manecillas del reloj*, la gráfica de momento *describe una trayectoria ascendente*.

**Problema ilustrativo 3-14.** La manivela de campana que se muestra en la figura 3-17 es parte de un eslabón en el que la fuerza horizontal de 80 lb es transferida a  $F_2$  que actúa en forma vertical. La manivela puede pivotar sobre el perno en  $O$ . Trace un dibujo a cuerpo libre de la parte horizontal de la manivela de  $O$  a  $A$ . Después, dibuje las gráficas de fuerza de esfuerzo de corte y de momento de flexión que se necesitan para terminar el diseño del brazo horizontal de la manivela.

**Solución.** Primero, se puede encontrar el valor de  $F_2$  sumando los momentos cerca del perno en  $O$ .

$$F_1 \cdot a = F_2 \cdot b$$

$$F_2 = F_1(a/b) = 80 \text{ lb}(1.50/2.00) = 60 \text{ lb}$$

Abajo del dibujo de la manivela completa, dibujamos un boceto de la parte horizontal, aislándola de la parte vertical. Cuando se hace esto, es necesario mostrar fuerzas internas y momentos en la sección en que se muestra la separación. La fuerza descendente  $F_2$  que se aplica en forma externa reacciona por la reacción ascendente en el perno. También, como  $F_2$  provoca un momento respecto a la sección en el perno, existe un momento de reacción interna, donde,

$$M = F_2 \cdot b = (60 \text{ lb})(2.00 \text{ pulg.}) = 120 \text{ lb}\cdot\text{pulg.}$$

Por consiguiente, las gráficas de esfuerzo de corte y de momento se pueden mostrar de la manera que se acostumbra. El resultado es muy similar a un cantilever que se construye

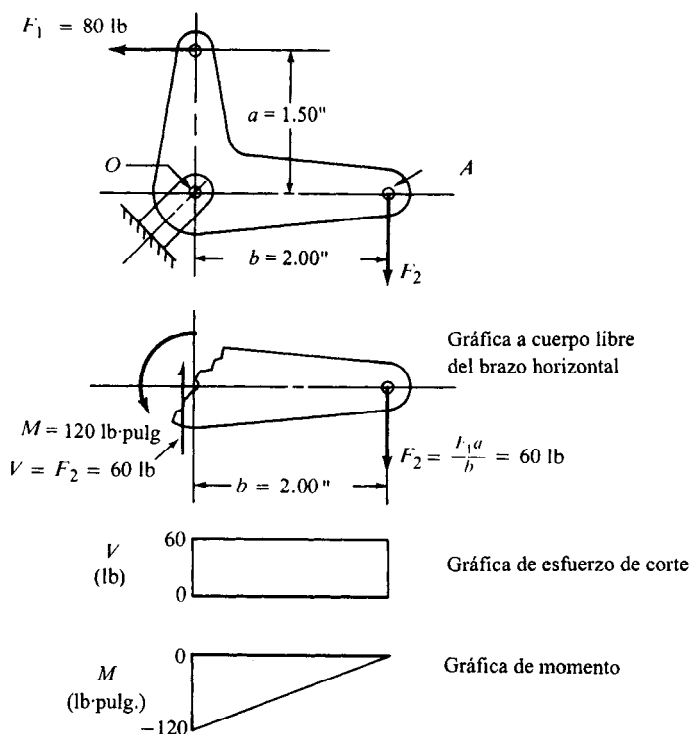


Figura 3-17 Momento de flexión en una manivela de campana

incorporándolo a un soporte rígido. La diferencia aquí consiste en que el momento de reacción a través del perno se desarrolla en el brazo vertical de la manivela.

El lector debe notar que la forma de la gráfica de momento para la parte horizontal muestra que el momento máximo se genera en sección por medio del perno y que el momento disminuye en forma lineal a medida que nos desplazamos hacia el punto A. Esto permite que se optimice la forma de la manivela, si tiene su sección transversal más extensa (coeficiente de sección) en la sección de máximo momento de flexión. El lector puede completar el diseño de la manivela utilizando las técnicas que se repasaron en la sección 3-15.

**Problema ilustrativo 3-15.** La figura 3-18 ilustra una cabeza de impresión para una máquina de escribir o impresora para computadora. La fuerza  $F$  mueve la cabeza de impresión hacia la izquierda contra la cinta, imprimiendo el carácter en el papel que se apoya en la platina o plancha. Trace el boceto a cuerpo libre para la parte horizontal de la cabeza de impresión junto con las gráficas de la fuerza de esfuerzo de corte y de momento de flexión.

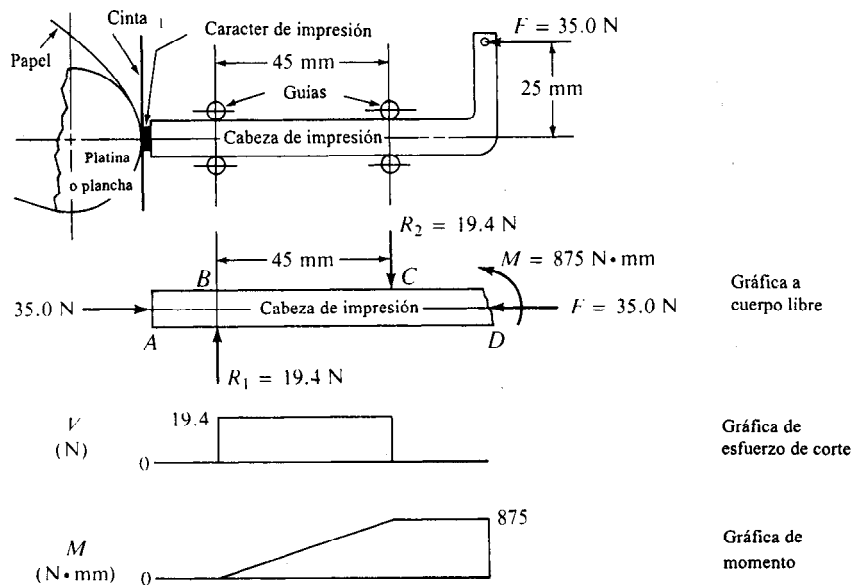


Figura 3-18 Momento de flexión en una cabeza de impresión

**Solución.** La gráfica a cuerpo libre para la porción horizontal se muestra en la parte inferior del boceto completo. Nótese en el extremo derecho (sección  $D$ ) de la cabeza de impresión que se ha eliminado el brazo vertical y se sustituye con la fuerza horizontal interna de  $35.0 \text{ N}$  y un momento de  $875 \text{ N}\cdot\text{mm}$  provocado por la fuerza de  $35.0 \text{ N}$  que actúa  $25 \text{ mm}$  arriba de ella. Debe notar también, que el brazo momento de  $25 \text{ mm}$  para la fuerza se toma a partir de la línea de acción hacia el *eje neutral de la parte horizontal*. La reacción de  $35.0 \text{ N}$  de la platina o plancha sobre la cabeza de impresión tiende a colocar la cabeza en compresión a lo largo de toda la longitud. La tendencia a girar del momento reacciona por medio del cople que se genera por  $R_1$  y  $R_2$  que actúan, con  $45 \text{ mm}$  de separación, en  $B$  y  $C$ .

En la parte inferior de la gráfica a cuerpo libre se encuentra la gráfica de fuerza de esfuerzo de corte vertical en la que surge un esfuerzo de corte constante de  $19.4 \text{ N}$  sólo entre los dos soportes o puntos de apoyo.

La gráfica de esfuerzo de corte se puede derivar ya sea del extremo derecho o del izquierdo. Si se decide empezar en el extremo izquierdo en  $A$ , no existe fuerza de esfuerzo de corte de  $A$  a  $B$ , y, por consiguiente, no hay cambio en el momento de flexión. De  $B$  a  $C$ , el esfuerzo de corte positivo genera un incremento en el momento de flexión de cero a  $875 \text{ N}\cdot\text{mm}$ . Como no existe esfuerzo de corte de  $C$  a  $D$ , no hay cambio alguno en momento de flexión y el valor permanece en  $875 \text{ Nmm}$ . El momento concentrado en sentido contrario al de las manecillas del reloj en  $D$  provoca que la gráfica de momento describa una trayectoria descendente de manera abrupta, con lo que se cierra la gráfica.

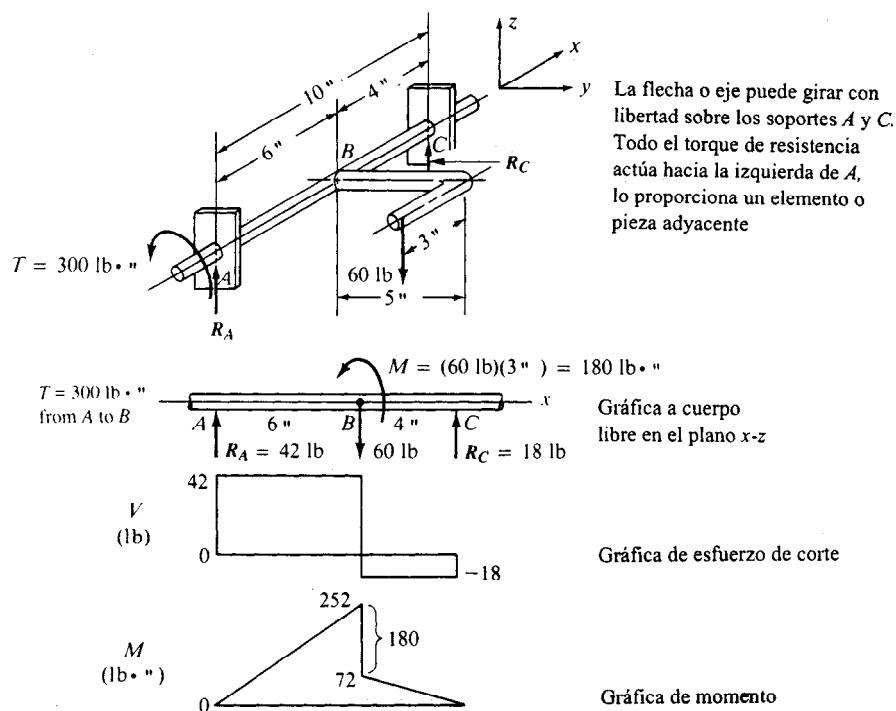


Figura 3-19 Gráfica de momento en una flecha o eje con una manivela integrada

**Problema ilustrativo 3-16.** La figura 3-19 muestra una manivela en la que es necesario visualizar la disposición tridimensional. La fuerza descendente de 60 lb tiende a hacer girar la flecha o eje  $ABC$  alrededor del eje  $x$ . El torque de reacción actúa sólo en el extremo de la flecha hacia afuera del soporte del cojinete en  $A$ . Los cojinetes  $A$  y  $C$  proporcionan soporte sencillo. Dibuje la gráfica a cuerpo libre para el eje  $ABC$  junto con las gráficas de fuerza de esfuerzo de corte y de momento de flexión.

**Solución.** La gráfica a cuerpo libre se dibuja según se ve al observar el plano  $x-z$ . Nótese que el cuerpo libre debe estar en equilibrio en todos los sentidos de fuerza y momento. Si se considera primero el torque (momento de giro) a lo largo del eje  $x$  nótese que la fuerza de manivela de 60 lb actúa a 5.0" pulgadas del eje. En consecuencia el torque es,

$$T = (60 \text{ lb})(5.0 \text{ in}) = 300 \text{ lb} \cdot \text{pulg.}$$

Este nivel de torque actúa a partir del extremo izquierdo de la flecha o eje hacia la sección  $B$ , donde la manivela se une a la flecha.

Ahora, se debe describir la carga en  $B$ . Una forma de hacerlo consiste en visualizar que la propia manivela está separada de la flecha o eje y se sustituye con una fuerza y un momento que genera la manivela. Primero, la fuerza descendente de 60 lb jala hacia abajo en  $B$ . Asimismo, como la fuerza de 60 lb que se aplica actúa 3.0 pulg a la izquierda de  $B$ , provoca un *momento concentrado en el plano  $x$ - $z$*  de 180 lb·pulg. que se aplicará en  $B$ .

Tanto la fuerza descendente como el momento en  $B$  afectan la magnitud y el sentido de las fuerzas de reacción en  $A$  y  $C$ . Primero, sumando los momentos próximos a  $A$ ,

$$(60 \text{ lb})(6.0'') - 180 \text{ lb}\cdot\text{pulg} - R_2(10.0'') = 0$$

$$R_2 = [(360 - 180) \text{ lb}\cdot\text{pulg}] / (10.0'') = 18.0 \text{ lb hacia arriba}$$

Ahora, sumando los momentos próximos a  $C$ ,

$$(60 \text{ lb})(4.0'') + 180 \text{ lb}\cdot\text{pulg} - R_1(10.0'') = 0$$

$$R_1 = [(240 + 180) \text{ lb}\cdot\text{pulg}] / (10.0'') = 42.0 \text{ lb hacia arriba}$$

Ahora, es posible completar las gráficas de esfuerzo de corte y momento de flexión. El momento se inicia en cero en el apoyo o soporte sencillo en  $A$ , se incrementa a 252 lb·pulg. en  $B$  bajo la influencia de la fuerza de esfuerzo de corte de 42 lb, luego disminuye a 180 lb·pulg. debido a los momentos concentrados en  $B$ , y, por último, regresa a cero en el soporte sencillo en  $C$ .

### 3-20 TENSIONES NORMALES COMBINADAS: PRINCIPIO DE SOBREPOSICION

Cuando la misma sección de la pieza que soporta carga se somete tanto a una tensión por tracción directa o tensión por compresión y una tensión que se debe a flexión, la tensión normal resultante se puede calcular por medio del método de sobreposición. La fórmula será

$$\sigma = \pm Mc/I \pm F/A \quad (3-25)$$

donde las tensiones por tracción son positivas y las tensiones por compresión son negativas.

La figura 3-20 muestra una viga que se somete a la acción de una carga que se aplica hacia abajo y a la derecha por medio de una abrazadera abajo de la viga. Resolver la carga en componentes horizontales y verticales muestra que su efecto se puede desglosar en tres partes:

1. El componente vertical tiende a colocar la viga en flexión con tensión en la parte superior y compresión en la inferior.
2. El componente horizontal, debido a que actúa lejos del eje neutral de la viga, provoca flexión con tirantez en la parte inferior y compresión en la superior.
3. El componente horizontal tensión por tracción directa a lo largo de la sección transversal en su totalidad.

El análisis de tensión puede proceder considerando cada uno de estos casos en forma individual y después combinar las tensiones en cualquier punto.

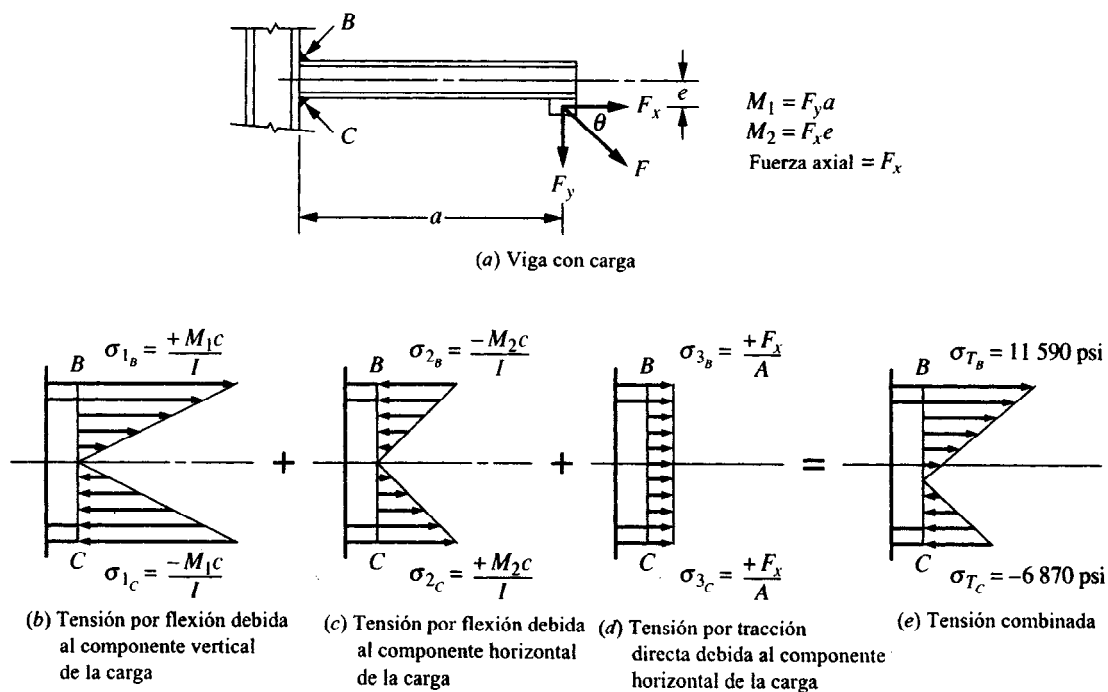


Figura 3-20 Viga que se somete a tensiones normales combinadas

**Problema ilustrativo 3-17.** La viga cantilever que se muestra en la figura 3-20 es una viga *American Standard* de acero S6 × 12.5 (coeficiente de sección =  $Z = 7.37 \text{ pulg}^3$ ; área =  $A = 3.67 \text{ pulg}^2$ ). La fuerza  $F$  es de 10,000 lb y actúa a un ángulo de  $30^\circ$  por abajo de la horizontal, como se muestra. Utilice  $a = 24$  y  $e = 6.0$ ". Calcule la tensión normal en B y C, donde la viga se une a la columna rígida.

**Solución.** Primero, resuelva la fuerza en sus componentes horizontal y vertical.

$$F_x = F \cos(30^\circ) = 10\,000 \cos(30^\circ) = 8\,660 \text{ lb}$$

$$F_y = F \sin(30^\circ) = 10\,000 \sin(30^\circ) = 5\,000 \text{ lb}$$

Ahora, calcule los momentos de flexión. Debido a  $F_y$ :

$$M_1 = F_y a = (5\,000)(24) = 120\,000 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$$

Debido a  $F_x$ :

$$M_2 = F_x e = (8\,660)(6.0) = 51\,960 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$$

Calcule los componentes individuales de tensión.

Tensión por flexión debida a  $M_1$ : sea  $\sigma = M/Z$  porque la sección es simétrica.

$$\sigma_1 = \pm M_1/Z = \pm (120\,000 \text{ lb}\cdot\text{pulg}) / (7.37 \text{ pulg}^3) = \pm 16\,280 \text{ psi}$$

Esto es tensión por tracción en  $B$  y por compresión en  $C$  [figura 3-20(b)].

Tensión por flexión debida a  $M_2$ :

$$\sigma_2 = \pm M_2/Z = \pm (51\,960 \text{ lb}\cdot\text{pulg}) / (7.37 \text{ pulg}^3) = \pm 7\,050 \text{ psi}$$

Esto es tensión por compresión en  $B$  y por tracción en  $C$  [figura 3-20(c)].

Tensión por tracción directa debida a  $F_x$ :

$$\sigma_3 = +F_x/A = (+8\,660 \text{ lb}) / (3.67 \text{ pulg}^2) = +2\,360 \text{ psi}$$

Esto es uniforme a lo largo de toda la sección transversal [figura 3-20(d)].

Ahora combine las tensiones en  $B$ :

$$\begin{aligned}\sigma_{T_B} &= +\sigma_1 - \sigma_2 + \sigma_3 = 16\,280 - 7\,050 + 2\,360 \\ &= +11\,590 \text{ psi (por tracción)}\end{aligned}$$

Ahora combine las tensiones en  $C$ .

$$\begin{aligned}\sigma_{T_C} &= -\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = -16\,280 + 7\,050 + 2\,360 \\ &= -6\,870 \text{ psi (por compresión)}\end{aligned}$$

La tensión combinada resultante se muestra en la figura 3-20(e).

---

### 3-21 CONCENTRACIONES DE TENSION

Las fórmulas que se repasaron antes para calcular tensiones sencillas que se deben a fuerzas directas de tracción y compresión, momentos de flexión y momentos de torsión son aplicables bajo ciertas condiciones. Una de ellas es que la geometría de la pieza es uniforme a lo largo de la sección que interesa.

En muchas situaciones típicas de diseño de máquinas, son necesarias discontinuidades geométricas inherentes para que las piezas realicen las funciones que se pretende cumplan. Por ejemplo, ejes o flechas que llevan engranes, ruedas o poleas de cadena o poleas acanaladas de banda, por lo regular tienen distintos diámetros que generan una serie de hombros en los que se



asientan las piezas para transmisión de potencia y que soportan a los cojinetes. Las ranuras en la flecha o eje permiten que se instalen anillos de retención. Los asientos de las cuñas de unión que se fresan en la flecha o eje permiten que las cuñas impulsen a las piezas. De manera análoga, las piezas que generan tensión en los eslabones pueden diseñarse con ranuras para anillos de retención, orificios radiales para pernos o tornillos, cuerdas para tornillos o secciones reducidas.

Cualquiera de las discontinuidades geométricas a que se hace mención provocarán que la tensión máxima real en la pieza sea mayor de los que proyectan las simples fórmulas. Definir los *factores de concentración de tensión* como los factores por los que la tensión máxima excede la tensión nominal que se proyecta a partir de simples ecuaciones, le permite al diseñador analizar estas situaciones. El símbolo que corresponde a estos factores es  $K_t$ . En general, los factores  $K_t$  se utilizan de la manera siguiente:

$$\sigma_{\max} = K_t \sigma_{\text{nom}} \quad \text{o} \quad \tau_{\max} = K_t \tau_{\text{nom}} \quad (3-26)$$

dependiendo del tipo de tensión que se genera para la carga específica. El valor de  $K_t$  depende de la forma de la discontinuidad, de la geometría en particular y del tipo de tensión. El apéndice A-15 incluye varias tablas para factores de concentración de tensión. Nótese que las tablas indican el método para calcular la tensión nominal. Por lo general la tensión nominal se calcula utilizando la sección neta en las proximidades de la discontinuidad. Por ejemplo, para una placa plana que tiene un orificio, que se somete a una fuerza de tracción, la tensión nominal se calcula como la fuerza dividida por el área mínima de sección transversal a través de la ubicación del orificio.

No obstante, hay otros casos en los que el área bruta se utiliza para calcular la tensión nominal. Por ejemplo, los asientos de las cuñas de unión, se analizan por medio de aplicar el factor de concentración de tensión a la tensión calculada en la porción de la flecha o eje que tiene diámetro completo.

La figura 3-21 muestra un dispositivo experimental que demuestra el fenómeno de las concentraciones de tensión.

Los siguientes son lineamientos relativos al uso de factores de concentración de tensión.

1. El peor de los casos surge en aquellas áreas que se someten a tensión.
2. Al analizar piezas que se encuentran en condiciones de fatiga por carga siempre utilice factores de concentración de tensión porque las fracturas por fatiga casi siempre se inician cerca de puntos con alta tensión por tracción a nivel local.
3. Las concentraciones de tensión se pueden ignorar en caso que exista carga estática porque, si la tensión máxima a nivel local excede a la resistencia a la deformación del material, la carga se redistribuye. La pieza que resulta es, en realidad, más resistente después que ocurre la deformación a nivel local.
4. Los factores de concentración de tensión en el apéndice A-15 son valores teóricos que sólo se basan en la geometría de la pieza y en la manera en que se genera la carga.
5. Utilice factores de concentración de tensión cuando analice materiales quebradizos que se someten a la acción de carga, ya sea estática o por fatiga.
6. Aun rayones, mellas, la corrosión, rugosidad superficial excesiva y el planchado pueden originar concentraciones de tensión. En el capítulo 5 se analiza las precauciones fundamentales que se deben observar en la fabricación, manejo, y ensamble de componentes que se someten a carga por fatiga.

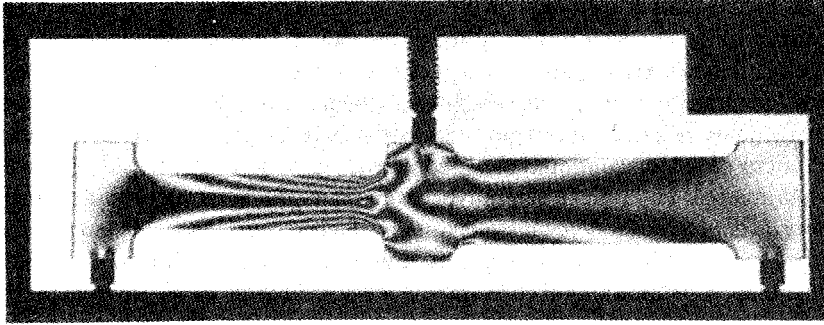


Figura 3-21 Ilustración de tensiones combinadas. (Fuente: Measurements Group, Inc., Carolina del Norte, Estados Unidos)

**Problema ilustrativo 3-18.** Calcule la tensión máxima en una barra redonda que es sometida a una fuerza de tracción axial de 9,800 N. La geometría se muestra en la figura 3-22.

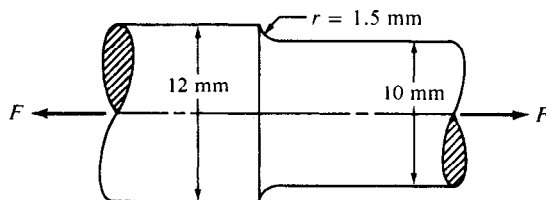


Figura 3-22 Flecha redonda de pasos que se somete a fuerza axial debida a la tracción

**Solución.** El apéndice A-15 indica que la tensión nominal se calcula para el más pequeño de los dos diámetros de la barra. El factor de concentración de tensión depende de la relación de los dos diámetros y la relación del radio del chaflán con el diámetro más pequeño.

$$D/d = 12 \text{ mm}/10 \text{ mm} = 1.20$$

$$r/d = 1.5 \text{ mm}/10 \text{ mm} = 0.15$$

A partir de estos valores se puede encontrar que  $K_t = 1.60$ . La tensión es

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{(\pi)(10 \text{ mm})^2}{4} = 78.5 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = \frac{K_t F}{A} = \frac{1.60(9\,800 \text{ N})}{78.5 \text{ mm}^2} = 199.6 \text{ N/mm}^2 = 199.6 \text{ MPa}$$

### 3-22 SENSIBILIDAD DEBIDA A RANURAS Y FACTOR DE REDUCCION DE RESISTENCIA

La medida en que se debilita una pieza que soporta la concentración de tensión (ranura), considerando tanto el material como la agudeza de la ranura, se define como

$K_f$  = Factor de reducción de la resistencia a la fatiga

$$K_f = \frac{\text{Límite de durabilidad de un espécimen libre de ranuras}}{\text{Límite de durabilidad de un espécimen ranurado}}$$

Este factor se puede determinar por medio de una prueba real. Sin embargo, casi siempre se encuentra combinando el factor de concentración de tensión  $K_t$ , que se definió en la sección anterior, y un factor de material al que se le asigna el nombre de *sensibilidad debida a ranuras*,  $q$ . Definimos

$$q = (K_f - 1)/(K_t - 1) \quad (3-27)$$

Cuando se conoce  $q$ ,  $K_f$  puede calcularse a partir de

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad (3-28)$$

Los valores de  $q$  varían de cero a 1.0 y, por tanto,  $K_f$  varía de 1.0 a  $K_t$ . Cuando se les somete a cargas por flexión sucesivas, los aceros en extremo dúctiles por lo regular manifiestan valores de  $q$  entre 0.5 y 0.7. Los aceros de alta resistencia cuya dureza es de HB 400 aproximadamente ( $s_u \approx 200$  Ksi o 1,400 MPa) tienen valores de  $q$  de 0.90 a 0.95. Véase la referencia bibliográfica [2] para un análisis más detallado de valores para  $q$ .

### BIBLIOGRAFIA

1. Blake, Alexander. *Practical Stress Analysis in Engineering Design*. Nueva York: Marcel Dekker, 1982.
2. Boresi, A. P., Sidebottom, O. M. Seely, F. B. y Smith, J. O. *Advanced Mechanics of Materials*, 4ª edición. Nueva York: Halsted Press, 1985.
3. Mott, R. L. *Applied Strength of Materials*, 2ª edición. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1990.
4. Muvdi, B. B., y McNabb, J. W. *Engineering Mechanics of Materials*, 2ª edición. Nueva York: Mcmillan, 1984.
5. Peterson, R. E. *Stress Concentration Factors*. Nueva York: John Wiley & Sons, 1974.
6. Popov, E. P. *Engineering Mechanics of Solids*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1990.
7. Young, W. C., *Roark's Formulas for Stress and Strain*, 6ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1989.

### PROBLEMAS

#### Tensión y compresión directas

1. Una pieza de tracción en una estructura de máquina se somete a una carga constante de 4.50 kN. Tiene una longitud de 750 mm y está hecha de un tubo de acero cuyo diámetro exterior es de 18 mm y el interior de 12 mm. Calcule la tensión por tracción en el tubo así como la deformación axial.

2. Una carga por tracción de 5.00 kN se le aplica a una barra cuadrada, de 12 mm por lado y que tiene una longitud de 1.65 m. Calcule la tensión y la deformación axial en la barra si se fabrica con (a) acero rolado en caliente AISI 1020, (b) acero AISI 8650 OQT 1000, (c) hierro dúctil A536-77 (60-40-18), (d) aluminio 6061-T6, (e) titanio Ti-6Al-4V, (f) plástico rígido PVC, y (g) plástico fenólico.
3. Una varilla de aluminio se fabrica en forma de tubo cuadrado hueco, de 2.25" en el exterior, con un espesor de la pared de 0.120". Su longitud es 16.0". ¿Qué fuerza de compresión axial provocará que el tubo se acorte 0.004"? Calcule la tensión por compresión resultante en el aluminio.
4. Calcule la tensión en la parte media de la varilla AC en la figura 3-23 si la fuerza vertical en el aguilón o pescante es 2,500 lb. La varilla es rectangular, de 1.50" por 3.50".

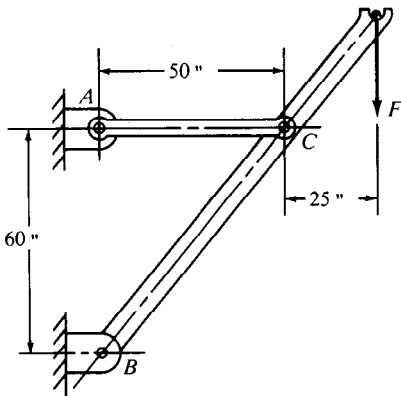


Figura 3-23 (Problemas 4 y 42)

5. Calcule las fuerzas en las dos varillas anguladas en la figura 3-24 para una fuerza aplicada,  $F = 1,500$  lb, si el ángulo  $\theta$  es de  $45^\circ$ .
6. Si las varillas del problema 5 son circulares, determine el diámetro requerido si la carga es estática y la tensión tolerable es 18,000 psi.
7. Repita los problemas 5 y 6 si el ángulo  $\theta$  es  $15^\circ$ .

### Torsión

8. Calcule la tensión de esfuerzo de corte por torsión en una flecha o eje circular con un diámetro de 50 mm que se somete a un torque de 800 N·m.
9. Si la flecha o eje del problema 8 tiene 850 mm de largo y está hecha de acero, calcule el ángulo de giro de un extremo en relación al otro.

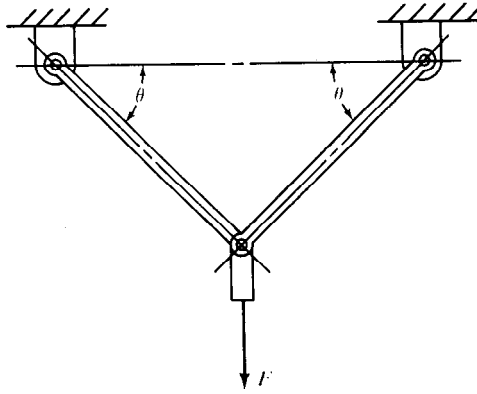


Figura 3-24 (Problema 5)

10. Calcule la tensión debido a esfuerzo de corte por torsión debida a un torque 88.0 lb·pulg. en una flecha o eje circular que tiene un diámetro de 0.4".
11. Calcule la tensión de esfuerzo de corte por torsión en una flecha o eje maciza circular cuyo diámetro es de 1.25" que transmite una potencia de 110 hp a una velocidad de 560 rpm.
12. Calcule la tensión de esfuerzo de corte por torsión en una flecha o eje hueco con un diámetro exterior de 40 mm y uno interior de 30 mm cuando transmite 28 kilowatts (kW) de energía a una velocidad de 45 rad/s.
13. Calcule el ángulo de giro de la flecha o eje hueco del problema 12 a lo largo de una longitud de 400 mm. La flecha o eje es de acero.

### Piezas no circulares en torsión

14. Una barra de acero cuadrada, que tiene 25 mm por lado y 650 mm de longitud, se somete a un torque de 230 N·m. Calcule la tensión por esfuerzo de corte y el ángulo de giro para la barra.
15. Una barra de acero de 3.0" tiene un lado fresado plano, como se muestra en la figura 3-25. Si la flecha o eje

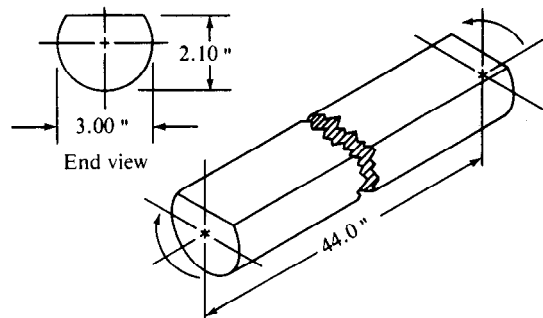


Figura 3-25 (Problema 15)

o eje tiene 44.0" de largo y soporta un torque de 10,600 lb-pulg., calcule la tensión y ángulo de giro o torsión.

16. Un proveedor de acero comercial incluye en una lista tubería rectangular de acero cuyas dimensiones exteriores son  $4.00" \times 2.00"$  y un espesor de pared de 0.109". Calcule el torque máximo que puede aplicarse a tal tubo si la tensión por esfuerzo de corte debe limitarse a 6,000 psi. Para este torque, calcule el ángulo de giro del tubo a lo largo de una longitud de 6.5 pies.

### Vigas

17. Una viga está apoyada en forma sencilla y soporta la carga que se muestra en la figura 3-26. Especifique dimensiones adecuadas para la viga si es de acero y la tensión está limitada a 18,000 psi, para las formas siguientes:
- Cuadrada
  - Rectangular, con una altura que equivale a tres veces el espesor.
  - Rectangular, con una altura que equivale a una tercera parte del espesor
  - Sección circular maciza
  - Sección de viga *American Standard*
  - Canal *American Standard* con las alas o brazos hacia abajo
  - Tubería estructural estándar

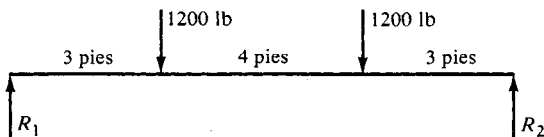


Figura 3-26 (Problema 17)

18. Para cada viga del problema 17, calcule su peso si el acero pesa 0.283 lb/pulg.<sup>3</sup>
19. Para cada viga del problema 17, calcule la deflexión máxima y la deflexión en las cargas.
20. Para la carga de la viga que se muestra en la figura 3-27, dibuje las gráficas de fuerza de esfuerzo de corte completa y de momento de flexión y determine los momentos de flexión en los puntos A, B, y C.

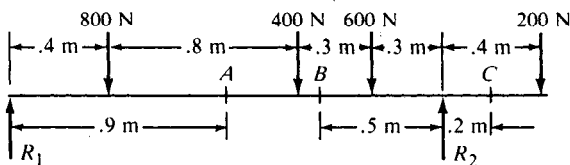


Figure 3-27 (Problems 20 and 21)

21. Para la carga de la viga de la figura 3-27, diseñe la viga, seleccionando una forma que será razonablemente eficiente y limitará la tensión a 100 MPa.

22. La figura 3-28 ilustra una viga que se fabrica con tubería estructural TS4 con un espesor de pared de 0.237". Calcule la deflexión en los puntos A y B para dos casos: (a) el cantilever sencillo, y (b) el cantilever con soportes.

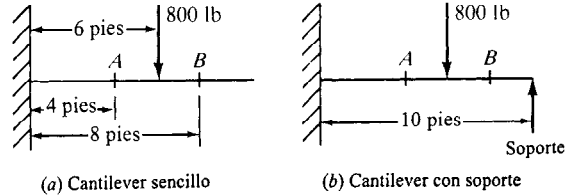


Figura 3-28 (Problema 22)

23. Seleccione una viga de aluminio en forma de I que soporte la carga que se muestra en la figura 3-29 con una tensión máxima de 12,000 psi. A continuación, calcule la deflexión en las cargas.

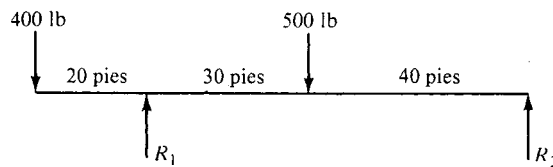


Figura 3-29 (Problema 23)

24. La figura 3-30 representa una viga de madera para una plataforma que soporta una carga distribuida en forma uniforme de 120 lb/pie y dos cargas concentradas que aplica alguna maquinaria. Calcule la tensión máxima debida a flexión en la viga y la tensión máxima por esfuerzo de corte vertical.

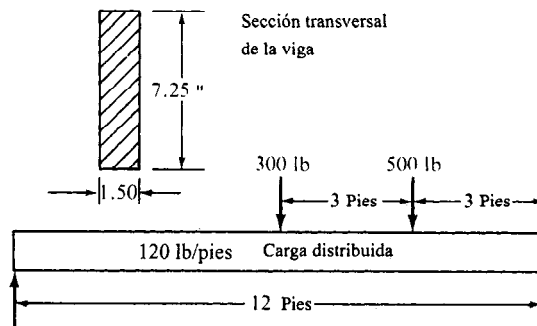


Figura 3-30 (Problema 24)

### Vigas con momentos de flexión concentrados

Para los problemas del 25 al 36 dibuje la gráfica a cuerpo libre sólo de la parte horizontal de la viga de las figuras que se mencionan. Después dibuje las gráficas completas de momento de esfuerzo de corte y de flexión. Donde se utiliza el símbolo  $X$  indica un soporte sencillo capaz de ejercer una fuerza de reacción en cualquier sentido pero que no tiene resistencia de momento. Para vigas que tienen cargas axiales no equilibradas, puede especificar cuál soporte ofrece la reacción.

25. Utilice la figura 3-31.
26. Utilice la figura 3-32.
27. Utilice la figura 3-33.
28. Utilice la figura 3-34.
29. Utilice la figura 3-35.
30. Utilice la figura 3-36.

31. Utilice la figura 3-37.
32. Utilice la figura 3-38.
33. Utilice la figura 3-39.
34. Utilice la figura 3-40.
35. Utilice la figura 3-41.
36. Utilice la figura 3-42.

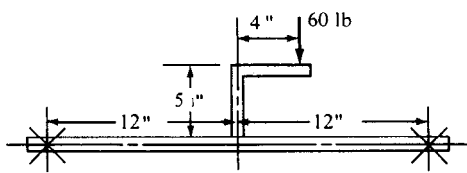


Figura 3-31 (Problemas 25 y 43)

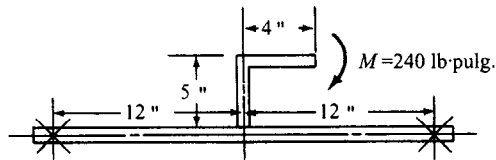


Figura 3-32 (Problema 26)

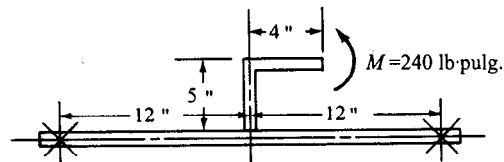


Figura 3-33 (Problema 27)

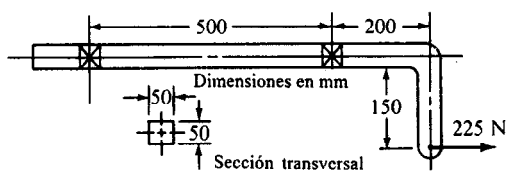


Figura 3-34 (Problemas 28 y 44)

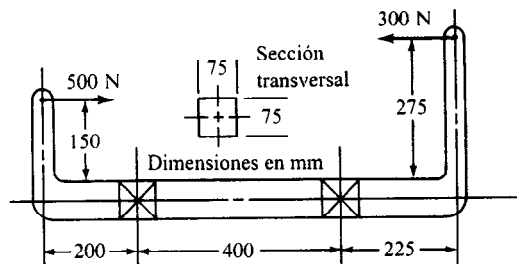


Figura 3-35 (Problemas 29 y 45)

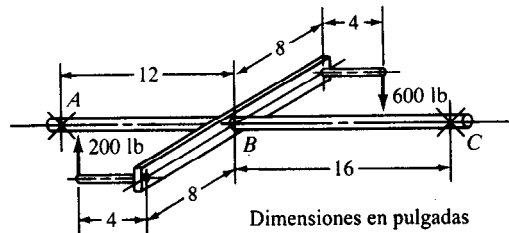


Figura 3-36 (Problema 30)

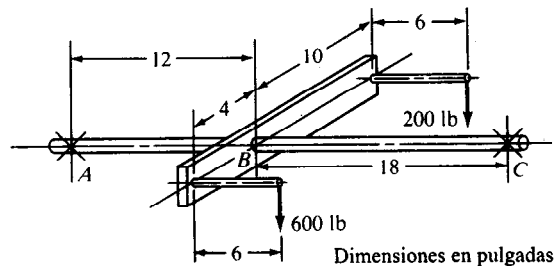


Figura 3-37 (Problema 31)

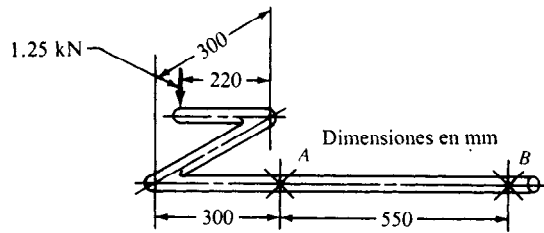


Figura 3-38 (Problema 32)

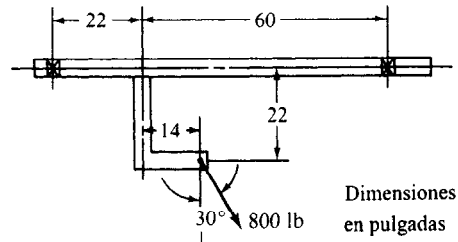


Figura 3-42 (Problema 36 y 46)

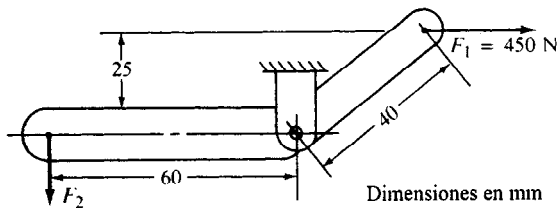


Figura 3-39 (Problema 33)

37. Calcule la tensión máxima por tracción en la abrazadera que se muestra en la figura 3-43.

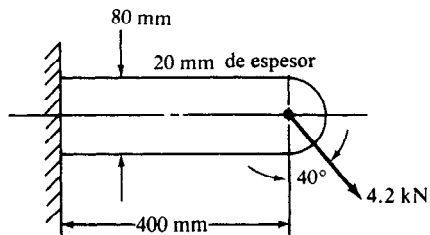


Figura 3-43 (Problema 37)

38. Calcule las tensiones máximas por tracción y compresión en la viga horizontal que se muestra en la figura 3-44.

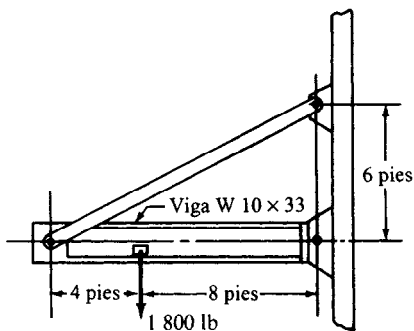


Figura 3-44 (Problema 38)

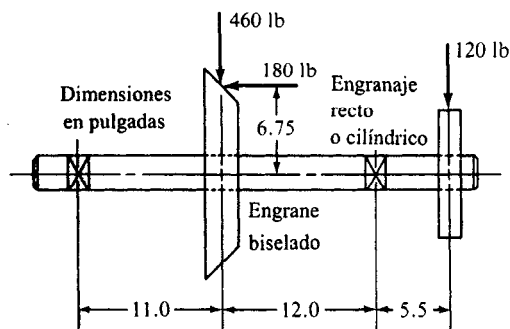


Figura 3-40 (Problema 34)

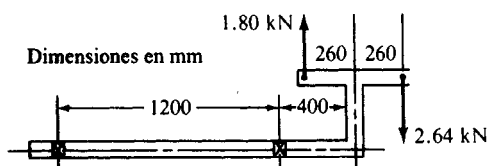


Figura 3-41 (Problema 35)

39. Para la palanca que se muestra en la figura 3-45(a), calcule la tensión en la sección A cerca del extremo fijo.

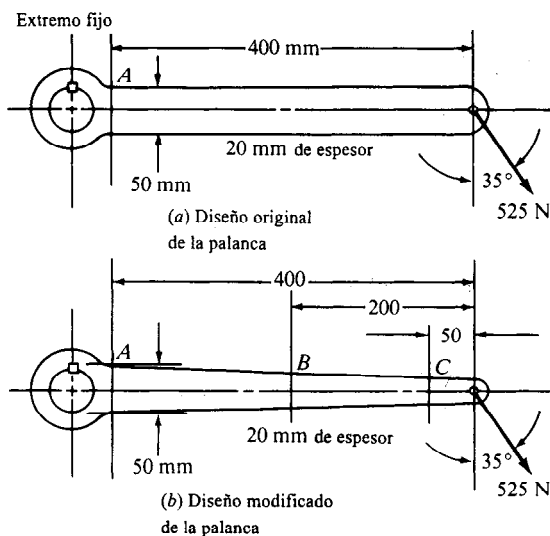


Figura 3-45 (Problema 39)

Después diseñe de nuevo la palanca para la forma ahusada que se muestra en la parte (b) de la figura por medio de ajustar sólo la altura de la sección transversal en las secciones B y C de manera que no tengan más tensión que la sección A.

40. Calcule la tensión máxima por tracción en las secciones A y B en la pluma de la grúa que se muestra en la figura 3-46.

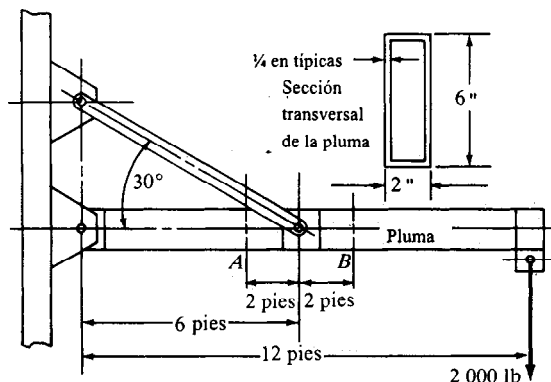


Figura 3-46 (Problema 40)

41. Remítase a la figura 3-18. Calcule la tensión máxima por tracción en la cabeza de impresión justo a la derecha de la guía derecha. La cabeza tiene sección transversal rectangular de 5.0 mm de altura en el plano del papel y 2.4 mm de espesor.
42. Consulte la figura 3-23. Calcule las tensiones máximas por tracción y compresión en la pieza B-C, si la carga  $F$  es de 1,800 lb. La sección transversal de B-C es un tubo rectangular de  $6 \times 4 \times 1/4$ .
43. Vea la figura 3-31. La pieza vertical debe fabricarse de acero con una tensión máxima permisible de 12,000 psi. Especifique el tamaño que se requiere de una sección transversal cuadrada estándar si se dispone de tamaños con incrementos de  $1/16$ ".
44. Remítase a la figura 3-34. Calcule la tensión máxima en la porción horizontal de la barra e indique en qué lugar de la sección transversal se genera. El soporte del lado izquierdo opone resistencia a la fuerza axial.
45. En relación a la figura 3-35, calcule la tensión máxima en la porción horizontal de la barra e indique en qué lugar de la sección transversal se genera. El soporte del lado derecho opone resistencia a la fuerza axial no equilibrada.
46. Relacione este problema con la figura 3-42. Especifique un diámetro adecuado para una barra circular que se utilizará para la pieza horizontal superior, que se apoya en los cojinetes. El cojinete del lado izquierdo opone resistencia a la carga axial. La tensión normal que puede tolerarse es 25,000 psi.

### Concentraciones de tensión

47. La figura 3-47 muestra el vástago de una válvula de un motor que se ve sometido a una carga axial por tracción que aplica el resorte de la válvula. Para una

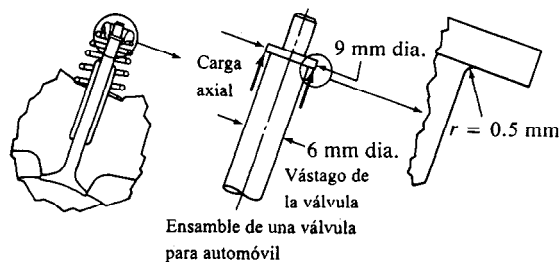


Figura 3-47 (Problema 47)



de 1.25 kN, calcule la tensión máxima en el chaflán bajo el hombro.

48. Un aditamento transportador, como el de la figura 3-48, transporta tres ensambles pesados (de 1,200 lb cada uno). Calcule la tensión máxima en el aditamen-

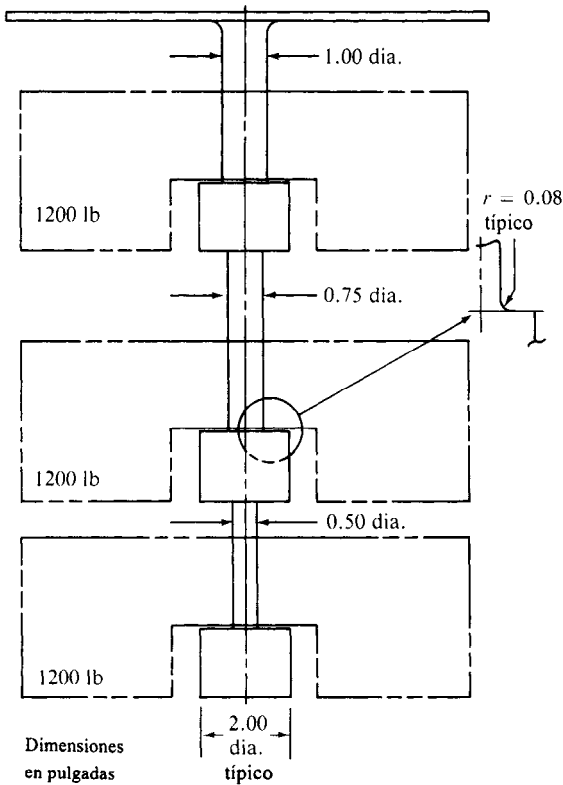


Figura 3-48 (Problema 48)

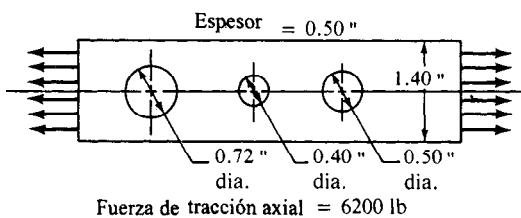


Figura 3-49 (Problema 49)

to, considerando concentraciones de tensión en los chaflanes y suponiendo que la carga actúa en forma axial.

49. Para la placa lisa en tensión de la figura 3-49, calcule la tensión en cada orificio, suponiendo que los orificios están separados lo suficiente y que sus efectos no interactúan.

Para los problemas del 50 al 54 calcule la tensión máxima en la pieza, considerando concentraciones de tensión.

50. Utilice la figura 3-50.  
51. Utilice la figura 3-51.  
52. Utilice la figura 3-52.  
53. Utilice la figura 3-53.  
54. Utilice la figura 3-54.

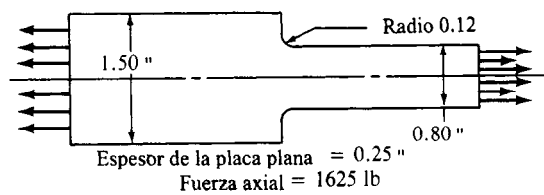


Figura 3-50 (Problema 50)

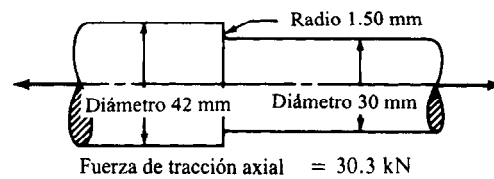


Figura 3-51 (Problema 51)

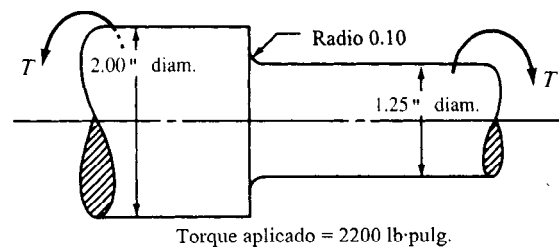


Figura 3-52 (Problema 52)

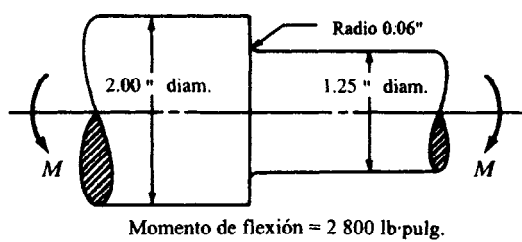


Figura 3-53 (Problema 53)

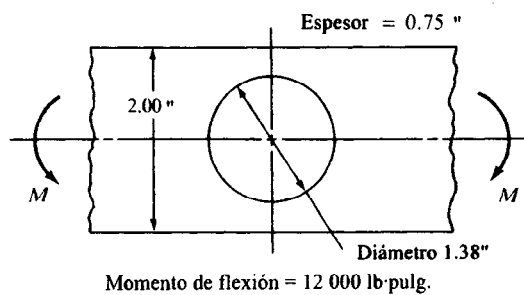


Figura 3-54 (Problema 54)

---

# **4 Tensiones combinadas y círculo de Mohr**

---

- 4-1 Objetivos de este capítulo
  - 4-2 Caso general de tensión combinada
  - 4-3 Círculo de Mohr
  - 4-4 Problemas prácticos del círculo de Mohr
  - 4-5 Precauciones cuando ambas tensiones principales tienen el mismo signo
  - 4-6 Círculo de Mohr para condiciones especiales de tensión
  - 4-7 Análisis de condiciones complejas de carga
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

Su compañía está diseñando una máquina especial para probar una tela de alta resistencia sometiéndola a una exposición prolongada a una carga estática para determinar si continua deformándose en un grado considerable conforme transcurre el tiempo. Las pruebas se realizarán a una amplia variedad de temperaturas que requieren de un ambiente controlado alrededor del espécimen que se somete a las pruebas. La figura 4-1 muestra el arreglo general de un diseño que se propone. Se dispone de dos soportes rígidos en la parte posterior de la máquina separados por un espacio de 24" entre sí. La línea de acción de la carga en la tela que se sujeta a las pruebas está centrada en este espacio y 15" fuera de la parte media de los soportes. Se le pide que diseñe una abrazadera para sostener el extremo superior del bastidor o marco de carga.

Suponga que en uno de sus conceptos del diseño utiliza la disposición que se ilustra en la figura 4-2. Se doblan dos barras circulares a 90°. Un extremo de cada barra está soldado a la superficie de soporte vertical. Se integra una barra plana a lo largo del borde exterior de cada barra de manera que las dos barras compartan la carga en forma equitativa.

Uno de los problemas de diseño consiste en determinar la tensión máxima que existe en las barras dobladas para verificar que estén seguras. ¿Qué tipo de tensiones se

desarrollan en las barras? ¿En qué lugar es probable que las tensiones manifiesten su magnitud máxima? ¿De qué manera se puede calcular la magnitud de las tensiones? Nótese que la parte de la barra cercana a donde se une al soporte tiene una combinación de tensiones que ejercen su acción sobre aquella.

Considere el elemento en la superficie superior de la barra, que se identifica por medio de A en la figura 4-2. El momento que genera la fuerza en una extensión de 6.0" a partir del apoyo coloca al elemento A en tensión debido a la acción de flexión. El torque provocado por la fuerza que actúa 15.0" hacia afuera del eje de la barra en su punto de apoyo, genera una tensión de esfuerzo de corte por torsión en el elemento A. Ambas tensiones ejercen su acción en el plano x-y, y someten al elemento A a tensión normal y a tensión por esfuerzo de corte que se combinan. ¿Cómo se analiza tal condición de tensión? ¿De qué manera actúan en forma conjunta las tensiones por esfuerzo de corte y por tracción? ¿Cuál es la tensión normal máxima y la tensión máxima por esfuerzo de corte en el elemento A, y dónde se generan? Para terminar el diseño de las barras necesitará conocer las respuestas a lo anterior. El material que comprende este capítulo le permitirá llevar a feliz término el análisis que se requiere.



### 4-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

El capítulo 3 comprende un repaso de las relaciones básicas en el análisis de tensiones para las cuales sólo se genera un tipo de tensión en su oportunidad. A su vez, abarca casos en los cuales a una pieza se le aplican dos o más tipos de carga que generan tensiones normales (tirantez o compresión). Para analizar los casos a que se hace mención se recurrió al principio de sobreposición.

En muchas situaciones de diseño de máquinas, un elemento de una pieza que soporta carga se ve sometido a distintos tipos de tensión en forma simultánea. Este capítulo presenta métodos que el lector puede emplear para analizar en general el caso de las tensiones normales y por esfuerzo de corte combinadas. El objetivo, a nivel global, es desarrollar una comprensión clara de la distribución de tensión en una pieza que soporta carga, así como determinar las tensiones máximas, ya sea por esfuerzo de corte o normales, en tal forma que sea posible completar un diseño o un análisis confiables. El caso general de la tensión combinada se presenta, en primer lugar, en términos analíticos. Después, se procede a la introducción de un auxiliar gráfico de gran utilidad, que recibe el nombre de *círculo de Mohr*.

#### Objetivos específicos

Una vez que concluya este capítulo, el lector será capaz de:

1. Ilustrar una variedad de tensiones combinadas en elementos que generan tensión.

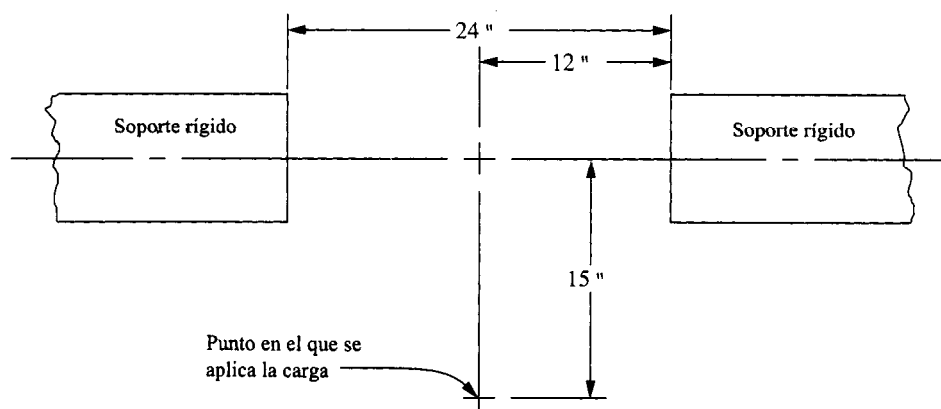


Figura 4-1 Disposición de los soportes de la estructura que soporta carga —Vista superior

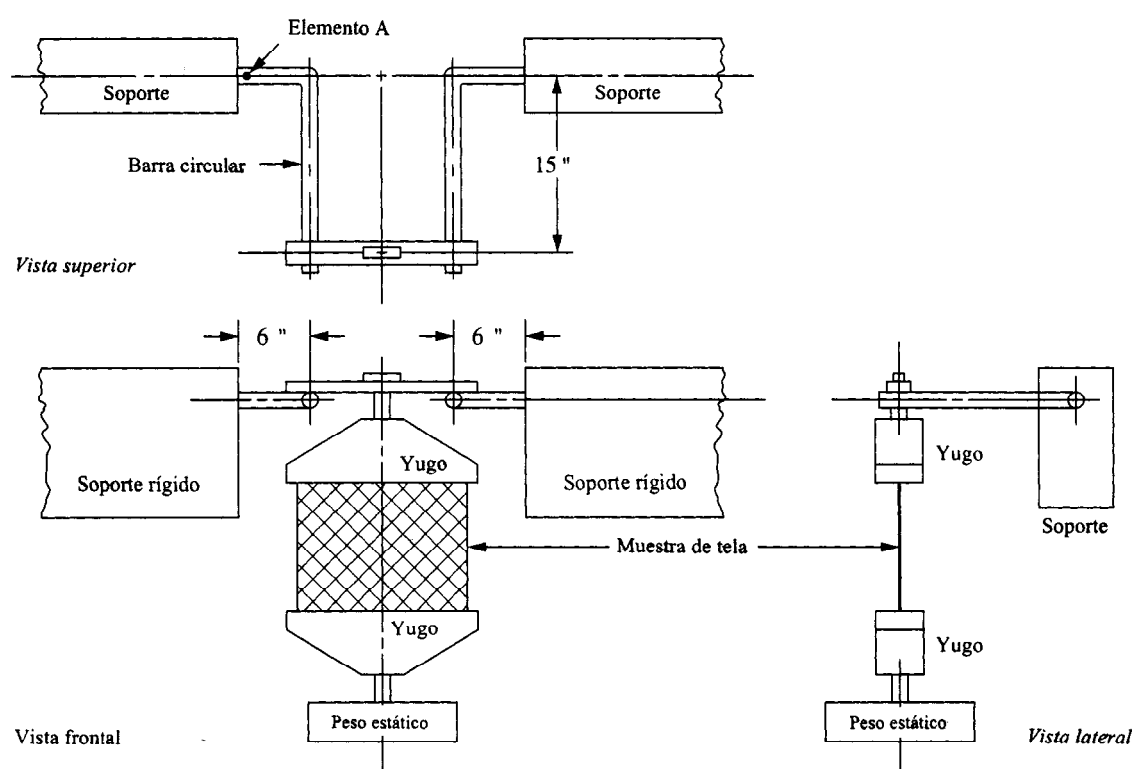


Figura 4-2 Diseño propuesto para una abrazadera

2. Analizar una pieza que soporta carga la cual se somete a la acción de tensión combinada para determinar la tensión normal máxima y la tensión máxima por esfuerzo de corte en cualquier elemento en particular.
3. Determinar los sentidos en que se alinean las tensiones máximas.
4. Determinar el estado de tensión en un elemento en cualquier sentido que se especifique.
5. Dibujar el círculo de Mohr completo como un auxiliar para completar el análisis para las tensiones máximas.

## 4-2 CASO GENERAL DE TENSION COMBINADA

Para visualizar el caso general de tensión combinada, resulta de utilidad considerar un elemento pequeño de la pieza que soporta carga sobre el cual ejercen acción la tensión normal y la tensión por esfuerzo de corte en forma combinada. Para este análisis se toman en cuenta una condición de tensión bidimensional, como muestra la figura 4-3. Los ejes  $x$  y  $y$  se alinean con los ejes correspondientes en la pieza que se está analizando.

Las tensiones normales  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  pueden deberse a una fuerza de tracción directa o de flexión. Si las tensiones normales fuesen por compresión (negativas), los vectores apuntarían en sentido opuesto, hacia el elemento que genera tensión.

La tensión por esfuerzo de corte quizá se deba a corte directo, esfuerzo de corte por torsión o esfuerzo de corte vertical. La notación con doble subíndice ayuda a orientar el sentido de las tensiones por esfuerzo de corte. Por ejemplo,  $\tau_{xy}$  indica la tensión por esfuerzo de corte que actúa en la cara del elemento que es perpendicular al eje  $x$  y paralela al eje  $y$ . Una *tensión positiva por esfuerzo de corte* es una que tiende a hacer girar al elemento que genera tensión en el sentido de las manecillas del reloj. En la figura 4-3,  $\tau_{xy}$  es positiva y  $\tau_{yx}$  es negativa. Sus magnitudes deben ser iguales para mantener el elemento en equilibrio.

Es necesario determinar las magnitudes y signos de cada una de estas tensiones para mostrarlas de manera adecuada en el elemento que genera tensión. El problema ilustrativo que sigue a la definición de las tensiones principales ilustra el proceso.

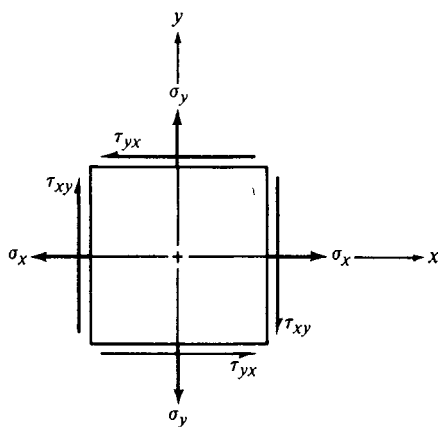


Figura 4-3 Elemento bidimensional, en general, que genera tensión

Una vez que se ha definido el elemento que genera tensión, los objetivos del análisis que faltan son determinar la tensión máxima por esfuerzo de corte, así como los planos en los que se generan estas tensiones. Las fórmulas que se presentan a continuación son las que se aplican.

### Tensiones normales máximas: tensiones principales

La combinación de las tensiones normal y por esfuerzo de corte que genera la tensión normal máxima recibe el nombre de *tensión principal máxima*,  $\sigma_1$ . La magnitud de  $\sigma_1$  se puede calcular por medio de la ecuación siguiente:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4-1)$$

La combinación de la tensión que se aplica, la cual genera la tensión normal mínima se denomina como *tensión principal mínima*,  $\sigma_2$ . Su magnitud puede calcularse a partir de

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4-2)$$

Particularmente en análisis experimental de tensión, es importante conocer la orientación de las tensiones principales. El ángulo de inclinación de los planos, en los cuales ejercen acción las tensiones principales, a los que se da el nombre de *planos principales*, se puede encontrar a partir de la ecuación (4-3).

$$\phi_\sigma = \frac{1}{2} \arctan[2\tau_{xy}/(\sigma_x - \sigma_y)] \quad (4-3)$$

El ángulo  $\phi_\sigma$  se mide a partir del eje  $x$  positivo del elemento original que genera tensión hasta la tensión principal máxima,  $\sigma_1$ . Así, la tensión principal mínima,  $\sigma_2$ , está en el plano  $90^\circ$  a partir de  $\sigma_1$ .

Cuando el elemento que genera tensión está orientado tal como se analizó de manera que las tensiones principales actúan sobre él, la tensión por esfuerzo de corte es cero. El elemento que genera tensión resultante se ilustra en la figura 4-4.

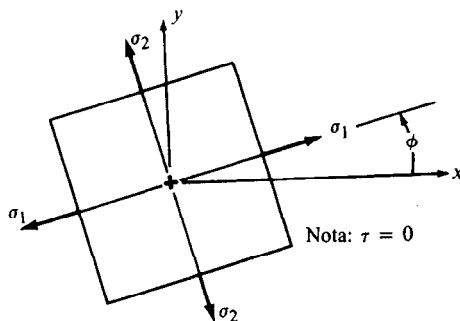


Figura 4-4 Elemento que genera la tensión principal



### Tensión máxima por esfuerzo de corte

En una orientación distinta del elemento que genera tensión surgirá la tensión máxima por esfuerzo de corte. Su magnitud se puede calcular a partir de la ecuación (4.4).

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4-4)$$

El ángulo de inclinación del elemento en el que se genera la tensión máxima por esfuerzo de corte se calcula de la manera siguiente:

$$\phi_\tau = \frac{1}{2} \arctan[-(\sigma_x - \sigma_y)/2\tau_{xy}] \quad (4-5)$$

El ángulo entre el elemento principal que genera tensión y el elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte es siempre de  $45^\circ$ .

En el elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte habrá tensiones normales de igual magnitud que actúan en sentido perpendicular a los planos en los que ejercen acción las tensiones máximas por esfuerzo de corte. Estas tensiones normales tienen el valor

$$\sigma = (\sigma_x + \sigma_y)/2 \quad (4-6)$$

Nótese que este es el *promedio* de las dos tensiones normales que se aplican.

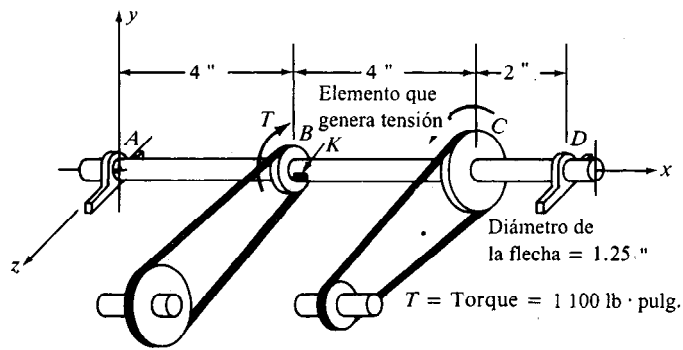
El ejemplo siguiente ilustrará el uso de ecuaciones para las tensiones principales y la tensión máxima por esfuerzo de corte.

**Problema ilustrativo 4-1.** Una flecha o eje se apoya entre dos cojinetes y soporta dos ruedas o coronas dentadas de cadena como ilustra la figura 4-5. Las tensiones en las cadenas ejercen fuerzas horizontales en la flecha o eje, ello tiende a flexionarla en el plano  $x$ - $z$ . La rueda dentada C ejerce un torque igual pero opuesto sobre la flecha o eje.

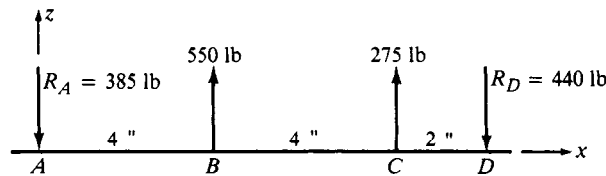
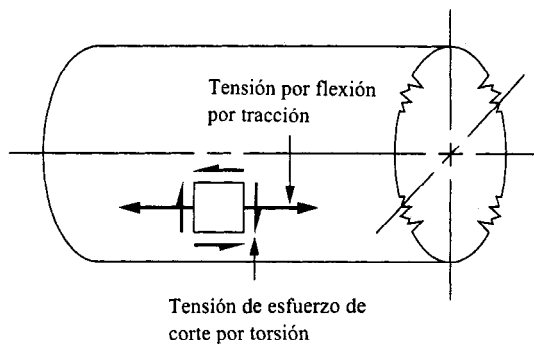
Para la condición de carga que se muestra, determine la condición de tensión en el elemento K en la superficie frontal de la flecha o eje (en el lado  $z$  positivo) justo a la derecha de la rueda dentada B.

1. Determine las tensiones en el elemento K en el plano  $x$ - $y$  y muestre las tensiones en el elemento que genera tensión.
2. Calcule las tensiones principales en el elemento y los sentidos en los que actúan.
3. Dibuje el elemento que genera tensión sobre el cual ejercen acción las tensiones principales y muestre su orientación hacia el eje  $x$  original.





(a) Vista gráfica de la flecha o eje

(b) Fuerzas que ejercen acción sobre la flecha o eje en el plano  $x$ - $z$ 

(c) Vista ampliada del elemento K en la parte frontal de la flecha o eje

**Figura 4-5 Eje o flecha para el problema ilustrativo 4-1**

4. Calcule la tensión máxima por esfuerzo de corte en el elemento y la orientación del plano sobre el cual actúa.
5. Dibuje el elemento que genera tensión sobre el cual actúa la tensión máxima por esfuerzo de corte y muestre su orientación hacia el eje  $x$  original.

**Solución.** El elemento  $K$  está sujeto a flexión que genera una tensión por tracción la cual actúa en el sentido  $x$ . También existe tensión por esfuerzo de corte por torsión que ejerce acción en

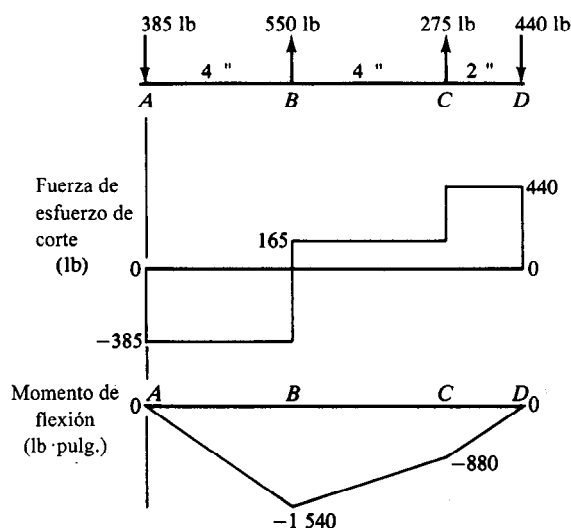
K. La figura 4-6 muestra las gráficas de momento de flexión y de esfuerzo de corte para la flecha o eje e indica que el momento de flexión en K es 1,540 lb·pulg. En consecuencia la tensión por flexión es

$$\begin{aligned}\sigma_x &= M / Z \\ Z &= \pi D^3 / 32 = [\pi (1.25 \text{ pulg.})^3] / 32 = 0.192 \text{ pulg}^3 \\ \sigma_x &= (1\,540 \text{ lb·pulg}) / (0.192 \text{ pulg}^3) = 8\,030 \text{ psi}\end{aligned}$$

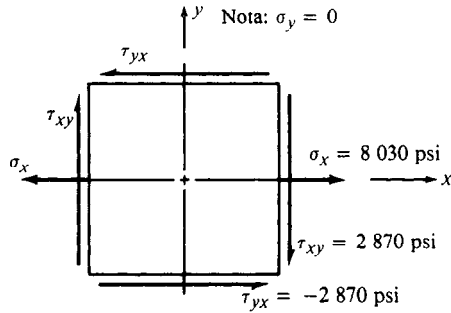
La tensión de esfuerzo de corte por torsión actúa en el elemento K de tal manera que provoca un tensión descendente por esfuerzo de corte en el lado izquierdo del elemento. Esta acción da por resultado una tendencia a que el elemento gire en el sentido de las manecillas del reloj; este es el sentido *positivo* para las tensiones por esfuerzo de corte, de conformidad con la convención estándar. A su vez, en la notación para tensiones por esfuerzo de corte también se utilizan subíndices dobles. Por ejemplo,  $\tau_{xy}$  indica la tensión por esfuerzo de corte que actúa en la cara de un elemento que es perpendicular al eje x y paralela al y. Por consiguiente para el elemento K:

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= T / Z_p \\ Z_p &= \pi D^3 / 16 = \pi (1.25 \text{ pulg.})^3 / 16 = 0.383 \text{ pulg}^3 \\ \tau_{xy} &= (1\,100 \text{ lb·pulg}) / (0.383 \text{ pulg}^3) = 2\,870 \text{ psi}\end{aligned}$$

Los valores de la tensión normal,  $\sigma_x$ , y de la tensión por esfuerzo de corte,  $\tau_{xy}$  se muestran en el elemento que genera tensión K en la figura 4-7. Nótese que la tensión en el sentido y es



**Figura 4-6** Diagramas de momento de esfuerzo de corte y de flexión para la flecha o eje



**Figura 4-7** Tensiones en el elemento *K*

cero para esta carga. También, el valor de la tensión por esfuerzo de corte,  $\tau_{yx}$  debe ser igual a  $\tau_{xy}$ , y debe actuar como se ilustra para que el elemento esté en equilibrio.

Ahora, es posible calcular las tensiones principales en el elemento, utilizando las ecuaciones (4-1) a (4-3). La tensión principal máxima es

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \sigma_1 &= (8\,030/2) + \sqrt{(8\,030/2)^2 + (2\,870)^2} \\ \sigma_1 &= 4\,015 + 4\,935 = 8\,950 \text{ psi}\end{aligned}\quad (4-1)$$

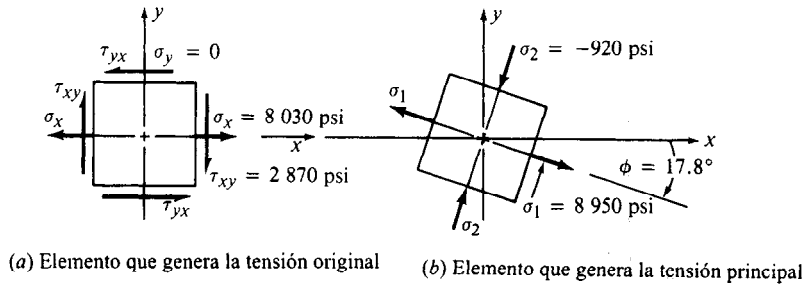
La tensión principal mínima es

$$\begin{aligned}\sigma_2 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \sigma_2 &= (8\,030/2) - \sqrt{(8\,030/2)^2 + (2\,870)^2} \\ \sigma_2 &= 4\,015 - 4\,935 = -920 \text{ psi} \quad \text{Compresión}\end{aligned}\quad (4-2)$$

El sentido en el que actúa la tensión principal máxima es

$$\begin{aligned}\phi_\sigma &= \frac{1}{2} \arctan[2\tau_{xy}/(\sigma_x - \sigma_y)] \\ \phi_\sigma &= \frac{1}{2} \arctan[(2)(2\,870)/(8\,030)] = 17.8^\circ\end{aligned}\quad (4-3)$$

Las tensiones principales se pueden mostrar en un elemento que genera tensión tal como lo ilustra la figura 4-8. Nótese que el elemento se muestra en relación al elemento original para enfatizar el sentido de las tensiones principales en relación al eje *x* original. El signo positivo para  $\phi_\sigma$  indica que el elemento que genera la tensión principal gira *en el sentido de las manecillas del reloj* a partir de su posición original.



**Figura 4-8** Tensiones principales en un elemento que genera tensión

Ahora se puede definir el elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte, utilizando las ecuaciones (4-4) a (4-6):

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4-4)$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{(8\,030/2)^2 + (2\,870)^2}$$

$$\tau_{\max} = \pm 4\,935 \text{ psi}$$

Los dos pares de tensiones por esfuerzo de corte  $+\tau_{\max}$  y  $-\tau_{\max}$  son iguales en cuanto a magnitud pero opuestas en lo que hace a sentido.

La orientación del elemento sobre el cual actúa la tensión máxima por esfuerzo de corte se encuentra a partir de la ecuación 4-5.

$$\phi_r = \frac{1}{2} \arctan[-(\sigma_x - \sigma_y)/2\tau_{xy}] \quad (4-5)$$

$$\phi_r = \frac{1}{2} \arctan(-8\,030/[(2)(2\,870)]) = -27.2^\circ$$

El signo negativo indica un giro *en sentido contrario al de las manecillas del reloj* para el elemento.

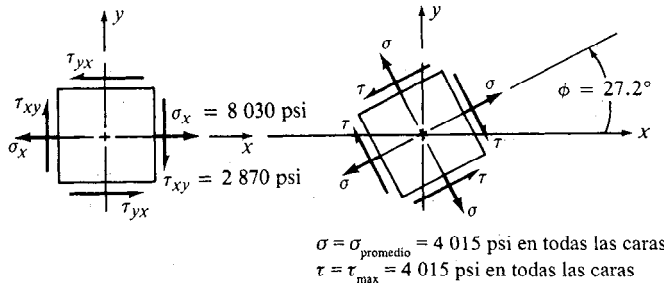
Existen tensiones normales iguales que actúan en las caras de este elemento que genera tensión, las cuales tienen el valor de

$$\sigma = (\sigma_x + \sigma_y)/2 \quad (4-6)$$

$$\sigma = 8\,030/2 = 4\,015 \text{ psi}$$

En la figura 4-9 se muestra el elemento que genera tensión sobre el cual actúa la tensión máxima por esfuerzo de corte en relación al elemento original que genera tensión. Nótese que el ángulo entre este elemento y el elemento que genera la tensión principal que se muestra en la figura 4-8 es de  $45^\circ$ .

Con esto concluye el problema ilustrativo. Todos los valores que se requieren para dibujar los elementos que generan tensión necesarios se obtuvieron a partir de cálculos. Si bien estos valores son en gran medida directos, el *círculo de Mohr*, del que a continuación se hace un análisis, es, hasta cierto punto fácil de usar y ofrece un concepto más minucioso acerca de la condición real de la tensión en un punto.



(a) Elemento que genera la tensión original      (b) Elemento de tensión máxima debida a esfuerzo de corte

**Figura 4-9 Relación del elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte con el elemento que genera la tensión original**

### 4-3 CIRCULO DE MOHR

Debido a la gran cantidad de términos y signos que ello implica y a los numerosos cálculos que se requieren para calcular las tensiones principales y la tensión máxima por esfuerzo de corte, existe una probabilidad más bien alta de incurrir en errores. Utilizar el auxiliar gráfico que se conoce como círculo de Mohr contribuye a reducir al mínimo los errores y proporciona un "sentido" más preciso de la condición relativa a la tensión en los puntos que interesan.

Después que se ha construido el círculo de Mohr, puede utilizarse para los siguiente:

1. Encontrar las tensiones principales máxima y mínima y los sentidos en los que ejercen acción.
2. Determinar las tensiones máximas por esfuerzo de corte y la orientación de los planos sobre los cuales actúan.
3. Encontrar el valor de las tensiones normales que actúan en los planos donde ejercen su acción las tensiones máximas por esfuerzo de corte.
4. Encontrar los valores de la tensión normal y de la tensión por esfuerzo de corte que actúan sobre un elemento sin importar su orientación.

La información que se necesita para construir el círculo de Mohr, es, desde luego, la misma que se requiere para calcular los valores a que se hizo mención antes, porque el enfoque gráfico es una analogía de los cálculos. Si se conocen las tensiones normal y por esfuerzo de corte que actúan en cualesquiera planos de un elemento perpendiculares entre sí, es posible construir el círculo y se puede determinar cualquiera de los incisos que en el párrafo anterior se numeran del 1 al 4. Esto es de particular valor en el trabajo de análisis de tensiones porque los resultados que se obtienen a partir de innumerables técnicas de instrumentación para medir tensiones proporcionan los datos de entrada o iniciales que se necesitan para crear el círculo de Mohr. Cuando se conocen la tensión principal y la tensión máxima por esfuerzo de corte, es posible llevar a cabo el diseño y el análisis completos, empleando las diversas teorías en relación a fallas que se analizan en el capítulo siguiente.

El círculo de Mohr se construye de la manera siguiente:

1. Realice el análisis de tensión para determinar las magnitudes y los sentidos de la tensión normal y de la tensión por esfuerzo de corte que ejercen acción en el punto que interesa.
2. Dibujar el elemento que genera tensión en el punto que interesa. Las tensiones normales en dos planos, cualquiera que sean, perpendiculares entre sí se dibujan con tensiones por tracción positivas: que se proyectan hacia afuera del elemento. Las tensiones por compresión son negativas: su sentido es hacia dentro de la cara. Nótese que se grafican las *resultantes* de todas las tensiones normales que actúan en los sentidos que se seleccionan. Se considera que las tensiones por esfuerzo de corte son positivas si tienden a hacer girar el elemento en el *sentido de las manecillas del reloj* (cw) y negativas si el giro es en sentido contrario.
3. Establezca un sistema de coordenadas rectangular en el cual el eje horizontal positivo representa tensiones normales positivas (por tracción), y el eje vertical positivo representa tensiones positivas por esfuerzo de corte (en el sentido de las manecillas del reloj). Por tanto, el plano que se crea se designará como el plano  $\sigma - \tau$ .
4. Trace los puntos en el plano  $\sigma - \tau$  que corresponden a las tensiones que ejercen acción en la cara del elemento que genera tensión. Si el elemento se dibuja en el plano  $x-y$ , los dos puntos a graficar son  $\sigma_x, \tau_{xy}$  y  $\sigma_y, \tau_{yx}$ .
5. Trace la línea que conecta los dos puntos.
6. La línea resultante cruza el eje  $\sigma$  en el centro del círculo de Mohr en el *promedio* de las dos tensiones normales que se aplican, donde

$$\sigma_{\text{promedio}} = (\sigma_x + \sigma_y) / 2$$

Los pasos siguientes pueden visualizarse con mayor precisión si los seis primeros pasos se dibujan como se muestra en la figura 4-10. Nótese que en el elemento que genera tensión que se ilustra  $\sigma_x$  es positiva,  $\sigma_y$  es negativa,  $\tau_{xy}$  es positiva y  $\tau_{yx}$  es negativa. Esto es arbitrario a fin de ilustrar. En general, puede existir cualquier combinación de valores positivos y negativos.

Nótese en la figura 4-10 que se ha formado un triángulo recto, el cual tiene los lados  $a$ ,  $b$  y  $R$ , donde

$$R = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Al revisar, se puede observar que

$$a = (\sigma_x - \sigma_y)/2$$

$$b = \tau_{xy}$$

El punto que se identifica con  $O$  se encuentra a una distancia de  $\sigma_x - a$  a partir del origen del sistema de coordenadas. Ahora, continuamos con la construcción del círculo.

7. Dibuje el círculo completo con el centro en  $O$  y un radio de  $R$ , como se muestra en la figura 4-11.

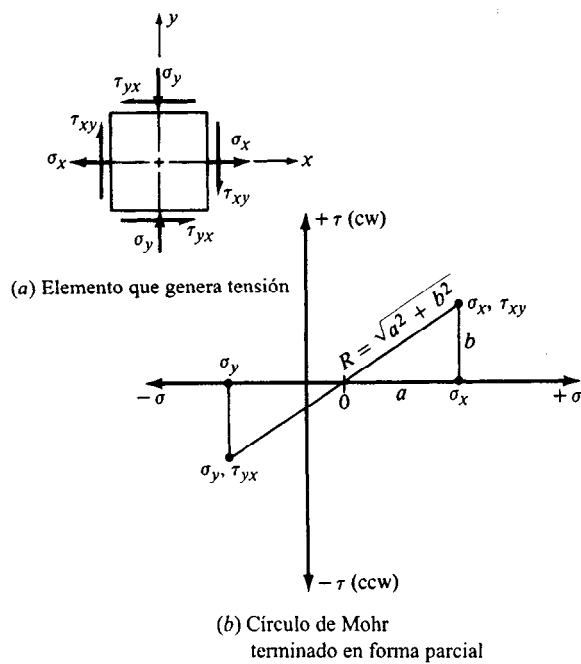


Figura 4-10 Círculo de Mohr terminado en forma parcial, pasos 1 al 6

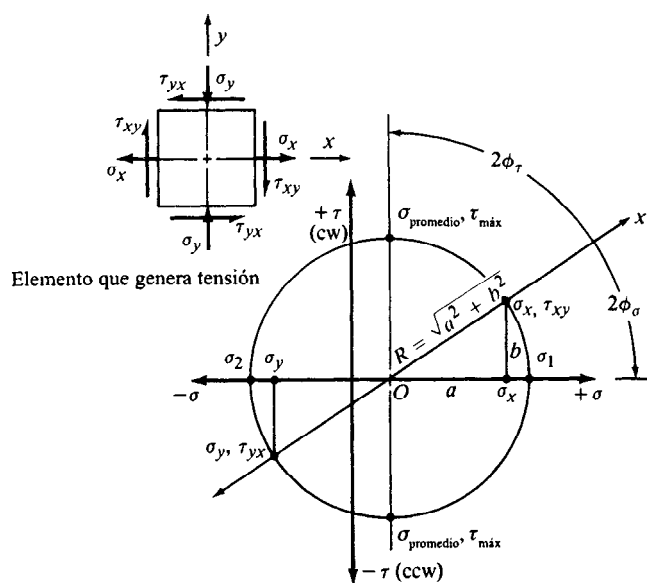


Figura 4-11 Círculo de Mohr completo

8. El punto donde el círculo cruza el eje  $\sigma$  a la derecha proporciona el valor de la tensión principal máxima,  $\sigma_1$ .
9. El punto donde el círculo cruza el eje  $\sigma$  a la izquierda proporciona la tensión principal mínima,  $\sigma_2$ .
10. Las coordenadas de la parte superior del círculo proporcionan la tensión máxima por esfuerzo de corte y la tensión normal que actúa sobre el elemento que tiene la tensión máxima por esfuerzo de corte.

Los pasos siguientes se refieren a determinar los ángulos de inclinación del elemento que genera la tensión principal y el elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte en relación al eje  $x$  original. Es importante señalar que los ángulos en el círculo de Mohr son en realidad el *doble* de los ángulos reales. En lo que corresponde a la figura 4-11, la línea a partir de  $O$  a través del primer punto que se graficó  $\sigma_x, \tau_{yx}$  representa el eje  $y$  original. Desde luego, en el elemento original, estos ejes están separados por una distancia de  $90^\circ$ , no  $180^\circ$ , ilustrando la característica de doble ángulo del círculo de Mohr. Una vez que se ha señalado esta observación, se puede continuar el desarrollo del proceso.

11. El ángulo  $2\phi_\sigma$  se mide a partir del eje  $x$  según se define al eje  $\sigma_1$ . Nótese que

$$2\phi_\sigma = \arctan(b/a)$$

Es importante señalar asimismo el sentido a partir del eje  $x$  hacia el eje  $\sigma$  (en el sentido de las manecillas del reloj o contrario al de las manecillas del reloj (ccw)). Esto es necesario para representar en forma correcta la relación del elemento que genera la tensión principal con el elemento que genera la tensión original.

12. El ángulo a partir del eje  $x$  en el círculo hasta la línea vertical que pasa por  $\tau_{\max}$  proporciona  $2\tau$ . A partir de la geometría del círculo, se puede observar que

$$2\phi_\tau = 90^\circ - 2\phi_\sigma$$

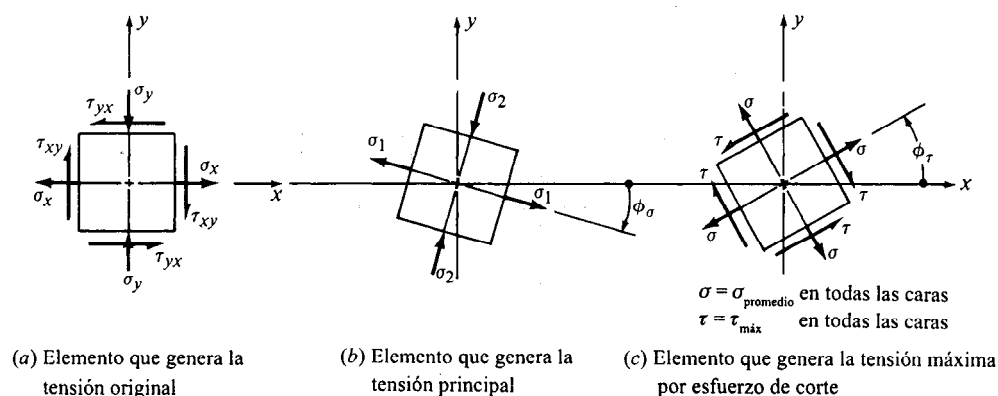


Figura 4-12 Exhibición de resultados a partir del círculo de Mohr



Una vez más, es importante señalar el sentido a partir del eje  $x$  hacia el eje  $\tau_{\max}$  para utilizarlo al orientar el elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte. Debe señalarse, a su vez, que los ejes  $\sigma_1$  y  $\tau_{\max}$  siempre deben estar separados por  $90^\circ$  en el círculo y en consecuencia por  $45^\circ$  en el elemento en sí.

13. El paso final en el proceso de utilizar el círculo de Mohr consiste en dibujar los elementos que generan tensión resultantes en su relación adecuada con el elemento original, como lo denota la figura 4-12.

**Problema ilustrativo 4-2.** Ahora, la construcción del círculo de Mohr se ilustrará utilizando la misma información que en el problema ilustrativo 4-1, en el cual las tensiones principales y la tensión máxima por esfuerzo de corte se calcularon directamente a partir de las ecuaciones. El lector debe remitirse al enunciado del problema que aborda la flecha o eje que soporta dos ruedas dentadas o coronas y a las figuras de la 4-5 a la 4-9.

La figura 4-13 es idéntica a la 4-7, que se utilizó antes para mostrar las tensiones que ejercen acción sobre el elemento K en el plano  $x$ - $y$  original. A partir de esta información, la figura 4-14 se construyó de conformidad con los pasos 1 al 6 del proceso para dibujar el círculo de Mohr. Antes de proceder al paso 7, hay que calcular los valores para  $a$ ,  $b$  y  $R$ .

$$a = (\sigma_x - \sigma_y)/2 = (8\,030 - 0)/2 = 4\,015 \text{ psi}$$

$$b = \tau_{xy} = 2\,870 \text{ psi}$$

$$R = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(4\,015)^2 + (2\,870)^2} = 4\,935 \text{ psi}$$

En la figura 4-15 se ilustra el círculo de Mohr completo. El paso 7 consistió en dibujar el propio círculo con su centro en  $O$  y el radio  $R$ . Nótese que el círculo pasa por los dos puntos que se graficaron en un principio. Esto debe llevarse a cabo porque el círculo representa todos los estados de tensión posibles en el elemento K.

8.

$$\sigma_1 = 4,015 + 4,935 = 8,950 \text{ psi en el lado derecho del círculo}$$

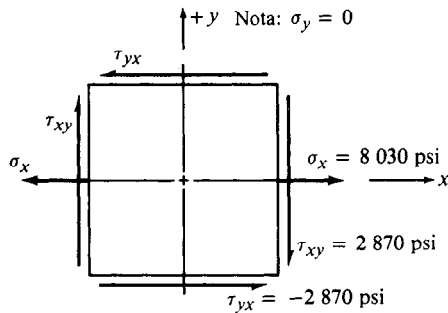


Figura 4-13 Tensiones en el elemento K

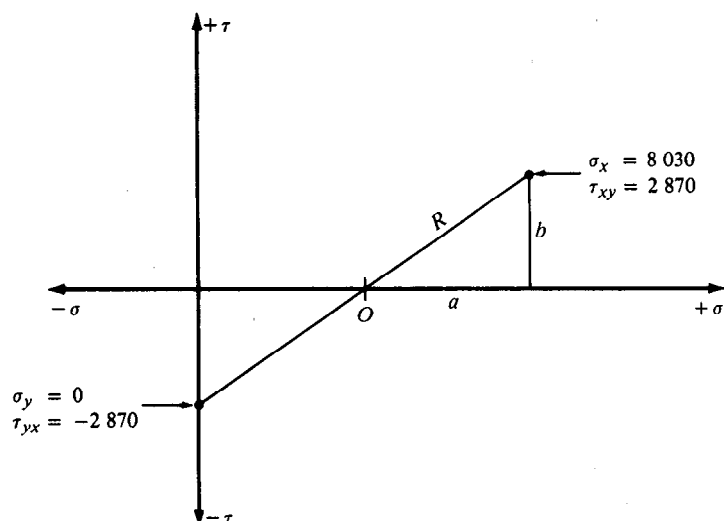


Figura 4-14 Círculo de Mohr terminado en forma parcial para el problema ilustrativo 4-2

9.

$$\sigma_2 = 4\,015 - 4\,935 = -920 \text{ psi en el lado izquierdo del círculo}$$

10.

$$\tau_{\text{máx}} = R = 4\,935 \text{ psi}$$

El valor de la tensión normal en el elemento que soporta la tensión máxima por esfuerzo de corte es el mismo que la coordenada de  $O$ , el centro del círculo. Recuerde que este es la tensión normal promedio, 4,015 psi.

11.

$$2\phi_\sigma = \arctan(b/a) = \arctan(2\,870/4\,015) = 35.6^\circ$$

$$\phi_\sigma = 35.6^\circ/2 = 17.8^\circ$$

Nótese que  $\phi_\sigma$  debe medirse en *el sentido de las manecillas del reloj* a partir del eje  $x$  original hacia el sentido de la línea de acción de  $s_1$ .

12.

$$2\phi_\tau = 90^\circ - 2\phi_\sigma = 90^\circ - 35.6^\circ = 54.4^\circ$$

Por consiguiente

$$\phi_\tau = 54.4^\circ/2 = 27.2^\circ$$

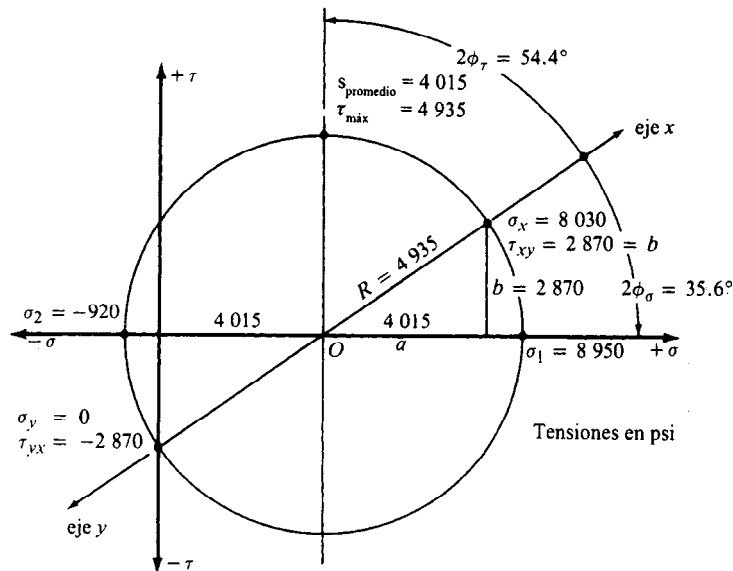


Figura 4-15 Círculo de Mohr completo

Nótese que el elemento que genera tensión sobre el cual ejerce acción la tensión máxima por esfuerzo de corte debe girar *en sentido contrario al de las manecillas del reloj* a partir de la orientación del elemento original.

13. La figura 4-16 muestra los elementos que generan tensión que se requieren. Son idénticos a aquellos que se ilustraron en las figuras 4-8 y 4-9.

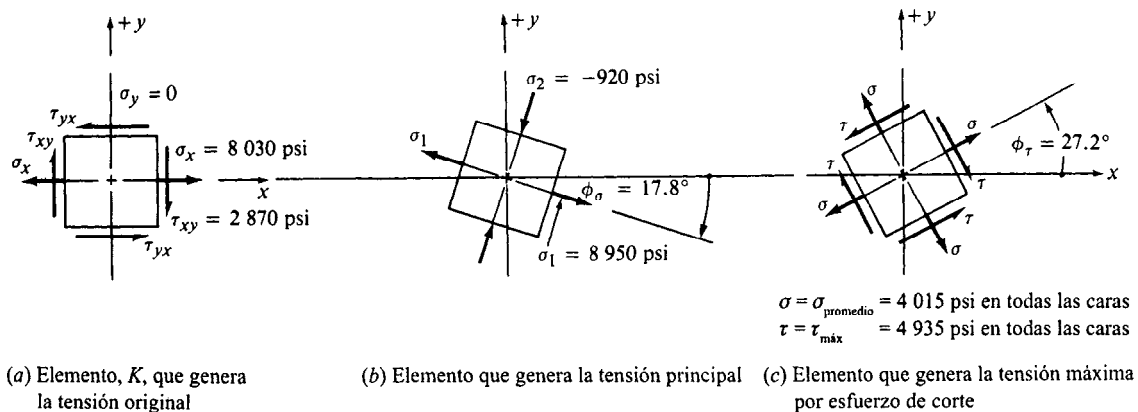


Figura 4-16 Resultados del análisis del círculo de Mohr del problema ilustrativo 4-2

## 4-4 PROBLEMAS PRACTICOS DEL CIRCULO DE MOHR

Para una persona que lo ve por primera vez, el círculo de Mohr quizá parezca confuso. Sin embargo, con la práctica bajo una extensa gama de combinaciones de tensiones, normales y por esfuerzo de corte, el lector será capaz de ejecutar los 13 pasos con rapidez y precisión. La tabla que se presenta en la página 121 ofrece seis conjuntos de datos (problemas ilustrativos 4-3 al 4-8) para las tensiones normales y por esfuerzo de corte en el plano  $x$ - $y$ . Se recomienda que el lector complete el círculo de Mohr para cada una antes de consultar las soluciones que se plantean de la figura 4-17 a la 4-22. A partir del círculo, determine las dos tensiones principales, la tensión máxima por esfuerzo de corte y los planos en los que ejercen acción estas tensiones. Luego, dibuje el elemento que genera la tensión que se especifica, el elemento que genera la tensión principal y aquel que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte, todos orientados en forma correcta respecto a los sentidos  $x$  y  $y$ .

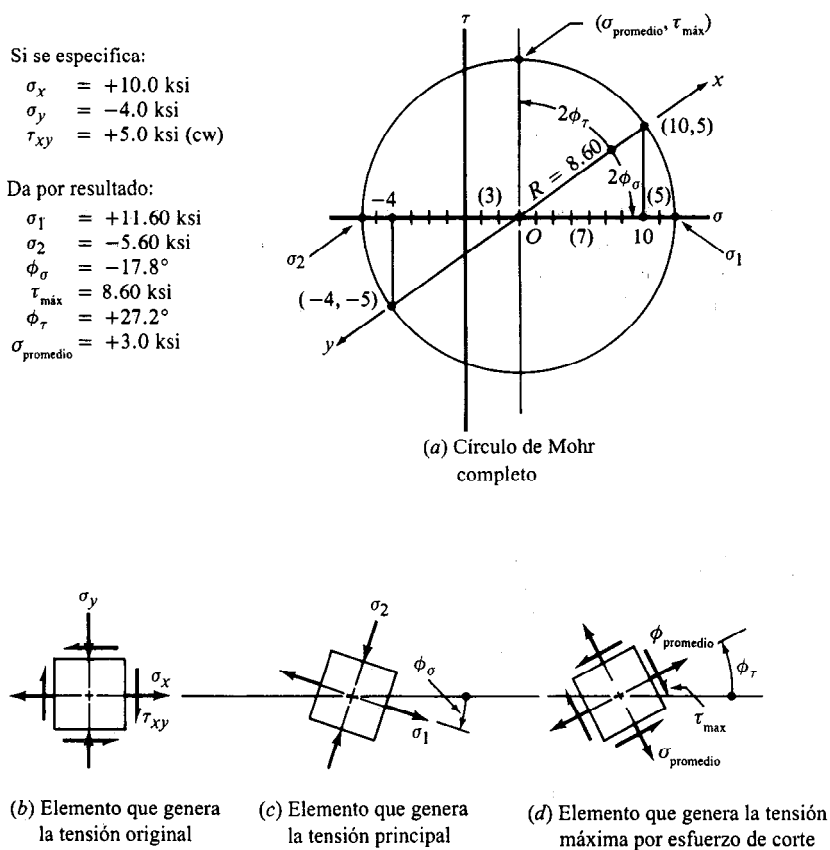


Figura 4-17 Solución del problema ilustrativo 4-3

**Problemas prácticos para el círculo de Mohr**

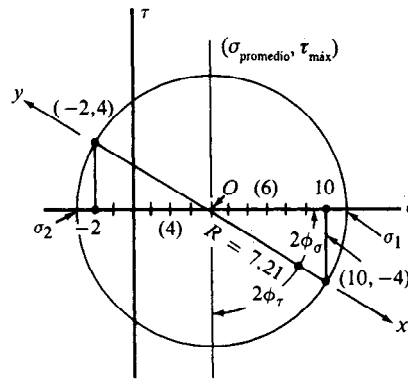
Problema ilustrativo	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\tau_{xy}$	Figura número
4-3	+10.0 Ksi	-4.0 Ksi	+5.0 Ksi	4-17
4-4	+10.0 Ksi	-2.0 Ksi	-4.0 Ksi	4-18
4-5	+4.0 Ksi	-10.0 Ksi	+4.0 Ksi	4-19
4-6	+120 MPa	-30 MPa	+60 MPa	4-20
4-7	-80 MPa	+20 MPa	-50 MPa	4-21
4-8	-80 MPa	+20 MPa	+50 MPa	4-22

Si se especifica:

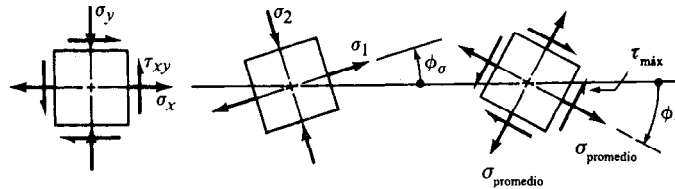
$$\begin{aligned}\sigma_x &= +10.0 \text{ ksi} \\ \sigma_y &= -2.0 \text{ ksi} \\ \tau_{xy} &= -4 \text{ ksi (ccw)}\end{aligned}$$

Da por resultado:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= +11.21 \text{ ksi} \\ \sigma_2 &= -3.21 \text{ ksi} \\ \phi_\sigma &= +16.8^\circ \\ \tau_{\max} &= 7.21 \text{ ksi} \\ \phi_\tau &= -28.2^\circ \\ \sigma_{\text{promedio}} &= +4.0 \text{ ksi}\end{aligned}$$



(a) Círculo de Mohr completo



(b) Elemento que genera la tensión original (c) Elemento que genera la tensión principal (d) Elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte

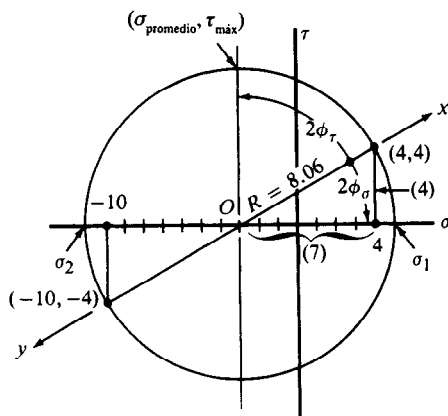
**Figura 4-18 Solución del problema ilustrativo 4-4**

Si se especifica:

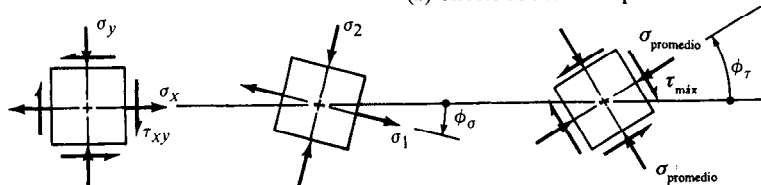
$$\begin{aligned}\sigma_x &= +4.0 \text{ ksi} \\ \sigma_y &= -10.0 \text{ ksi} \\ \tau_{xy} &= +4.0 \text{ ksi}\end{aligned}$$

Da por resultado:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= +5.06 \text{ ksi} \\ \sigma_2 &= -11.06 \text{ ksi} \\ \phi_\sigma &= -14.9^\circ \\ \tau_{\max} &= 8.06 \text{ ksi} \\ \phi_\tau &= +30.1^\circ \\ \sigma_{\text{promedio}} &= -3.0 \text{ ksi}\end{aligned}$$



(a) Círculo de Mohr completo



(b) Elemento que genera la tensión original

(c) Elemento que genera la tensión principal

(d) Elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte

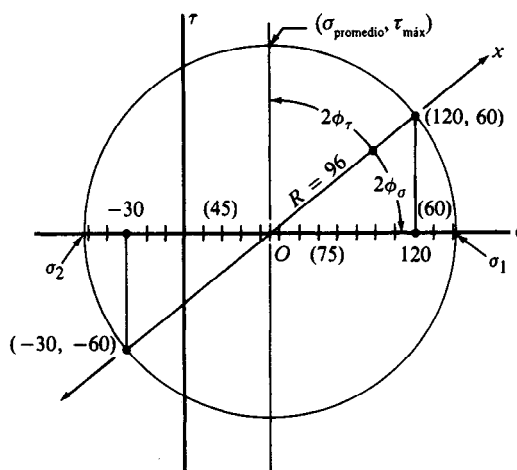
Figura 4-19 Solución del problema ilustrativo 4-5

Si se especifica:

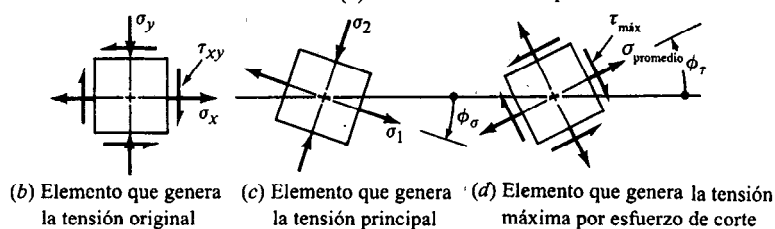
$$\begin{aligned}\sigma_x &= +120 \text{ MPa} \\ \sigma_y &= -30 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} &= +60 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Da por resultado:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= +141 \text{ MPa} \\ \sigma_2 &= -51 \text{ MPa} \\ \phi_\sigma &= -19.3^\circ \\ \tau_{\max} &= 96 \text{ MPa} \\ \phi_\tau &= +25.7^\circ \\ \sigma_{\text{promedio}} &= +45 \text{ MPa}\end{aligned}$$



(a) Círculo de Mohr completo



(b) Elemento que genera la tensión original

(c) Elemento que genera la tensión principal

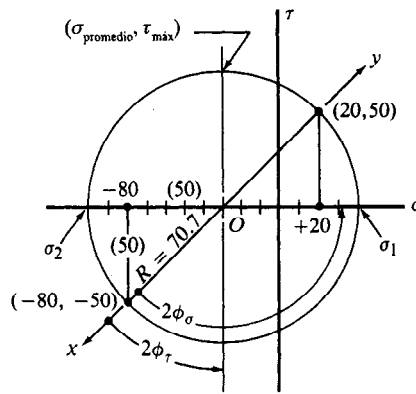
(d) Elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte

Si se especifica:

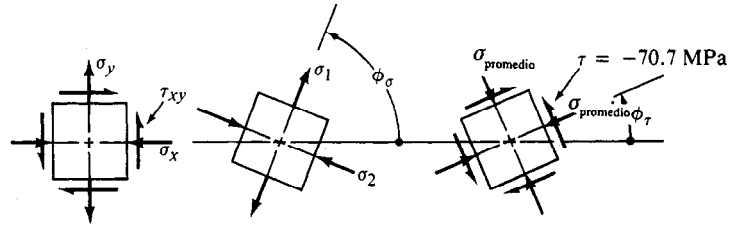
$$\begin{aligned}\sigma_x &= -80 \text{ MPa} \\ \sigma_y &= +20 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} &= -50 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Da por resultado:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= +40.7 \text{ MPa} \\ \sigma_2 &= -100.7 \text{ MPa} \\ \phi_\sigma &= -67.5^\circ \\ \tau_{\max} &= 70.7 \text{ MPa} \\ \phi_\tau &= +22.5^\circ \text{ to } -\tau_{\max} \\ \sigma_{\text{promedio}} &= -30 \text{ MPa}\end{aligned}$$



(a) Círculo de Mohr completo



(b) Elemento que genera la tensión original (c) Elemento que genera la tensión principal (d) Elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte

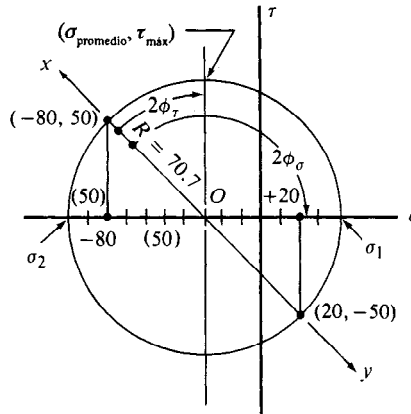
Figura 4-21 Solución del problema ilustrativo 4-7

Si se especifica:

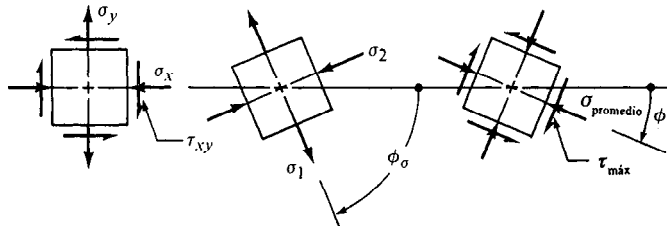
$$\begin{aligned}\sigma_x &= -80 \text{ MPa} \\ \sigma_y &= +20 \text{ MPa} \\ \tau_{xy} &= +50 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Da por resultado:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= +40.7 \text{ MPa} \\ \sigma_2 &= -100.7 \text{ MPa} \\ \phi_\sigma &= -67.5^\circ \\ \tau_{\max} &= 70.7 \text{ MPa} \\ \phi_\tau &= -22.5^\circ \\ \sigma_{\text{promedio}} &= -30 \text{ MPa}\end{aligned}$$



(a) Círculo de Mohr completo



(b) Elemento que genera la tensión original (c) Elemento que genera la tensión principal (d) Elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte

Figura 4-22 Solución del problema ilustrativo 4-8

#### 4-5 PRECAUCIONES CUANDO AMBAS TENSIONES PRINCIPALES TIENEN EL MISMO SIGNO

Recuerde que todos los problemas que se han presentado hasta ahora son acerca de tensión pura, a los que también se les conoce como problemas de *tensión biaxial*, porque las tensiones sólo actúan en dos sentidos dentro de un plano. Es obvio que aquellas piezas que soportan tensión son objetos tridimensionales. El supuesto, en este caso, es que si no se especifica tensión para el tercer sentido aquella es cero. En la mayor parte de los casos, las soluciones, tal como se plantean generarán la tensión máxima por esfuerzo de corte real, junto con las dos tensiones principales para el plano que se especifica. Esto siempre será cierto si las dos tensiones principales tienen signos opuestos; es decir, una es por tracción y la otra por compresión.

No obstante, la tensión máxima por esfuerzo de corte real en el elemento no se encontrará si las dos tensiones principales son de igual signo. En tales casos, habrá que considerar el caso tridimensional. Un ejemplo familiar ilustrará la situación anterior.

**Problema ilustrativo 4-9.** La figura 4-23 muestra un cilindro de pared delgada que es sometido a una presión interna con sus extremos cerrados. Determine las tensiones principales, la tensión máxima por esfuerzo de corte y la orientación del elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte. La presión interna es de 500 psi, el espesor de la pared es 0.080", y el diámetro del cilindro es 4.0".

**Solución.** Este es un ejemplo ilustrativo de tensión biaxial relativo a resistencia de materiales a nivel elemental. Si consideramos un elemento pequeño en la superficie del cilindro, la tensión alineada con la longitud del cilindro (el sentido  $y$  en la figura) es la tensión longitudinal y su valor es

$$\sigma_y = \frac{pD}{4t} = \frac{(500 \text{ psi})(4.0 \text{ ''})}{(4)(0.080 \text{ ''})} = 6\,250 \text{ psi (tensión)}$$

La tensión en el sentido circular es la *tensión de aro*, y está alineada con el eje  $x$  en el elemento infinitesimal.

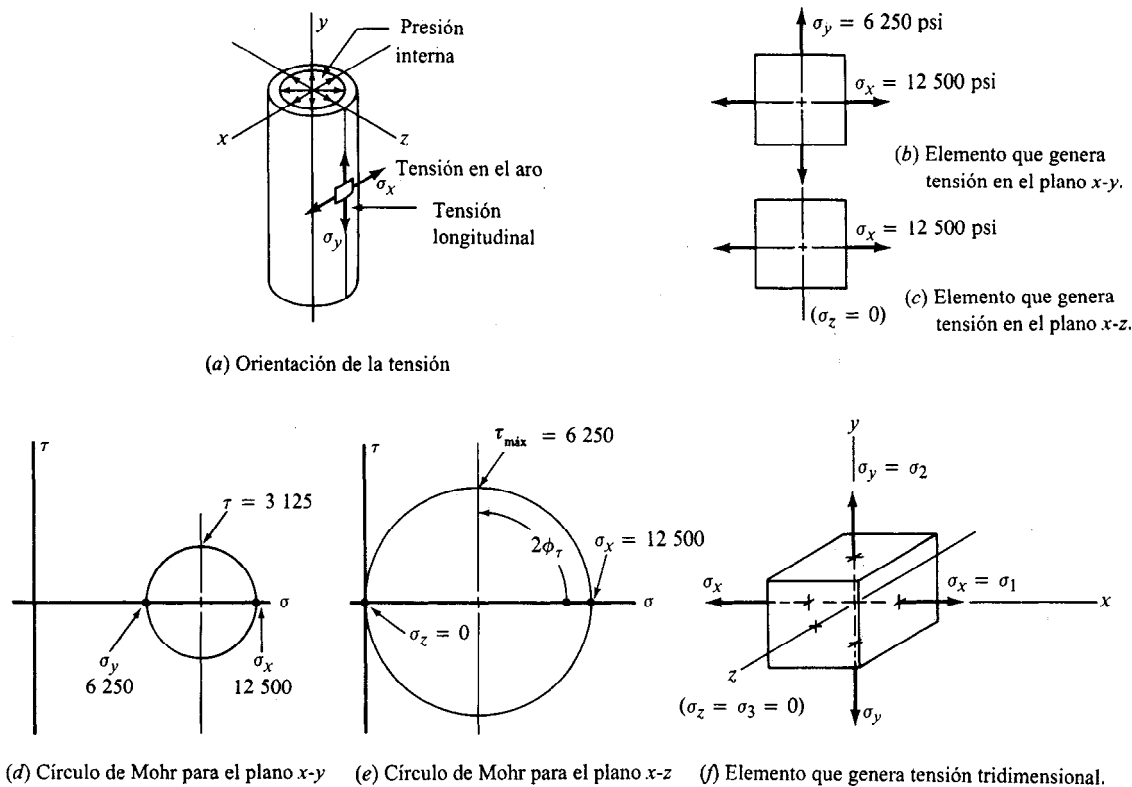
$$\sigma_x = \frac{pD}{2t} = \frac{(500 \text{ psi})(4.0 \text{ ''})}{(2)(0.080 \text{ ''})} = 12\,500 \text{ psi (tensión)}$$

No existen tensiones por esfuerzo de corte que se apliquen en los sentidos  $x$  y  $y$ .

La parte (b) de la figura ilustra el elemento que genera tensión para el plano  $x$ - $y$ , y la parte (d) muestra el círculo de Mohr correspondiente. Como no existen tensiones por esfuerzo de corte aplicadas,  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  son las tensiones principales para el plano. El círculo proyectará que la tensión máxima por esfuerzo de corte será igual al radio del círculo, 3,125 psi.

No obstante, nótese la parte de la figura. Se podría haber elegido el plano  $x$ - $z$  para el análisis, en lugar del  $x$ - $y$ . La tensión en el sentido  $z$  es cero porque es perpendicular a la cara libre del





**Figura 4-23** Análisis de tensión para un cilindro de pared delgada que es sometido a presión con sus extremos cerrados

elemento. En esta cara tampoco existen tensiones por esfuerzo de corte. El círculo de Mohr para este plano se muestra en la parte (e) de la figura. La tensión máxima por esfuerzo de corte es igual al radio del círculo, 6,250 psi o el *doble* del que se proyectó para el plano x-y.

Este enfoque se utilizará siempre que las dos tensiones principales en un problema de tensión biaxial tengan el mismo signo. En resumen, en un elemento tridimensional en general que genera tensión, existirá una orientación del elemento en la que no habrá tensiones por esfuerzo de corte ejerciendo acción. Las tensiones normales en las tres caras tridimensionales son, por consiguiente, las tres tensiones principales. Si denominamos estas tensiones como  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ , ordenándolas con cuidado como  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ , entonces la tensión máxima por esfuerzo de corte en el elemento será siempre

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

Para el cilindro de la figura 4-23 es posible llegar a la conclusión de que

$$\sigma_1 = \sigma_x = 12\,500 \text{ psi}$$

$$\sigma_2 = \sigma_y = 6\,250 \text{ psi}$$

$$\sigma_3 = \sigma_z = 0$$

$$\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 = (12\,500 - 0)/2 = 6\,250 \text{ psi}$$

La figura 4-24 muestra dos ejemplos adicionales en los cuales las dos tensiones principales en el plano que se especifica tienen el mismo signo. Así, la tensión cero en el tercer sentido se agrega a la gráfica y se sobrepone el círculo de Mohr en la original. Esto resulta de utilidad para

Si se especifica:

$$\sigma_x = +150 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = +30 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z = 0$$

$$\tau_{xy} = +20 \text{ MPa}$$

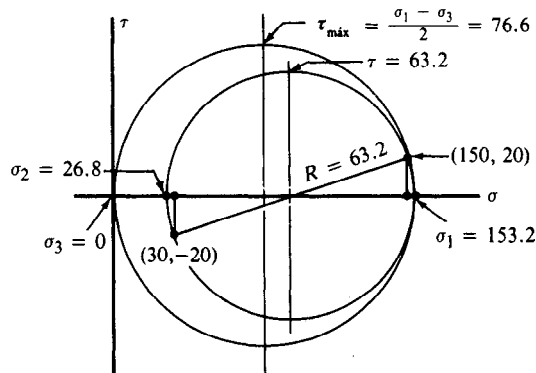
Da por resultado:

$$\sigma_1 = 153.2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 26.8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = 0$$

$$\tau_{\max} = 76.6 \text{ MPa}$$



(a) Tanto  $\sigma_x$  como  $\sigma_y$  son positivas

Si se especifica:

$$\sigma_x = -50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = -130 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z = 0$$

$$\tau_{xy} = 40 \text{ MPa}$$

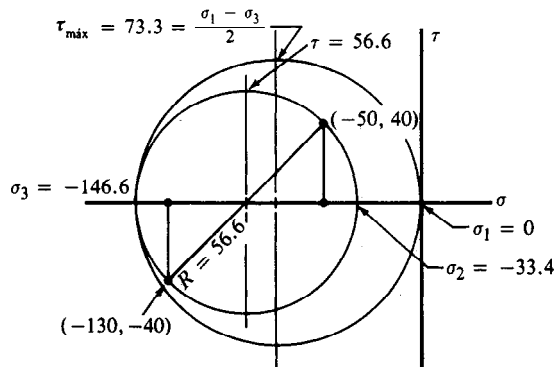
Da por resultado:

$$\sigma_1 = 0$$

$$\sigma_2 = -33.4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = -146.6 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = 73.3 \text{ MPa}$$



(b) Tanto  $\sigma_x$  como  $\sigma_y$  son negativas.

Figura 4-24 Círculo de Mohr para casos en los que dos tensiones principales tienen el mismo signo

ilustrar que la tensión máxima por esfuerzo de corte surgirá en el círculo de Mohr que tenga el radio más grande.

#### 4-6 CIRCULO DE MOHR PARA CONDICIONES ESPECIALES DE TENSION

En este caso, el círculo de Mohr se emplea para demostrar la relación entre las tensiones que se aplican, las tensiones principales y la tensión máxima por esfuerzo de corte para los casos especiales a los que se hace mención enseguida:

- Tensión monoaxial pura
- Compresión monoaxial pura
- Esfuerzo de corte por torsión puro
- Tensión monoaxial combinada con esfuerzo de corte por torsión

Estas condiciones de tensión son importantes, se les encuentra a menudo y se utilizarán en capítulos subsecuentes para ilustrar teorías relativas a fallas y métodos de diseño. Estas teorías en relación a fallas se basan en los valores de las tensiones máximas y de tensión máxima por esfuerzo de corte.

##### Tensión monoaxial pura

La condición de tensión que se genera en todas las partes de un espécimen que es sometido a pruebas de tracción o de cedencia es tensión monoaxial pura. La figura 4-25 muestra el elemento que genera tensión y el círculo de Mohr correspondiente. Nótese que la tensión principal máxima,  $\sigma_1$ , es igual a la tensión que se aplica,  $\sigma_x$ ; la tensión principal mínima,  $\sigma_2$ , es cero; y la tensión máxima por esfuerzo de corte,  $\tau_{\max}$  es igual a  $\sigma_x/2$ .

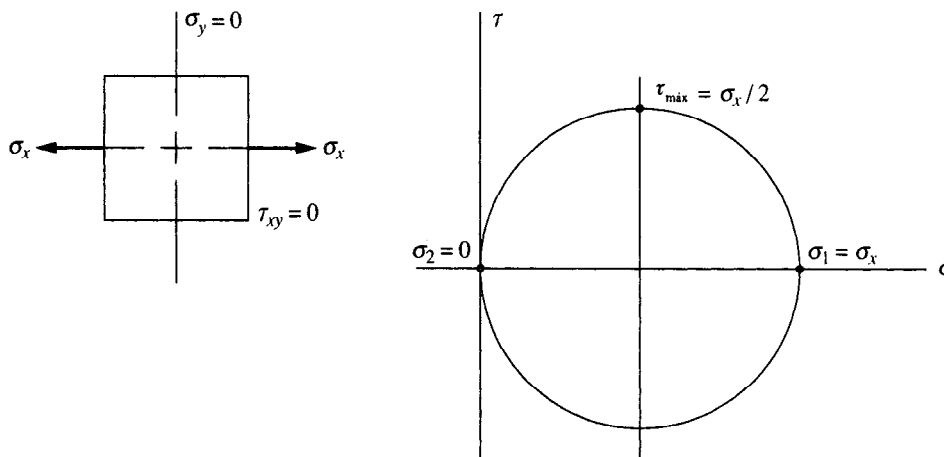


Figura 4-25 Círculo de Mohr para tensión monoaxial pura

### Compresión monoaxial pura

La figura 4-26 muestra compresión monoaxial pura como se generaría por medio de una prueba estándar de compresión. El círculo de Mohr muestra que  $\sigma_1 = 0$ ;  $\sigma_2 = \sigma_x$  (un valor negativo); y la magnitud de la tensión máxima por esfuerzo de corte es  $\tau_{\max} = \sigma_x/2$ .

### Torsión pura

La figura 4-27 muestra que el círculo de Mohr para este caso en especial tiene su centro en el origen de los ejes  $\sigma$ - $\tau$  y que el radio del círculo es igual al valor de la fuerza que se aplica,  $\tau_{xy}$ . Por consiguiente,  $\tau_{\max} = \tau_{xy}$ ; y  $\sigma_2 = -\tau_{xy}$ .

### Tensión monoaxial combinada con esfuerzo de corte por torsión

Este es un caso especial importante porque describe la condición de tensión en una flecha o eje giratorio que soporta cargas por flexión mientras que al mismo tiempo transmite torque. Este es el tipo de tensión en el cual está basado el procedimiento para diseñar flechas, del que se hizo una exposición en el capítulo 9. Si las fuerzas que se aplican se denominan  $\sigma_x$  y  $\tau_{xy}$ , el círculo de Mohr que se ilustra en la figura 4-28 muestra que

$$\tau_{\max} = R = \text{Radio de círculo} = \sqrt{(\sigma_x/2)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4-7)$$

$$\sigma_1 = \sigma_x/2 + R = \sigma_x/2 + \sqrt{(\sigma_x/2)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4-8)$$

$$\sigma_2 = \sigma_x/2 - R = \sigma_x/2 - \sqrt{(\sigma_x/2)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4-9)$$

Un concepto útil y conveniente que recibe el nombre de *torque equivalente* se puede desarrollar a partir de la ecuación (4-7) para el caso especial de un cuerpo que se somete sólo a flexión y

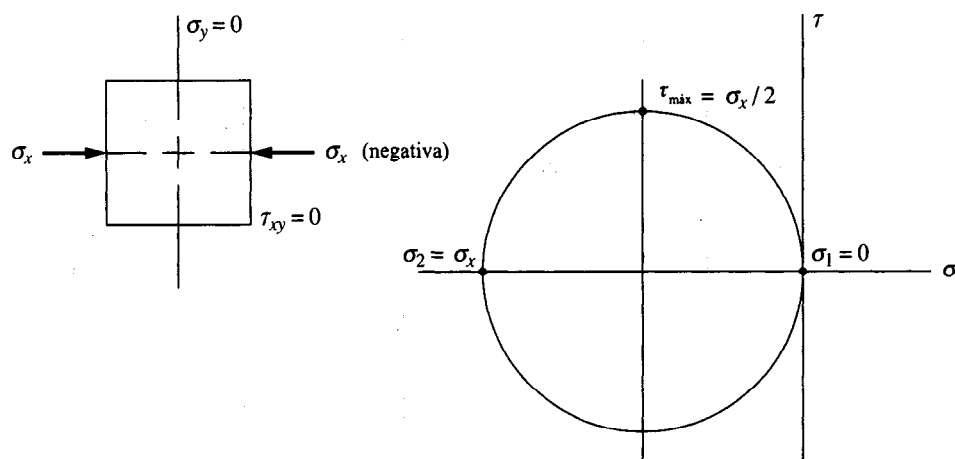


Figura 4-26 Círculo de Mohr para compresión monoaxial

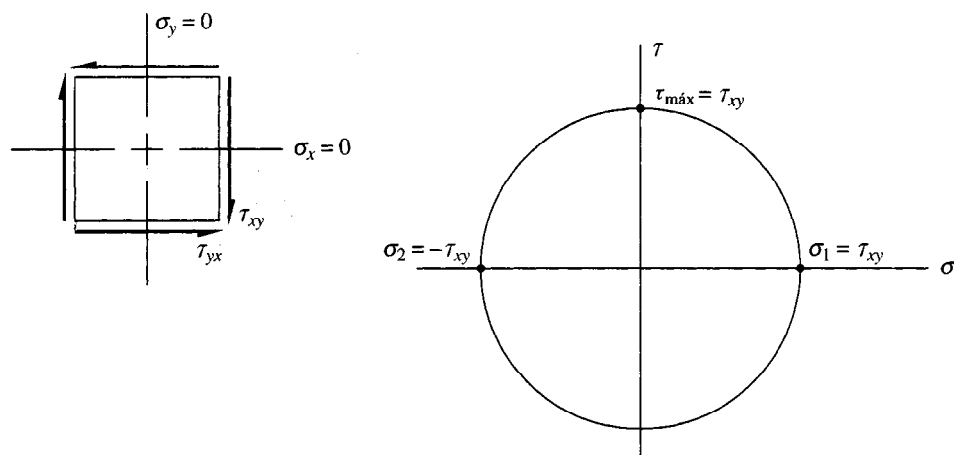


Figura 4-27 Círculo de Mohr para esfuerzo de corte por torsión pura

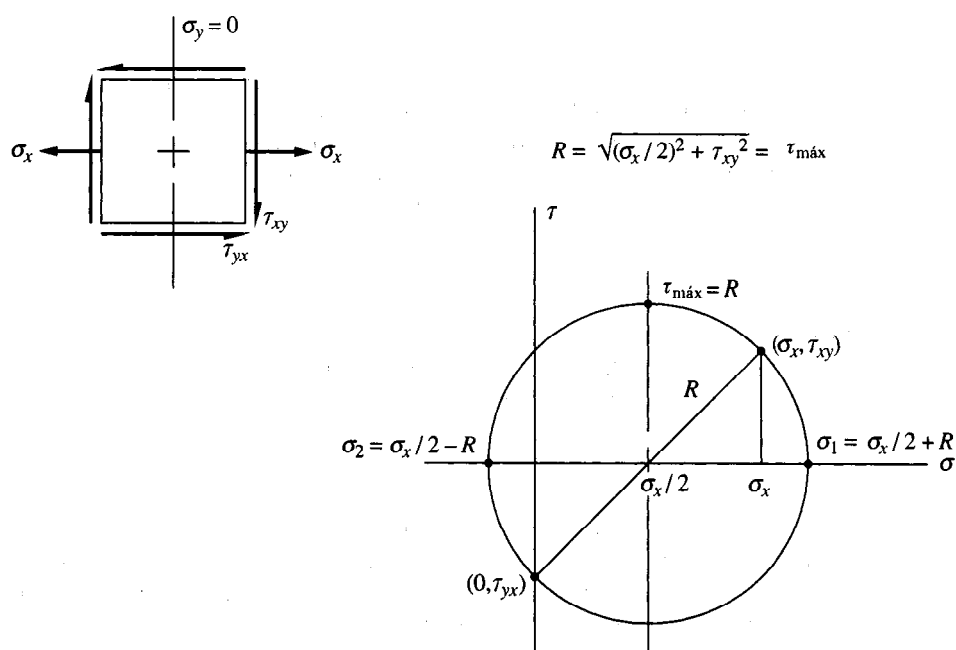
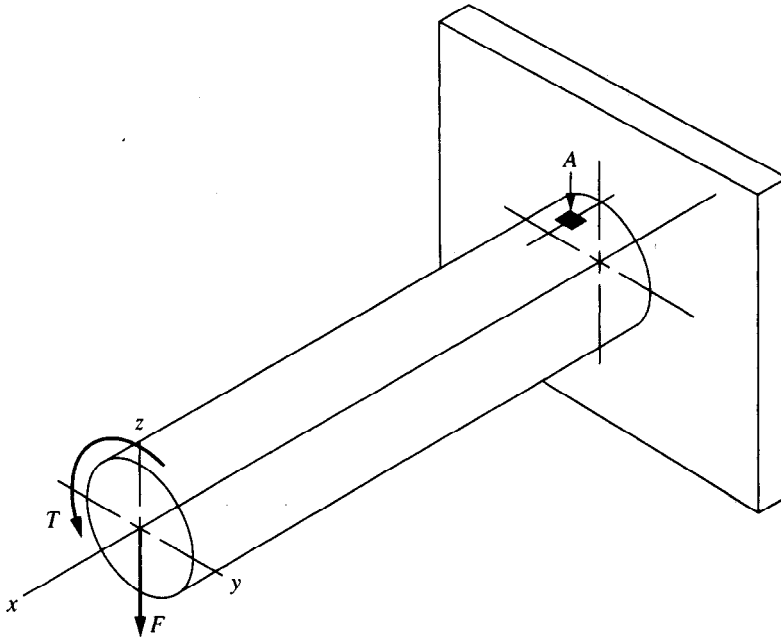


Figura 4-28 Círculo de Mohr para tensión monoaxial combinada con esfuerzo de corte por torsión



**Figura 4-29 Barra circular en flexión y torsión**

torsión. En la figura 4-29 se ilustra un ejemplo, en el cual una barra circular se carga en un extremo con una fuerza descendente y un momento de torsión. La fuerza genera flexión en la barra con el momento máximo en el punto en el que la barra se une a su apoyo o soporte. El momento da origen a una tensión por tracción en la parte superior de la barra en el sentido  $x$  en el punto que se denomina  $A$ , donde la magnitud de la tensión es

$$\sigma_x = M/Z \quad (4-10)$$

donde  $Z$  es el coeficiente de sección de la barra redonda.

Ahora, el momento de torsión provoca tensión por esfuerzo de corte por torsión en el plano  $x$ - $y$  en el punto  $A$  cuya magnitud es de,

$$\tau_{xy} = T/Z_p \quad (4-11)$$

donde  $Z_p$  es el coeficiente de sección polar de la barra.

Después, el punto  $A$  se ve sujeto a una tensión por tracción combinada con esfuerzo de corte, el caso especial que se muestra en el círculo de Mohr de la figura 4-28. La tensión máxima por esfuerzo de corte se puede calcular a partir de la ecuación (4-7). Si se sustituyen las ecuaciones (4-10) y (4-11) en la ecuación (4-7), se obtiene,

$$\tau_{\text{máx}} = \sqrt{(M/2Z)^2 + (T/Z_p)^2} \quad (4-12)$$

Nótese del apéndice A-1 que  $Z_p = 2Z$ . Entonces la ecuación (4-12) puede escribirse como

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{Z_p} \quad (4-13)$$

Conviene definir la cantidad en el numerador de estas ecuaciones como *torque equivalente*,  $T_e$ , así, la ecuación se convierte en,

$$\tau_{\text{máx}} = T_e / Z_p \quad (4-14)$$

## 4-7 ANALISIS DE CONDICIONES COMPLEJAS DE CARGA

Los ejemplos que se ilustraron en este capítulo tienen que ver con geometría de piezas sencillas y condiciones de carga para las cuales es posible llevar a cabo el análisis de tensiones necesario utilizando métodos de estática y resistencia de materiales que ya se conocen. Si en ello interviniesen condiciones relativas a carga o geometría más complejas, quizá el lector no sea capaz de llevar a feliz término el análisis que se requiere para generar el elemento original que provoca tensión, del cual se deriva el círculo de Mohr.

Considere, por ejemplo, una rueda fundida para un automóvil de carreras de alto rendimiento. Es probable que la geometría tenga que ver con platos o rayos de diseño singular que conectan la maza con la llanta para dar origen a una rueda ligera. La carga será una combinación compleja de torsión, flexión y compresión que genera la acción de viraje de la rueda.

Un método de análisis para una pieza que soporta una carga de este tipo se llevaría a cabo por medio del análisis experimental de tensión utilizando medidores de tirantez o técnicas fotoelásticas. Los resultados identificarían los niveles de tensión en puntos seleccionados en ciertos sentidos específicos que podrían utilizarse como información inicial o de entrada para la construcción del círculo de Mohr relativo a puntos críticos en la estructura.

Otro método de análisis implicaría un modelo de la geometría de la rueda como *modelo de elemento finito*. El modelo tridimensional se dividiría en varios cientos de elementos de pequeño volumen. Los puntos de soporte o apoyo y de sujeción se definirían en el modelo y a continuación se aplicaría carga en los puntos adecuados. El conjunto de información completo se registraría en un tipo especial de programa de análisis en computadora que se denomina *análisis de elemento finito*. La salida del programa elabora una lista de las tensiones y la deflexión para cada uno de los elementos. Esta información se puede graficar en el modelo de computadora de manera que el diseñador esté en posibilidad de visualizar la distribución de la tensión dentro del modelo. Casi todos los programas como el que se describe proporcionan una lista de las tensiones principales y de la tensión máxima por esfuerzo de corte para cada elemento con lo cual se elimina la necesidad de dibujar a mano el círculo de Mohr. Una forma especial de tensión, que se conoce como *tensión de von Mises*, se calcula con frecuencia por medio de combinar las tensiones principales. (Véase la sección 5-7 para un análisis más minucioso de la tensión de von Mises y su uso.) En el mercado se dispone de varios programas para análisis de elemento finito que se utilizan en computadoras personales, estaciones de trabajo de ingeniería o computadoras con unidad central de procesamiento.

## PROBLEMAS

Para los conjuntos siguientes de tensiones especificadas en un elemento o pieza (véase tabla anexa), dibuje un círculo de Mohr completo, localice las tensiones principales así como la tensión máxima por esfuerzo de corte y dibuje el elemento que genera la tensión principal y el elemento que genera la tensión máxima por esfuerzo de corte. Se supone que los componentes de tensión que no aparecen, sin importar cuales sean, equivalen a cero.

Problema	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\tau_{xy}$	Problema	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\tau_{xy}$
1	20 Ksi	0	10 Ksi	16	50 MPa	-80 MPa	-30 MPa
2	85 Ksi	-40 Ksi	30 Ksi	17	400 MPa	-300 MPa	200 MPa
3	40 Ksi	-40 Ksi	-30 Ksi	18	-120 MPa	180 MPa	-80 MPa
4	-80 Ksi	-40 Ksi	-30 Ksi	19	-30 MPa	20 MPa	40 MPa
5	120 Ksi	40 Ksi	20 Ksi	20	220 MPa	-120 MPa	0 MPa
6	20 Ksi	140 Ksi	20 Ksi	21	40 Ksi	0 Ksi	0 Ksi
7	20 Ksi	-40 Ksi	0	22	0 Ksi	0 Ksi	40 Ksi
8	120 Ksi	-40 Ksi	100 Ksi	23	38 Ksi	-25 Ksi	-18 Ksi
9	100 MPa	0	80 MPa	24	55 Ksi	15 Ksi	-40 Ksi
10	250 MPa	-80 MPa	110 MPa	25	22 Ksi	0 Ksi	6.8 Ksi
11	50 MPa	-80 MPa	40 MPa	26	-4 250 psi	3 250 psi	2 800 psi
12	-150 MPa	-80 MPa	-40 MPa	27	300 MPa	100 MPa	80 MPa
13	150 MPa	80 MPa	-40 MPa	28	250 MPa	150 MPa	40 MPa
14	50 MPa	180 MPa	40 MPa	29	-840 kPa	-335 kPa	-120 kPa
15	250 MPa	-80 MPa	0	30	-325 kPa	-50 kPa	-60 kPa

31. Véase la figura 3-19 en el capítulo 3. Para la flecha o eje alineada con el eje  $x$ , cree un elemento que genere tensión en la parte inferior de la flecha o eje justo a la izquierda de la sección  $B$ . Después dibuje el círculo de Mohr para esa pieza o elemento.
32. Remítase a la figura 3-36 en el capítulo 3. Para la flecha o eje  $ABC$  construya un elemento que genere tensión en la parte inferior de la flecha justo a la derecha de la sección  $B$ . El torque que se aplica a la flecha en  $B$  sólo encuentra resistencia en el soporte  $C$ . Dibuje el círculo de Mohr para el elemento que genera tensión.
33. Repita el problema 32 para la flecha o eje que aparece en la figura 3-37, del capítulo 3.
34. Remítase a la figura 3-38 en el capítulo 3. Para la flecha o eje conciba un elemento que genere tensión en la parte inferior de la flecha justo a la derecha de la sección  $A$ . El torque que se aplica a la flecha por medio de la manivela encuentra resistencia sólo en el soporte  $B$ . Dibuje el círculo de Mohr para el elemento o pieza que genera tensión.
35. Una barra cilíndrica corta cuyo diámetro es 4.00" se ve sometida a una fuerza de compresión axial de 75,000 lb y a un momento de torsión de 20,000 lb-pulg. Dibuje un elemento que genere tensión en la superficie de la barra. Después dibuje el círculo de Mohr que corresponde al elemento.
36. Una barra de torsión se utiliza como elemento de suspensión en un vehículo. La barra tiene 20 mm de diámetro. Se le somete a la acción de un momento de torsión de 450 N·m y a una fuerza de tracción axial de 3.60 kN. Dibuje un elemento que genera tensión en la superficie de la barra y a continuación el círculo de Mohr correspondiente al elemento.



---

# 5 Diseño para distintos tipos de carga

---

- 5-1 Objetivos de este capítulo
  - 5-2 Tipos de carga y razón de carga
  - 5-3 Resistencia por durabilidad
  - 5-4 Factores que afectan la resistencia por durabilidad
  - 5-5 Estimación de la resistencia por durabilidad real,  $s'_n$
  - 5-6 Diseño para distintos tipos de carga
  - 5-7 Predicción de fallas
  - 5-8 Factores de diseño
  - 5-9 Métodos para calcular factor de diseño o tensión de diseño
  - 5-10 Ejemplos de problemas de diseño
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

Recuerde la actividad que se presentó al principio del capítulo 4 en la cual era responsable del diseño de una abrazadera para sostener una muestra de tela durante una prueba para determinar sus características a largo plazo en cuanto a estiramiento. En la figura 4-2 se ilustró un diseño que se proponía.

Ahora, le pedimos que siga adelante con este ejercicio de diseño seleccionando un material con el cual se fabricarán las dos barras redondas dobladas que se soldan al soporte rígido. Además, el lector debe especificar un diámetro adecuado para las barras cuando se aplica cierta carga al material que se somete a pruebas.

■ ■ ■

### 5-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

El diseñador es responsable de asegurar que una pieza de una máquina sea segura para operar bajo condiciones que se pueden prever en forma razonable. Esto requiere llevar a cabo un análisis de tensiones en el que los niveles de tensión en la pieza se comparan con la *tensión de diseño*, o aquel nivel de tensión permisible bajo condiciones de operación.

El análisis se puede ejecutar ya sea en términos analíticos, o bien, experimentales, dependiendo del grado de complejidad de la pieza, el conocimiento en relación a las condiciones de carga y las propiedades del material. El diseñador debe ser capaz de verificar que la tensión a la que se somete una pieza sea segura.

La manera en la cual se calcula la tensión de diseño depende de la forma en que se aplica la carga y del tipo de material. Entre los tipos de carga se incluyen:

Estática

Sucesiva e inversa

Variable

Por choque o impacto

Aleatoria

Los tipos de material son numerosos y diversos. Entre los materiales metálicos, la clasificación principal comprende aquellos materiales que son *dúctiles* y los *quebradizos* o *frágiles*. Otras consideraciones incluyen la manera en que se forma el material (por medio de fundición, forja, rolado, maquinado y demás), tipo de tratamiento térmico, acabado de la superficie, dimensiones físicas, el ambiente o entorno en el que va a operar y la geometría de la pieza. Para los plásticos, compuestos, productos cerámicos, madera y similares es necesario tomar en cuenta otros factores.

Este capítulo describe los métodos para analizar piezas de máquinas que soportan carga para asegurar que sean confiables. Se describen numerosos casos distintos en los que el conocimiento de las combinaciones de tipos de materiales y los patrones con base en los cuales se les aplica carga conduce a la determinación del método de análisis correcto.

## Objetivos específicos

Una vez que concluya este capítulo, el lector será capaz de:

1. Identificar varios tipos de carga que por lo general encuentran las piezas de máquinas, incluso la *estática, sucesiva e inversa, variable, por choque o impacto*, y la *aleatoria*.
2. Definir el término *razón o relación de carga* y calcular su valor para los diferentes tipos de carga.
3. Definir el concepto de *fatiga*.
4. Definir la propiedad de los materiales que corresponde a *resistencia por durabilidad* y determinar estimaciones en cuanto a su magnitud para distintos materiales.
5. Reconocer los factores que afectan la magnitud de resistencia por durabilidad.
6. Hacer una definición del término *factor de diseño*.
7. Especificar un valor adecuado para el factor de diseño.
8. Definir la *teoría de falla por tensión normal máxima*.
9. Hacer mención a la definición de *teoría de falla por tensión máxima por esfuerzo de corte*.
10. Definir la *teoría de distorsión de la energía a la que*, a su vez, se le asigna el nombre de *teoría de von Mises* o *teoría de Mises-Hencky*.
11. Hacer una descripción del *criterio de Soderberg* y aplicarlo al diseño de piezas que se ven sometidas a la acción de tensiones que fluctúan.

## 5-2 TIPOS DE CARGA Y RAZON DE CARGA

El primer factor que debe considerarse al especificar el tipo de carga al que se ve sometida una pieza de maquinaria es el grado en el que varía la carga y la variación resultante, con el transcurrir del tiempo, en cuanto a tensión. Las variaciones de tensión se caracterizan por cuatro valores clave.

Tensión máxima,  $\sigma_{\max}$

Tensión mínima,  $\sigma_{\min}$

Media de la tensión (promedio)  $\sigma_m$

Tensión alternativa  $\sigma_a$  (*amplitud de la tensión*)

Por lo general, las tensiones máxima y mínima se calculan a partir de información que se conoce mediante métodos de análisis de tensiones o de elemento finito, o bien, se miden utilizando técnicas de análisis experimental de tensión. Por tanto, las tensiones media o promedio y alternativa se calculan a partir de:

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2 \quad (5-1)$$

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2 \quad (5-2)$$

El comportamiento de un material bajo condiciones variables depende de la modalidad de la variación. Un método que se emplea para caracterizar la variación se denomina *razón de tensión*. Por lo regular, se utilizan dos tipos de razones de tensión, las cuales se definen como:

$$\text{Razón de tensión} = \frac{\text{tensión mínima}}{\text{tensión máxima}} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (5-3)$$

$$\text{Razón de tensión} = \frac{\text{tensión alternativa}}{\text{tensión media}} = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$$

### Tensión estática

Cuando una pieza es sometida a una carga que se aplica con lentitud, sin choque, y mantiene un valor constante, la tensión resultante en la pieza recibe el nombre *carga estática*. Un ejemplo es la carga a que se somete una estructura como consecuencia del peso muerto de los materiales de que está compuesta la construcción. La figura 5-1 muestra una gráfica de tensión contra tiempo para carga estática. Como  $\sigma_{\max} = \sigma_{\min}$ , la razón de carga para carga estática es  $R = 1.0$ .

Es válido suponer que también existe carga estática cuando se aplica una carga, se elimina despacio y luego se aplica de nuevo, si el número de aplicaciones de esa carga es pequeño; bajo varios ciclos de carga.

### Carga sucesiva e inversa

La inversión de una fuerza tiene lugar cuando un elemento específico de una pieza que soporta carga se ve sometido a un cierto nivel de tensión por tracción seguido del *mismo nivel* de tensión

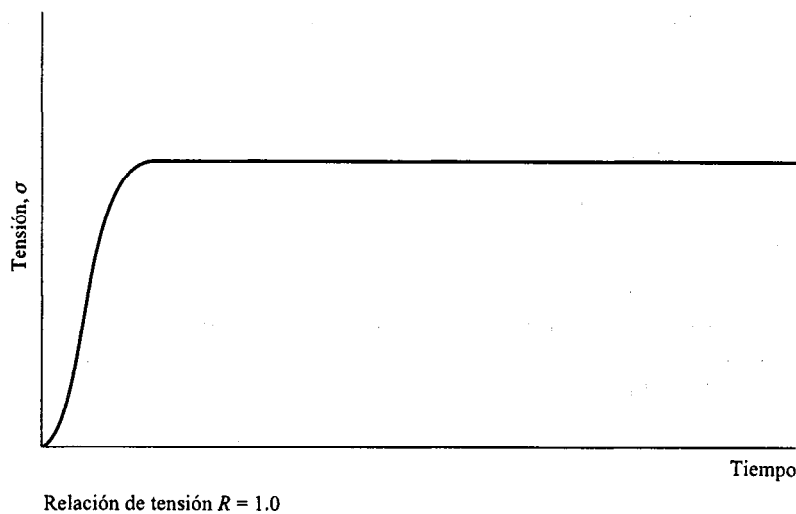
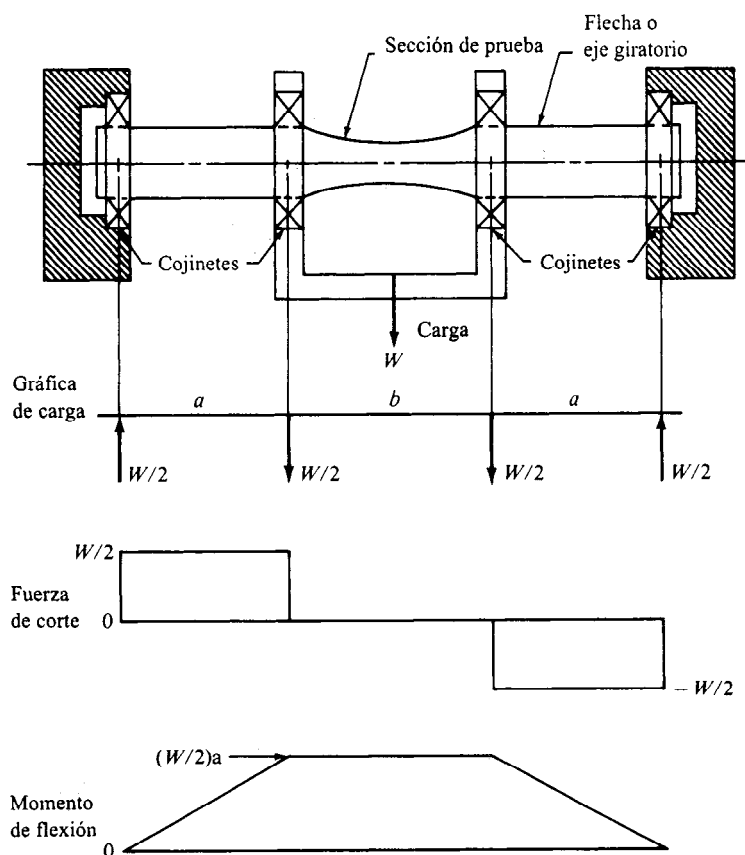


Figura 5-1 Tensión estática



**Figura 5-2** Dispositivo para prueba de fatiga

por compresión. Si este ciclo de tensión se repite varios miles de veces, la tensión recibe la denominación *sucesiva e inversa*.

Un ejemplo, importante en el diseño de máquinas, es una flecha o eje circular giratorio al que se le aplica carga por flexión como la que se ilustra en la figura 5-2. En la posición que se muestra, un elemento en la parte inferior de la flecha experimenta la acción de tensión por tracción mientras que un elemento en la parte superior del eje observa el efecto de una tensión por compresión de igual magnitud. Conforme el eje gira  $180^\circ$  a partir de la posición que se especifica, estos dos elementos registran una inversión total de la tensión. Ahora, si la flecha sigue girando, todas las piezas que se encuentran en flexión tienen la acción de tensión sucesiva, inversa. La anterior es una descripción del caso clásico de flexión invertida.

La figura 5-3 muestra la gráfica de tensión contra tiempo para tensión sucesiva e inversa. Debido a que  $\sigma_{\min} = \sigma_{\max}$ , la razón de tensión es  $R = -1.0$ .

Este tipo de carga recibe con frecuencia el nombre *dispositivo para prueba de fatiga*. Tales máquinas se emplean para someter a pruebas materiales en relación a su capacidad para resistir

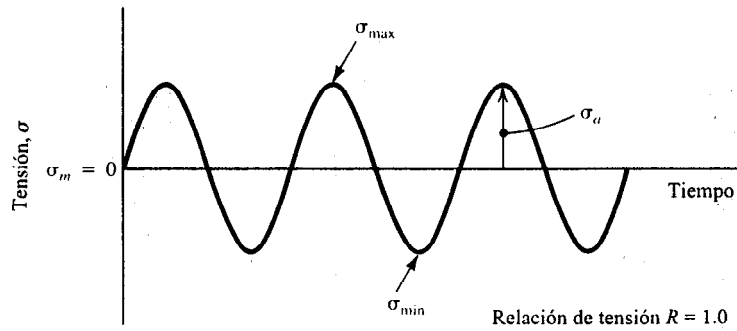
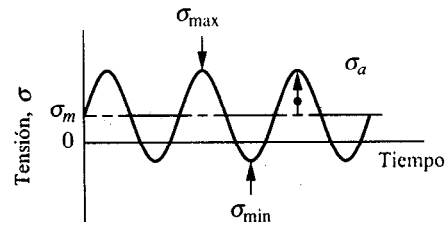
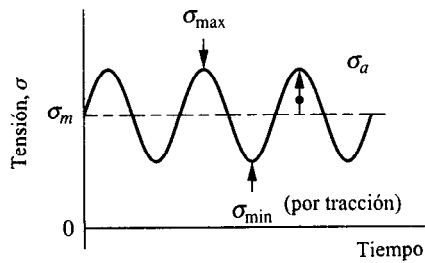
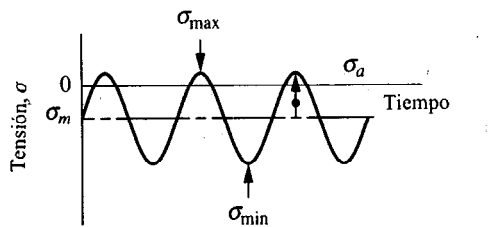


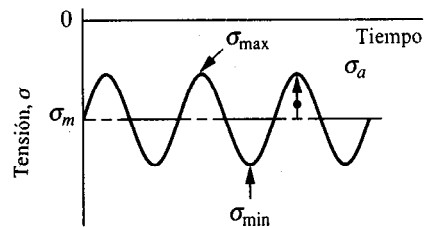
Figura 5-3 Tensión sucesiva, inversa



$\sigma_{\max}$  (por tracción)  
 $\sigma_{\min}$  (por compresión)  
 $-1.0 < R < 0$



$\sigma_{\max}$  tensión  
 $\sigma_{\min}$  compresión  
 $-\infty < R < -1.0$



$1.0 < R < \infty$

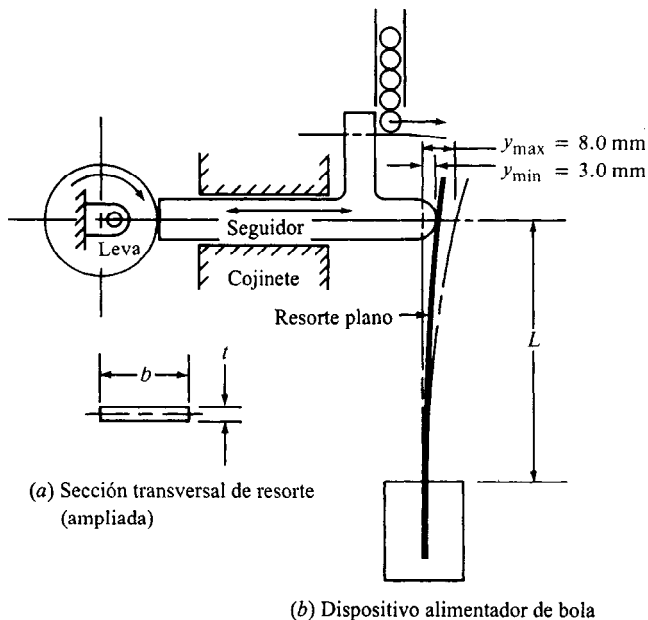
Figura 5-4 Tensiones variables

cargas sucesivas. La propiedad de los materiales a la que se asigna el nombre *resistencia por durabilidad* se cuantifica en esta forma. Más adelante en este capítulo se explica con más detalle la resistencia por durabilidad. En realidad, la flexión inversa es sólo un caso especial de carga con fatiga, ya que cualquier tensión que cambia con el transcurso del tiempo puede llevar a falla por fatiga de una pieza.

### Tensión variable

Cuando una pieza que soporta carga se somete a una combinación de tensión a un nivel constante con una tensión alternativa que se superpone, la carga genera *tensión variable*. La figura 5-4 muestra cuatro gráficas de tensión contra tiempo para este tipo de tensión. Las diferencias entre las cuatro gráficas surgen por los diversos niveles de tensión positivos (por tracción) o negativos (por compresión). Cualquier tensión variable con una media que no es igual a cero se considera una tensión variable. Los rangos posibles de valores para la razón de tensión  $R$  también se ilustran para los patrones de carga que se muestran en la figura 5-4.

Un ejemplo de una pieza de máquina que es sometida a tensión variable del tipo que se muestra en la figura 5-4(a) se denota en la figura 5-5, en la cual un seguidor de leva recíproco alimenta bolas esféricas una por una a partir de una canaleta o saetín. El seguidor se sostiene contra la leva mediante un resorte plano que se carga como un "cantilever". Cuando el seguidor



**Figura 5-5** Ejemplo de carga cíclica en el que el resorte plano se somete a tensiones variables

se encuentra más lejos hacia la izquierda, el resorte se deflexiona a partir de su posición libre (recta) en una cantidad  $y_{\min} = 3.0$  mm. Cuando el seguidor se encuentra más lejos hacia la derecha, el resorte se deflexiona a  $y_{\max} = 8.0$  mm. Entonces, mientras la leva sigue girando, el resorte observa la carga cíclica entre los valores mínimo y máximo. Un punto en la base del resorte en el lado convexo experimenta las tensiones variables por tracción del tipo que se muestra en la figura 5-4(a). El problema ilustrativo 5-1 completa el análisis correspondiente a la tensión en el resorte en el punto A.

**Problema ilustrativo 5-1.** Para el resorte plano de acero que se muestra en la figura 5-5, calcule la tensión máxima, la tensión mínima, la tensión promedio o media y la tensión alternativa. La longitud  $L$  es 65 mm. Las dimensiones de la sección transversal del resorte son  $t = 0.80$  mm y  $b = 6.0$  mm.

**Solución.** El resorte se somete a una tensión por flexión que se debe a la fuerza que ejerce el seguidor. La fuerza actúa a una distancia  $L$  respecto al soporte, lo cual provoca un momento de flexión máxima de  $F \cdot L$ . La magnitud de la fuerza se relaciona con la cantidad de deflexión por medio de la relación,

$$y = FL^3/3EI$$

como se muestra en el apéndice A-14, casilla 11. Así, para una deflexión especificada, la fuerza que se aplica es

$$F = 3EIy/L^3$$

Ahora procedemos a calcular el valor de  $I$ , el momento de inercia de la sección transversal del resorte

$$I = bt^3/12 = (6.00 \text{ mm})(0.80 \text{ mm})^3/12 = 0.256 \text{ mm}^4$$

Del apéndice A-3 encontramos que el coeficiente de elasticidad para el acero es  $E = 207$  GPa. Por tanto la fuerza del resorte cuando se deflexiona 3.0 mm es

$$F = \frac{3(207 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(0.256 \text{ mm}^4)(3.0 \text{ mm})}{(65 \text{ mm})^3} \frac{(1.0 \text{ m}^2)}{(10^6 \text{ mm}^2)} = 1.74 \text{ N}$$

El momento de flexión en el soporte es

$$M = F \cdot L = (1.74 \text{ N})(65 \text{ mm}) = 113 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La tensión por flexión que genera este momento es:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{(113 \text{ N} \cdot \text{mm})(0.40 \text{ mm})}{0.256 \text{ mm}^4} = 176 \text{ N/mm}^2 = 176 \text{ MPa}$$



Esta es la tensión más baja que se observa en el resorte cuando está en servicio, y en consecuencia,  $\sigma_{\min} = 176 \text{ MPa}$ .

Como la fuerza que se ejerce en el resorte es proporcional a la deflexión, la fuerza que se ejerce cuando la deflexión es 8.0 mm es

$$F = (1.74 \text{ N})(8.0 \text{ mm})/(3.0 \text{ mm}) = 4.63 \text{ N}$$

El momento de flexión es

$$M = F \cdot L = (4.63 \text{ N})(65 \text{ mm}) = 301 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

La tensión por flexión es

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{(301 \text{ N}\cdot\text{mm})(0.40 \text{ mm})}{0.256 \text{ mm}^4} = 470 \text{ N/mm}^2 = 470 \text{ MPa}$$

Esta es la tensión máxima que se registra en el resorte, y por consiguiente,  $\sigma_{\max} = 470 \text{ MPa}$ .

Ahora se puede calcular la tensión media o promedio:

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2 = (470 + 176)/2 = 323 \text{ MPa}$$

Por último, la tensión alternativa es

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2 = (470 - 176)/2 = 147 \text{ MPa}$$

Con esto concluye el problema ilustrativo.

Un caso especial, que se encuentra a menudo, de tensión variable es la *tensión sucesiva en un sentido*, en la cual la carga se aplica y se elimina muchas veces. Como ilustra la figura 5-6, la tensión varía de cero hasta un máximo con cada ciclo. Por tanto, mediante observación,

$$\begin{aligned}\sigma_{\min} &= 0 \\ \sigma_m &= \sigma_a = \sigma_{\max}/2 \\ R &= \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = 0\end{aligned}$$

### Carga por choque o impacto

Las cargas que se aplican en forma repentina y rápida provocan choque o impacto. Entre sus ejemplos se incluye un golpe con martillo, un peso que se deja caer sobre una estructura y la acción que tiene lugar dentro de un triturador de piedras. El diseño de piezas de máquinas para que soporten choques o impactos implica un análisis de su capacidad para absorber energía, tema que no se considera en este libro. Véanse las referencias bibliográficas [4, 5, 7, 13].

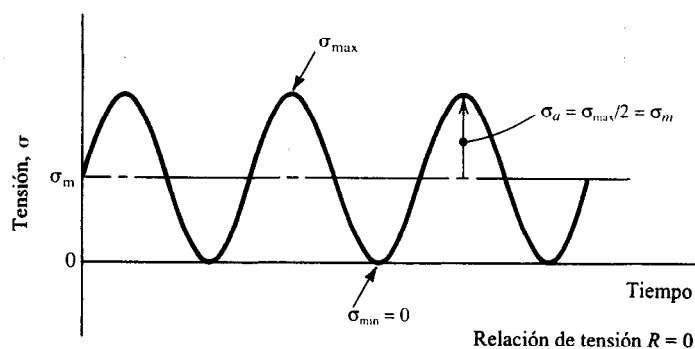


Figura 5-6 Tensión sucesiva en un sentido

### Carga aleatoria

Cuando se aplican cargas que no son regulares en lo que atañe a amplitud, la carga se denomina *aleatoria*. La figura 5-7 muestra una gráfica de este tipo de variación de tensión con el transcurso del tiempo. El análisis estadístico se utiliza para caracterizar carga aleatoria para fines de diseño y análisis. No cubre el tema este texto.

### 5-3 RESISTENCIA POR DURABILIDAD

La *resistencia por durabilidad* de un material es su capacidad para soportar cargas que generan fatiga. En general, es el nivel de tensión que un material puede resistir para un número específico de ciclos de carga. Si el número de ciclos es infinito, al nivel de carga se le asigna



Figura 5-7 Carga aleatoria

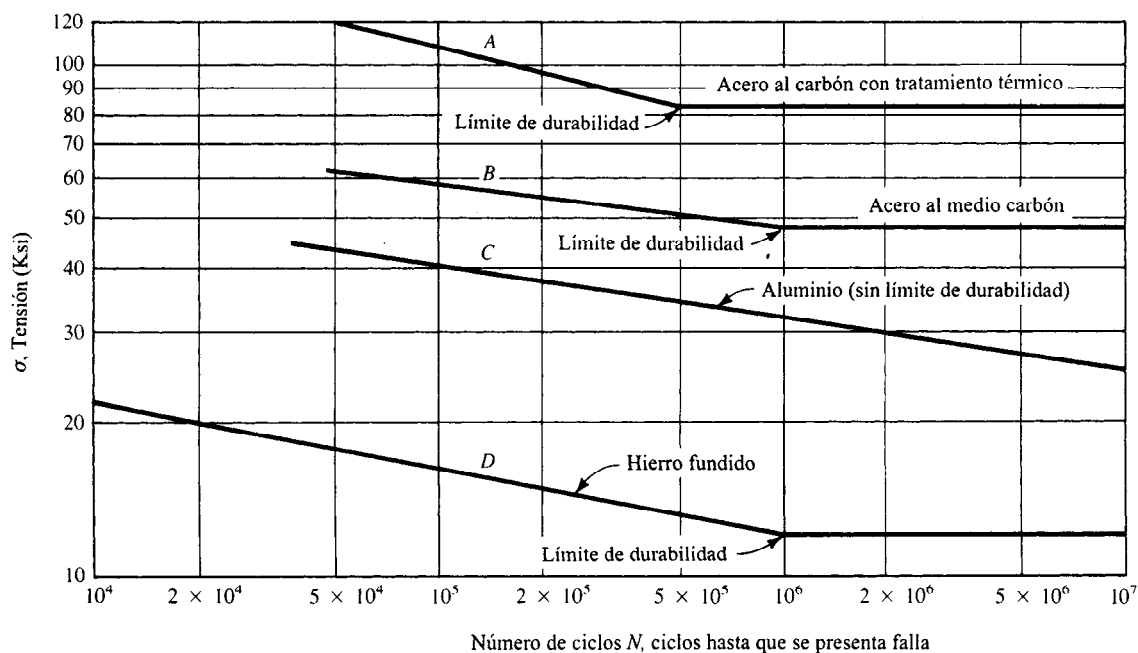


Figura 5-8 Tensiones representativas de durabilidad

específico de ciclos de carga. Si el número de ciclos es infinito, al nivel de carga se le asigna la denominación *límite de durabilidad*.

Las resistencias por durabilidad se grafican, casi siempre, en una gráfica similar a la que se ilustra en la figura 5-8, que recibe el nombre *gráfica S-N*. Las curvas *A*, *B* y *D* son representativas de un material que manifiesta un límite de durabilidad, como un acero al carbón puro. La curva *C* es típica de gran parte de los metales no ferrosos, metales como aluminio, el cual no manifiesta límite de durabilidad. Para materiales como los mencionados, el número de ciclos hasta que ocurre una falla debe reportarse para la resistencia por durabilidad que se especifica.

El símbolo,  $s_n$ , se empleará en lo sucesivo para denotar la resistencia fundamental por durabilidad del material.

#### 5-4 FACTORES QUE AFECTAN LA RESISTENCIA POR DURABILIDAD

La información relativa a resistencia por durabilidad que se publica se determina por medio de dispositivos especiales para pruebas de fatiga, que por lo regular utilizan un espécimen pulido que se somete a la acción de una carga por flexión invertida, similar al que se dibujó en la figura 5-2. Si las condiciones reales de operación de una pieza en una máquina son diferentes, por lo regular lo son, la resistencia a la fatiga debe reducirse respecto al valor que se reporta. A continuación se hace un análisis de algunos de los factores que disminuyen la resistencia por durabilidad.

### Dimensiones o tamaño de la sección

Por lo común el espécimen que se somete a pruebas tiene un diámetro de 0.30" (7.6 mm). Las secciones de mayor tamaño manifiestan resistencias más bajas. Un factor de tamaño,  $C_s = 0.9$  puede aplicarse a la información de prueba para tamaños que exceden 0.4" (10 mm) y son menores de 2.0" (50 mm). Los tamaños más grandes tienen una distribución de tensión menos favorable, y la uniformidad de las propiedades es también más baja en alguna medida, en particular piezas que se someten a tratamiento térmico. Las dimensiones que exceden 2.0" (50 mm) deben utilizar un factor aún más pequeño y se recomienda realizar pruebas. En la sección 9-5 se sugiere un método para determinar el factor de tamaño en flechas giratorias cuyo diámetro es de hasta 10.0" (250 mm).

### Acabado de la superficie

Cualquier menoscabo en una superficie pulida reduce la resistencia por durabilidad. La figura 5-9 muestra estimados poco precisos para la resistencia por durabilidad en comparación a la resistencia máxima a la tracción de aceros para varias condiciones prácticas de superficie. Resulta crítico que aquellas partes que se someten a carga que genera fatiga se protejan contra mellas, rayones y la corrosión ya que reducen considerablemente la resistencia a la fatiga.

### Concentraciones de tensión

Los cambios súbitos en geometría, en especial ranuras y muescas profundas en los que se genera una concentración de tensiones muy pronunciada, son lugares propensos a que tengan lugar fallas por fatiga. Debe ejercerse precaución extrema en el diseño y la fabricación de piezas que se someten a la acción de cargas en forma cíclica, con ello se mantendrán a un valor mínimo los factores que inciden en su concentración. Aplicaremos los factores de concentración, conforme se encontraron a partir de los métodos de la sección 9, a las tensiones que se calcularon, no a las tensiones permisibles.

### Defectos

Los defectos internos del material, probables sobre todo en piezas fundidas son lugares en los que se originan fracturas como consecuencia de la fatiga. Las partes cuya importancia es crítica pueden inspeccionarse mediante técnicas de rayos x para detectar defectos internos. En caso que no se lleve a cabo la inspección, se requiere especificar un factor de diseño de mayor magnitud para piezas fundidas y debe utilizarse una resistencia por durabilidad más baja.

### Temperatura

Casi todos los materiales tienen menos resistencia por durabilidad a temperaturas elevadas. Las temperaturas que se reportan son para temperatura ambiente. La operación por arriba de 160°F (72°C) reducirá la resistencia por durabilidad de la mayor parte de los materiales dúctiles.

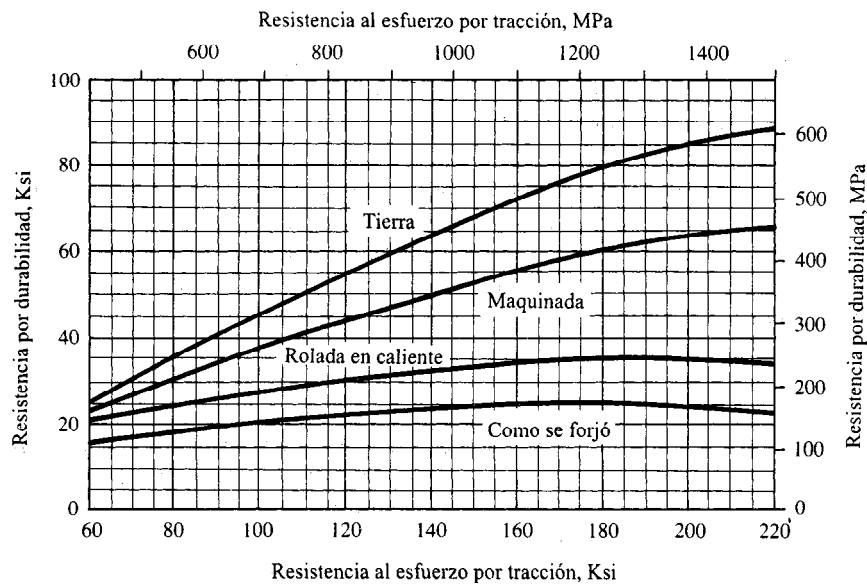


Figura 5-9 Tensión por durabilidad contra resistencia al esfuerzo por tracción para acero forjado para varias condiciones superficiales

### Propiedades no uniformes de los materiales

Muchos materiales tienen propiedades diferentes en distintos sentidos como resultado de la manera en que se procesó el material. Por lo regular los productos laminados rolados o en forma de barra son más resistentes porque se rolan en sentido transversal. Es probable que las pruebas de fatiga se efectúen en barras de prueba que se orientan en el sentido que la resistencia es mayor. Ejercer tensión en tales materiales en sentido transversal quizá resulte en un decremento de la resistencia por durabilidad.

Es probable, a su vez, que las propiedades no uniformes existan en las proximidades de áreas soldadas debido a la penetración incompleta de la soldadura, inclusiones de vacuidades y variaciones en la geometría de la pieza en el punto que se solda. Además, la soldadura de materiales tratados térmicamente puede alterar la resistencia del material debido al recocido cerca del área soldada. Algunos procesos de soldadura son susceptibles de producir tensiones residuales por tracción que disminuyen la resistencia efectiva por durabilidad del material. A menudo se recurre a recocer o normalizar después de soldar para aliviar tensiones de este tipo, sin embargo, debe considerarse el efecto de tales tratamientos en la resistencia del material base.

### Tensiones residuales

Por lo regular, las fallas por fatiga se originan en lugares en los que la tensión por tracción es alta en alguna medida. Cualquier proceso de fabricación que tienda a generar tensión residual por tracción disminuirá la resistencia por durabilidad del componente. Ya se mencionó la soldadura como un proceso que puede dar origen a tensiones residuales por tracción. Lijar y maquinar (o fresar), en particular cuando se elimina una cantidad consi-

derable de material provoca también tensiones residuales por tracción que no son deseables. Las áreas críticas de componentes que se someten a la acción de cargas cíclicas deben maquinarse o lijarse en forma cuidadosa.

Aquellos procesos que generan tensiones residuales por *compresión* pueden resultar benéficos. La limpieza con chorro de perdigones y el martillado son dos métodos de este tipo. La *limpieza con chorro de perdigones* se lleva a cabo dirigiendo una corriente de balines endurecidos o perdigones hacia la superficie que se va a tratar. El *martillado* consiste en aplicar martillazos sucesivos sobre la superficie. Los cigüeñales, resortes y otras partes que se someten a cargas de manera cíclica pueden verse beneficiados con estos métodos.

### Corrosión y factores ambientales

Por lo general, la información relativa a resistencia por durabilidad se cuantifica exponiendo al espécimen a la acción del aire. Las condiciones de operación que exponen a un componente al contacto con agua, soluciones salinas u otros entornos corrosivos son susceptibles de disminuir en forma significativa la resistencia efectiva por durabilidad. La corrosión es capaz de provocar rugosidad nociva a nivel local y también alterar la estructura interna del grano y la composición química del material. Los aceros que se someten al efecto del hidrógeno sufren consecuencias en especial adversas.

### Nitruración

La nitruración es un proceso de endurecimiento superficial para aceros con aleaciones en el que el material se calienta a 950°F (514°C) en una atmósfera de nitrógeno, por lo general gas de amoníaco y después a enfriamiento lento. Por medio de la nitruración es posible mejorar en 50% o más la resistencia por durabilidad.

### Materiales forjados comparados con materiales fundidos

Los metales con aleaciones cuyas composiciones químicas son similares pueden ser forjados o fundidos para obtener la forma final. Los materiales forjados son, por lo regular, rolados o estirados, tienen mayor resistencia por durabilidad que los materiales fundidos con composición similar en áreas en las que no existe concentración significativa de tensiones. Sin embargo, en las proximidades a muescas y otras discontinuidades, la resistencia por durabilidad de materiales forjados y fundidos es casi igual. Una explicación posible de este fenómeno consiste en que es probable que el material fundido tenga más propiedades materiales isotrópicas que el forjado y lo afecta menos la presencia de concentraciones de tensión.

Para utilizar el enfoque más conservador, se recomienda aplicar un factor de 0.8 a la resistencia fundamental por durabilidad si se utiliza un *acero fundido*. Para *hierro fundido* se sugiere uno de 0.70.

### Tipo de tensión

Los datos relativos a resistencia por durabilidad se obtienen a partir de la prueba de la flecha o eje giratoria que genera tensiones normales sucesivas e inversas por completo. La tensión

máxima se genera en la superficie del espécimen y la tensión varía linealmente a cero en el centro de la sección circular transversal. Si la carga real es distinta a flexión, se debe aplicar a la resistencia por durabilidad un factor del tipo de carga.

### Tensión axial

Bajo tensión pura, todo el material se sujeta a tensión máxima, no sólo la superficie. Se sugiere aplicar un factor de 0.80 a la resistencia por durabilidad por flexión para reflejar este comportamiento distinto.

### Torsión

Las tensiones por esfuerzo de corte se generan en flechas o ejes que se cargan en torsión. Por consiguiente, debe utilizarse, si está disponible, la resistencia por durabilidad del material en esfuerzo de corte. Si se carece de información específica, se recomienda aplicar un factor de 0.58 a la resistencia por durabilidad por flexión para calcular la resistencia por durabilidad aproximada ante esfuerzo de corte.

### Efecto de la razón de tensión en la resistencia por durabilidad

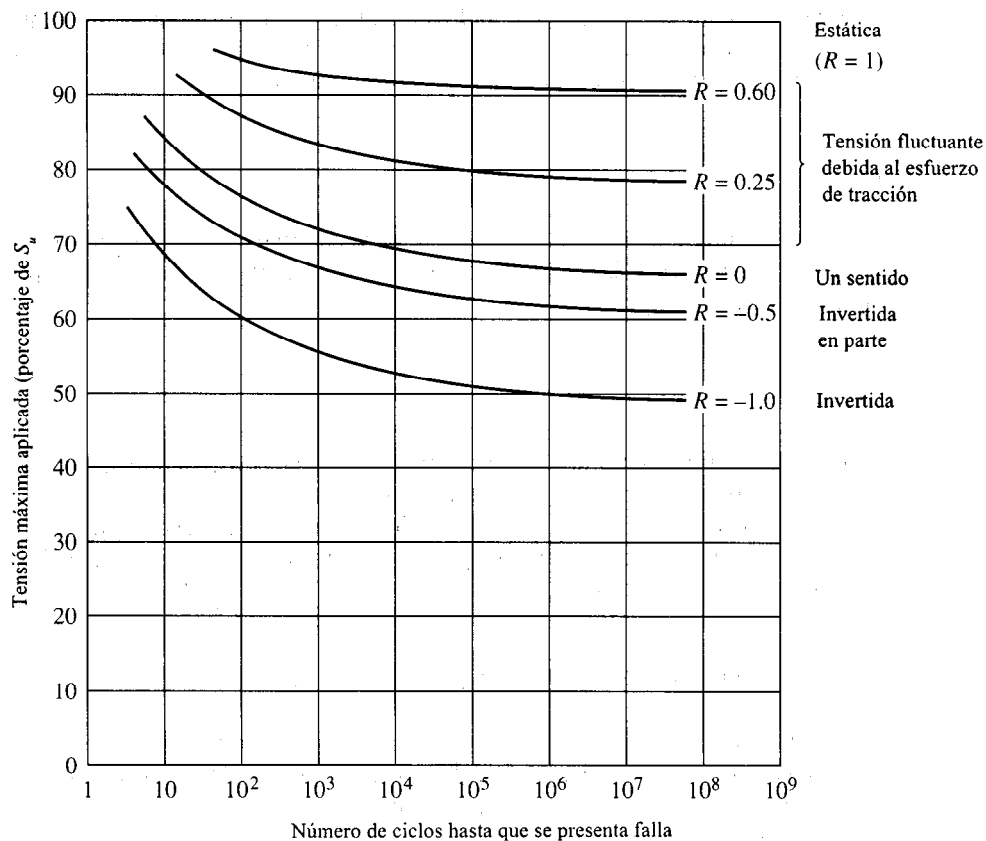
La figura 5-10 ilustra la variación general de la información relativa a resistencia por durabilidad para un material en particular cuando la razón de tensión varía entre  $-1.0$  y  $+1.0$ , con lo que se cubre el rango de casos entre los que se incluye

- Tensión sucesiva inversa
- Tensión variable en parte inversa con una tensión por tracción promedio [figura 5-4(b)];  $-1.0 < R < 0$
- Tensión por tracción, sucesiva, en un sentido, (figura 5-6);  $R = 0$
- Tensión variable por tracción [figura 5-4(a)]  $0 < R < 1.0$
- Tensión estática (figura 5-1);  $R = 1$

Nótese que esta cifra es sólo un ejemplo y no debe utilizarse para determinar puntos de información reales. Si se desea información como esta para un material en particular, debe encontrarse información específica para ese material ya sea en forma experimental o en literatura que se publica.

El tipo de tensión más nociva de entre las que se incluyen en la lista es la tensión inversa sucesiva con  $R = -1$  [Boyer, 1986, p. 27]. Recuerde que la flecha o eje giratoria en flexión como se muestra en la figura 5-2 es un ejemplo de una pieza que se somete a carga sujetándose a una razón de carga  $R = -1$ .

Las tensiones variable o que fluctúan con una tensión promedio por compresión como las que se ilustran en las partes (c) y (d) de la figura 5-4 no afectan de manera significativa la resistencia por durabilidad del material porque las fallas por fatiga tienden a originarse en áreas en las que existe tensión por tracción.



**Figura 5-10** Efecto de la relación de tensión  $R$  en la resistencia por durabilidad de un material

### 5-5 ESTIMACION DE LA RESISTENCIA POR DURABILIDAD REAL, $s'_n$

En esta sección se presenta un método para estimar la resistencia por durabilidad real que se espera tenga un material cuando esté en servicio, considerando la resistencia por durabilidad básica o fundamental del material modificada por los distintos factores que se analizaron en la sección 5-4. Nótese que muchos de los factores que se presentan sólo son adecuados para acero con aleaciones y al carbón, y los factores sólo son aproximados. Se sugiere que el lector busque la información más precisa para un diseño en particular, considerando el tipo de material, las condiciones de procesamiento y el ambiente al que se va a someter el componente. Es necesario consultar referencias especializadas, como las que plantea Boyer [1]. A su vez, se sugiere someter los componentes a pruebas reales relativas a cargas que generan fatiga bajo condiciones que se acerquen lo más posible a las condiciones de operación que se esperan.

En las soluciones de los problemas, se utilizará el procedimiento que se describe a continuación para estimar resistencias por durabilidad, que se denominan como  $s'_n$ , para piezas de acero.



1. Especificar el material con que se va a fabricar la pieza y determinar su resistencia máxima a partir de información que se publica o de pruebas reales, considerando su condición y tratamiento térmico.
2. Especificar el proceso de fabricación que se utiliza para producir la pieza terminada. La condición de la superficie de la pieza en las áreas de mayor tensión es el factor más importante.
3. Utilice la figura 5-9 para estimar la resistencia por durabilidad modificada empezando por el valor de la tensión por tracción en el eje horizontal para después proyectarlo en la curva adecuada que representa la condición superficial que se espera. Luego proyecte hacia el eje vertical para leer la resistencia por durabilidad. Nótese que los ejes inferior e izquierdo se utilizan para unidades del sistema británico y los ejes superior y derecho se utilizan para unidades SI. Si la tensión por tracción del material excede 220 Ksi (1,500 MPa), utilice el valor para  $s_u = 220$  Ksi. La información experimental demuestra que hay un ligero incremento en la resistencia por durabilidad del material a niveles más altos de tensión por tracción [1].
4. Aplique un factor de tamaño,  $C_s$ :

$$C_s = 1.0 \text{ si } d \text{ es menor que } 0.40" (10 \text{ mm})$$

$$C_s = 0.9 \text{ si } d \text{ es mayor que } 0.40" (10 \text{ mm}) \text{ pero menor que } 2.0" (50 \text{ mm})$$

$$C_s < 0.90 \text{ si } d \text{ es mayor que } 2.0" (50 \text{ mm})$$

No se dispone de información del factor de tamaño para secciones extensas debido a los muchos factores que intervienen: uniformidad del material, distribución de la tensión, variaciones en el tratamiento térmico dentro de la pieza y demás. El diseñador debe aplicar su criterio o llevar a cabo las pruebas necesarias para verificar la resistencia por durabilidad. La referencia bibliográfica [8] sugiere valores aproximados de  $C_s$  que varían de 0.80 a 0.70 para tamaños entre 2.0" (50 mm) y 6.0" (150 mm). Véase también la figura 9-8.

5. Aplique un factor de material,  $C_m$ :

$$C_m = 1.0 \text{ para acero forjado}$$

$$C_m = 0.80 \text{ para acero fundido}$$

$$C_m = 0.70 \text{ para hierro fundido}$$

6. Aplique un factor para el tipo de tensión,  $C_{st}$ :

$$C_{st} = 1.0 \text{ para flexión}$$

$$C_{st} = 0.80 \text{ para tensión axial}$$

$$C_{st} = 0.58 \text{ para esfuerzo de corte por torsión}$$

7. Calcule la resistencia por durabilidad estimada,  $s'_n$ , a partir de

$$s'_n = s_n(C_s)(C_m)(C_{st}) \quad (5-4)$$

Estos son los únicos factores que se utilizarán en este texto para estimar resistencia por durabilidad. En caso de existir otros factores, como temperatura o tensión residual habrá que incluirlos.

### Problemas ilustrativos para calcular resistencias por durabilidad

---

---

**Problema ilustrativo 5-2.** Estime la resistencia por durabilidad para una flecha o eje que se somete a flexión giratoria si se maquina a partir de acero AISI 1050 estirado en frío y tiene un diámetro de 1.75".

**Solución.** Del apéndice A-3 encontramos que la resistencia máxima es 100 Ksi. Así, a partir de la figura 5-9 estimamos que la resistencia por durabilidad modificada es 38 Ksi para una pieza maquinada. Para un diámetro de 1.75", el factor de tamaño,  $C_s = 0.90$ . El factor de material es  $C_m = 1.0$  porque se utiliza un acero forjado. El factor que corresponde a tipo de tensión es  $C_{st} = 1.0$  porque la flecha o eje está en flexión. Por consiguiente, al utilizar la ecuación (5-4), la resistencia por durabilidad que se estima para el material del que está hecha la flecha es

$$s'_n = (38 \text{ Ksi})(0.90)(1.0)(1.0) = 34.2 \text{ Ksi}$$

---

---

**Problema ilustrativo 5-3.** Estime la resistencia por durabilidad para una varilla de tracción en un eslabón que se somete a una carga axial inversa sucesiva. Se va a maquina a partir de acero fundido cuya resistencia máxima es 120 Ksi. Nominalmente, su sección transversal debe estar a escuadra 1.50".

**Solución.** La superficie maquinada generará una resistencia por durabilidad modificada de 44 Ksi, como se lee en la figura 5-9. Se utilizará  $C_s = 0.90$  para la barra de 1.50";  $C_m = 0.80$  para el acero fundido; y  $C_{st} = 0.80$  para la tensión axial. En consecuencia, la resistencia por durabilidad real es

$$s'_n = (44 \text{ Ksi})(0.90)(0.80)(0.80) = 25.3 \text{ Ksi}$$

---

---

**Problema ilustrativo 5-4.** Una barra tiene 25 mm y se fabricó con acero AISI 1137 rolado en caliente. Se va a emplear como barra de torsión que soportará una carga debida a torsión inversa. Estime la resistencia por durabilidad para la barra bajo estas condiciones.

**Solución.** En una lista del apéndice A-3 se indica que la tensión máxima del acero AISI 1137 rolado en caliente es 607 MPa. La figura 5-9 muestra que la resistencia por durabilidad modificada es 180 MPa aproximadamente para una superficie rolada en caliente. Utilizaremos  $C_s = 0.90$  para la barra de 25 mm;  $C_m = 1.0$  para el acero forjado; y  $C_{st} = 0.58$  porque la barra se ve sometida a tensión por esfuerzo de corte por torsión. Denominaremos a la resistencia por durabilidad estimada real como  $s'_{sn}$  para hacer constar que representa una tensión *por esfuerzo de corte*.

$$s'_{sn} = (180 \text{ MPa})(0.90)(1.0)(0.58) = 94.0 \text{ MPa}$$

(Véase también la sección 5-9, caso E.)

## 5-6 DISEÑO PARA DISTINTOS TIPOS DE CARGA

Es responsabilidad del diseñador asegurar que una pieza de máquina es segura para operar bajo condiciones susceptibles de ser previstas en forma razonable. Esto se logra realizando un análisis de tensión, ya sea en forma analítica o experimental, y comparando la tensión que se proyectó con una tensión de diseño. La *tensión de diseño* es el nivel de tensión que se permite observe la pieza bajo condiciones de operación. Algunos diseñadores prefieren los términos *tensión de funcionamiento*, *tensión permisible* o *tensión segura*. Utilizaremos el término *tensión de diseño* para hacer énfasis en la función del diseñador en la determinación del valor correcto que debe utilizarse.

La decisión en cuanto a qué tensión de diseño utilizar implica, cuando menos, considerar el tipo de carga en la pieza y el material con que se fabrica. Los tipos de carga que aquí se consideran son los siguientes:

- Estática
- Sucesiva e inversa
- Variable
- Por choque o impacto

Es importante considerar la ductilidad del material, así como su resistencia y rigidez. Las diferencias en los modos en que fallan los materiales dúctiles y los quebradizos son, por demás, sorprendentes. (Revise el análisis relativo a ductilidad que se hizo en el capítulo 2.) Casi todas las piezas para máquinas se fabrican con materiales dúctiles, en particular si se les somete a cargas que generan fatiga, o bien, a choque o impacto. Los metales forjados, como el acero, aluminio y cobre son, por lo regular, dúctiles. En lo que corresponde a carga que genera fatiga, se

recomienda que la elongación porcentual para el material sea significativamente mayor que 5%, digamos 10% o más, como protección contra fracturas de tipo quebradizo. El acero fundido gris o dulce, algunos aceros que se someten a tratamiento térmico intenso, algunos plásticos y algunas piezas que se fabrican con metal en polvo son quebradizos.

## 5-7 PREDICCIÓN DE FALLAS

En esta sección se consideran cuatro métodos distintos para predecir o proyectar fallas:

- La teoría de la tensión normal máxima

- La teoría de la tensión máxima por esfuerzo de corte

- La teoría de la distorsión de la energía (que también se conoce como *teoría de von Mises* o *teoría de Mises–Hencky*)

Al comparar la tensión real que se espera se genere en una pieza con la tensión que proyectaría alguna falla permite determinar un *factor de seguridad* o *factor de diseño*,  $N$ . Estos dos términos se utilizan de manera indistinta a lo largo de la presente obra.

### Teoría de falla por tensión normal máxima

Esta teoría establece que un material presentará fractura cuando la tensión normal máxima (por tirantez o compresión) exceda la resistencia máxima del material. Se utiliza en situaciones que rara vez ocurren, por ejemplo, para materiales que se someten a tensión o compresión uniaxial exclusivamente. Las pruebas de tensión estándar y de compresión son ejemplos de este tipo de carga. Por tanto, cuando la pieza se utilice en realidad, el material debe sujetarse a la acción de una carga similar a la que señala esta teoría para hacer una proyección válida en lo que a fallas atañe.

### Teoría de falla por tensión máxima por esfuerzo de corte

Esta teoría establece que un material empieza a deformarse cuando la tensión máxima por esfuerzo de corte en una pieza que soporta carga excede la tensión máxima por esfuerzo de corte que se presenta en un espécimen que se somete a pruebas cuando se inicia la deformación. En la sección 4–6 se demostró que, en esta situación, la magnitud de la tensión máxima por esfuerzo de corte equivale a la mitad de la tensión por tracción que se aplica. Por consiguiente, cuando se inicia la deformación, la tensión que se aplica es, por definición, igual a  $s_y$ . La tensión máxima por esfuerzo de corte correspondiente es  $s_{sy} = s_y/2$ . Se ha demostrado, por medio de experimentos, que la teoría de falla por tensión máxima debida al esfuerzo de corte resulta un poco conservadora para materiales dúctiles que se someten a cualquier combinación de tensiones normales y tensiones por esfuerzo de corte. Es, hasta cierto punto, fácil de usar, y los diseñadores recurren a ella con frecuencia para diseñar piezas que se van a fabricar con materiales dúctiles bajo la acción de cargas estáticas o tensiones normales inversas, por esfuerzo de corte o combinadas. No debe emplearse para tensiones variables.

## Teoría de la distorsión de la energía

Esta teoría, a la que en ocasiones se asigna el nombre *teoría de von Mises* o *teoría Mises-Hencky*, ofrece una proyección muy precisa de fallas en materiales dúctiles que se someten a la acción de cargas estática, tensiones combinadas, tensiones por esfuerzo de corte, o bien, tensiones normales inversas por completo. Requiere una definición del término tensión de von Mises que se indica mediante el símbolo  $\sigma'$ . Si las dos tensiones principales del círculo de Mohr se denominan  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , la tensión de von Mises es

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \quad (5-5)$$

Así, la teoría de distorsión de la energía para fallas establece que la falla se origina cuando la tensión de von Mises excede la resistencia a punto cedente del material, esto es, cuando  $\sigma' > s_y$ .

## Criterio de Soderberg para tensiones variables

Recuerde de la sección 5-2 que el término *tensión variable* se refiere a la condición en la que la pieza se somete a una tensión media mayor que cero con una tensión alternativa que se superpone a la tensión media (véase figura 5-4). Un método de proyección de fallas utiliza el diagrama de Soderberg, como se muestra en la figura 5-11, el cual se dibuja sólo para el caso de las tensiones normales. La tensión media se grafica a lo largo del eje horizontal, y la tensión alternativa a lo largo del eje vertical. La falla cuando la tensión alternativa es cero (tensión constante) se proyectará conforme la tensión llegue a la resistencia a punto cedente del material. La falla bajo tensión alternativa con una tensión media igual a cero (carga inversa, sucesiva) se proyectará según la tensión alcance la resistencia por durabilidad del material. Una línea que

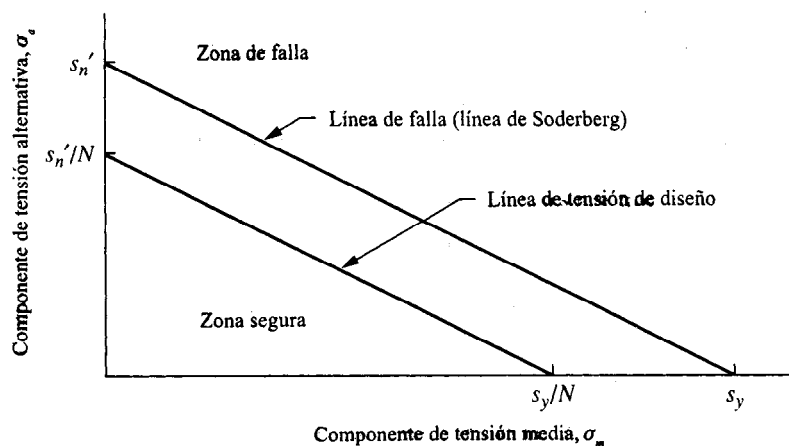


Figura 5-11 Criterio de Soderberg para tensiones variables

se traza entre estos dos puntos recibe por nombre *línea de Soderberg*. Así, para tensión variable, si el punto que representa la combinación real de tensión media y tensión alternativa se grafica en el diagrama abajo de la línea de Soderberg, la tensión variable debe ser segura. Por el contrario, una combinación fuera de la línea indicará probabilidad de que ocurra una falla.

Al aplicar un factor de diseño a la línea de Soderberg se genera la línea de tensión de diseño en la gráfica. Por seguridad, los niveles reales de operación deben mantenerse por abajo de esta línea.

## 5-8 FACTORES DE DISEÑO

El término *factor de diseño* es una medida de la seguridad relativa de un componente que soporta carga. Para denotar el factor de diseño, utilizaremos el símbolo  $N$ . En la mayor parte de los casos la resistencia del material con el que se va a fabricar el componente se divide entre el factor de diseño para determinar una *tensión de diseño*,  $\sigma_d$  que a veces recibe el nombre *tensión tolerable* o *tensión permisible*. Por consiguiente, la tensión real a la que se somete el componente debe ser menor que la tensión de diseño. Para algunos tipos de carga conviene más establecer una relación a partir de la cual el factor de diseño,  $N$ , se puede calcular a partir de las tensiones reales que se aplican y de la resistencia del material. Aún en otros casos, en particular en el del pandeo de columnas, como se analiza en el capítulo 6, el factor de diseño se aplica a la *carga* en la columna y no a la resistencia del material.

La sección 5-9 presenta métodos para calcular la tensión de diseño o el factor de diseño para varios tipos diferentes de carga y materiales.

El responsable del diseño debe determinar qué valor razonable para el factor de diseño debe establecerse en cualquier situación específica. Con frecuencia el valor del factor de diseño o la tensión de diseño están regidos por organizaciones que establecen estándares como la *American Society for Mechanical Engineers* (Sociedad Estadounidense para Ingenieros Mecánicos), la *American Gears Manufacturers Association* (Asociación Estadounidense de Fabricantes de Engranajes), el Departamento de Defensa de Estados Unidos, la *Aluminum Association* (Asociación del Aluminio) o el *American Institute of Steel Construction* (Instituto Estadounidense de Construcción de Acero). Para estructuras, los códigos de construcción locales o estatales prescriben, a menudo, factores de diseño o tensiones de diseño. Algunas empresas han adoptado sus propias políticas que especifican factores de diseño con base en experiencias previas bajo condiciones similares.

En ausencia de otras especificaciones, en este libro se utilizarán las siguientes:

1. *Casos normales para estructuras o elementos de máquinas*. Material dúctil bajo condiciones de incertidumbre moderada en relación a propiedades del material, naturaleza de la carga, o grado en que es adecuado el análisis de tensión. Utilice  $N = 3$ .
2. *Estructuras estáticas*. Materiales dúctiles con alto grado de confianza en el conocimiento de las propiedades del material, magnitud de las cargas y grado en que resulta adecuado el análisis de tensión. Utilice  $N = 2$ .
3. *Estructuras estáticas*. Materiales quebradizos con alto grado de confianza en el conocimiento de las condiciones de operación. Utilice  $N = 3$ .
4. *Elementos de máquinas*. Materiales quebradizos con incertidumbre moderada acerca de las propiedades, cargas o análisis de tensión del material. Utilice  $N = 4$  o mayor.

5. *Elementos de máquinas.* Materiales dúctiles con incertidumbre en relación a alguna combinación de propiedades, cargas, o análisis de tensión del material, en particular bajo condiciones de choque o carga por impacto. Utilice  $N = 4$  o mayor.

## 5-9 METODOS PARA CALCULAR FACTOR DE DISEÑO O TENSION DE DISEÑO

Aquí se consideran nueve casos distintos con diferentes combinaciones de tipos de material (dúctil o quebradizo) y la forma en que se aplica carga. Es necesario poner atención a la base de resistencia para los distintos casos. Se utilizan los símbolos que se presentan a continuación:

$s_u$  o  $s_{ut}$  = Resistencia máxima al esfuerzo por tracción

$s_{uc}$  = Resistencia máxima a la compresión

$s_y$  = Resistencia máxima a la cedencia o punto cedente

$s_{ys}$  = Resistencia máxima al esfuerzo

$s'_n$  = Resistencia máxima del material bajo condiciones reales

$s_{sn}$  = Resistencia por durabilidad ante esfuerzo de corte bajo condiciones reales

### Caso A: materiales quebradizos bajo cargas estáticas

Cuando la tensión real que se aplica,  $\sigma$ , es tensión simple o compresión en un sólo sentido, utilice la teoría de falla por tensión normal máxima. Como los materiales quebradizos no se deforman, siempre deben aplicarse factores de concentración de tensión cuando se calcula la carga aplicada.

#### Caso A1: tensión por esfuerzo de tracción

$$\sigma_d = s_{ut}/N \quad \text{o} \quad N = s_{ut}/\sigma \quad (5-6)$$

#### Caso A2: tensión por compresión

$$\sigma_d = s_{uc}/N \quad \text{o} \quad N = s_{uc}/\sigma \quad (5-7)$$

#### Caso A3: tensión biaxial

Utilice el círculo de Mohr para determinar las tensiones principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ . Si ambas tensiones principales son de igual signo ya sea por esfuerzo de tracción o de compresión, utilice A1 o A2. Si son de signo distinto, utilice

$$\frac{1}{N} = \frac{\sigma_1}{s_{ut}} + \frac{\sigma_2}{s_{uc}} \quad (5-8)$$

Cualquiera que sean los factores de concentración deben aplicarse a las tensiones calculadas.

**Caso B: materiales quebradizos bajo cargas que generan fatiga**

No se harán sugerencias específicas para materiales quebradizos que generan fatiga porque en general no es deseable emplear un material quebradizo en tales casos. Cuando es necesario hacerlo, se requiere llevar a cabo pruebas para verificar la seguridad bajo condiciones reales de servicio.

**Caso C: materiales dúctiles bajo cargas estáticas**

Aquí se hará un análisis de dos teorías relativas a fallas. La teoría de la falla por tensión debida a esfuerzo de corte es la más conservadora de las dos y, en alguna medida, es más fácil de usar. La teoría de la distorsión de la energía es la que prevé con mayor precisión las fallas inminentes.

**Caso C1: teoría de la falla por tensión debida a esfuerzo de corte**

La falla tiene lugar cuando la tensión máxima por esfuerzo de corte excede a la resistencia a punto cedente del material en esfuerzo de corte,  $s_{ys}$ . Determine la tensión máxima por esfuerzo de corte a partir del círculo de Mohr. Así

$$N = s_{ys}/\tau_{\max} \quad (5-9)$$

Usaremos  $s_{ys} = 0.5 s_y$ . Entonces,

$$N = 0.5 s_y/\tau_{\max} \quad \text{o} \quad \tau_d = 0.5 s_y/N = \text{Tensión de corte de diseño} \quad (5-10)$$

A partir del círculo de Mohr se puede demostrar que, para el caso especial de la tensión uniaxial o compresión sin que se apliquen tensiones por esfuerzo de corte, la ecuación (5-10) es la misma que

$$N = s_y/\sigma_{\max} \quad \text{o} \quad \sigma_d = s_y/N = \text{Tensión de diseño}$$

**Caso C2: teoría de la distorsión de la energía**

La falla se presenta cuando la tensión de von Mises,  $\sigma'$ , excede a la resistencia a punto cedente por tracción del material. La tensión de von Mises se encuentra utilizando primero el círculo de Mohr para determinar las dos tensiones principales. Por consiguiente

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \quad (5-11)$$

En consecuencia, el factor de diseño se encuentra a partir de

$$N = s_y/\sigma' \quad (5-12)$$

La ventaja que ofrece esta teoría es que, además de constituir un previsor más preciso de fallas permite utilizar la resistencia a punto cedente por tracción para el análisis.

Para carga estática en materiales dúctiles no es necesario incluir un factor de concentración de tensión cuando se presentan discontinuidades geométricas. Si la tensión local en un punto de



concentración de tensión alcanza la resistencia a punto cedente del material, éste, de hecho, cederá, lo cual provoca que se redistribuye la tensión y de nuevo llevará al nivel por abajo de la resistencia a punto cedente.

#### Caso D: tensión normal inversa sucesiva

Determine la amplitud pico de la tensión sucesiva (como  $s_{\max}$  en la figura 5-3) y la resistencia por durabilidad para el material,  $s'_n$ , ajustada para condiciones reales como en la sección 5-5. Así

$$N = s'_n / \sigma_{\max} \quad \text{o} \quad \sigma_d = s'_n / N \quad (5-13)$$

Al calcular la tensión máxima deben considerarse los factores de concentración de tensión

#### Caso E: tensión por esfuerzo de corte debida a torsión inversa

Otra vez se puede utilizar la teoría de tensión máxima por esfuerzo de corte. Primero, calcule la tensión máxima por esfuerzo de corte debida a torsión,  $\tau_{\max}$ . En consecuencia

##### Caso E1: tensión máxima por esfuerzo de corte debida a torsión

$s'_{sn} = 0.5s'_n$  Estimación para resistencia por durabilidad ante esfuerzo de corte

$$N = s'_{sn} / \tau_{\max} \quad \text{o} \quad \tau_d = s'_{sn} / N \quad (5-14)$$

##### Caso E2: teoría de la distorsión de la energía

$$s'_{sn} = 0.577s'_n$$

$$N = s'_{sn} / \tau_{\max} = 0.577s'_n / \tau_{\max} \quad (5-15)$$

El factor 0.577 puede obtenerse de la definición de la tensión de von Mises para el caso especial de la torsión pura. Al dibujar el círculo de Mohr encontrará que  $\sigma_1 = \tau_{\max}$  y  $\sigma_2 = -\tau_{\max}$ . Entonces, de la ecuación (5-11)  $\sigma' = \sqrt{3}\tau_{\max} = 1.732\tau_{\max}$ . Al poner esto en la forma básica de la teoría de la distorsión de la energía

$$N = s'_n / \sigma' = s'_n / (1.732\tau_{\max}) = 0.577s'_n / \tau_{\max}$$

como se utilizó en la ecuación (5-15)

#### Caso F: tensión combinada inversa

Utilice el círculo de Mohr para encontrar la tensión máxima por esfuerzo de corte y las dos tensiones principales usando los valores máximos de las tensiones aplicadas. Por consiguiente

**Caso F1: teoría de la tensión máxima debida a esfuerzo de corte**

$$N = 0.5 s'_n / \tau_{\max} \quad (5-16)$$

**Caso F2: teoría de la distorsión de la energía**

$$N = 0.577 s'_n / \tau_{\max} \quad (5-17)$$

O calcule  $\sigma'$  a partir de la ecuación (5-11) y utilice

$$N = s'_n / \sigma' \quad (5-18)$$

**Caso G: tensiones normales variable: el criterio de Soderberg**

En la sección 5-7 se describió el criterio de Soderberg y se ilustra en la figura 5-11. Un diseño satisfactorio es su resultado si la combinación de la tensión media y la tensión alternativa da origen a un punto en la *zona de seguridad* como se muestra en la figura 5-11. Debe ponerse especial atención en la aplicación de factores de concentración de tensión. Las pruebas han demostrado que las concentraciones de tensión afectan sólo al componente con tensión alternativa y no a la tensión media. Así, la ecuación (5-19) puede utilizarse para evaluar el factor de diseño para cargas variables.

$$\frac{1}{N} = \frac{\sigma_m}{s_y} + \frac{K_t \sigma_a}{s'_n} \quad (5-19)$$

**Caso H: tensiones variables por esfuerzo de corte**

El desarrollo anterior del criterio de Soderberg también puede realizarse para tensiones variables por esfuerzo de corte en lugar de tensiones normales. Entonces la ecuación de factor de diseño sería

$$\frac{1}{N} = \frac{\tau_m}{s_{sy}} + \frac{K_t \tau_a}{s'_{sn}} \quad (5-20)$$

El trabajo experimental indica que esta forma del criterio de Soderberg es en extremo conservadora. Si se utiliza la teoría de tensión máxima por esfuerzo de corte,  $s_{sy} = 0.5 s_y$ , y  $s'_{sn} = 0.5 s'_n$ . Para la teoría de distorsión de la energía  $s_{sy} = 0.577 s_y$ , e  $s'_{sn} = 0.577 s'_n$ .

**Caso I: tensiones combinadas variables**

El enfoque que se presenta aquí es similar al criterio de Soderberg que se describió antes. No obstante, en este caso el efecto de las tensiones combinadas se determina primero mediante el uso del círculo de Mohr.

**Caso I1.**

Para la teoría de tensión máxima por esfuerzo de corte, dibuje dos círculos de Mohr, uno para las tensiones medias y otro para las tensiones alternativas. A partir del primer círculo, determine la tensión máxima media por esfuerzo de corte,  $(\tau_m)_{\max}$ . A partir del segundo, determine la tensión máxima alternativa por esfuerzo de corte,  $(\tau_a)_{\max}$ . Después, utilice estos valores en la ecuación correspondiente a diseño

$$\frac{1}{N} = \frac{(\tau_m)_{\max}}{s_{sy}} + \frac{K_t(\tau_a)_{\max}}{s'_{sn}} \quad (5-21)$$

donde  $s_{sy} = 0.5$  y  $s'_{sn} = 0.5 s'_n$ .

**Caso I2**

Para la teoría de la distorsión de la energía dibuje dos círculos de Mohr, uno para las tensiones medias y otro para las tensiones alternativas. A partir de estos círculo determine las tensiones principales máximas y mínimas. Después, calcule las tensiones de von Mises para los componentes medio y alternativo a partir de

$$\begin{aligned} \sigma'_m &= \sqrt{\sigma_{1m}^2 + \sigma_{2m}^2 - \sigma_{1m}\sigma_{2m}} \\ \sigma'_a &= \sqrt{\sigma_{1a}^2 + \sigma_{2a}^2 - \sigma_{1a}\sigma_{2a}} \end{aligned}$$

Así, la ecuación de Soderberg se convierte en

$$\frac{1}{N} = \frac{\sigma'_m}{s_y} + \frac{K_t\sigma'_a}{s'_n} \quad (5-22)$$

**5-10 EJEMPLOS DE PROBLEMAS DE DISEÑO**

**Ejemplo de diseño 5-1.** Una barra rectangular se solda a una varilla circular para formar una abrazadera, como se ilustra en la figura 5-12. Diseñe la barra y la varilla para que soporten una carga muerta de 250 lb. Las soldaduras también deben diseñarse como se explica en el capítulo 19.

**Solución.** La abrazadera tiene dos componentes, cada una se somete a la acción de un tipo diferente de tensión, como se muestra en las gráficas a cuerpo libre en la figura.

**Barra rectangular.** Véase la parte (b) de la figura 5-12. Este es un cantilever y se diseñará para que sea seguro en el punto A, donde se presenta la tensión máxima por esfuerzo de tracción. A continuación se presentan las decisiones en cuanto a diseño.

1. Material: AISI 1020 HR,  $s_y = 30,000$  psi (apéndice A-3).
2. Factor de diseño: utilice  $N = 2$ . Suponga condiciones que se conocen bien.

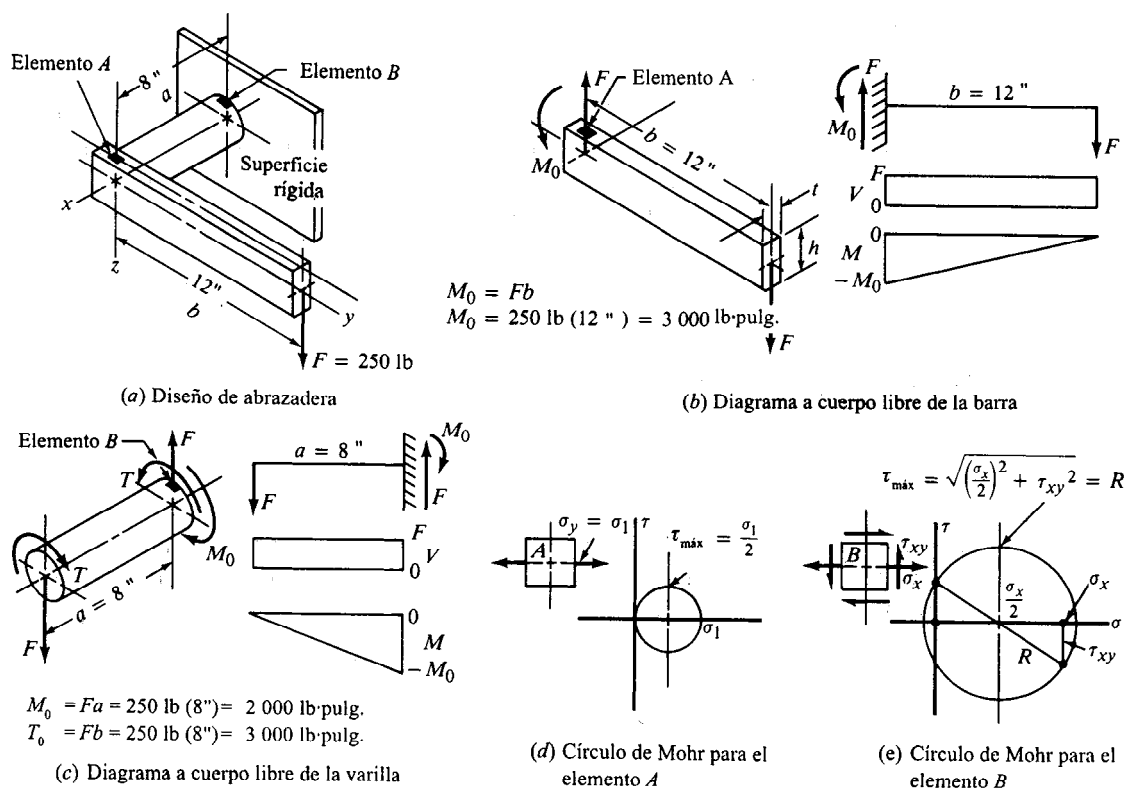


Figura 5-12 Barra rectangular soldada a una varilla circular para formar una abrazadera

3. Tensión de diseño utilizando el caso C1,

$$\sigma_d = s_y / N = (30\,000 \text{ psi}) / 2 = 15\,000 \text{ psi}$$

4. Análisis de tensión: para flexión,  $\sigma = M/Z$ . El coeficiente de sección que se necesita es

$$Z = \frac{M}{\sigma_d} = \frac{3\,000 \text{ lb}\cdot\text{pulg.}}{15\,000 \text{ lb/pulg.}^2} = 0.200 \text{ pulg.}^3$$

5. Elija las proporciones arbitrarias para la sección transversal,  $h = 2t$ . Por consiguiente,

$$Z = th^2/6 = t(2t)^2/6 = 4t^3/6 = 0.667t^3$$

Por tanto, el espesor que se necesita es

$$t = \sqrt[3]{Z/0.667} = 0.669 \text{ "}$$

La altura nominal sería

$$h = 2t = 1.338 \text{ "}$$

6. Un vendedor enumera barras disponibles en AISI 1020 HR en espesores de  $\frac{5}{8}$  ó  $\frac{3}{4}$ .

$$Z = \frac{th^2}{6} = \frac{(0.625)(1.50)^2}{6} = 0.234 \text{ pulg.}^3 (\text{OK})$$

**Varilla circular.** Véase la pieza de la figura 5-12. La varilla se somete a una combinación de tensión normal debida a tensión por esfuerzo de corte por flexión y por torsión. Ambas tensiones son máximas en el punto *B* en la parte superior de la varilla, donde se une a la superficie de soporte. Utilizando el mismo material y el mismo factor de diseño que para la barra rectangular, las decisiones de diseño restantes son las siguientes:

1. Tensión de diseño: utilizando la teoría de falla por tensión máxima por esfuerzo de corte, caso C1,

$$\tau_d = 0.5s_y/N = (0.5)(30\,000 \text{ psi})/2 = 7\,500 \text{ psi}$$

2. Análisis de tensión: como en *B* sólo se presentan flexión y torsión, se puede utilizar el enfoque de torque equivalente, como se describió en las ecuaciones (4-10) a (4-14) de la sección 4-6. El círculo de Mohr que se muestra en la figura 5-12 ilustra la validez de este enfoque.

$$T_e = \sqrt{M^2 + T^2} = \sqrt{(2\,000)^2 + (3\,000)^2} = 3\,606 \text{ lb·pulg.}$$

Así, el coeficiente de sección polar que se requiere es

$$Z_p = \frac{T_e}{\tau_d} = \frac{3\,606 \text{ lb·pulg}}{7\,500 \text{ lb/pulg}^2} = 0.481 \text{ pulg}^3$$

No obstante,  $Z_p = \pi D^3/16$ . Entonces, al despejar *D* se obtiene

$$D = \sqrt[3]{\frac{16Z_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{(16)(0.481)}{\pi}} = 1.35 \text{ "}$$

3. Especifique una varilla de 1.50" de diámetro para que coincida con el tamaño de la barra rectangular.

**Ejemplo de diseño 5-2.** Termine el diseño de la abrazadera que se describe en el ejemplo de diseño 5-1 si la carga es sucesiva e inversa en lugar de estática.

**Solución.** Utilizaremos la misma geometría básica, pero la configuración debe describirse con mayor detalle debido a los efectos del acabado superficial y las concentraciones de tensión en durabilidad.

### Barra rectangular

1. Material: elija AISI 1020 HR:  $s_u = 55,000$  psi;  $s_y = 30,000$  psi.
2. Resistencia por durabilidad: los miembros o piezas tendrán la superficie según se rola. De la figura 5-9,  $s_n = 20,000$  psi. Entonces, al aplicar un factor de tamaño de 0.9

$$s'_n = (20\,000 \text{ psi})(0.9) = 18\,000 \text{ psi}$$

3. Tensión de diseño: optaremos por  $N = 3$  debido a la dificultad para controlar la geometría alrededor de las soldaduras. A partir del caso D:

$$\sigma_d = s'_n / N = (18\,000 \text{ psi}) / 3 = 6\,000 \text{ psi}$$

4. Análisis de tensión: se aplica un factor de concentración de tensión a la tensión debida a flexión como consecuencia de unión de la barra rectangular a la varilla circular. Este caso no lo abarcan, en particular, las tablas disponibles. Estimaremos  $K_t = 2.0$  y especificaremos un chaflán bien redondeado en la unión. El módulo de sección que se requiere es, en consecuencia

$$Z = \frac{K_t M}{\sigma_d} = \frac{(2.0)(3\,000 \text{ lb} \cdot \text{pulg.})}{6\,000 \text{ lb} / \text{pulg.}^2} = 1.00 \text{ pulg.}^3$$

Al despejar  $t$  como en el problema 5-1,

$$t = \sqrt[3]{\frac{Z}{0.667}} = \sqrt[3]{\frac{1.00 \text{ pulg.}^3}{0.667}} = 1.15''$$

5. Un proveedor de acero tiene disponible una barra estándar de  $1\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{4}$ .

$$Z = \frac{th^2}{6} = \frac{(1.25)(2.25)^2}{6} = 1.06 \text{ pulg.}^3 \text{ (OK)}$$

**Varilla circular.** Utilizando de nuevo el enfoque de torque equivalente y la tensión de diseño del caso F1:

1. Tensión de diseño:

$$\tau_d = 0.5s'_n / N = 0.5(18\,000 \text{ psi}) / 3 = 3\,000 \text{ psi}$$

2. Coeficiente de sección polar que se requiere:

$$Z_p = \frac{K_t T_e}{\tau_d} = \frac{(2.0)(3\,606 \text{ lb} \cdot \text{pulg.})}{3\,000 \text{ lb} / \text{pulg.}^2} = 2.40 \text{ pulg.}^3$$

3. Diámetro requerido:

$$D = \sqrt[3]{\frac{16Z_p}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16(2.40)}{\pi}} = 2.30 \text{ pulg.}$$

4. Se dispone de una varilla de acero estándar de 2 3/8" (2.375").

**Comentarios sobre detalles de diseño.** Para obtener un chaflán bien redondeado en las soldaduras, podemos recurrir a las tablas para factores de concentración de tensión para una flecha o eje redonda escalonada y una barra plana escalonada. Para tener  $K_t$  2.0 es deseable una razón de  $r/d = 0.15$ . Se recomienda utilizar el diámetro de la varilla para  $d$ ,  $r = 0.15$   $d = 0.36$ ". Las soldaduras se deben mezclar con suavidad con la varilla y la barra. Las propias soldaduras deben analizarse mediante los métodos que se analizan en el capítulo 19.

## BIBLIOGRAFIA

1. Boyer, Howard E. *Atlas of Fatigue Curves*. Metals Park, Ohio: American Society for Metals, 1986.
2. Boyer, H. E., ed. *Metals Handbook No. 10: Failure Analysis and Prevention*, 8ª edición. Metals Park, Ohio: American Society for Metals, 1975.
3. Fuchs, H. O. y Stephens, R. I. *Metal Fatigue in Engineering*. Nueva York: John Wiley & Sons, 1980.
4. Graham, J. A., ed. *Fatigue Design Handbook*. Nueva York: Society of Automotive Engineers, 1968.
5. Harris C. M. y Crede, C. E. *Shock and Vibration Handbook*. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1976.
6. Krulick, T. G. "A Road Map for Stress Analysis". *Machine Design Magazine*. (Agosto, 1981).
7. Juvinall, R.C. *Engineering Considerations of Stress, Strain and Strength*. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1967.
8. Juvinall, R. C. y Marshck, K. M. *Fundamentals of Machine Component Design*, 2ª ed. Nueva York: John Wiley & Sons, 1991.
9. Madayag, A. F. *Metal Fatigue: Theory and Design*. Nueva York: John Wiley & Sons, 1969.
10. Rinehart, J. S. y Pearson, J. *Behavior of Metals under Impulsive Loads*. Metals Park, Ohio: American Society for Metals, 1954.
11. Shigley, J. E. y Mischke, C. R. *Mechanical Engineering Design*, 5ª ed. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1988.
12. Sines, G., y Waisman, J. L., eds. *Metal Fatigue*. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1959.
13. Spotts, M. F. *Design of Machine Elements*, 6ª ed. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1985.
14. Vigness, Irwin, y Welch, W. P. "Shock and Impact Considerations in Design". *ASME Handbook: Metals Engineering-Design*, Oscar J. Horger, ed. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1965.

## PROBLEMAS

1. El cilindro de hierro fundido que se muestra en la figura 5-13 soporta sólo una carga axial por compresión de 75,000 lb. (El torque  $T = 0$ .) Calcule el factor de diseño si se fabrica de hierro gris fundido, grado 40, que tiene una resistencia máxima a la tensión por esfuerzo de tracción de 40 Ksi y una resistencia máxima a la compresión de 140 Ksi.

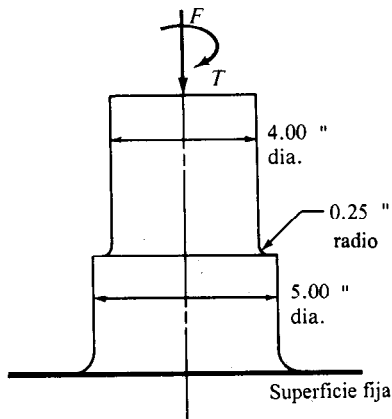


Figura 5-13 (Problemas 1, 2, 3)

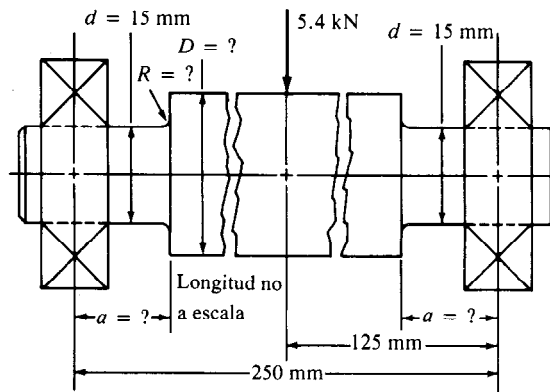


Figura 5-14 (Problemas 4, 5, 6)

7. La figura 5-15 muestra un diseño propuesto para el soporte de un asiento. La pieza o miembro vertical debe ser un tubo estructural estándar (véase el apéndice A-16). Especifique un tubo adecuado para resistir cargas estáticas en sentidos vertical y horizontal al mismo tiempo como se indica. El tubo tiene propiedades similares a las del acero AISI 1200 rodado en caliente. Utilice un factor de diseño de 3.

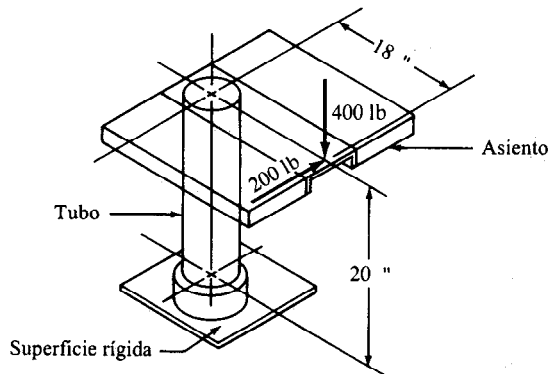


Figura 5-15 (Problema 7)

2. Repita el problema 1, excepto que la carga es de tracción con una magnitud de 12,000 lb.
3. Repita el problema 1, excepto que la carga es una combinación de una carga axial por compresión de 75,000 lb y una torsión de 20,000 lb-pulg.
4. La flecha o eje que se ilustra en la 5-14 se apoya en cojinetes en cada extremo, que tienen barrenos de 15.0 mm. Diseñe la flecha para que soporte la carga que se especifica si es constante y la flecha es fija. Haga la dimensión  $a$  tan grande como sea posible mientras la tensión se mantiene dentro de márgenes de seguridad. Determine el diámetro que se requiere en la porción media. El chaflán máximo tolerable es 2.0 mm. Utilice acero AISI 1137 estirado en frío. Haga uso de un factor de 3.
5. Repita el problema 4, excepto que la flecha es giratoria.
6. Repita el problema 4, excepto que la flecha es giratoria y transmite un torque de 350 N·m a partir del cojinete izquierdo hacia la parte media de la flecha. También, hay un perfil de cuñero a la mitad bajo la carga.
8. Una barra de torsión debe tener una sección transversal circular sólida. Debe soportar un torque variable de 30 N·m a 65 N·m. Utilice AISI 4140 OQT 1000 para la barra y determine el diámetro que se requiere para un factor de



de diseño de 2. Las uniones generan una concentración de tensión de 2.5 cerca de los extremos de la barra.

9. Determine el tamaño que se requiere para una barra cuadrada que se va a fabricar con acero AISI 1213 estirado en frío. Soporta una carga axial por esfuerzo de tracción constante de 1,500 lb y una carga por

flexión que varía de cero a un máximo de 800 lb en el centro de la longitud de 48" de la barra. Utilice un factor de diseño de 3.

10. Repita el problema 9 pero agregue un momento de tensión constante de 1,200 lb·pulg. a las otras cargas.

- *Nota general:* en algunos de los problemas siguientes, se le pide que calcule el factor de diseño que resulta del factor propuesto para una carga específica. A menos que se establezca otra cosa, suponga que el elemento que se está analizando tiene una superficie maquinada. Si el factor de diseño es significativamente distinto a  $N = 3$ , diseñe de nuevo el componente para obtener  $N = 3$  aproximadamente. (Vea las figuras del capítulo 3.)

- Para los problemas 28 al 32, seleccione un material apropiado para la pieza, conside-

- Un miembro que se somete a esfuerzo de tracción en la estructura de una máquina se somete a la acción de una carga constante de 4.50 kN. Tiene una longitud de 750 mm y se fabrica de un tubo de acero AISI 1040 rolado en caliente, el cual tiene 18 mm de diámetro exterior y uno interior de 12 mm. Calcule el factor de diseño resultante.
- A una barra redonda, que tiene 12 mm de lado y 1.65 m de longitud, se le aplica una carga por tracción de 5.00 kN. Calcule la tensión en la barra y el factor de diseño que resulta si se fabrica con (a) acero AISI 1020 rolado en caliente, (b) acero AISI 8650 OQT 1000, (c) hierro dúctil A536-84 (60-40-18), (d) aleación de aluminio 6061-T6, (e) aleación de titanio Ti-6Al-4V, recocido, (f) plástico PVC rígido, y (g) plástico fenólico.
- Una varilla de aluminio que se fabrica con una aleación 6061-T6 en forma de tubo cuadrado hueco con 2.25" en el exterior y un espesor de pared de 0.125". Su longitud es de 16.0". Soporta una fuerza por compresión axial de 12,600 lb. Calcule el factor de diseño que resulta. Suponga que el tubo no se pandea.
- Calcule el factor de diseño sólo en la parte media de la varilla AC en la figura 3-23 si la fuerza vertical constante en el aguilón es de 2,500 lb. La varilla es rectangular, de 1.50" por 3.50" y se fabrica con acero AISI 1144 rolado en frío.
- Calcule las fuerzas en las dos varillas anguladas de la figura 3-24 para una fuerza aplicada constante,  $F = 1,500$  lb si el ángulo  $\theta$  es de  $45^\circ$ . Después diseñe la parte media de cada varilla para que sea circular y se fabrique con acero AISI 1040 rolado en caliente. Especifique un diámetro adecuado.
- Repita el problema 15 si el ángulo  $\theta$  es de  $15^\circ$ .
- La figura 3-22 muestra una parte de una barra circular que se somete a fuerza sucesiva e inversa de 7,500 N. Si la barra se fabrica con material AISI 4140 OQT 1000 calcule el factor de diseño resultante.
- Calcule la tensión de esfuerzo de corte por torsión en una flecha o eje circular que tiene 50 mm de diámetro cuando se somete a un torque de 800 Nm. Si el torque es inverso y sucesivo por completo, calcule el factor de diseño resultante. El material es AISI 1040 WQT 1000.
- Si el torque en el problema 18 fluctúa de cero hasta un máximo de 800 N·m, calcule el factor de diseño resultante.
- Calcule la tensión por esfuerzo de corte debida a torsión en una flecha circular con 0.40" de diámetro que se debe a un torque constante de 88.0 lb·". Especifique una aleación de aluminio adecuada para la varilla.
- Calcule el diámetro que se requiere para una flecha circular sólida si transmite un máximo de 110 hp a una velocidad de 560 rpm. El torque varía de cero hasta el máximo. No existen otras cargas significativas en la flecha. Utilice AISI 4130 WQT 700.
- Especifique un material adecuado para una flecha o eje hueco con diámetro exterior de 40 mm e interior de 30 mm cuando transmite 28 kilowatts (kW) de potencia constante a una velocidad de 45 radianes por segundo (rad/s).
- Repita el problema 22 si la potencia fluctúa de 15 kW a 28 kW.
- La figura 5-16 muestra una parte de una barra de soporte para una máquina pesada, suspendida sobre resortes para mitigar las cargas que se aplican. La carga por tracción en la barra varía de 12,500 lb a un mínimo de 7,500 lb. Se espera un ciclaje rápido para varios millones de ciclos. La barra se fabrica de acero AISI 6150 OQT 1300. Calcule el factor de diseño para la barra en el área que circunda al orificio.

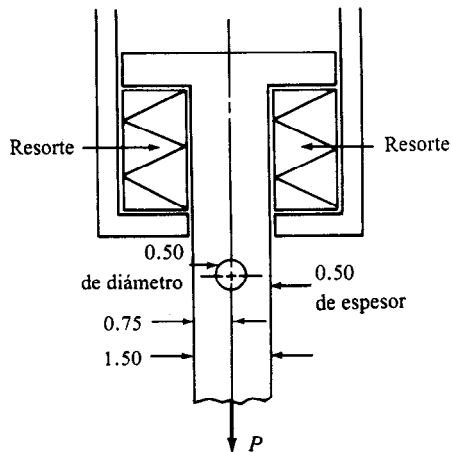


Figura 5-16 (Problema 24)

25. La figura 3-47 muestra un vástago de una válvula de un motor que se somete a una carga axial que aplica

- Para los problemas 28 al 32, seleccione un material apropiado para la pieza, considerando concentraciones de tensión, para la carga que se especifica de manera que se genere un factor de diseño de  $N = 3$ .

28. Utilice la figura 3-50. La carga es constante. El material debe ser algún grado de hierro gris fundido ASTM A47-77.
29. Utilice la figura 3-51. La carga varía de 20.0 a 30.3 kN. El material debe ser titanio.
30. Utilice la figura 3-52. El torque varía de cero a 2,200 lb·pulg. El material tiene que ser acero.
31. Utilice la figura 3-53. El momento de flexión es constante. El material debe ser hierro dúctil, ASTM A48-76.
32. Haga uso de la figura 3-54. El momento de flexión es inverso por completo. El material debe ser acero inoxidable.
33. La figura 5-17 muestra parte de un destornillador automático para atornillar varios millones de tornillos.

el resorte de la válvula. La fuerza varía de 0.80 kN a 1.25 kN. Calcule el factor de diseño resultante en el chaflán abajo del hombro. La válvula se fabrica con acero AISI 8650 OQT 1300.

26. Un aditamento para transportador que se ilustra en la figura 3-48 soporta tres ensambles pesados (de 1,200 lb cada uno). El aditamento se maquina a partir de acero AISI 1144 OQT 900. Calcule el factor de diseño resultante en el aditamento, considerando concentraciones de tensión en los chaflanes y suponiendo que la carga actúa en forma axial. La carga variará de cero al máximo conforme el transportador se cargue y se descargue.
27. Para la placa plana en tensión que aparece en la figura 3-49, calcule el factor de diseño resultante mínimo, suponiendo que los orificios están lo suficiente separados entre sí para que sus efectos no interactúen. La placa es maquinada de acero inoxidable, UNS S17400 en condición H1150. La carga es sucesiva y varía entre 4,000 y 6,200 lb.

El torque máximo que se requiere para atornillar un tornillo es 100 lb·pulg. Calcule el factor de diseño para el diseño propuesto si la pieza se fabrica con material AISI 8740 CD.

34. La viga en la figura 5-18 soporta dos cargas constantes,  $P = 750$  lb. Evalúe el factor de diseño que resultaría si la viga se fabrica con hierro gris fundido clase 40.
35. Un eslabón de tensión se somete a una carga sucesiva, en un sentido, de 3,000 lb. Especifique un material adecuado si el eslabón tiene que ser de acero y tener un diámetro de 0.50".
36. Una pieza de un dispositivo automático de transferencia en una fábrica debe soportar un carga sucesiva por esfuerzo de tracción de 800 lb y no elongarse más de

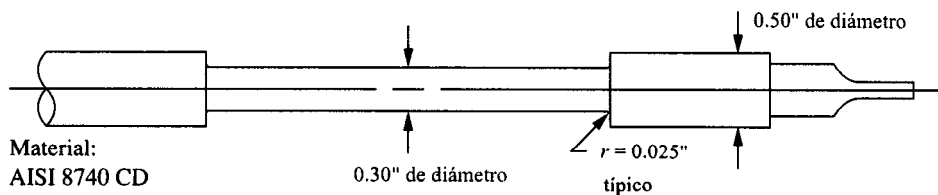


Figura 5-17 Destornillador para el problema 33

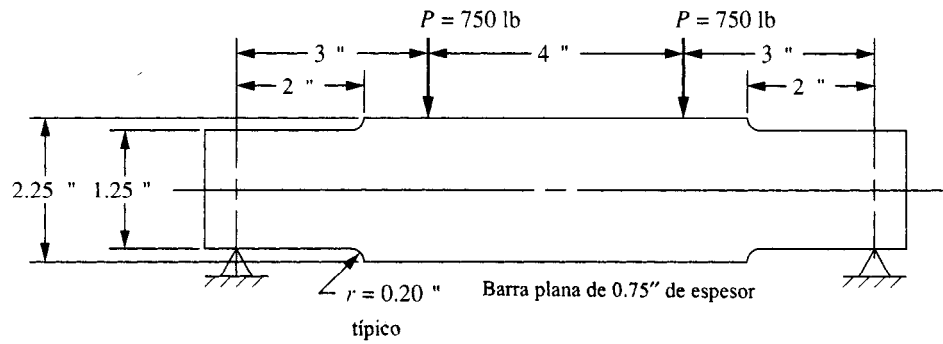


Figura 5-18 Viga para el problema 34

- 0.010" en su longitud de 25.0". Especifique que un material de acero adecuado y las dimensiones de la varilla si tiene una sección transversal circular.
37. La figura 5-19 muestra dos diseños para una viga de manera que soporte una carga central sucesiva de 600 lb. ¿Qué diseño tendrá el factor de diseño más alto para un material particular?
38. Remítase a la figura 5-19. Diseñe de nuevo la viga en la parte (b) de la figura de manera que tenga un factor de diseño igual o más alto que el correspondiente al diseño en la parte (a) mediante la reducción de la dimensión de 8.0".
39. Respecto a la figura 5-19, diseñe otra vez la viga en la parte (a) de la figura, primero incrementando el radio del chaflán a 0.40", después reduciendo la dimensión de 8.0" de tal forma que el nuevo diseño tiene un factor de diseño igual o más alto que el del diseño de la parte (a).

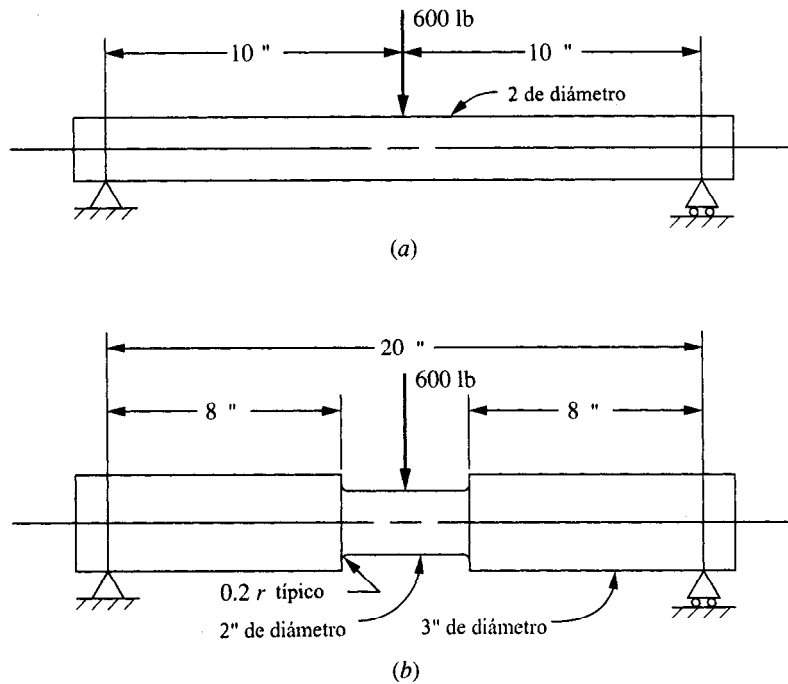


Figura 5-19 Viga para los problemas 37, 38, 39

40. La parte que se muestra en la figura 5-20 está hecha de acero AISI 1040 HR. Se le someterá a una fuerza sucesiva en un sentido de 5,000 lb que se aplica mediante dos pernos de 0.25" de diámetro en los orificios que se encuentran en cada extremo. Calcule el factor de diseño resultante.
41. Para la pieza que se ilustra en el problema 40, haga, cuando menos, tres mejoras en el diseño que re-

ducirán de manera significativa la tensión o esfuerzo sin incrementar el peso. Las dimensiones que se señalan con © son críticas y no pueden modificarse. Después de diseñar de nuevo, especifique un material adecuado para lograr un factor de diseño de, al menos, 3.

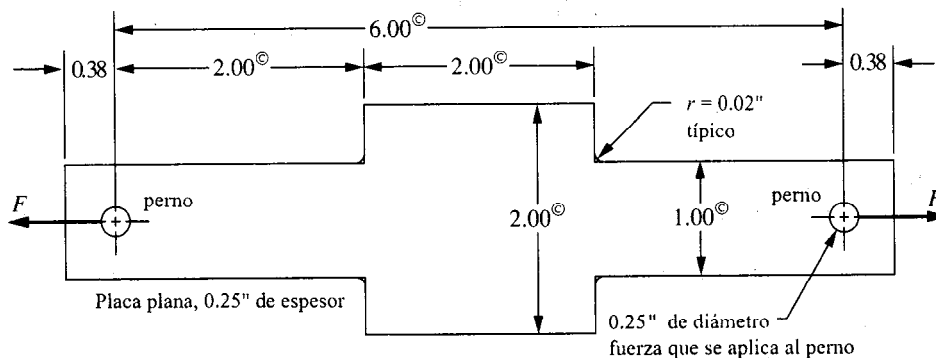


Figura 5-20 Viga para los problemas 40, 41

42. El eslabón que se ilustra en la figura 5-21 se ve sometido a una fuerza por tracción que varía de 3.0

kN a 24.8 kN. Evalúe el factor de diseño si el eslabón se fabrica de acero AISI 1040 CD.

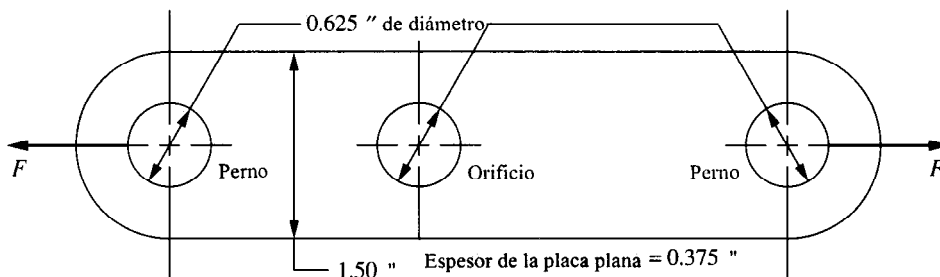


Figura 5-21 Eslabón para el problema 42

43. La viga que se muestra en la figura 5-22 soporta una carga sucesiva e inversa de 400 N que se aplica en la sección C. Calcule el factor de diseño resultante si la viga se fabrica de AISI 1340 OQT 1300.
44. Para la viga que se describe en el problema 43, cambie la temperatura de templado del acero para obtener un factor de diseño de 3.0 por lo menos.
45. El cantilever que se ilustra en la figura 5-23 soporta una carga descendente que varía de 300 a 700 lb. Calcule el factor de diseño resultante si la barra se fabrica con acero AISI 1050 HR.
46. Para el cantilever que se describe en el problema 45, aumente el tamaño del radio del chaflán para mejorar el factor de diseño, si es posible, a 3.0 cuando menos.

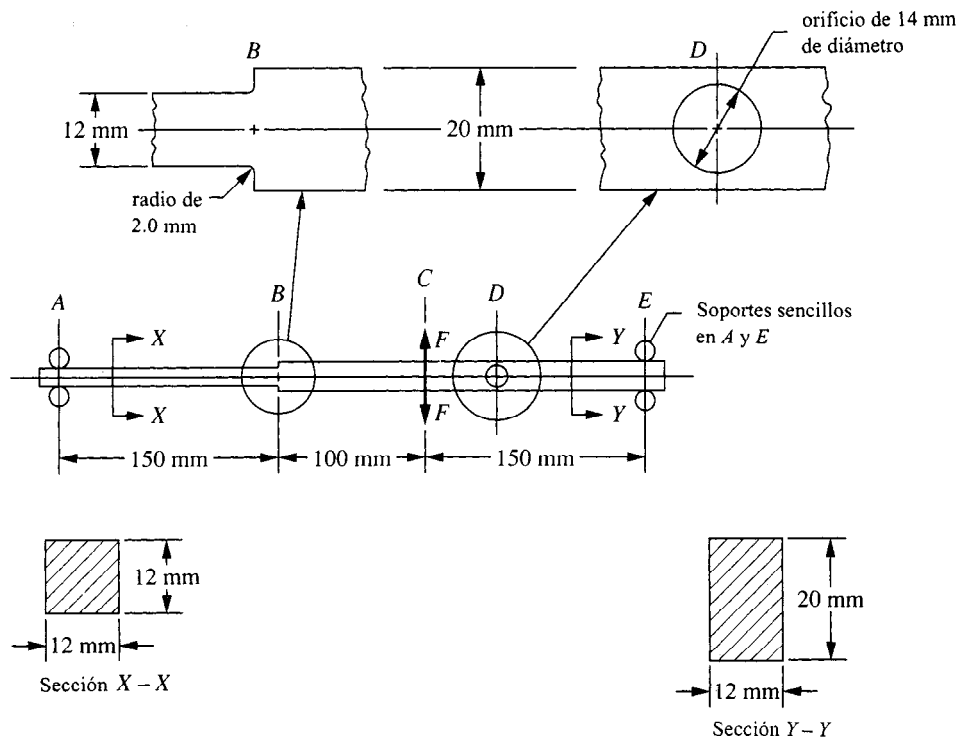


Figura 5-22 Viga para los problemas 43, 44

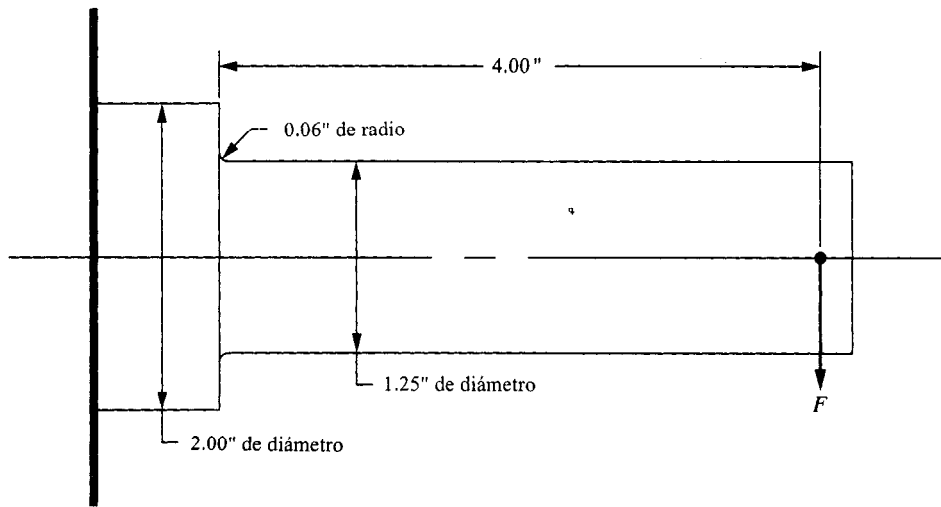


Figura 5-23 Cantilever para los problemas 45, 46, 47

47. Para el cantilever que se describe en el problema 45, especifique un material apropiado para obtener un factor de diseño de 3.0 por lo menos sin modificar la geometría de la viga.
48. La figura 5-24 muestra una flecha o eje giratorio que soporta una carga descendente constante de 100 lb en C. Especifique un material adecuado.

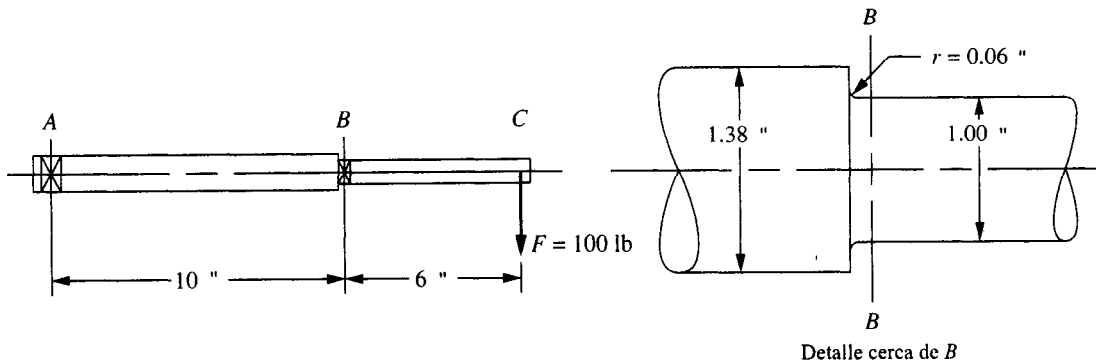


Figura 5-24 Flecha o eje para el problema 48

49. La varilla escalonada que se ilustra en la figura 5-25 está sujeta a una fuerza directa por tracción que varía entre 8,500 y 16,000 lb. Si la varilla se fabrica con acero 1340 OQT 700, calcule el factor de diseño que resulta.

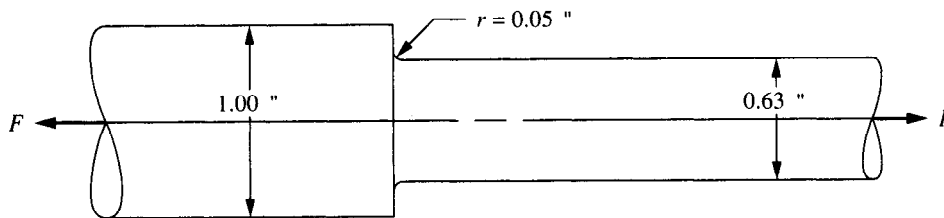
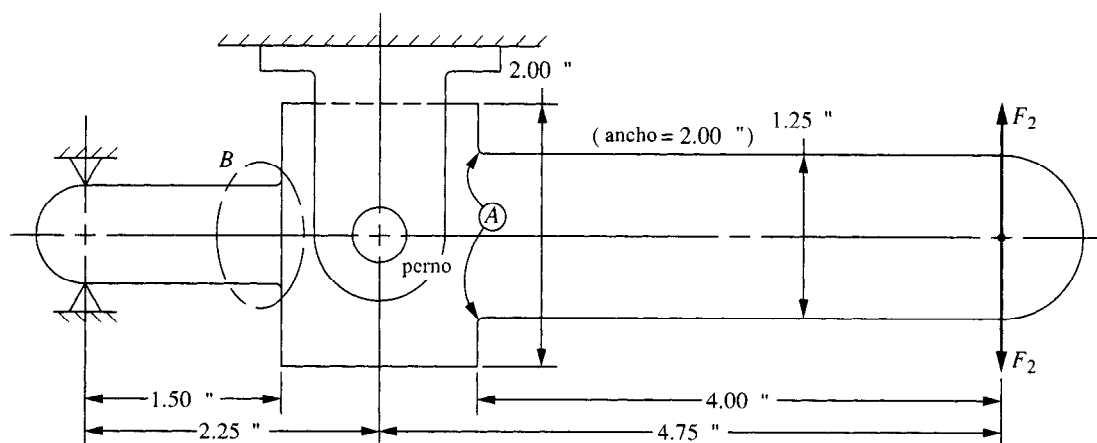


Figura 5-25 Varilla para los problemas 49, 50

50. Para la varilla que se explica en el problema 49, termine un nuevo diseño del que se obtendrá un factor de diseño de, por lo menos, 3.0. Los dos diámetros no pueden modificarse.
51. La viga que se muestra en la figura 5-26 soporta una carga sucesiva, inversa, de 800 lb que se aplica de manera alternada en sentido ascendente y descendente. Si la viga se fabrica de AISI 1144 OQT 1100, Especifique el radio de chaflán mínimo aceptable en A para asegurar un factor de diseño de 3.0.
52. Para la viga descrita en el problema 51, diseñe la sección en B para obtener un factor mínimo de diseño de 3.0. Especifique forma, dimensiones y radio del chaflán donde la pieza más pequeña se une a la sección de  $2.00 \times 2.00$  inches.

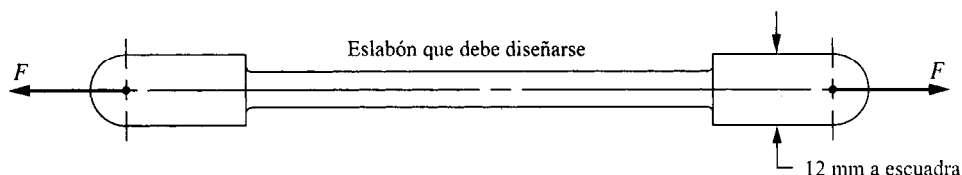


**Figura 5-26** Viga para los problemas 51, 52

## Problemas de diseño

Para cada uno de los problemas subsecuentes termine el diseño que se solicita para obtener un factor mínimo de diseño de 3.0. Especifique forma, dimensiones y material para la pieza que va a diseñarse. Trabaje con intención de obtener un diseño eficiente que sea ligero.

53. El eslabón que se ilustra en la figura 5-27 soporta una carga de 3,000 N que se aplica y se elimina muchas veces. El eslabón se maquina a partir de una barra redonda que tiene 12.0 mm en un lado, de acero AISI 1144 OQT 1100. Los extremos deben permanecer en 12.0 mm a escuadra para facilitar el empalme con las partes que se conectan. Se pretende reducir el tamaño de la parte media del eslabón para aligerar peso. Termine el diseño.



**Figura 5-27** Eslabón para el problema de diseño 53

54. Termine el diseño de la viga que se muestra en la figura 5-28 para que soporte un motor hidráulico de gran tamaño. La viga se conecta a los dos rieles laterales del bastidor de un camión. Debido a las aceleraciones verticales que experimenta el camión, la carga en la viga varía de 1,200 lb en sentido ascendente a 5,000 lb en sentido descendente. La mitad de la carga se aplica a la viga mediante cada pie del motor.

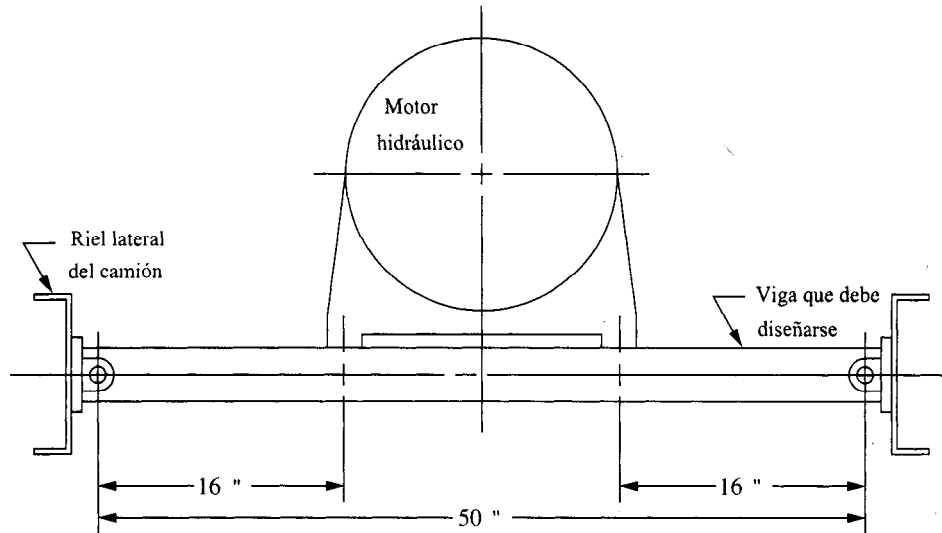


Figura 5-28 Viga para el problema de diseño 54

55. Una pieza que se somete a esfuerzo por tracción en una estructura de armadura se sujeta a una carga que varía entre cero y 6,500 lb a medida que una grúa movable se desplaza a lo largo de la estructura. Diseñe la pieza que se somete a esfuerzo o tensión por tracción.
56. Un gancho de un sistema transportador se proyecta hacia fuera de dos soportes como se ilustra en la figura 5-29. La carga en el extremo del lado derecho varía entre 600 y 1,800 lb. Diseñe el gancho.

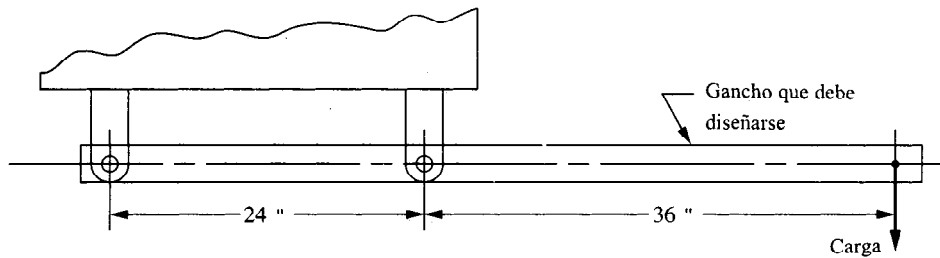


Figura 5-29 Gancho para un sistema de transportador para el problema de diseño 56

57. La figura 5-30 muestra una horquilla o yugo suspendida abajo del travesaño de una grúa por medio de dos varillas. Diseñe el yugo si las cargas se aplican y se liberan en repetidas ocasiones.
58. Para el sistema que se ilustra en la figura 5-30, diseñe las dos varillas verticales si las cargas se aplican y se eliminan innumerables veces.
59. Diseñe las conexiones entre las varillas y el yugo y el travesaño para grúa que se ilustra en la figura 5-30.



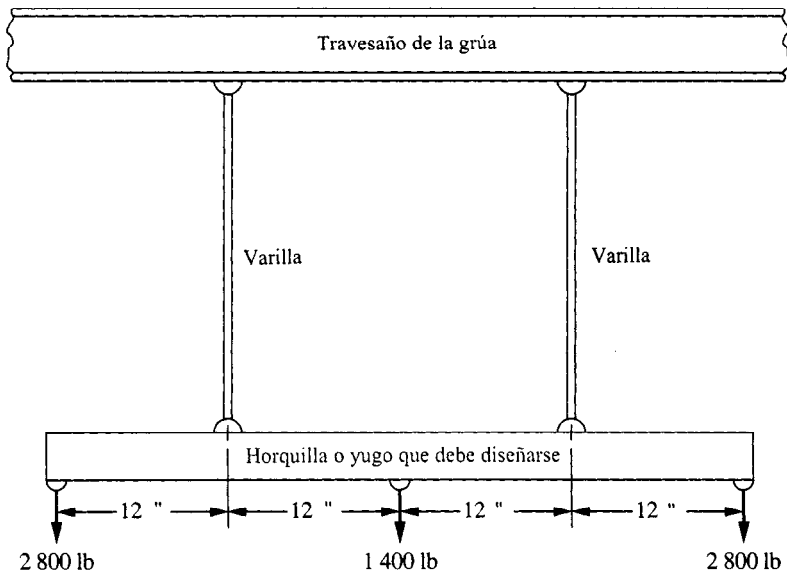


Figura 5-30 Horquilla o yugo para los problemas de diseño 57, 58, 59

---

# 6 Columnas

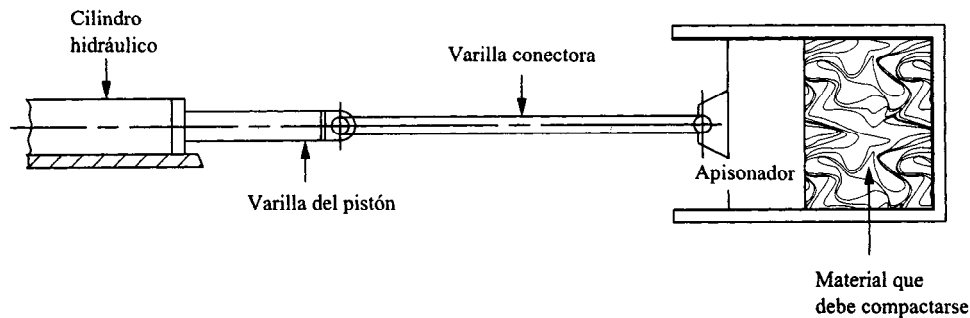
---

- 6-1 Objetivos de este capítulo
  - 6-2 Propiedades de la sección transversal de una columna
  - 6-3 Empotramiento o fijación en un extremo y longitud efectiva
  - 6-4 Razón de delgadez o relación de esbeltez
  - 6-5 Razón de transición de delgadez
  - 6-6 Análisis de columna larga: la fórmula de Euler
  - 6-7 Análisis de columna corta: la fórmula de J. B. Johnson
  - 6-8 Formas eficientes para secciones transversales de columnas
  - 6-9 <sup>a</sup> Diseño de columnas
  - 6-10 Columnas torcidas
  - 6-11 Columnas cargadas en forma excéntrica
  - 6-12 Programa para análisis de columnas
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

Suponga que es integrante de un equipo que se encarga de diseñar un compactador comercial para reducir el volumen de desperdicio de cartón y papel para que pueda ser transportado con facilidad a una planta procesadora. La figura 6-1 es un boceto del ariete hidráulico o apisonador que es impulsado por un cilindro hidráulico bajo la acción de varios miles de libras de presión. La varilla conectora entre el cilindro hidráulico y el apisonador debe diseñarse

como columna porque es un ariete compresor relativamente largo y esbelto. ¿Qué forma debe tener la sección transversal de la varilla conectora? ¿De qué material debe fabricarse? ¿Cómo va a conectarse al apisonador y al cilindro hidráulico? ¿Cuáles son las dimensiones finales que debe tener la varilla? Usted, el diseñador, debe especificar estos factores en su totalidad.



**Figura 6-1** Compactador de papel de desecho

■ ■ ■

### 6-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Una *columna* es una pieza estructural que soporta una carga axial por compresión y tiende a fallar como resultado de inestabilidad elástica, o pandeo, más que por trituración del material. La *inestabilidad elástica* es aquella condición de falla en la que la forma de la columna no es lo suficiente rígida para mantenerla recta bajo la acción de carga. En el punto que se presenta el pandeo, se genera en forma súbita una deflexión drástica del eje de la columna. En consecuencia, si la carga no se reduce, la columna se colapsará. Es evidente que este tipo de falla catastrófica debe evitarse en estructuras y elementos de maquinaria.

Las columnas son, en alguna medida, largas y esbeltas. Si una pieza que se somete a acción de compresión es tan corta que *no* presenta tendencia a pandearse, en el análisis de falla es imperativo recurrir a los métodos que se analizaron en el capítulo 5. Este capítulo presenta varios métodos para analizar y diseñar columnas que sean seguras bajo gran variedad de condiciones de carga.

#### Objetivos específicos

Al concluir el estudio del presente capítulo, el lector será capaz de:

1. Reconocer que las piezas que se someten a acción de compresión, relativamente largas y esbeltas deben analizarse como columnas para prevenir el pandeo.

2. Especificar formas eficientes para la sección transversal de columnas.
3. Calcular el *radio de giro* de la sección transversal de columnas.
4. Especificar un valor adecuado para el *factor de empotramiento o fijación en un extremo, K* y determinar la *longitud efectiva* de una columna.
5. Calcular la *razón de esbeltez o relación de delgadez para columnas*.
6. Seleccionar el método correcto de análisis o diseño para una columna con base en la manera en que se carga, el tipo de apoyo o soporte y magnitud de la razón de esbeltez.
7. Determinar si una columna es *larga o corta* con base en el valor de la razón de esbeltez a comparación de la constante de columna.
8. Utilizar la *fórmula de Euler* para el análisis y diseño de columnas largas.
9. Emplear la fórmula de B. J. Johnson para el análisis y diseño de columnas cortas.
10. Analizar columnas torcidas para determinar la carga permisible.
11. Analizar columnas en las que la carga se aplica con una cantidad mínima de excentricidad para determinar la carga proyectada máxima y la cantidad máxima de deflexión de la línea central de tales columnas bajo la acción de carga.

## 6-2 PROPIEDADES DE LA SECCION TRANSVERSAL DE UNA COLUMNA

La tendencia de una columna a pandearse depende de la forma y las dimensiones de su sección transversal, junto con su longitud y la manera en que se une a piezas o soportes adyacentes. Las propiedades de la sección transversal importantes son:

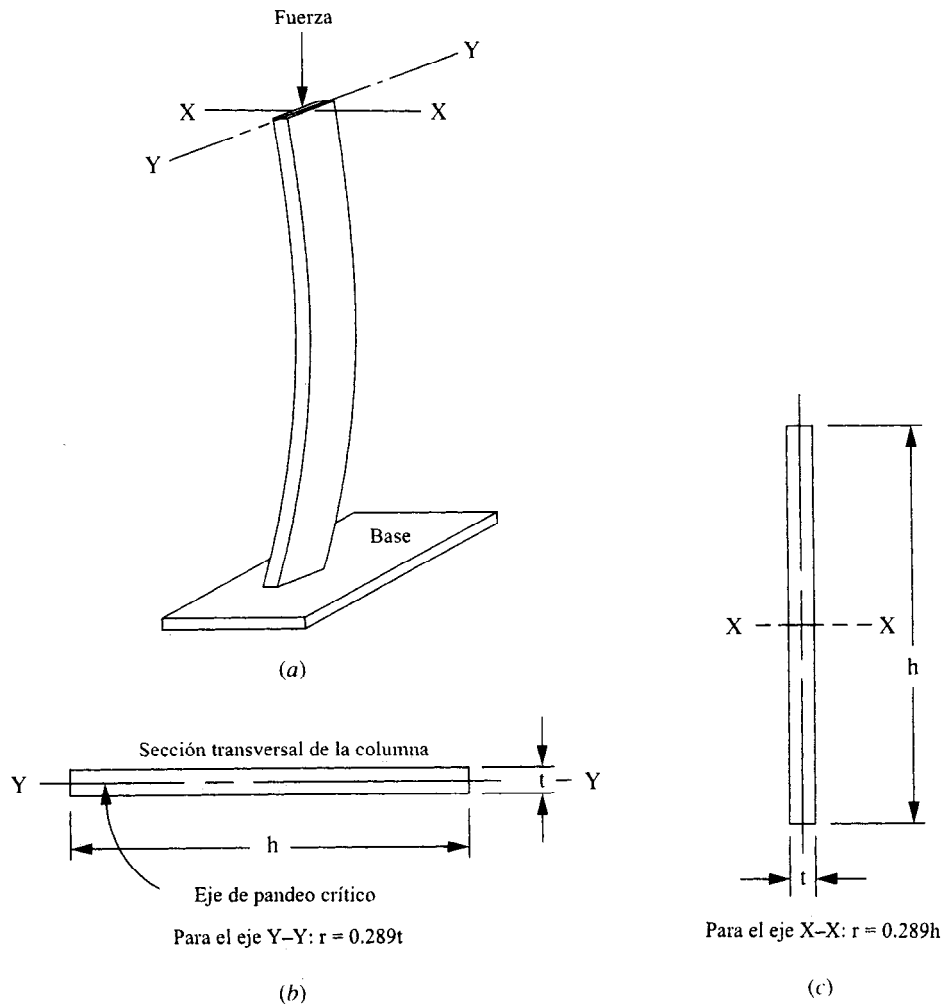
1. El área de la sección transversal,  $A$ .
2. El momento de inercia de la sección transversal,  $I$ , respecto al eje alrededor del cual es mínimo el valor de  $I$ .
3. El valor mínimo del radio de giro de la sección transversal,  $r$ .  
El radio de giro se calcula a partir de,

$$r = \sqrt{I/A} \quad (6-1)$$

Una columna tiende a pandearse alrededor del eje para el cual el radio de giro, al igual que el momento de inercia, son mínimos. La figura 6-2 ilustra un boceto de una columna que tiene una sección transversal rectangular. El eje esperado de pandeo es  $Y-Y$  porque tanto  $I$  como  $r$  son mucho más pequeños para ese eje que para el eje  $X-X$ . El lector puede demostrar este fenómeno al cargar una regla común o un bastón para medir con una carga axial de magnitud suficiente para generar pandeo.

## 6-3 EMPOTRAMIENTO O FIJACION EN UN EXTREMO Y LONGITUD EFECTIVA

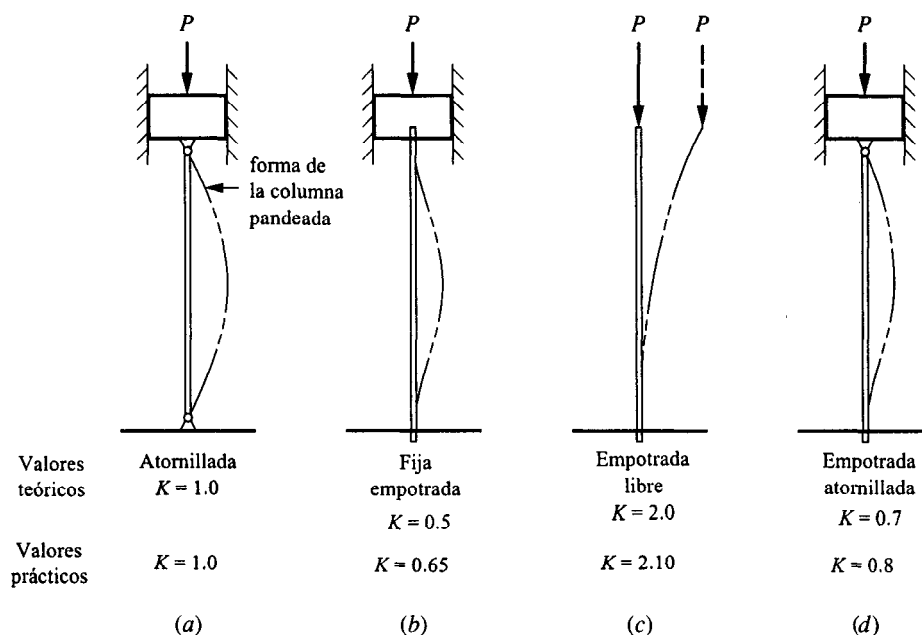
El término *empotramiento o fijación en un extremo* indica la manera en que se apoyan o sostienen los extremos de la columna. La variable más importante es la cantidad de sujeción



**Figura 6-2** Pandeo de una columna delgada, rectangular. (a) Aspecto general de la columna pandeada. (b) Radio de giro para el eje Y-Y. (c) Radio de giro para el eje X-X.

o fijación que se presenta en los extremos de la columna en contra de la tendencia a girar. Las formas de sujeción en los extremos son *atornillada*, *fija* o *libre*.

Una columna con *extremo atornillado* se guía de manera que el extremo no pueda balancearse de un lado a otro, pero no ofrezca resistencia al giro del extremo. La aproximación más precisa del extremo atornillado sería una articulación esférica o de rótula libre de fricción. Una articulación de perno cilíndrico ofrece poca resistencia a lo largo de un eje, pero puede sujetar el eje perpendicular al eje del perno.



**Figura 6-3** Valores de  $K$  para longitud efectiva,  $L_e = KL$ , para diferentes conexiones en los extremos

Un *extremo fijo* es uno que se afianza en su soporte para que no gire. Un ejemplo lo representa una columna cilíndrica que se inserta en un casquillo o una camisa que ajusta con firmeza el cual, a su vez, se sostiene con un soporte rígido. El casquillo o camisa evita cualquier tendencia a girar en el extremo fijo de la columna. El extremo de una columna soldado de manera segura a una placa que forma una base rígida es también una aproximación adecuada a una columna de extremo fijo.

El *extremo libre* puede visualizarse mediante el ejemplo de un mástil. El extremo superior de un mástil no está sujeto y carece de guía, este es el peor caso para carga en columnas.

La manera en que se apoyan o sustentan ambos extremos de la columna afecta la *longitud efectiva* de la columna, que se define como

$$L_e = KL \quad (6-2)$$

donde  $L$  es la longitud real de la columna entre los soportes y  $K$  es una constante que depende de la fijación de los extremos, como se ilustra en la figura 6-3.

Los primeros valores que se proporcionan para  $K$  son valores teóricos con base en la forma de la columna deflexionada. Los valores a que se hace mención en segundo lugar consideran la fijación esperada de los extremos de la columna en estructuras reales, prácticas. Resulta en particular difícil lograr una columna real con los extremos fijos debido a la falta de rigidez completa en el soporte o los medios con que se une. Por tanto, es recomendable disponer de una valor máximo de  $K$ .

#### 6-4 RAZON DE DELGADEZ O RELACION DE ESBELTEZ

La *razón de delgadez* es la relación de la longitud efectiva de la columna con su radio de giro mínimo. Esto es,

$$\text{Razón de delgadez} = L_e/r_{\min} = KL/r_{\min} \quad (6-3)$$

Utilizaremos la razón de delgadez para que contribuya en la selección del método para realizar el análisis de columnas rectas, que se cargan en el centro.

#### 6-5 RAZON DE TRANSICION DE DELGADEZ

A lo largo de las secciones siguientes, se hace una exposición de dos métodos para analizar columnas rectas que se cargan en el centro: la fórmula de Euler para columnas largas, esbeltas o delgadas; y la fórmula de J. B. Johnson para columnas cortas.

La decisión en cuanto a cuál método utilizar depende del valor de la razón real de delgadez para la columna objeto de análisis en relación con la *razón de transición de delgadez*, o *constante de columna*,  $C_c$ , que se define como

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{S_y}} \quad (6-4)$$

donde  $E$  es el coeficiente o módulo de elasticidad del material con que está hecha la columna y  $S_y$  es la resistencia a punto cedente del material.

El uso de la constante de columna se ilustra en el procedimiento siguiente para analizar columnas rectas que se cargan en el centro.

1. Para la columna en particular, calcule su razón real de delgadez.
2. Calcule el valor de  $C_c$ .
3. Compare  $C_c$  con  $KL/r$ . Porque  $C_c$  representa el valor de la razón de delgadez que separa una columna larga de una corta, el resultado de la comparación indica qué tipo de análisis debe utilizarse.
4. Si  $KL/r$  real es mayor que  $C_c$ , la columna es larga. Utilice la ecuación de Euler como se describe en la sección 6-6.
5. Si  $KL/r$  es menor que  $C_c$ , la columna es *corta*. Utilice la fórmula de J. B. Johnson, que se describe en la sección 6-7.

La figura 6-4 es un diagrama de flujo lógico para este procedimiento.

El valor de la constante de columna, o razón de transición de delgadez, depende de las propiedades del material en cuanto a coeficiente o módulo de elasticidad y resistencia a punto cedente. Para cualquier tipo de material en particular, por ejemplo acero, el coeficiente de elasticidad es casi constante. Por consiguiente, el valor de  $C_c$  varía en forma inversa como la raíz cuadrada de la resistencia a punto cedente. Las figuras 6-5 y 6-6 muestran los valores resultante para acero y aluminio, respectivamente, para el rango de resistencias a punto cedente que se espera respecto a cada material. Las figuras muestran que los valores de  $C_c$  disminuyen conforme

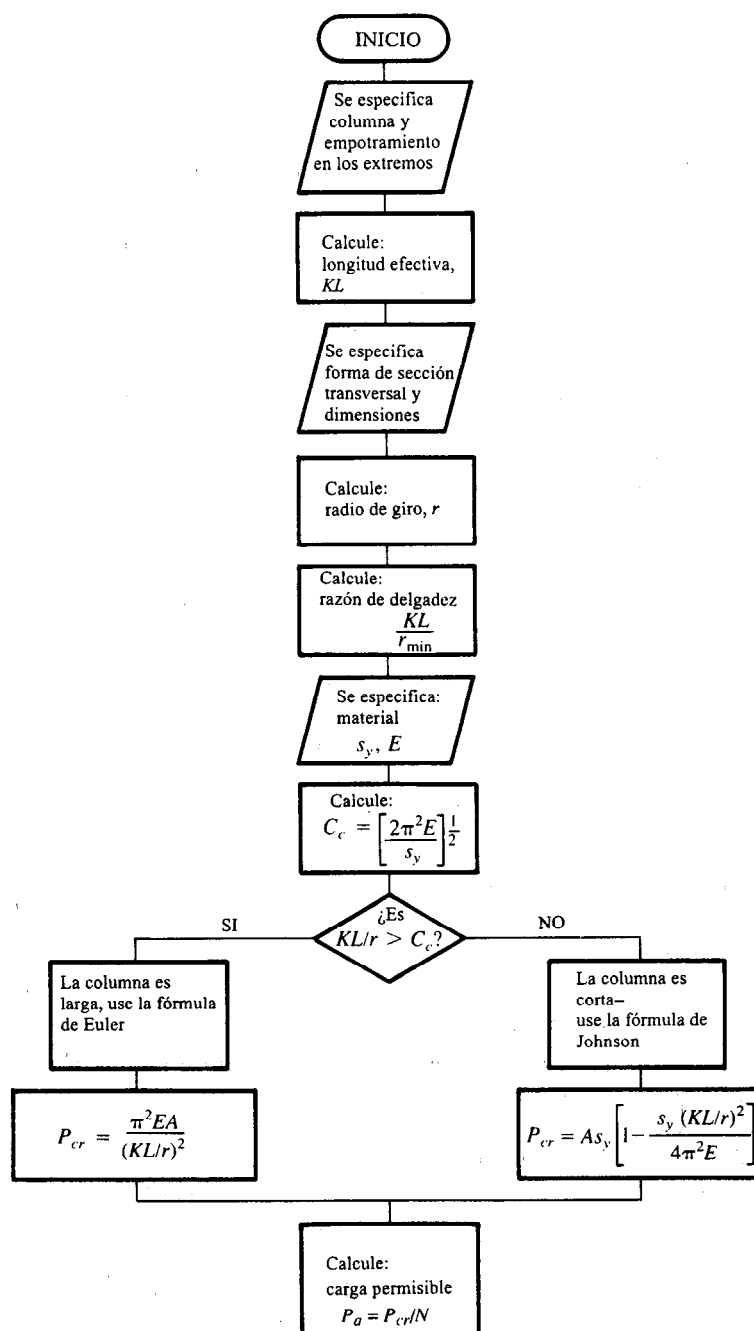
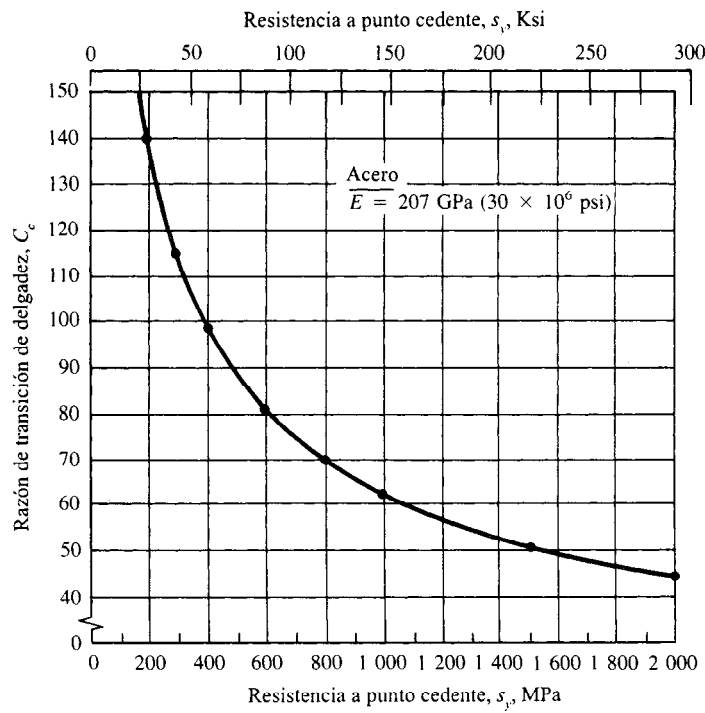
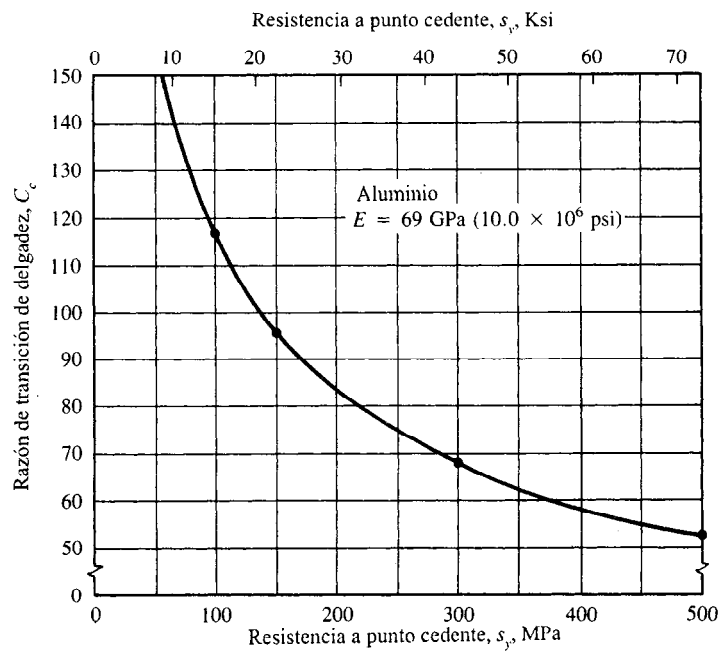


Figura 6-4 Análisis de una columna recta que se carga en el centro





**Figura 6-5** Razón de transición de delgadez  $C_c$  contra resistencia a punto cedente para acero



**Figura 6-6** Razón de transición de delgadez  $C_c$  contra resistencia a punto cedente para aluminio

se incrementan la resistencia a punto cedente. La importancia de esta observación se analiza en la sección siguiente.

## 6-6 ANALISIS DE COLUMNA LARGA: LA FORMULA DE EULER

En el análisis de una columna larga se emplea la fórmula de Euler,

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{(KL/r)^2} \quad (6-5)$$

De la ecuación se obtiene la carga crítica,  $P_{cr}$  a la cual la columna empezará a pandearse.

Con frecuencia, es deseable contar con una forma alternativa de la fórmula de Euler. Observe que a partir de la ecuación (6-5),

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 EA}{(KL)^2/r^2} = \frac{\pi^2 EA r^2}{(KL)^2}$$

No obstante, a partir del radio de giro,  $r$ ,

$$r = \sqrt{I/A}$$

$$r^2 = I/A$$

Así,

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{(KL)^2} \frac{I}{A} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (6-6)$$

Esta forma de la fórmula de Euler, es útil en un problema de diseño en que el objetivo consiste en especificar un tamaño y una forma de la sección transversal de una columna para que soporte una carga. El momento de inercia para la sección transversal que se requiere puede determinarse con facilidad a partir de la ecuación (6-6).

Observe que la carga que genera pandeo depende sólo de la geometría (longitud y sección transversal) de la columna y de la rigidez del material representado por el coeficiente de elasticidad. La resistencia del material no interviene en absoluto. Por estos motivos con frecuencia no resulta benéfico especificar un material de alta resistencia en una aplicación de columna larga. Un material cuya resistencia es menor y tiene la misma rigidez,  $E$ , ofrecerá el mismo rendimiento.

Como se proyectó que la falla se presentará a una carga límite, más que a una tensión o esfuerzo, el concepto de un factor de diseño se aplica en forma distinta a la que se aplica para la mayor parte de los miembros que soportan carga. En vez de aplicar el factor de diseño a la resistencia a punto cedente o resistencia máxima del material, se aplica a la carga crítica, a partir de las ecuaciones (6-5) o (6-6). Para aplicaciones de diseño típicas de máquinas, se utiliza un

factor de diseño de 3. Para columnas fijas en los extremos con cargas conocidas, puede utilizarse un factor más bajo, como 2.0. En algunas aplicaciones de construcción se emplea 1.92 como factor. Por el contrario, para columnas muy largas, donde existe cierta incertidumbre en cuanto a las cargas o la fijación en los extremos, o en las que se presentan riesgos particulares se sugiere utilizar factores más grandes.

En resumen, el objetivo del análisis y diseño de columnas es verificar que la carga que se le aplica es segura, por abajo de la carga crítica que origina pandeo. Es necesario comprender las definiciones de los términos siguientes.

$P_{cr}$  = carga crítica que origina pandeo

$P_a$  = carga permisible o tolerable

$P$  = carga real que se aplica

$N$  = factor de diseño

Así,

$$P_a = P_{cr}/N$$

La carga real que se aplica,  $P$ , debe ser menor que  $P_a$ .

**Problema ilustrativo 6-1.** Una columna tiene una sección transversal circular cuyo diámetro es 1.25", su longitud es 4.50 pies y está atornillada en ambos extremos. Se fabricó con acero AISI 1020 CD, ¿cuál sería una carga segura en la columna?

**Solución.** Seguiremos el procedimiento que se describe en la figura 6-4.

1. Para la columna que se atornilla en los extremos, el factor de fijación en los extremos es  $K = 1.0$ . La longitud efectiva es igual a la longitud real.  $KL = 4.50$  pies = 54.0".
2. A partir del apéndice A-1, para una sección redonda sólida,

$$r = D/4 = 1.25/4 = 0.3125 \text{ "}$$

3. Calcule la razón de delgadez:

$$\frac{KL}{r} = \frac{1.0(54)}{0.3125} = 173$$

4. Calcule la constante de columna a partir de la ecuación (6-4). Para el acero AISI 1020 CD, la resistencia a punto cedente es 51,000 psi y el coeficiente de elasticidad es  $30 \times 10^6$ . Por consiguiente,

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{s_y}} = \sqrt{\frac{2\pi^2 (30 \times 10^6)}{51\,000}} = 108$$

5. Como  $KL/r$  es mayor que  $C_c$ , la columna es larga y debe utilizarse la fórmula de Euler. El área es

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (1.25)^2}{4} = 1.23 \text{ pulg}^2$$

Entonces, la carga crítica resulta ser

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 (30 \times 10^6) (1.23)}{(173)^2} = 12\,200 \text{ lb}$$

A esta carga debe empezar a pandearse la columna. Una carga segura sería un valor reducido, que se encuentra al aplicar el factor de diseño a la carga crítica. Utilicemos  $N = 3$  para calcular la carga permisible,  $P_a = P_{cr}/N$ :

$$P_a = (12\,200)/3 = 4\,067 \text{ lb}$$

## 6-7 ANALISIS DE COLUMNA CORTA: LA FORMULA DE J. B. JOHNSON

Cuando la razón de delgadez real de una columna,  $KL/r$ , es menor que el valor de transición,  $C_c$ , entonces la columna es corta y debe utilizarse la fórmula de J. B. Johnson.

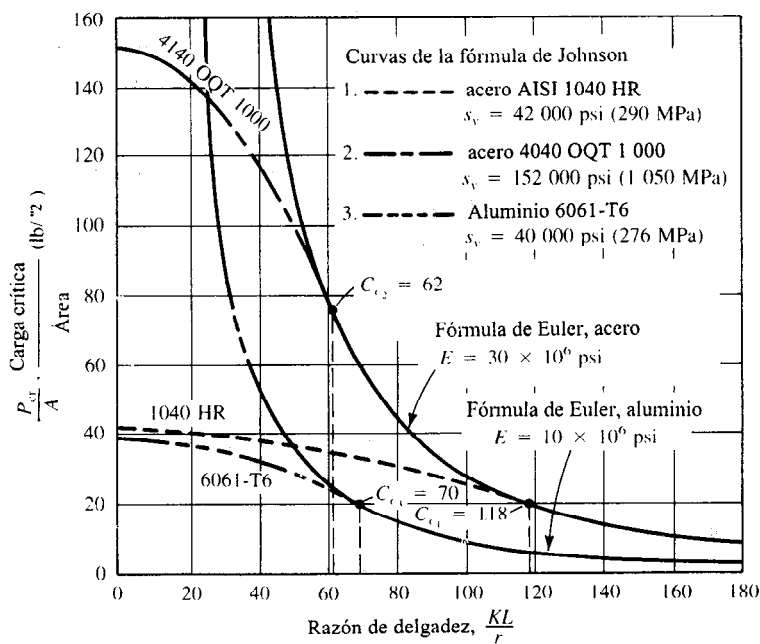


Figura 6-7 Curvas de la fórmula de Johnson

El uso de la fórmula de Euler en este rango proyectará una carga crítica más grande de lo que es en realidad.

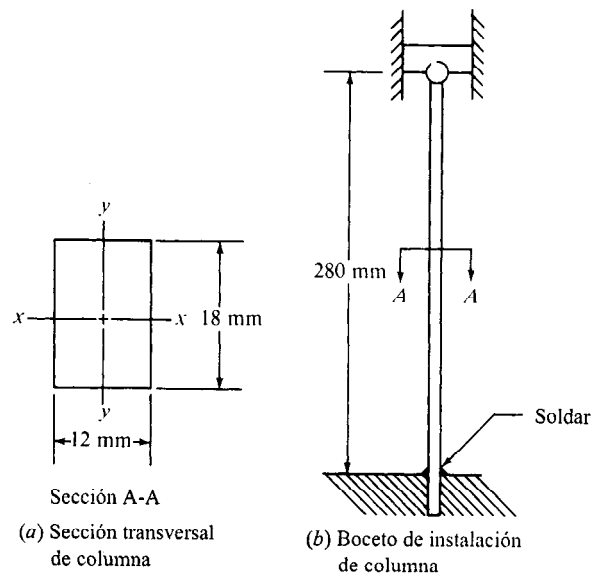
La fórmula de J. B. Johnson se escribe de la manera siguiente:

$$P_{cr} = A s_y \left[ 1 - \frac{s_y (KL/r)^2}{4\pi^2 E} \right] \quad (6-7)$$

La figura 6-7 muestra una gráfica de los resultados de esta ecuación como función de la razón de delgadez,  $KL/r$ . Observe que se convierte en tangente al resultado de la fórmula de Euler en la razón de transición de delgadez, el límite de esta aplicación. También, a valores muy bajos para la razón de delgadez, el segundo término de la ecuación se aproxima a cero y la carga crítica se aproxima a la carga de punto cedente. En las figuras se incluyen curvas para tres materiales distintos para ilustrar el efecto de  $E$  y  $s_y$  en la carga crítica y la razón de transición de delgadez.

La carga crítica para una columna corta se ve afectada por la resistencia del material además de su rigidez,  $E$ . Como se muestra en la sección anterior, la resistencia no es un factor para una columna muy larga cuando se utiliza la fórmula de Euler.

**Problema ilustrativo 6-2.** Determine la carga crítica en una columna de acero que tiene una sección transversal rectangular de 12 mm por 18 mm y 280 mm de longitud. Se pretende utilizar acero AISI 1040 HR. El extremo inferior de la columna se inserta en una articulación muy ajustada y se suelda con seguridad. El extremo superior se atornilla (véase figura 6-8).



**Figura 6-8** Columna para el problema ilustrativo 6-2

**Solución.**

1. Calcule la razón de delgadez. El radio de giro debe calcularse alrededor del eje que da el valor menor. Este es el eje  $Y-Y$ , para el cual

$$r = \frac{B}{\sqrt{12}} = \frac{12 \text{ mm}}{\sqrt{12}} = 3.46 \text{ mm}$$

La columna tiene empotramiento en los extremos fijados con tornillos para lo cual  $K = 0.8$ . En consecuencia,

$$KL/r = [(0.8)(280)]/3.46 = 64.7$$

2. Calcule la razón de transición de delgadez. Para el acero AISI 1040 HR,  $E = 207 \text{ GPa}$  y  $s_y = 290 \text{ MPa}$ . Por consiguiente, a partir de la ecuación (6-4),

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2(207 \times 10^9 \text{ Pa})}{290 \times 10^6 \text{ Pa}}} = 119$$

3. Así,  $KL/r < C_c$ ; la columna es corta. Utilice la fórmula de J. B. Johnson para calcular la carga crítica:

$$P_{cr} = A s_y \left[ 1 - \frac{s_y (KL/r)^2}{4\pi^2 E} \right] \quad (6-7)$$

$$P_{cr} = (216 \text{ mm}^2)(290 \text{ N/mm}^2) \left[ 1 - \frac{(290 \times 10^6 \text{ Pa})(64.7)^2}{4\pi^2(207 \times 10^9 \text{ Pa})} \right]$$

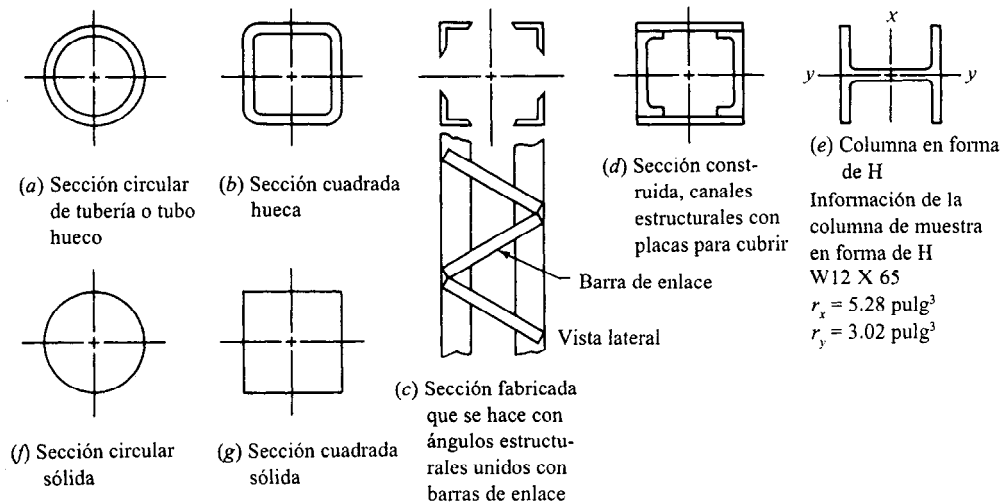
$$P_{cr} = 53.3 \times 10^3 \text{ N} = 53.3 \text{ kN}$$

Esta es la carga que genera pandeo. Deberá aplicarse un factor de diseño para determinar la carga permisible.

## 6-8 FORMAS EFICIENTES PARA SECCIONES TRANSVERSALES DE COLUMNAS

Una *forma eficiente* es una que proporciona buen rendimiento con poca cantidad de material. En el caso de las columnas, la forma de la sección transversal y sus dimensiones determinan el valor del radio de giro,  $r$ . A partir de la definición de razón de delgadez,  $KL/r$ , se puede observar que a medida que  $r$  se hace más grande, se hace más pequeña la razón de delgadez. En las ecuaciones de carga crítica, una razón de delgadez menor da por resultado una carga crítica más grande, la situación más deseable. Por tanto, es deseable minimizar el radio de giro para diseñar una sección transversal de columna eficiente.

A menos que el empotramiento en los extremos varíe respecto a los ejes de la sección transversal, la columna tenderá a pandearse respecto al eje con el radio de giro *más pequeño*. Por tanto, es deseable una columna con valores iguales para el radio de giro en cualquier sentido.



**Figura 6-9 Secciones transversales de columnas**

Repase de nuevo la definición de radio de giro:

$$r = \sqrt{I/A}$$

Esto indica que para un área determinada de material debemos tratar de maximizar el momento de inercia para maximizar el radio de giro. Una forma con un momento de inercia alto, tiene su área distribuida lejos de su eje centroidal.

Las formas que tienen las características deseables que se describen incluyen tuberías y tubos circulares huecos, tubería cuadrada hueca y secciones fabricadas de columnas que se fabrican a partir de formas estructurales colocadas en los límites externos de la sección. Las secciones circulares sólidas y las secciones cuadradas sólidas también son buenas, si bien no tan eficientes como las secciones huecas. La figura 6-9 ilustra algunas de estas formas. En el caso de la sección en la figura 6-9(c) las secciones en ángulo de las esquinas aportan la mayor contribución al momento de inercia. Las barras de enlace sólo sostienen los ángulos en su posición. La sección construida que se presenta en (d) da una sección rígida con forma similar a una caja que se aproxima al tubo cuadrado hueco de tamaño más grande. La columna en forma de H (e) tiene igual profundidad y ancho así como rebordes relativamente anchos y alma o armadura. El momento de inercia respecto al eje Y-Y es aún más pequeño que para el eje X-X pero son casi iguales, en mayor medida, que para la mayor parte de las otras secciones en forma de I diseñadas para utilizarse como vigas con flexión en un solo sentido. Por tanto, esta forma será más deseable para columnas.

## 6-9 DISEÑO DE COLUMNAS

En una situación de diseño, la carga que se espera en la columna se conocerá junto con la longitud que se requiere en la aplicación. Así, el diseñador especificará lo que se menciona a continuación:

1. La manera en que se conectarán los extremos a la estructura la cual afecta el empotramiento de los extremos.
2. La forma general de la sección transversal de la columna (por ejemplo, tubo redondo, cuadrado, rectangular y hueco).
3. El material para la columna.
4. El factor de diseño, considerando la aplicación.
5. Las dimensiones finales para la columna.

Tal vez se desee proponer y analizar varios diseños distintos para aproximarse al óptimo para la aplicación. Un programa de computación facilita el proceso.

Se supone que los incisos 1 al 4 son especificados por el diseñador para cualquier prueba en particular. Para algunas formas simples, como la sección sólida redonda o cuadrada, las dimensiones finales se calculan a partir de la fórmula apropiada: la fórmula de Euler, ecuación (6-5) o (6-6); o la fórmula de J. B. Johnson, ecuación (6-7). Si no es posible una solución algebraica, habrá que recurrir a la iteración.

En una situación de diseño, el desconocimiento de las dimensiones de las secciones transversales hace que sea imposible calcular el radio de giro y, en consecuencia, la razón de delgadez,  $KL/r$ . Sin la razón de delgadez, no puede determinarse si la columna es larga (de Euler) o corta (de Johnson). Por tanto, se desconoce la fórmula indicada que debe utilizarse.

Esta dificultad se supera al suponer que la columna es corta o larga y proceder con la fórmula correspondiente. Así, después que se determinan las dimensiones para la sección transversal, se calculará el valor real de  $KL/r$  y se comparará con  $C_c$ . Esto demostrará si se ha utilizado o no la fórmula correcta. En caso afirmativo, la respuesta es correcta. De lo contrario, debe utilizarse la fórmula alternativa y repetirse el cálculo para determinar nuevas dimensiones. La figura 6-10 muestra un diagrama de flujo para el diseño lógico que se describe aquí.

### Diseño: se supone una columna larga

Si se supone que la columna es larga, se emplea la fórmula de Euler. La ecuación (6-6) será la forma más conveniente porque puede despejarse para el momento de inercia,  $I$ :

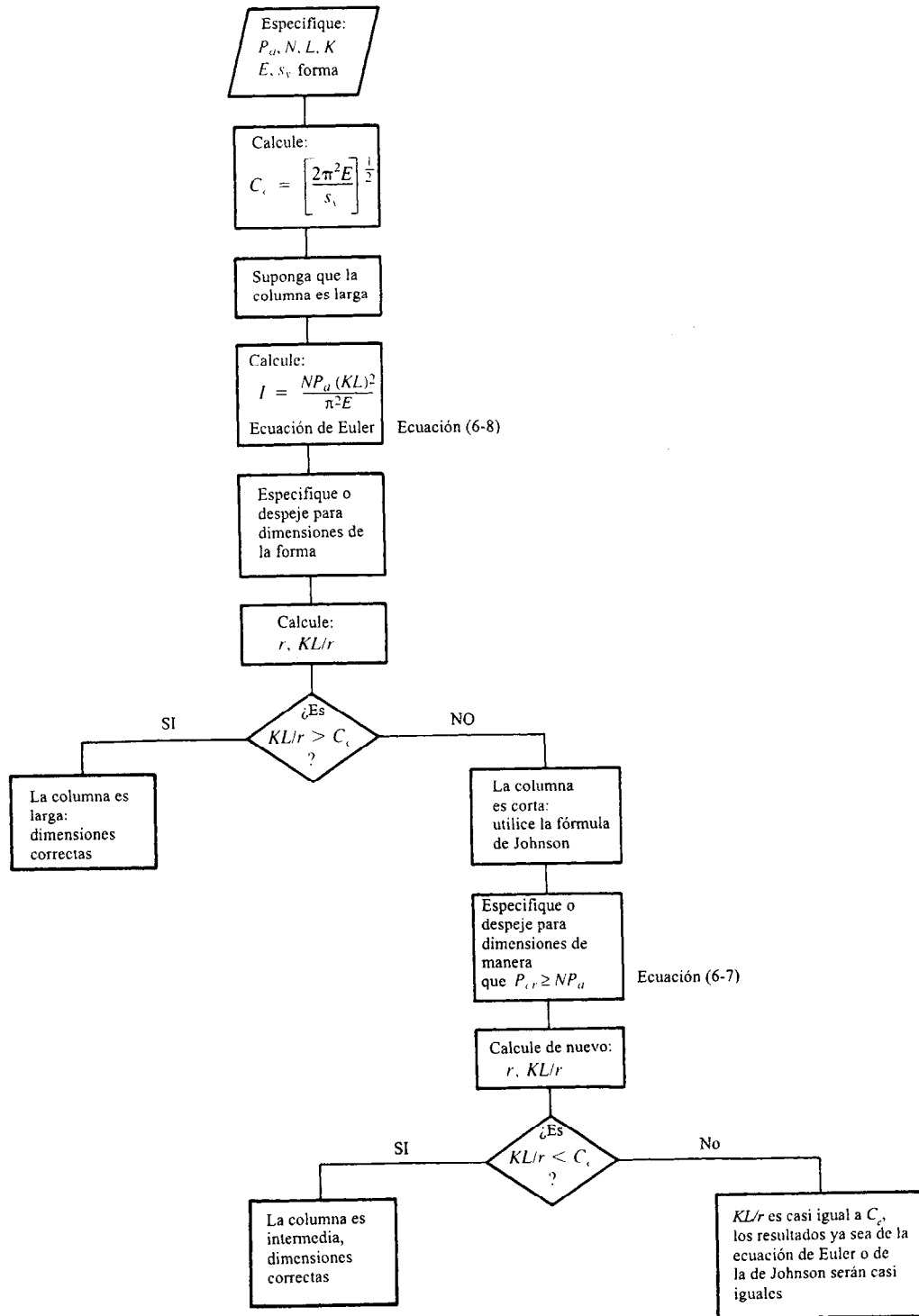
$$I = \frac{P_{cr}(KL)^2}{\pi^2 E} = \frac{NP_a(KL)^2}{\pi^2 E} \quad (6-8)$$

donde  $P_a$  es la carga tolerable o permisible, que por lo general se establece como igual a la carga máxima real que se espera. Si se tiene el valor que se requiere para  $I$ , las dimensiones para la forma pueden determinarse mediante cálculos adicionales o revisando tablas de información relativa a propiedades de secciones disponibles en el mercado.

La sección circular es una para la cual es posible obtener una ecuación final para la dimensión característica, el diámetro. El momento de inercia es

$$I = \frac{\pi D^4}{64}$$





Al sustituir esto en la ecuación (6-8) se obtiene

$$I = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{NP_a(KL)^2}{\pi^2 E}$$

Al despejar para  $D$ ,

$$D = \left[ \frac{64NP_a(KL)^2}{\pi^3 E} \right]^{1/4} \quad (6-9)$$

### Diseño: se supone una columna corta

La fórmula de J. B. Johnson se utiliza para analizar una columna corta. Es difícil derivar una forma conveniente para utilizarla en diseño. En consecuencia, para el caso general se recurre a la prueba de ensayo y error.

Para algunos casos especiales, incluso el de la sección circular, es posible despejar la fórmula de Johnson para la dimensión característica: el diámetro:

$$P_{cr} = A s_y \left[ 1 - \frac{s_y(KL/r)^2}{4\pi^2 E} \right] \quad (6-7)$$

No obstante

$$A = \pi D^2/4$$

$$r = D/4 \quad (\text{Del apéndice A-1})$$

$$P_{cr} = NP_a$$

En consecuencia

$$NP_a = \frac{\pi D^2}{4} s_y \left[ 1 - \frac{s_y(KL)^2}{4\pi^2 E(D/4)^2} \right]$$

$$\frac{4NP_a}{\pi s_y} = D^2 \left[ 1 - \frac{s_y(KL)^2(16)}{4\pi^2 E D^2} \right]$$

Al despejar para  $D$  se obtiene

$$D = \left[ \frac{4NP_a}{\pi s_y} + \frac{4s_y(KL)^2}{\pi^2 E} \right]^{1/2} \quad (6-10)$$

**Problema ilustrativo 6-3.** Determine el radio que se requiere de una sección circular sólida para un eslabón de una máquina si debe soportar 9,800 lb de carga axial por compresión. La longitud será 25" y los extremos se atornillarán. Utilice un factor de 3.

**Solución.** Utilizando la lógica que se muestra en la figura 6-10, supóngase que el eslabón se comportará como una columna larga. Así, a partir de la ecuación (6-9)

$$D = \left[ \frac{64NP_a(KL)^2}{\pi^3 E} \right]^{1/4} = \left[ \frac{64(3)(9\,800)(25)^2}{\pi^3(30 \times 10^6)} \right]^{1/4}$$

$$D = 1.06 \text{ "}$$

Ahora, se puede encontrar el radio de giro:

$$r = D/4 = 1.06/4 = 0.265 \text{ "}$$

La razón de delgadez es

$$KL/r = [(1.0)(25)]/0.265 = 94.3$$

Para el acero AISI 1020 rolando en caliente,  $s_y = 30,000$  psi. La gráfica de la figura 6-5 muestra que  $C_c$  es 138 aproximadamente. Por tanto, la  $KL/r$  real es menor que el valor de transición, y la columna debe diseñarse de nuevo como una columna corta, utilizando la ecuación (6-10) que se deriva de la fórmula de Johnson:

$$D = \left[ \frac{4NP_a}{\pi s_y} + \frac{4s_y(KL)^2}{\pi^2 E} \right]^{1/2} \quad (6-10)$$

$$D = \left[ \frac{4(3)(9\,800)}{(\pi)(30\,000)} + \frac{4(30\,000)(25)^2}{\pi^2(30 \times 10^6)} \right]^{1/2} = 1.23 \text{ "}$$

Al verificar de nuevo la razón de delgadez

$$KL/r = [(1.0)(25)]/(1.23/4) = 81.3$$

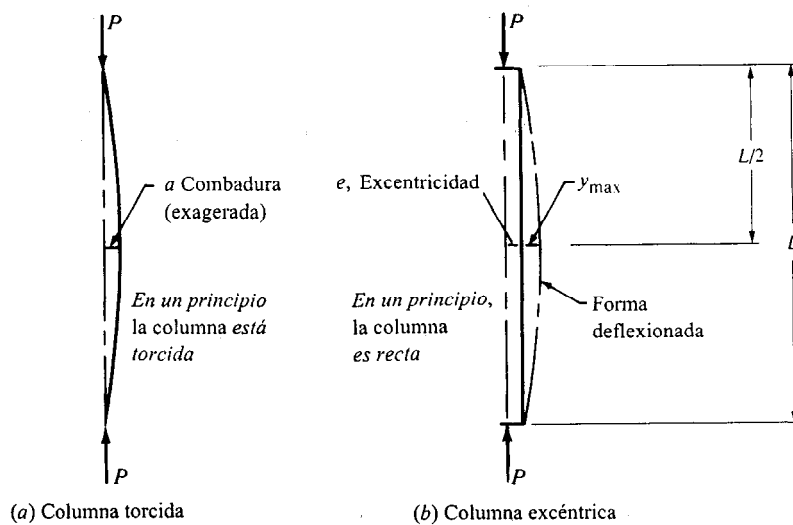
Esto aún es menor que el valor de transición, en consecuencia el análisis que se llevó a cabo es aceptable.

## 6-10 COLUMNAS TORCIDAS

Las fórmulas de Euler y de J. B. Johnson suponen que la columna es recta y que la carga ejerce acción en línea con el centroide de la sección transversal de la columna. Si la columna está, en alguna medida, torcida, se presenta flexión además de la acción de columna (véase figura 6-11).

La fórmula para la columna torcida tolera que se considere un torcimiento inicial,  $a$  [7]:

$$P_a^2 - \frac{1}{N} \left[ s_y A + \left( 1 + \frac{ac}{r^2} \right) P_{cr} \right] P_a + \frac{s_y A P_{cr}}{N^2} = 0 \quad (6-11)$$



**Figura 6-11** Ilustración de columnas excéntrica y torcida

En esta fórmula,  $c$  es la distancia respecto al eje neutral de la sección transversal alrededor del cual se presenta flexión hacia su borde exterior.  $P_{cr}$  se define como la carga crítica que se encuentra a partir de la fórmula de Euler. Aunque esta fórmula se puede hacer cada vez menos precisa para columnas cortas, no es correcto cambiar a la fórmula de Johnson ya que es para columnas rectas.

La fórmula de columna torcida es cuadrática respecto a la carga permisible  $P_a$ . Al evaluar todos los términos constantes en la ecuación (6-11) se produce una ecuación de la forma

$$P_a^2 + C_1 P_a + C_2 = 0$$

Así, a partir de la solución para una ecuación cuadrática

$$P_a = 0.5[-C_1 - \sqrt{C_1^2 - 4C_2}]$$

Se selecciona la más pequeña de las dos soluciones posibles.

**Problema ilustrativo 6-4.** Una columna tiene ambos extremos atornillados y su longitud es 32". Tiene una sección circular cuyo diámetro es 0.75" y un torcimiento inicial de 0.125". El material es AISI 1040 rolado en caliente. Calcule la carga permisible para un factor de diseño de 3.

**Solución.** Procedamos a evaluar todos los factores en la ecuación (6-11):

$$A = \pi D^2/4 = (\pi)(0.75)^2/4 = 0.442 \text{ pulg}^2$$

$$r = D/4 = 0.75/4 = 0.188 \text{ "}$$

$$c = D/2 = 0.75/2 = 0.375 \text{ "}$$

$$KL/r = [(1.0)(32)]/0.188 = 171$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 (30\,000\,000)(0.442)}{(171)^2} = 4\,476 \text{ lb}$$

$$C_1 = -9\,649$$

$$C_2 = 9.232 \times 10^6$$

Por tanto, la ecuación cuadrática es

$$P_a^2 - 9\,649P_a + 9.232 \times 10^6 = 0$$

A partir de esto,  $P_a = 1,077 \text{ lb}$  es la carga permisible.

## 6-11 COLUMNAS CARGADAS EN FORMA EXCENTRICA

Una *carga excéntrica* es aquella que se aplica lejos del eje centroidal de la sección transversal de la columna como ilustra la figura 6-11. Una carga como esa ejerce flexión además de la acción de columna que resulta en la forma deflexionada que se muestra en la figura. La tensión o esfuerzo máximo en la columna deflexionada se presenta en las fibras que están más hacia fuera de la sección transversal en el punto medio de la columna en el que se genera la deflexión máxima,  $y_{\max}$ . Denotemos la flexión en este punto como,  $\sigma_{L/2}$ . Entonces, para cualquier carga aplicada,  $P$ ,

$$\sigma_{L/2} = \frac{P}{A} \left[ 1 + \frac{ec}{r^2} \sec \left( \frac{L_e}{2r} \sqrt{\frac{P}{AE}} \right) \right] \quad (6-12)$$

Observe que esta tensión o esfuerzo *no* es directamente proporcional a la carga. Cuando se evalúa la secante en esta fórmula, observe que su argumento dentro del paréntesis está en *radianes*. También, como la mayor parte de las calculadoras no disponen de la función de secante, recuerde que la secante es igual a  $1/\text{coseno}$ .

Para fines de diseño, es pertinente especificar un factor de diseño,  $N$ , que se puede aplicar a la *carga que genera falla* similar a la que se definió para columnas rectas que se cargan en el centro. Sin embargo, en este caso, la carga se proyecta cuando la tensión máxima en la columna

excede a la resistencia a punto cedente del material. Definamos ahora un término nuevo,  $P_y$ , que será la carga que se aplica a la columna cargada en forma excéntrica cuando la tensión máxima es igual a la resistencia a punto cedente. Así, la ecuación (6-12) se convierte en

$$s_y = \frac{P_y}{A} \left[ 1 + \frac{ec}{r^2} \sec \left( \frac{L_e}{2r} \sqrt{\frac{P_y}{AE}} \right) \right]$$

Ahora, si definimos la *carga tolerable o permisible* como

$$P_a = P_y/N$$

o

$$P_y = NP_a$$

esta ecuación se convierte en

$$s_y = \frac{NP_a}{A} \left[ 1 + \frac{ec}{r^2} \sec \left( \frac{L_e}{2r} \sqrt{\frac{NP_a}{AE}} \right) \right]$$

Por último, introducimos el concepto de *tensión de diseño* en el que

$$\sigma_d = s_y/N$$

La ecuación de diseño para columnas que se cargan de manera excéntrica en el centro

$$\sigma_d = s_y/N = \frac{P_a}{A} \left[ 1 + \frac{ec}{r^2} \sec \left( \frac{L_e}{2r} \sqrt{\frac{NP_a}{AE}} \right) \right] \quad (6-13)$$

Esta ecuación no se puede despejar para  $N$  ni para  $P_a$ . Por tanto, se requiere una solución iterativa.

Otro factor crítico puede ser la cantidad de deflexión del eje de la columna debida a la carga excéntrica.

$$y_{\max} = e \left[ \sec \left( \frac{L_e}{2r} \sqrt{\frac{P}{AE}} \right) - 1 \right] \quad (6-14)$$

Observe que el argumento de la secante es el mismo que se utilizó en la ecuación (6-12).

**Problema ilustrativo 6-5.** Para la columna del problema ilustrativo 6-4, calcule la tensión máxima y deflexión si se aplica una carga de 1,075 libras con una excentricidad de 0.75".

**Solución.** Todos los términos se evaluaron antes. Así, la tensión máxima se encuentra a partir de la ecuación (6-12)

$$\sigma_{L/2} = \frac{1\,075}{0.442} \left[ 1 + \frac{(0.75)(0.375)}{(0.188)^2} \sec \left( \frac{32}{2(0.188)} \sqrt{\frac{1\,075}{(0.442)(30 \times 10^6)}} \right) \right]$$

$$\sigma_{L/2} = 29\,300 \text{ psi}$$

La máxima deflexión se encontró de la ecuación (6-14).

$$y_{\max} = 0.75 \left[ \sec \left( \frac{32}{2(0.188)} \sqrt{\frac{1\,075}{(0.442)(30 \times 10^6)}} \right) - 1 \right] = 0.293 \text{ "}$$

**Problema ilustrativo 6-6.** La tensión en la columna que se encontró en el problema 6-5 parece alta para el acero AISI 1040 rolado en caliente. Diseñe de nuevo la columna para obtener un factor de diseño, cuando menos, de 3.

**Solución.** El apéndice A-3 da el valor para la resistencia a punto cedente del AISI 1040 HR como 42,000 psi. Si se desea un factor de diseño de 3 por lo menos, la tensión de diseño sería,

$$\sigma_d = s_y/N = (42\,000 \text{ psi})/3 = 14\,000 \text{ psi}$$

Si optamos por conservar el mismo material, las dimensiones de las secciones transversales de la columna deben aumentarse para que disminuya la tensión. La ecuación (6-13) se puede utilizar para evaluar una alternativa de diseño. El objetivo es encontrar valores adecuados para  $A$ ,  $c$  y  $r$  para la sección transversal de manera que  $P_a = 1075 \text{ lb}$ ;  $N = 3$ ,  $L_e = 32 \text{ "}$   $e = 0.75 \text{ "}$  y el valor del elemento completo del lado derecho de la ecuación es menor de 14,000 psi. El diseño original tenía una sección circular con un diámetro de 0.75". Intentemos aumentar el diámetro a  $D = 1.00 \text{ "}$ . Entonces

$$A = \pi D^2/4 = \pi(1.00 \text{ pulg.})^2/4 = 0.785 \text{ pulg.}^2$$

$$r = D/4 = (1.00 \text{ pulg.})/4 = 0.250 \text{ pulg}$$

$$r^2 = (0.250 \text{ "})^2 = 0.0625 \text{ pulg.}^2$$

$$c = D/2 = (1.00 \text{ "})/2 = 0.50 \text{ "}$$

Ahora, designemos al elemento del lado derecho de la ecuación (6-13) como  $\sigma'_d$ . Así

$$\sigma'_d = \frac{1\,075}{0.785} \left[ 1 + \frac{(0.75)(0.50)}{(0.062\,5)} \sec \left( \frac{32}{2(0.250)} \sqrt{\frac{(3)(1\,075)}{(0.785)(30 \times 10^6)}} \right) \right]$$

$$\sigma'_d = 12\,580 \text{ psi}$$

Este resultado es satisfactorio porque es un poco menor que el valor que se desea de  $\sigma_d$  de 14,000 psi.

Ahora, estamos en posibilidad de evaluar la deflexión máxima esperada con el nuevo diseño utilizando la ecuación (6-14).

$$y_{\max} = 0.75 \left[ \sec \left( \frac{32}{2(0.250)} \sqrt{\frac{1\,075}{(0.785)(30 \times 10^6)}} \right) - 1 \right]$$

$$y_{\max} = 0.076 \text{ "}$$

## 6-12 PROGRAMA PARA ANALISIS DE COLUMNAS

El programa de computación que se presenta enseguida puede utilizarse para analizar columnas de conformidad con los métodos que se describen a lo largo de este capítulo para columnas rectas, cargadas en el centro, largas y cortas. Este programa ejecuta la lógica que se ilustra en el diagrama de flujo de la figura 6-4. Se pueden utilizar unidades del sistema inglés, o bien, del SI, el programa le pide al usuario que haga una elección al iniciar cada corrida. Luego, la subrutina establece en los enunciados 430 a 590 nombres variables para las diversas cantidades. Es fundamental que se proporcionen datos de entrada en los conjuntos de unidades consistentes que se identifican en los enunciados 440 y 450. Después, una vez que concluye el análisis, los resultados se imprimen con las unidades apropiadas en cada parte de la salida.

Después del listado del programa se proporcionas una muestra de la ejecución del mismo. Nótese que las dos corridas duplican la información de los problemas ilustrativos 6-1 y 6-2, que se han corrido, una columna larga y una corta y que una está en unidades del sistema inglés y otra en unidades SI.



## Análisis de columnas: listado del programa

```

10 PRINT "ANALYSIS OF COLUMNS"
20 PRINT
30 GOSUB 430
40 PRINT
50 PRINT "INPUT ACTUAL LENGTH (L) AND END FIXITY (K)"
60 INPUT L,K
70 REM L1 = EFFECTIVE LENGTH = KL
80 L1 = K*L
90 PRINT "INPUT RADIUS OF GYRATION (R) AND AREA (A)"
100 INPUT R,A
110 REM S = SLENDERNESS RATIO (KL/R)
120 S = L1/R
130 PRINT "INPUT MATERIAL PROPERTIES, E, SY"
140 INPUT E, S1
150 REM C = COLUMN CONSTANT (TRANSITION SLENDERNESS RATIO)
160 C = SQR(19.74*E/S1)
170 IF S < C THEN 220
180 PRINT "COLUMN IS LONG"
190 PRINT
200 P = 9.8696*E*A/(S^2)
210 GOTO 260
220 PRINT "COLUMN IS SHORT"
230 PRINT
240 P = A*S1*(1 - (S1*S^2)/(4 * E*9.8696))
250 REM P1 = ALLOWABLE LOAD = P/N
260 PRINT "INPUT DESIGN FACTOR (N)"
270 INPUT N
280 PRINT
290 P1 = P/N
300 PRINT "ACTUAL LENGTH =" ; L ; L$
310 PRINT "EFFECTIVE LENGTH =" ; L1 ; L$
320 PRINT
330 PRINT "COLUMN CONSTANT =" ; INT(C)
340 PRINT "ACTUAL SLENDERNESS RATIO =" ; INT(S)
350 PRINT
360 PRINT "CRITICAL LOAD =" ; INT(P) ; P$
370 PRINT "ALLOWABLE LOAD =" ; INT(P1) ; P$ ; "FOR DESIGN FACTOR"
    = " ; N
380 PRINT
390 PRINT "TYPE Y TO RUN NEW DATA"
400 INPUT A$
410 IF A$ = "Y" THEN 10
420 END
430 REM: SUBROUTINE FOR UNITS
440 PRINT "TYPE 1 FOR U.S. CUSTOMARY: LB, IN, IN^2, PSI"
450 PRINT "TYPE 2 FOR SI UNITS: N, m, m^2, Pa"
460 INPUT U
470 IF U = 2 THEN 540
480 PRINT "U.S. CUSTOMARY UNITS"
490 P$ = "LB"
500 L$ = "IN"
510 A$ = "IN^2"
520 S$ = "PSI"
530 RETURN
540 PRINT "SI UNITS"
550 P$ = "N"
560 L$ = "m"
570 A$ = "m^2"
580 S$ = "Pa"
590 RETURN

```

Subrutina para  
unidades

Información de  
entrada para el  
problema

Carga crítica a  
partir de la ecuación  
de Euler

Carga crítica a partir  
de la ecuación de  
Johnson

Resultados para  
impresión

Decisión en cuanto  
a continuar

Decisión relativa a  
sistema de unidades

Establecer unidades  
en sistema inglés

Establecer unidades  
en sistema SI

Las líneas en el programa que piden información de entrada y las líneas en la salida que corresponden a los enunciados de entrada se destacan mediante el símbolo ►.

**Análisis de columnas: muestra de salida 1<sup>1</sup>**

ANALYSIS OF COLUMNS	
TYPE 1 FOR U.S. CUSTOMARY: LB, IN, IN^2, PSI	
TYPE 2 FOR SI UNITS : N, m, m^2, Pa	
▶ ? 1	Enunciado 460
U.S. CUSTOMARY UNITS	
INPUT ACTUAL LENGTH (L) AND END FIXITY (K)	
▶ ? 54 , 1	Enunciado 60
INPUT RADIUS OF GYRATION (R) AND AREA (A)	
▶ ? ,3125 , 1.23	Enunciado 100
INPUT MATERIAL PROPERTIES, E, SY	
▶ ? 3E+07 , 51000	Enunciado 140
COLUMN IS LONG	
INPUT DESIGN FACTOR (N)	
▶ ? 3	Enunciado 270
ACTUAL LENGTH = 54 IN	
EFFECTIVE LENGTH = 54 IN	
COLUMN CONSTANT = 107	
ACTUAL SLENDERNESS RATIO = 172	Resultados en sistema inglés
CRITICAL LOAD = 12196 LB	
ALLOWABLE LOAD = 4065 LB FOR DESIGN FACTOR = 3	
TYPE Y TO RUN NEW DATA	
▶ ? Y	Enunciado 400

<sup>1</sup>Los datos son del problema ilustrativo 6-1.

## Análisis de columnas: muestra de salida 2<sup>2</sup>

ANALYSIS OF COLUMNS	
TYPE 1 FOR U.S. CUSTOMARY: LB, IN, IN <sup>2</sup> , PSI	
TYPE 2 FOR SI UNITS: N, m, m <sup>2</sup> , Pa	
► ? 2	Enunciado 460
SI UNITS	
INPUT ACTUAL LENGTH (L) AND END FIXITY (K)	
► ? .28 , .8	Enunciado 60
INPUT RADIUS OF GYRATION (R) AND AREA (A)	
► ? .00346 , .000216	Enunciado 100
INPUT MATERIAL PROPERTIES, E, SY	
► ? 2.07E+11 , 2.9E+08	Enunciado 140
COLUMN IS SHORT	
INPUT DESIGN FACTOR (N)	
► ? 3	Enunciado 270
ACTUAL LENGTH = .28 m EFFECTIVE LENGTH = .224 m  COLUMN CONSTANT = 118 ACTUAL SLENDERNESS RATIO = 64  CRITICAL LOAD = 53345 N ALLOWABLE LOAD = 17782 N FOR DESIGN FACTOR = 3	
Resultados en unidades SI	
TYPE Y TO RUN NEW DATA	
► ? N	Enunciado 400

<sup>2</sup>Los datos son del problema ilustrativo 6-2.

## BIBLIOGRAFIA

1. Aluminum Association. *Specifications for Aluminum Structures*, Washington, D. C.: Aluminum Association, 1986.
2. American Institute of Steel Construction. *Manual of Steel Construction*. 9ª edición. Chicago: American Institute of Steel Construction, 1989.
3. Muvdi, B. B., y McNabb, J. W. *Engineering Mechanics of Materials*, 2ª edición. Nueva York: McMillan Publishing Company, 1984.
4. Popov, E. P. *Engineering Mechanics of Solids*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1990.
5. Shigley, J. E., y Mischke, C. R. *Mechanical Engineering Design* 5ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1988.
6. Spotts, M. F. *Design of Machine Elements*, 6ª edición. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1985.
7. Timoshenko, S. *Strength of Materials*, vol. 2, 2ª edición. Nueva York: Van Nostrand Reinhold Company, 1941.
8. Timoshenko, S., y Gere, J. M. *Theory of Elastic Stability*, 2ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1961.
9. Young, W. C. *Roark's Formulas for Stress and Strain*, 6ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1989.

## PROBLEMAS

- Una columna tiene los dos extremos atornillados y mide 32" de longitud. Se fabricó con acero AISI 1040 HR y es de forma circular con 0.75" de diámetro. Determine la carga crítica.
- Repita el problema 1 con una longitud de 15".
- Repita el problema 1 con una barra de aluminio 6061-T4.
- Repita el problema 1 con ambos extremos fijos.
- Repita el problema 1 con una sección transversal cuadrada de 0.65" por lado en lugar de la sección transversal circular.
- Repita el problema 1 con una barra de plástico acrílico de alto impacto.
- Una barra de acero rectangular tiene una sección transversal de 0.50" por 1.00" y 8.5" de largo. Los extremos de la barra están atornillados y es de acero AISI 4150 OQT 1000. Calcule la carga crítica.
- Una tubería de acero tiene un diámetro exterior de 1.60", espesor de pared de 0.109" y 6.25 pies de longitud. Calcule la carga crítica para cada una de las condiciones extremas que se muestran en la figura 6-2. Utilice acero AISI 1020 HR.
- Calcule el diámetro requerido de una barra circular que se va a utilizar como columna que soporta una carga de 8,500 lb con los extremos atornillados. La longitud es 50". Utilice AISI 4140 OQT 1000 y un factor de diseño de 3.0.
- Repita el problema 9 con acero AISI 1020 HR.
- Repita el problema 9 con aluminio 2014-T4.
- En la sección 6-9, las ecuaciones se derivaron del diseño de una columna circular sólida, ya sea larga o corta. Realice la derivación para una sección transversal cuadrada sólida.
- Repita las derivaciones que se solicitan en el problema 12 para un tubo circular hueco para cualquier razón de diámetro interno a externo. Esto es, sea la relación  $ID/OD$  y despeje el  $OD$  que se requiere para una carga, un material, un factor de diseño y un empotramiento en los extremos específicos.
- Determine las dimensiones que se requieren de una columna con una sección transversal cuadrada para que soporte una carga axial por compresión de 6,500 lb si su longitud es de 64" y sus extremos están empotrados. Use un factor de diseño de 3.0. Utilice aluminio 6061-T6.
- Repita el problema 14 para un tubo hueco de aluminio (6061-T6) con la razón de  $ID/OD = 0.80$ . Compare el peso de esta columna con la del problema 14.
- Un dispositivo de prensa de palanca acodillada o de rótula se emplea para compactar rebaba de desecho de acero, como se ilustra en la figura 6-12. Diseñe los dos eslabones del dispositivo en acero AISI 5160 OQT 1000, con una sección transversal circular y los extremos atornillados. La fuerza  $P$  que se requiere para aplastar las rebabas es 5,000 lb. Utilice  $N = 3.50$ .

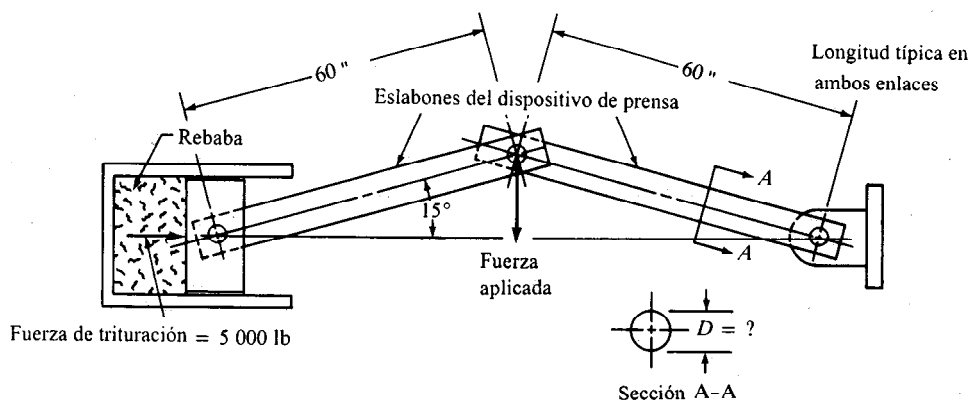


Figura 6-12 (Problema 16)

17. Repita el problema 16 pero proponga un diseño menos pesado que la sección transversal circular sólida.
18. Una eslinga o braga, cuyo boceto aparece en la figura 6-13, debe soportar 18,000 lb. Diseñe el travesaño.

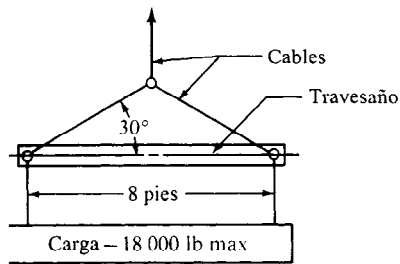


Figura 6-13 (Problema 18)

19. Para la eslinga de la figura 6-13, diseñe el travesaño si el ángulo que se muestra cambia de 30 a 15.
20. Una varilla para cierto cilindro hidráulico se comporta como una columna empotrada fija cuando se utiliza para accionar un compactador de desechos industriales. Su longitud máxima extendida será 10.75 pies. Debe fabricarse de acero AISI 1144 OQT 1300, determine el diámetro que se requiere en la varilla para un factor de diseño de 2.5 para una carga axial de 25,000 lb.
21. Diseñe una columna para que soporte 40,000 lb. Un extremo está atornillado y el otro empotrado. La longitud es 12.75 pies.

22. Repita el problema 21 con una longitud de 4.25 pies.
23. Repita el problema 1 si la columna presenta un torcimiento inicial de 0.08". Determine la carga permisible para un factor de diseño de 3.
24. Repita el problema 7 si la columna tiene una combadura inicial de 0.04". Determine la carga permisible para un factor de diseño de 3.
25. Repita el problema 8 si la columna presenta una combadura especial de 0.15". Determine la carga permisible para un factor de diseño de 3 y sólo extremos empotrados.
26. Una columna de aluminio (6063-T4) tiene 42" de largo y su sección transversal 1.25" por lado. Si soporta una carga por compresión de 1,250 que se aplica con una excentricidad de 0.60", calcule la tensión máxima en la columna y la deflexión máxima.
27. Una columna de acero rolado en caliente (AISI 1020) tiene 3.2 m de largo y se fabrica con tubería estructural TS3X0.216 (véase el apéndice A-16). Si se aplica una carga por compresión de 30.5 kN con 150 mm de excentricidad, calcule la tensión máxima en la columna y la deflexión máxima.
28. Un eslabón de conexión en un mecanismo tiene 14.75" de longitud y una sección transversal cuadrada de 0.250" por lado. Se fabrica de acero inoxidable recocido AISI 410. Utilice  $E = 28,000,000$  psi. Si soporta una carga por compresión de 45 lb con excentricidad de 0.30" calcule la tensión máxima y la deflexión máxima.
29. Un tubo de acero hueco, cuadrado, de 40" de largo, se propone para utilizarlo como puntal para sostener el

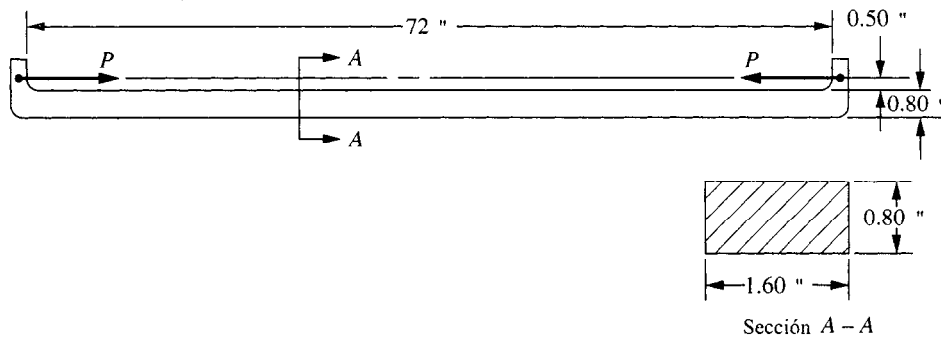
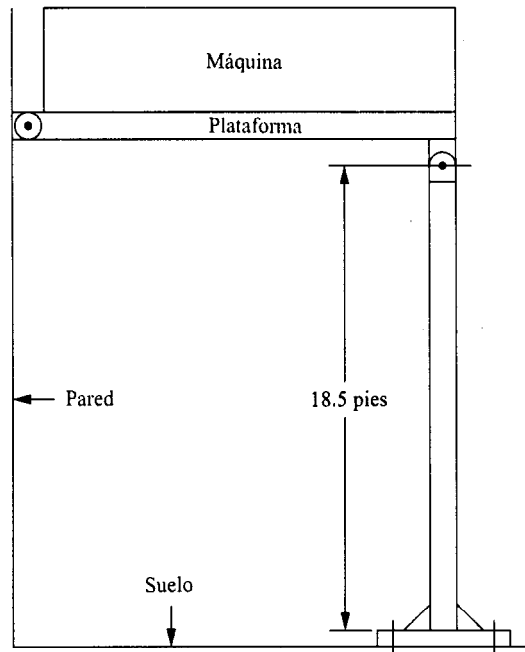


Figura 6-14 (Problema 32)

pistón de una troqueladora durante la instalación de dados nuevos. El pistón pesa 75,000 lb. El puntal tiene una dimensión exterior de 4.00" y un espesor de pared de 0.250". Se fabrica de acero similar al acero estructural ASTM A242. Si la carga que aplica el pistón pudiera tener una excentricidad de 0.50", ¿será seguro el puntal?

30. Determine la carga permisible en una columna con 16 pies de largo que se hace con una viga de reborde ancho W6X20. La carga se aplicará en el centro. Las condiciones de los extremos son entre fijas y afianzados por medio de bisagras, digamos que  $K = 0.8$ . Utilice un factor de diseño de 3.
31. Determine la carga permisible en una columna con los extremos empotrados cuya longitud es de 66" si se fabrica con una viga de acero American Standard S4X7.7. El material es acero estructural ASTM A36. Utilice un factor de diseño igual a 3.
32. Calcule la tensión o esfuerzo y la deflexión máximas que se puede esperar en la pieza de maquinaria de acero que soporta una carga excéntrica como lo denota la figura 6-14. La carga  $P$  es de 1,000 lb. Si se desea un factor de diseño de 3, ¿será aceptable esta pieza?
33. Especifique un tubo de acero adecuado del apéndice A-16 que soporte un costado de una plataforma como se muestra en la figura 6-15. El material tiene una resistencia a punto cedente de 36 Ksi. La carga total en la plataforma es 55,000 lb.
34. Calcule la carga axial permisible en una canal de acero C5X9 que se fabrica con acero estructural ASTM A36. La canal tiene 112" de largo y puede considerarse que



**Figura 6-15 (Problema 33)**

está atornillada en los extremos. Utilice 3 como factor de diseño.

35. Repita el problema 34 con los extremos empotrados en lugar de atornillados.
36. Repita el problema 34, a excepción de considerar que la carga se aplica a lo largo de la parte externa del alma del canal en lugar de ser axial.

---

# 7 Resortes

---

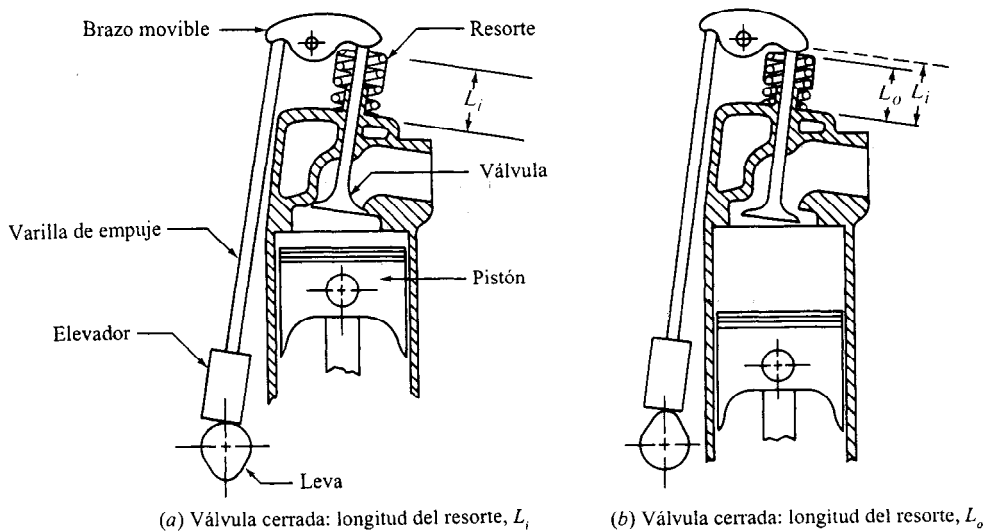
- 7-1 Objetivos de este capítulo
  - 7-2 Tipos de resortes
  - 7-3 Resortes helicoidales de compresión
  - 7-4 Tensiones y deflexión para resortes helicoidales de compresión
  - 7-5 Análisis de características de los resortes
  - 7-6 Diseños de resortes helicoidales de compresión
  - 7-7 Resortes de extensión
  - 7-8 Resortes helicoidales de torsión
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

En la figura 7-1, se muestra el diseño para el tren de válvula de un motor automotriz. A medida que la leva gira, provoca que el levantaválvula se desplace hacia arriba. Luego, gira el balancín y empuja el vástago de la válvula hacia abajo y la válvula abre. Por consiguiente el resorte que rodea al vástago de la válvula se comprime y se almacena energía. Conforme la leva continúa girando, permite que el movimiento del tren vuelva a su posición original. La válvula es auxiliada en su movimiento ascendente y su acción de asentamiento por el resorte que ejerce una fuerza y cierra la válvula al finalizar el ciclo.

Al lector le corresponde diseñar el resorte para el tren de válvula. ¿Qué tipo de resorte especificará? ¿Cuáles deben

ser sus dimensiones, incluyendo longitud, diámetro interior y el diámetro para el alambre de las bobinas? ¿Cuántas bobinas hay que utilizar? ¿Qué aspecto deben tener los extremos del resorte? ¿Cuánta fuerza se ejerce sobre la válvula y cómo se modifica esta fuerza a medida que el tren de válvula pasa por un ciclo completo? ¿Qué material debe utilizarse? ¿Qué niveles de tensión se desarrollan en el cable del resorte y de qué manera se puede diseñar el resorte para que sea seguro bajo la carga, ciclo de vida y condiciones ambientales en las cuales debe operar. Deberá especificar o calcular todos estos factores para asegurar un diseño exitoso del resorte.



**Figura 7-1** Tren de válvulas de motor en el que se muestra el uso de un resorte de compresión helicoidal

■ ■ ■

### 7-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Un *resorte* es un elemento activo que se utiliza para ejercer una fuerza o un torque y, al mismo tiempo, almacenar energía. La fuerza puede ser de empuje o de tracción (jalar) lineal, o puede ser radial actuando en forma similar a una liga alrededor de un rollo de planos. El torque se puede utilizar para generar un giro o rotación, por ejemplo, para cerrar una puerta de un gabinete



o proporcionar una fuerza que equilibre a una pieza de maquinaria que pivotea sobre una bisagra.

Los resortes por una condición que les es inherente almacenan energía cuando se deflexionan y la regresan cuando se elimina la fuerza que provoca la deflexión. Cuando este es el principal objetivo del diseño, a menudo se hace mención al resorte como *resorte de potencia* o *resorte motor*.

### Objetivos específicos

Al concluir el estudio del presente capítulo, el lector será capaz de:

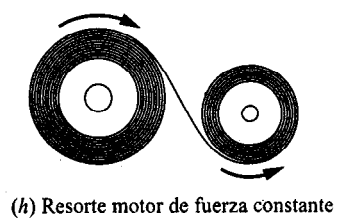
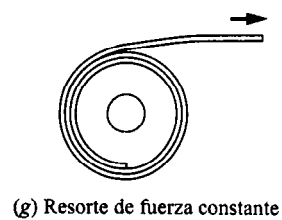
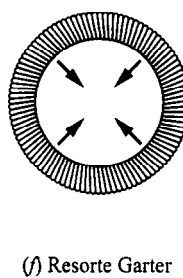
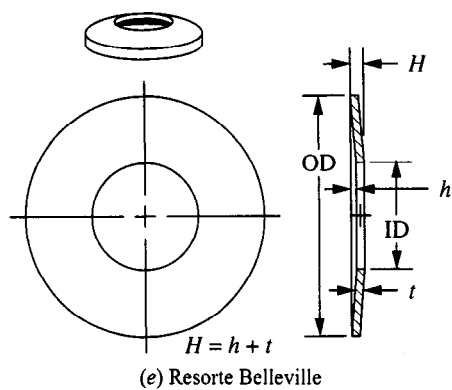
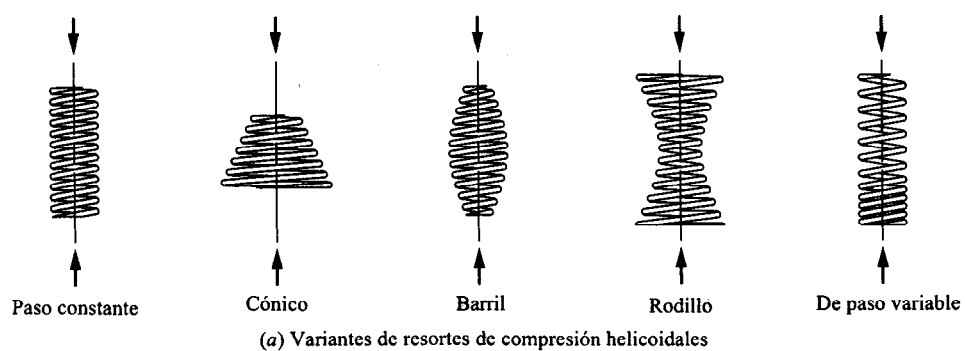
1. Identificar y describir distintos tipos de resortes incluyendo el resorte helicoidal de compresión, el resorte helicoidal de extensión, el resorte de torsión, el resorte de Belleville, el resorte plano, el resorte de barra de tracción (mandril), el resorte circular o muelle toroidal, el resorte de fuerza constante y el resorte de potencia.
2. Diseñar y analizar resortes helicoidales de compresión con apego a los requisitos o especificaciones de diseño como características fuerza/deflexión, vida útil, tamaño físico y condiciones ambientales.
3. Calcular las dimensiones de varias características geométricas de los resortes helicoidales de compresión.
4. Especificar materiales adecuados para resortes con base en parámetros de resistencia, vida útil y deflexión.
5. Diseñar y analizar los resortes helicoidales de extensión.
6. Diseñar y analizar los resortes de torsión.
7. Utilizar programas de computación como auxiliares en el diseño de resortes.

## 7-2 TIPOS DE RESORTES

Los resortes son susceptibles de clasificarse conforme al sentido y la naturaleza de la fuerza que ejercen cuando se deflexionan. La tabla 7-1 presenta distintos tipos de resortes clasificados como de *empuje*, *tracción*, *radial* y *torsión*. La figura 7-2 ilustra algunos diseños comunes.

Los *resortes helicoidales de compresión* se fabrican, por lo regular, de alambre redondo, enrollado en forma cilíndrica recta con un espaciamiento constante entre bobinas adyacentes. Puede utilizarse también alambre cuadrado o rectangular. La figura 7-3 muestra cuatro configuraciones prácticas de los extremos. Sin una fuerza aplicada la longitud del resorte recibe el nombre *longitud libre*. Cuando se aplica una fuerza, las bobinas se comprimen hasta que todas están en contacto entre sí, en ese momento la longitud es la mínima y se denomina *longitud comprimida*. Conforme se incrementa su deflexión, para comprimir un resorte se requiere una cantidad de fuerza que se incrementa en forma lineal. Entre los tipos de resorte que más se utilizan está el recto, cilíndrico helicoidal de compresión. En la figura 7-2 se ilustran los tipos cónico, de tonel o cuerpo cilíndrico, rodillo y de espaciamiento variable.

Los *resortes helicoidales de extensión* al parecer son similares a los resortes de compresión, presentan una serie de bobinas enrolladas en forma cilíndrica. Sin embargo, por lo regular, los



**Figura 7-2**    **Diversos tipos de resortes**

Tabla 7-1 Tipos de resortes

Usos	Tipos de resortes
Empujar	Resorte de compresión helicoidal Resorte Belleville Resorte de torsión: fuerza que actúa en el extremo del brazo de torque Resorte plano, como cantilever o resorte de hoja
Jalar	Resorte de extensión helicoidal Resorte de torsión: fuerza que actúa en el extremo del brazo de torque Resorte plano, como cantilever o resorte de hoja Resorte de barra de torsión (caso especial del resorte de compresión) Resorte de fuerza constante
Radial	Resorte Garter, banda elastomérica, grapa de resorte
Torque	Resorte de torsión, resorte de potencia

resortes de extensión tienen las bobinas tocándose entre sí y un espaciado mínimo bajo condiciones en que no existe carga. Pero, a medida que se aplica la tensión por tracción externa las bobinas se separan. La figura 7-4 muestra distintas configuraciones de los extremos para resortes de extensión.

El *resorte de barra de tracción* incorpora un resorte helicoidal de compresión estándar con dos dispositivos de alambre en forma de lazo o rizo insertados al interior del resorte. Con tal diseño, es posible ejercer una fuerza de tracción jalando los lazos o rizados colocando el resorte aún en compresión. Proporciona también un paro definitivo según el resorte se comprime hasta llegar a su longitud comprimido.

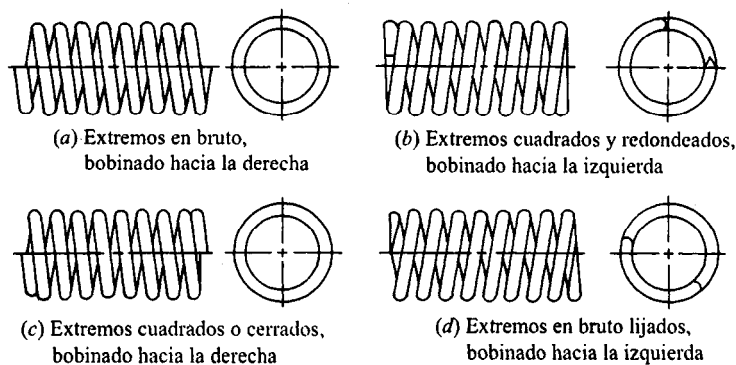












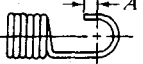











Figura 7-3 Aspecto de resortes de compresión helicoidales en que se muestra el tratamiento en los extremos

Tipo	Configuraciones de los extremos
Espira flexionada o gancho	     
Espira central transversal o gancho	 
Espira lateral o gancho	   
Gancho extendido	 
Extremos especiales	       

**Figura 7-4** Configuraciones de los extremos para resortes de extensión

Como su nombre implica un *resorte de torsión* se utiliza para aplicar un torque conforme el resorte se deflexiona al girar alrededor de su eje. En los seguros comunes para ropa accionados por resorte se utiliza un resorte de torsión para proporcionar la acción de agarre. Los resortes de torsión se utilizan también para abrir o cerrar puertas o para sostener tapas de recipientes. Algunos cronómetros y otros controles utilizan resortes de torsión para activar contactos de interruptores o generar acciones similares. Las fuerzas de empuje o de tracción pueden ejercerse mediante resortes de torsión conectando sus extremos a la pieza que debe actuar.

Los *resortes de hojas* o *ballestas* se fabrican con una o más tiras planas de latón, bronce, acero u otros materiales que se cargan como cantilevers o simples vigas. Según se deflexionan a partir de su posición libre proporcionan una fuerza de empuje o de tracción. Por medio de resortes de hojas se pueden ejercer fuerzas considerables en espacios reducidos. Al adaptar la geometría de las hojas y colocando hojas con dimensiones diversas se logran características especiales en relación a fuerza-deflexión. En el diseño de resortes de hojas se utilizan los principios de análisis de tensión y deflexión como se presentan en cursos de resistencia de materiales y se estudiaron en el capítulo 3 de este texto.

Un *resorte de Belleville* tiene forma de disco cónico estrecho con un orificio en el centro. En ocasiones se le asigna el nombre *roldana de Belleville* porque su aspecto es similar a ese artefacto. Con resortes de este tipo se pueden ejercer altas relaciones de resorte o fuerzas de resorte en espacios axiales en extremo pequeños. Al variar la altura del cono en relación al espesor del disco pueden obtenerse gran variedad de características carga-deflexión. Además, colocando varios resortes frente a frente o encima unos de otros se presentan numerosas relaciones de resorte.

Los *resortes circulares* o *muelles toroidales* son bobinados de alambre con forma de anillo continuo de manera que ejercen una fuerza radial alrededor de la periferia del objeto al que se aplica. Con diferentes diseños pueden obtenerse fuerza ya sea hacia el interior o hacia el exterior. La acción de un resorte circular con una fuerza hacia el interior es similar a la de una liga, y la acción de resorte es análoga a la de un resorte de extensión.

Los *resortes de fuerza constante* adoptan la forma de una tira bobinada. La fuerza que se requiere para extraer la tira de la bobina es virtualmente constante a lo largo de una extensión larga de tracción. La magnitud de la fuerza depende del ancho, espesor y radio de curvatura de la bobina y el coeficiente elástico del material con que se fabrica el resorte. Básicamente, la fuerza se relaciona con la deformación de la tira a partir de su forma curva original hasta que toma una forma recta.

Los *resortes de potencia* se conocen también como *resortes motor* o *resortes de reloj*, se fabrican de acero plano para resortes, bobinado en forma de espiral. El resorte ejerce un torque conforme tiende a desenrollar la espiral. La figura 7-2 muestra un resorte motor hecho de resorte de fuerza constante.

Una *barra de torsión* como indica su nombre, es una barra a la que se aplica una carga por torsión. Cuando se emplea una barra redonda, los análisis para tensión por esfuerzo de torsión y deflexión son similares a los que presentan los capítulos 3 y 9 para barras circulares. Pueden utilizarse otras formas de sección transversal y debe ponerse especial atención a los puntos de unión.

### 7-3 RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESION

En la forma más común de resorte helicoidal de compresión, el alambre redondo se enrolla en forma cilíndrica con espaciado constante entre bobinas adyacentes. Esta forma se completa con gran variedad de tratamientos para los extremos, como ilustra la figura 7-3.

Para resortes de tamaño mediano a grande que se utilizan en maquinaria, el tratamiento redondo y cuadrado en los extremos ofrece una superficie plana en la cual asienta el resorte. La bobina del extremo se colapsa contra la bobina adyacente, cuadrada, y la superficie se aterriza hasta que por lo menos 270° de la última bobina entra en contacto con la superficie del cojinete. Los resortes que se fabrican con alambre más pequeño, menos de 0.020" o 0.50" aproximadamente, casi siempre son cuadrados y no se lijan. En casos poco comunes, los extremos pueden estar lijados pero no a escuadra o bien se dejan en bruto, sólo se cortan a la medida después de bobinarse.

Tal vez el lector conozca muchas aplicaciones de resortes helicoidales de compresión. El bolígrafo retráctil depende del resorte helicoidal de compresión, que casi siempre se instala alrededor del cartucho de tinta. Los sistemas de suspensión para automóviles, camiones y motocicletas a menudo incorporan resortes de este tipo. Otras aplicaciones automotrices incluyen resortes de válvulas en motores, herrajes para cofres y resortes de presión para placas de embrague. En actividades de fabricación, se utilizan resortes en troqueles para activar placas separadoras, válvulas de control hidráulico, resortes de retroceso en cilindros neumáticos, y montaje de equipo pesado para amortiguamiento de choques. Muchos dispositivos pequeños como interruptores eléctricos y válvulas de bola o llave incorporan resortes helicoidales de compresión. Las sillas para escritorio tienen resortes gruesos para regresar el asiento a su posición en la parte superior, ¡y, no olvidemos el venerable pogo saltarín!

Los párrafos siguientes definen las numerosas variables que se emplean para describir y analizar el desempeño de los resortes helicoidales de compresión.

## Diámetros

La figura 7-5 muestra la notación que se utiliza para hacer mención a los diámetros característicos de resortes helicoidales de compresión. El diámetro exterior (OD, por las siglas en inglés de Outside Diameter), el diámetro interior (ID, por las siglas en inglés de Inside Diameter) y el diámetro del alambre ( $D_w$ ) son obvios y pueden medirse con instrumentos de medición estándar. Al calcular la tensión o esfuerzo y la deflexión de un resorte, se utiliza el diámetro medio,  $D_m$ . Observe que

$$OD = D_m + D_w$$

$$ID = D_m - D_w$$

### Diámetros estándar de alambre

La especificación del diámetro de alambre que se requiere es uno de los resultados más importantes del diseño de resortes. Existen distintos tipos de materiales que se utilizan, en general, en alambre para resortes, y el alambre se fabrica en piezas de diámetros estándar que abarcan un rango muy amplio. La tabla 7-2 presenta los calibres estándar de alambre más comunes. Observe que excepto el alambre para instrumentos musicales el tamaño del cable disminuye a medida que se incrementa el número de calibre. Vea también las notas de la tabla.

## Longitudes

Es importante comprender la relación entre la longitud del resorte y la fuerza que éste ejerce (véase la figura 7-6). La *longitud libre*,  $L_f$ , es la longitud que asume el resorte cuando no ejerce fuerza alguna, como si estuviera sobre una mesa en estado de reposo.

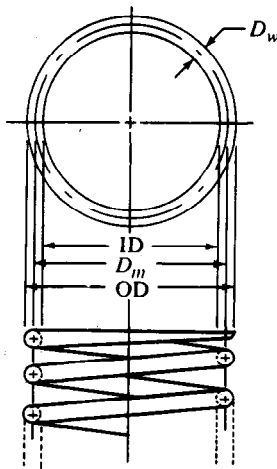


Figura 7-5 Notación para diámetros

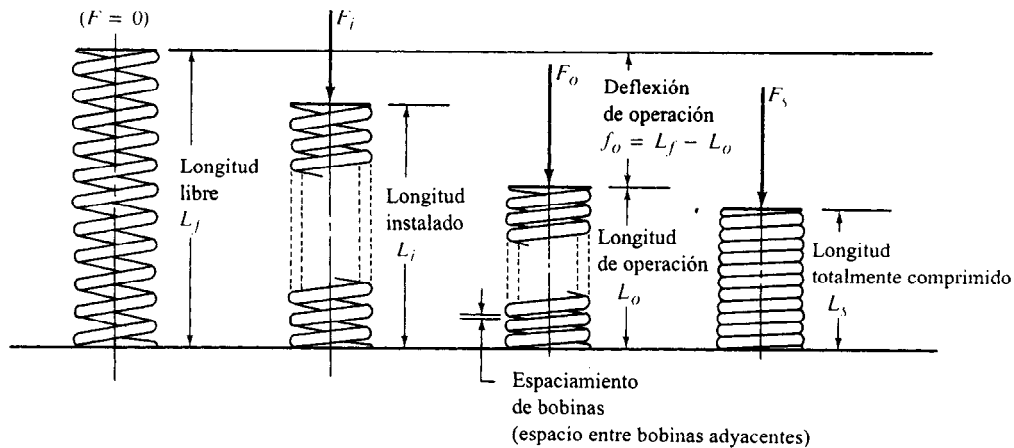


Figura 7-6 Notación para longitudes y fuerzas

La *longitud comprimido*,  $L_s$ , se encuentra cuando el resorte está colapsado hasta el punto en el que todas las bobinas se encuentran en contacto entre sí. Como es obvio, esta es la longitud más reducida que puede presentar el resorte. Por lo general, el resorte no está comprimido totalmente cuando está en operación.

La longitud más corta del resorte durante su funcionamiento normal se denomina *longitud de operación*,  $L_o$ . A veces, los resortes se diseñan para que operen entre dos límites de deflexión. Considere un resorte para válvula de motor, por ejemplo, como ilustra la figura 7-1. Cuando la válvula abre, el resorte adopta su longitud más corta. Después, cuando cierra, el resorte se alarga pero aún ejerce una fuerza para mantener la válvula segura en el lugar en que asienta. La longitud en esta condición se denomina *longitud instalada*,  $L_i$ . En consecuencia la longitud del resorte de válvula cambia de  $L_o$  a  $L_i$  durante la operación normal conforme la propia válvula hace un movimiento recíproco.

## Fuerzas

Utilizaremos el símbolo  $F$  para indicar las fuerzas que ejerce un resorte mediante varios subíndices para especificar qué nivel de fuerza se está considerando. Los subíndices corresponden a los que se utilizan para las longitudes.

$F_s$  = fuerza en longitud comprimido,  $L_s$ : la fuerza máxima que se observa en el resorte.

$F_o$  = fuerza en longitud de operación  $L_o$ : la fuerza máxima que observa el resorte en *operación normal*.

$F_i$  = fuerza en longitud instalado,  $L_i$ : la fuerza varía entre  $F_o$  y  $F_i$  para un resorte recíproco.

$F_f$  = fuerza a longitud libre,  $L_f$ : esta fuerza es cero.

Tabla 7-2 Calibres de alambre y diámetros para resortes

Número de calibre	Número de calibre de alambre U. S. Steel (pulg) <sup>a</sup>	Calibre de alambre instrumentos musicales (pulg) <sup>b</sup>	Calibre Brown & Sharpe (pulg) <sup>c</sup>	Diámetros métricos recomendables (mm) <sup>d</sup>
7/0	0.490 0	—	—	13.0
6/0	0.461 5	0.004	0.580 0	12.0
5/0	0.430 5	0.005	0.516 5	11.0
4/0	0.393 8	0.006	0.460 0	10.0
3/0	0.362 5	0.007	0.409 6	9.0
2/0	0.331 0	0.008	0.364 8	8.5
0	0.306 5	0.009	0.324 9	8.0
1	0.283 0	0.010	0.289 3	7.0
2	0.262 5	0.011	0.257 6	6.5
3	0.243 7	0.012	0.229 4	6.0
4	0.225 3	0.013	0.204 3	5.5
5	0.207 0	0.014	0.181 9	5.0
6	0.192 0	0.016	0.162 0	4.8
7	0.177 0	0.018	0.144 3	4.5
8	0.162 0	0.020	0.128 5	4.0
9	0.148 3	0.022	0.114 4	3.8
10	0.135 0	0.024	0.101 9	3.5
11	0.120 5	0.026	0.090 7	3.0
12	0.105 5	0.029	0.080 8	2.8
13	0.091 5	0.031	0.072 0	2.5
14	0.080 0	0.033	0.064 1	2.0
15	0.072 0	0.035	0.057 1	1.8
16	0.062 5	0.037	0.050 8	1.6
17	0.054 0	0.039	0.045 3	1.4
18	0.047 5	0.041	0.040 3	1.2
19	0.041 0	0.043	0.035 9	1.0
20	0.034 8	0.045	0.032 0	0.90
21	0.031 7	0.047	0.028 5	0.80
22	0.028 6	0.049	0.025 3	0.70

### Razón de resorte

La relación entre la fuerza ejercida por un resorte y su deflexión se denomina *razón de resorte*. Cualquier cambio en fuerza dividido entre el cambio correspondiente en deflexión puede utilizarse para calcular la razón de resorte.

$$k = \Delta F / \Delta L \quad (7-1)$$



Tabla 7-2 continuación

Número de calibre U. S. Steel (pulg) <sup>a</sup>	Número de calibre de alambre	Calibre de alambre instrumentos musicales (pulg) <sup>b</sup>	Calibre Brown & Sharpe (pulg) <sup>c</sup>	Diámetros métricos recomendables (mm) <sup>d</sup>
23	0.025 8	0.051	0.022 6	0.65
24	0.023 0	0.055	0.020 1	0.60 o 0.55
25	0.020 4	0.059	0.017 9	0.50 o 0.55
26	0.018 1	0.063	0.015 9	0.45
27	0.017 3	0.067	0.014 2	0.45
28	0.016 2	0.071	0.012 6	0.40
29	0.015 0	0.075	0.011 3	0.40
30	0.014 0	0.080	0.010 0	0.35
31	0.013 2	0.085	0.008 93	0.35
32	0.012 8	0.090	0.007 95	0.30 o 0.35
33	0.011 8	0.095	0.007 08	0.30
34	0.010 4	0.100	0.006 30	0.28
35	0.009 5	0.106	0.005 01	0.25
36	0.009 0	0.112	0.005 00	0.22
37	0.008 5	0.118	0.004 45	0.22
38	0.008 0	0.124	0.003 96	0.20
39	0.007 5	0.130	0.003 53	0.20
40	0.007 0	0.138	0.003 14	0.18

<sup>a</sup>Utilice el calibre de alambre U. S. Steel para alambre de acero, excepto alambre para instrumentos musicales. A este calibre también se le da el nombre de calibre *Washburn & Moen*, calibre *American Steel Wire Co.*, calibre *Roebing Wire*.

<sup>b</sup>Sólo utilice el calibre de alambre para instrumentos musicales para ese alambre (ASTM A228)

<sup>c</sup>Utilice el calibre Brown & Sharpe para alambre no ferrosos como de latón y de bronce con fósforo

<sup>d</sup>Los tamaños métricos que se recomiendan son de Associated Spring, Barnes Group, Inc., y se enumeran como los tamaños métricos que más se aproximan al calibre de alambre U.S. Steel. Los números de calibre no se aplican.

Fuente: Associated Spring Barnes Group Inc., *Engineering Guide to Spring Design*. Bristol, Conn., 1987; Carlson, Harold. *Spring Designer's Handbook*. Nueva York: Marcel Dekker, 1978; Oberg E., et al. *Machinery's Handbook*, 23ª edición. Nueva York: Industrial Press, 1988.

Por ejemplo,

$$k = \frac{F_o - F_i}{L_i - L_o}$$

o

$$k = \frac{F_o}{L_f - L_o}$$

o bien

$$k = \frac{F_i}{L_f - L_i}$$

además, si se conoce la razón de resorte, puede calcularse la fuerza a cualquier deflexión. Por ejemplo, si un resorte tiene una razón de 42.0 libras por pulgada (pulg.<sup>2</sup>), la fuerza que se ejerce a partir de una longitud libre de 2.25" será

$$F = k(L_f - L) = (42.0 \text{ lb/pulg.})(2.25") = 94.5 \text{ lb}$$

### Índice de resorte

La relación del diámetro medio del resorte con el diámetro del alambre se denomina *índice de resorte*,  $C$ .

$$C = D_m/D_w$$

Se recomienda que  $C$  sea mayor que 5.0, con resortes típicos para maquinaria que tienen valores de  $C$  que varían entre 5 y 12. Para  $C$  menor que 5, la formación del resorte será muy difícil y la deformación severa que se requiere puede generar fracturas en el resorte. Las tensiones o esfuerzos en los resortes dependen de  $C$ , y una  $C$  mayor contribuirá la tendencia al pandeo en el resorte.

### Número de bobinas

Al número total de bobinas en un resorte se le denominará  $N$ . Pero en el cálculo de esfuerzo y deflexiones para un resorte, algunas de las bobinas permanecen inactivas y se omiten. Por ejemplo, en un resorte con extremos lijados y a escuadra o sólo extremos a escuadra, cada extremo de bobina está inactivo y el número de *bobinas activas*,  $N_a$ , es  $N - 2$ . Para bobinas en bruto con extremos lijados,  $N_a = N$ . Para bobinas en bruto con extremos lijados,  $N_a = N - 1$ .

### Espaciamiento

El espaciamiento,  $p$ , se refiere a la distancia axial de un punto en una bobina al punto correspondiente en la bobina adyacente siguiente. La relación entre el espaciamiento, la longitud libre, el diámetro del alambre y el número de bobinas activas se da a continuación:

Extremos a escuadra y lijados:	$L_f = pNa + 2D_w$
Sólo extremos a escuadra:	$L_f = pNa + 3D_w$
Extremos en bruto y lijados:	$L_f = p(Na + 1)$
Extremos en bruto:	$L_f = pNa + D_w$

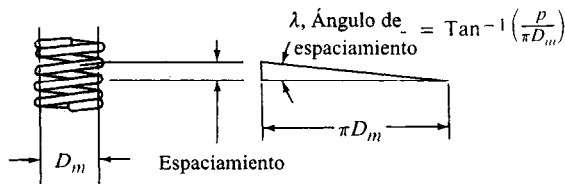


Figura 7-7 Ángulo de espaciado

### Angulo de espaciado

La figura 7-7 muestra el ángulo de espaciado,  $\lambda$ ; puede observarse que cuanto mayor sea el ángulo de espaciado más empujadas estarán las bobinas. Casi todos los diseños prácticos de resortes producen un ángulo de menos de  $12^\circ$ , aproximadamente. Si el ángulo es mayor que  $12^\circ$ , se desarrollarán tensiones por compresión indeseables en el alambre, y las fórmulas que se presentan más adelante resultarán imprecisas. El ángulo de espaciado puede calcularse mediante la fórmula

$$\lambda = \tan^{-1} \left[ \frac{p}{\pi D_m} \right] \quad (7-2)$$

La lógica de esta fórmula puede observarse tomando una bobina de un resorte y desenrollándola sobre una superficie plana, como ilustra la figura 7-7. La línea horizontal es la circunferencia media del resorte y la línea vertical es el espaciado,  $p$ .

### Consideraciones de instalación

Con frecuencia, un resorte se instala en un orificio cilíndrico o alrededor de una varilla. Cuando se hace así, es necesario prever márgenes adecuados. Cuando un resorte de compresión se comprime, se incrementa su diámetro. Por tanto el diámetro interior de un orificio que contiene al resorte debe ser mayor que el diámetro exterior del resorte para evitar la fricción. Se sugiere un margen de diámetro inicial equivalente a  $1/10$  del diámetro del alambre para resortes que tienen un diámetro de 0.50" (12 mm) o mayor. Si se requiere una estimación más precisa del diámetro exterior real del resorte, puede utilizarse la fórmula siguiente para el OD en la condición de longitud comprimido:

$$OD_s = \sqrt{D_m^2 + \frac{p^2 - D_w^2}{\pi^2}} + D_w \quad (7-3)$$

Si bien el diámetro interior (ID) del resorte se hace más grande, se sugiere también que el margen de ID sea  $0.1 D_w$ .

Los resortes con extremos a escuadra o extremos lijados y a escuadra se montan, a menudo, en asientos tipo botón o en una camisa cuya profundidad es igual a la altura de unas cuantas bobinas con el fin de ubicar el resorte.

### Margen de bobina

El término *margen de bobina* se refiere al espacio entre bobinas adyacentes cuando el resorte se comprime hasta su longitud de operación,  $L_o$ . El margen de bobina real puede estimarse a partir de

$$cc = (L_o - L_s)/N_a$$

Un parámetro consiste en que el margen de bobina debe ser mayor que  $D_w/10$ , sobre todo en resortes que soportan cargas cíclicas. Otra recomendación se relaciona con la deflexión total del resorte

$$(L_o - L_s) > 0.15(L_f - L_s)$$

### Materiales que se utilizan para fabricar resortes

Virtualmente cualquier material elástico puede utilizarse para fabricar un resorte. No obstante, en la mayor parte de las aplicaciones mecánicas se emplea alambre metálico, ya sea acero al alto carbón (el más común) o acero con aleación acero inoxidable, latón, bronce, cobre con berilio o aleaciones con base de níquel. Casi todos los materiales para fabricar resortes se fabrican de conformidad con las especificaciones de la ASTM. La tabla 7-3 presenta algunos de los tipos comunes.

### Tipos de carga y tensiones o esfuerzos permisibles

La tensión permisible que puede utilizarse en un resorte depende del tipo de carga, del material con que se fabrique y del tamaño del alambre. Por lo regular, la carga se clasifica en tres tipos:

*Servicio ligero:* cargas estáticas hasta de 10,000 ciclos de carga con una tasa baja de carga (sin impacto).

*Servicio promedio:* situaciones de diseño típicas para maquinaria; tasa de carga moderada y hasta un millón de ciclos.

*Servicio severo:* ciclaje rápido para más de un millón de ciclos; posibilidad de carga por impacto o choque; los resortes para válvulas de motores son un buen ejemplo.

La resistencia para un material particular es mayor para tamaños más pequeños. El apéndice A-19 muestra las tensiones o esfuerzos de diseño para seis materiales distintos. Observe que pueden utilizarse algunas curvas para más de un material mediante la aplicación de un factor. Como un enfoque conservador hacia el diseño, emplearemos la curva de servicio promedio para casi todos los ejemplos de diseño, a menos que existan condiciones verdaderas de ciclaje alto. Utilizaremos la curva de servicio ligero como el límite máximo de esfuerzo cuando el resorte se comprima hasta una altura comprimido. Si la tensión o esfuerzo rebasa el valor de servicio ligero por una cantidad pequeña, el resorte sufrirá ajuste permanente debido a la cedencia.

Tabla 7-3 Materiales para resortes

<i>Tipo de material</i>	<i>No. ASTM</i>	<i>Costo relativo</i>	<i>Límites de temperatura</i>
<i>Aceros al alto carbón</i>			
Extruido en frío	A227	1.0	0-250
Acero para uso general con 0.60% a 0.70% de carbón; bajo costo			
Alambre para instrumentos musicales	A228	1.0	0-250
Acero de alta calidad con 0.80% a 0.95% de carbón; muy alta resistencia; excelente acabado superficial; extruido duro; buen rendimiento en cuanto a fatiga; se usa sobre todo en tamaños pequeños de hasta 0.125"			
Templado en aceite	A229	1.3	0-350
Acero de uso general con 0.60% a 0.70% de carbón; se utiliza sobre todo en tamaños grandes por arriba de 0.125"; no es bueno para choque o impacto.			
<i>Aceros con aleación:</i>			
Cromo y vanadio	A231	3.1	0-425
Buena resistencia, resistencia a la fatiga, resistencia al impacto, rendimiento de alta temperatura; calidad de resortes para válvulas			
Cromo y silicio	A401	4.0	0-475
Muy alta resistencia y buena resistencia a la fatiga y al choque			
<i>Aceros inoxidables:</i>			
Tipo 302	A313(302)	7.6	<0-550
Muy buena resistencia a la corrosión y rendimiento a alta temperatura; casi amagnético; extruido en frío; los tipos 304 y 316 también caen en esta categoría ASTM tienen mayor susceptibilidad para ser trabajados pero sus resistencia es más baja			
Tipo 17-7 PH	A313(631)	11.0	0-600
Buen rendimiento a alta temperatura			
<i>Aleaciones de cobre:</i> todas tienen una buena resistencia a la corrosión y conductividad eléctrica			
Latón para resortes	B134	Alto	0-150
Bronce con fósforo	B159	8.0	<0-212
Cobre con berilio	B197	27.0	0-300
<i>Aleaciones con base de níquel:</i> Todas son resistentes a la corrosión, tienen buenas propiedades de alta y baja temperatura, son amagnéticos o casi amagnéticos (marcas comerciales de la International Nickel Company)			
Monel	—	—	-100-425
K-Monel	—	—	-100-450
Inconel	—	—	arriba de 700
Inconel-X	—	44.0	arriba de 850

Fuente: Associated Spring Barnes Group Inc., *Engineering Guide to Spring Design*. Bristol, Conn., 1987; Carlson, Harold. *Spring Designer's Handbook*. Nueva York: Marcel Dekker, 1978; Oberg E., et al. *Machinery's Handbook*, 23ª edición. Nueva York: Industrial Press, 1988.

#### 7-4 TENSIONES Y DEFLEXION PARA RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESION

Conforme un resorte se comprime bajo una carga axial, el alambre se tuerce. Por consiguiente el esfuerzo que se desarrolla en el alambre es *tensión por esfuerzo de corte por torsión*, y puede derivarse de la ecuación clásica  $\tau = Tc/J$ .

Cuando se aplica en particular a un resorte helicoidal de compresión, se requieren algunos factores a los cuales se atribuirá la curvatura del alambre del resorte y la tensión por esfuerzo de corte directo que se genera a medida que las bobinas oponen resistencia a la carga vertical. Asimismo, conviene expresar la tensión por esfuerzo de corte en términos de las variables de diseño que se encuentran en los resortes. La ecuación resultante para la tensión se atribuye a Wahl [7]. La tensión máxima por esfuerzo de corte, que se presentará en la superficie interna del alambre es

$$\tau = \frac{8KFD_m}{\pi D_w^3} = \frac{8KFC}{\pi D_w^2} \quad (7-4)$$

Como lo demuestra la definición de  $C = D_m/D_w$ , estas son dos formas de la misma ecuación. Puede calcularse la tensión por esfuerzo de corte para cualquier fuerza aplicada,  $F$ . En condiciones normales, resultaría de interés la tensión o esfuerzo cuando el resorte se comprime hasta su longitud comprimido bajo la influencia de  $F_s$  y cuando el resorte está operando a su carga máxima normal,  $F_o$ . Observe que la tensión es igual al diámetro del alambre *elevado al cubo*. Estos ilustran el impacto significativo que sufre el tamaño del alambre en el rendimiento del resorte.

El factor de Wahl,  $K$ , en la ecuación (7-4) es el término al que se atribuye la curvatura del alambre y la tensión por esfuerzo de corte directo. En términos analíticos,  $K$  está relacionada con  $C$ :

$$K = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0.615}{C} \quad (7-5)$$

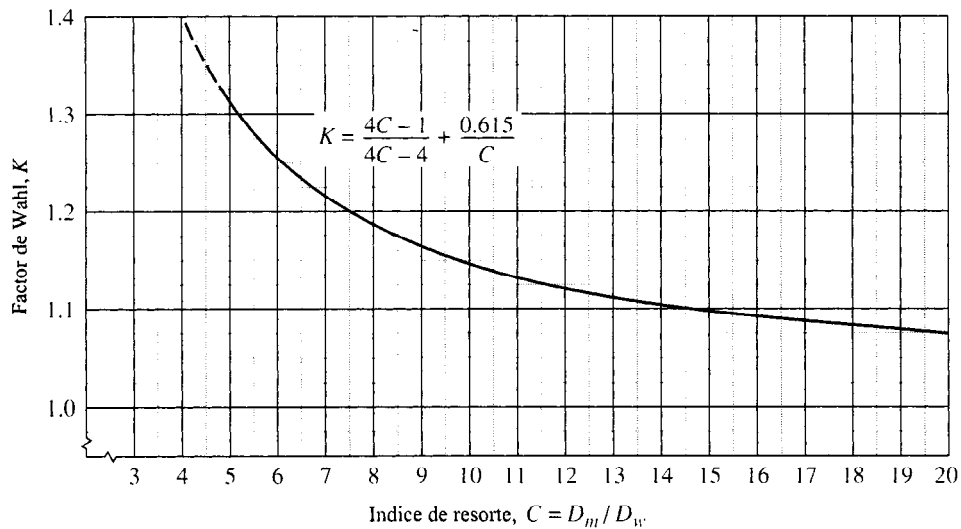
La figura 7-8 muestra una gráfica de  $K$  contra  $C$  para alambre redondo. Recuerde que  $C = 5$  es el valor mínimo que se sugiere para  $C$ . El valor de  $K$  se incrementa con rapidez para  $C < 5$ .

#### Deflexión

Debido a que la manera principal en que se carga el alambre de un resorte helicoidal de compresión es por torsión, la deflexión se calcula a partir de la fórmula de ángulo de combadura,

$$\theta = TL/GJ$$

donde  $\theta$  es el ángulo de combadura en radianes,  $T$  es el torque aplicado,  $L$  la longitud del alambre,  $G$  es el módulo de elasticidad del material ante esfuerzo de corte y  $J$  es el momento de inercia polar del alambre. De nuevo, por conveniencia, utilizaremos una forma diferente de



**Figura 7-8** Factor de Wahl contra índice de resorte para alambre redondo

la ecuación para calcular la deflexión lineal,  $f$ , del resorte a partir de las variables típicas de diseño del resorte. La ecuación resultante es

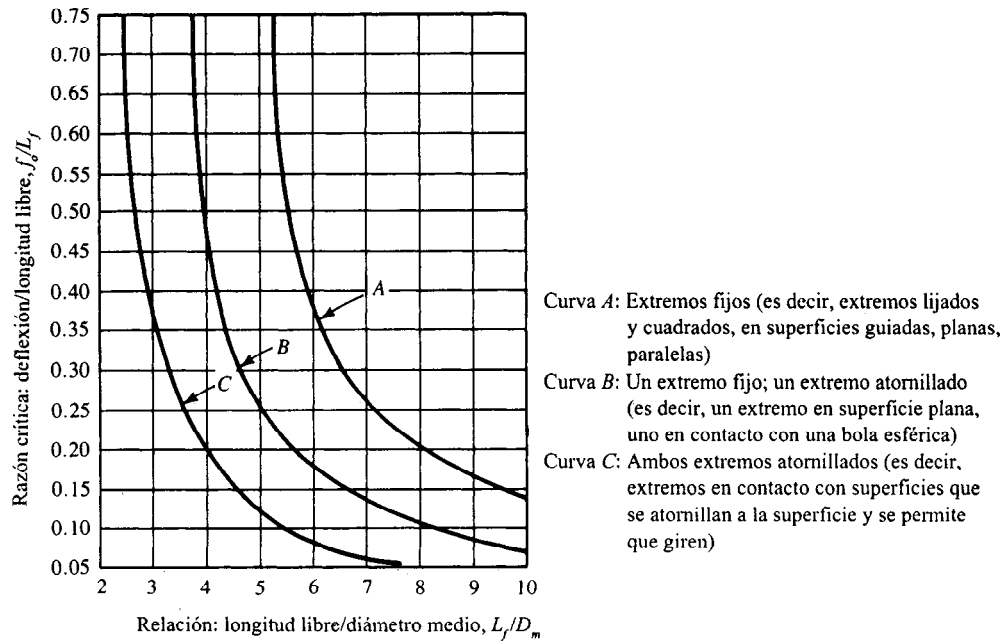
$$f = \frac{8FD_m^3 N_a}{GD_w^4} = \frac{8FC^3 N_a}{GD_w} \quad (7-6)$$

Recuerde que  $N_a$  es número de bobinas *activas* como se analizó en la sección 7-3. El apéndice A-20 presenta los valores de  $G$  para materiales típicos con que se fabrican resortes. Observe otra vez, en la ecuación (7-6) que el diámetro del alambre surte un impacto significativo en el rendimiento del resorte

## Pandeo

La tendencia a pandearse en un resorte se incrementa conforme éste es más alto y delgado. La figura 7-9 muestra gráficas de la razón o relación crítica de deflexión hasta la longitud libre contra la razón de longitud libre respecto al diámetro medio para el resorte. En la figura se describen tres condiciones distintas en los extremos. Como ejemplo del uso de esta figura, considere un resorte que tiene extremos a escuadra y lijados, una longitud libre de 6.0" y diámetro medio de 0.75". Deseamos saber qué deflexiones provocarán que el resorte presente pandeo. Primero calcule

$$\frac{L_f}{D_m} = \frac{6.0}{0.75} = 8.0$$



**Figura 7-9** Criterio para pandeo de resortes. Si la relación real de  $f_o/L_f$  es mayor que la relación crítica, el resorte se pandeará al someterse a deflexión de operación

Así, de la figura 7-9, la razón de deflexión crítica es 0.20. A partir de esto podemos calcular la deflexión crítica.

$$\frac{f_o}{L_f} = 0.20 \quad \text{o} \quad f_o = 0.20(L_f) = 0.20(6.0") = 1.20"$$

Esto es, si el resorte se deflexiona más de 1.20", el resorte debe pandearse.

## 7-5 ANALISIS DE CARACTERISTICAS DE LOS RESORTES

Esta sección demuestra el uso de conceptos que se desarrollaron en secciones previas para analizar la geometría y las características de rendimiento de un resorte en particular. Suponga que encontró un resorte pero no dispone de información en cuanto a su rendimiento. Realizar algunas mediciones y cálculos le permitirá determinar esas características. Un dato *imprescindible* que debe conocer es con qué material se fabricó el resorte para estar en posibilidad de evaluar el grado de aceptabilidad de los niveles de tensión que se calcularon.

El método de análisis se presenta en forma de un problema ilustrativo.



**Problema ilustrativo 7-1.** Se sabe que un resorte se fabricó con alambre para instrumentos musicales de acero ASTM A288, pero no se dispone de otra información. Usted podrá cuantificar las características siguientes empleando herramientas de medición sencilla.

Longitud libre =  $L_f = 1.75''$

Diámetro exterior =  $OD = 0.561''$

Diámetro del alambre =  $D_w = 0.055''$

Los extremos están a escuadra y se lijaron

El número *total* de bobinas es 10.0

Se pretende utilizar este resorte en una aplicación en la que la carga normal de operación debe ser 14.0 lb. Se esperan 300,000 ciclos de carga aproximadamente.

Para este resorte calcule lo siguiente:

1. Número de calibre del alambre para instrumentos musicales, diámetro medio, diámetro interior, índice de resorte y factor de Wahl.
2. La tensión que se espera con una carga de operación de 14.0 lb.
3. La deflexión del resorte bajo la acción de una carga de 14.0 lb.
4. La longitud de operación, la longitud comprimido y la razón de resorte.
5. La fuerza en el resorte cuando se encuentra en su longitud comprimido y el esfuerzo correspondiente a longitud comprimido.
6. La tensión de diseño para el material compárela con la tensión en longitud comprimido.
7. El esfuerzo o tensión máximo permisible compárelo con el esfuerzo en longitud comprimido.
8. Verifique el resorte en cuanto a pandeo y márgenes de las bobinas.
9. Especifique un diámetro adecuado para un orificio en el cual se va a instalar el resorte.

**Solución.** La solución se presenta siguiendo el mismo orden que los incisos anteriores. Las fórmulas que se utilizan se encuentran en las secciones anteriores de este capítulo.

1. El alambre es para instrumentos musicales calibre 24 (tabla 7-2)

$$D_m = OD - D_w = 0.561 - 0.055 = 0.506''$$

$$ID = D_m - D_w = 0.506 - 0.055 = 0.451''$$

$$\text{Índice de resorte} = C = D_m/D_w = 0.506/0.055 = 9.20$$

$$\text{Factor de Wahl} = K = (4C - 1)/(4C - 4) + 0.615/C$$

$$K = [4(9.20) - 1]/[4(9.20) - 4] + 0.615/9.20$$

$$K = 1.158$$

2. Esfuerzo o tensión en el resorte a  $F = F_o = 14$  lb (ecuación 7-4)

$$\tau_o = \frac{8KF_oC}{\pi D_w^2} = \frac{8(1.158)(14.0)(9.20)}{\pi (0.055)^2} = 125\,560 \text{ psi}$$

3. Deflexión en longitud de operación (ecuación 7-6)

$$f_o = \frac{8F_oC^3N_a}{GD_w} = \frac{8(14.0)(9.20)^3(8.0)}{(11.85 \times 10^6)(0.055)} = 1.071''$$

Observe que el número de bobinas activas para un resorte con extremos a escuadra y lijados es  $N_a = N - 2 = 10.0 - 2 = 8.0$ . También, el módulo del alambre del resorte,  $G$ , se encontró en el apéndice A-20. El valor de  $f_0$  es la deflexión de longitud sin compresión a la longitud de operación.

4. Longitud de operación:  $L_o = L_f - f_o = 1.75 - 1.071 = 0.679''$

$$\text{Longitud comprimido} = L_s = D_w(N) = 0.055(10.0) = 0.550''$$

Índice de resorte: (ecuación 7-1)

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta L} = \frac{F_o}{L_f - L_o} = \frac{F_o}{f_o} = \frac{14.0 \text{ lb}}{1.071''} = 13.07 \text{ lb/pulg.}$$

5. La fuerza en longitud comprimido se encuentra multiplicando la razón de resorte por la deflexión a partir de la longitud libre hasta la longitud es bando comprimido. Así

$$F_s = k(L_f - L_s) = (13.07 \text{ lb/pulg.})(1.75'' - 0.550'') = 15.69 \text{ lb}$$

La tensión o esfuerzo en longitud comprimido,  $\tau_s$ , puede encontrarse a partir de la ecuación (7-4) utilizando  $F = F_s$ . No obstante, un método más sencillo consiste en reconocer que el esfuerzo es directamente proporcional a la fuerza en el resorte y que el resto de los datos en la fórmula son los mismos que se utilizaron para calcular la tensión bajo esfuerzo de operación,  $F_o$ . Puede utilizarse la misma proporción

$$\tau_s = \tau_o(F_s/F_o) = (125\,560 \text{ psi})(15.69/14.0) = 140\,700 \text{ psi}$$

6. Tensión de diseño,  $\tau_d$ , a partir del apéndice A-19, en la gráfica de tensión de diseño contra diámetro del alambre del resorte para acero ASTM A228, se puede utilizar la curva de promedio de servicio con base en el número de ciclos de carga que se espera. Leemos  $\tau_d = 135,000$  psi para el alambre de 0.055". Como la tensión real de operación,  $\tau_o$ , es menor que este valor, resulta satisfactoria.
7. Tensión máxima permisible,  $\tau_{\max}$ : se sugiere emplear la curva de servicio ligero para determinar este valor. Para  $D_w = 0.055$ ,  $\tau_{\max} = 150,000$  psi. La tensión máxima real que

se espera la cual se presenta en tensión comprimido ( $\tau_s = 140,700$  psi) es menor que este valor, por consiguiente, el diseño es satisfactorio en lo que a tensiones corresponde

$$L_f/D_m = (1.75 \text{ "})/(0.506 \text{ "}) = 3.46$$

En cuanto a la figura 7-9, y utilizando la curva A para extremos a escuadra y lijados, se observa que la razón de deflexión crítica es muy alta y que no se debe presentar pandeo. De hecho, para cualquier valor de  $L_f/D_m < 5.2$ , es posible concluir que no se presentará pandeo.

*Margen para las bobinas,  $C_c$ :*

$$cc = (L_o - L_s)/N_a = (0.679 - 0.550)/(8.0) = 0.016 \text{ "}$$

Al comparar esto con el margen mínimo que se sugiere de

$$D_w/10 = (0.055 \text{ "})/10 = 0.0055 \text{ "}$$

es posible apreciar que este margen resulta aceptable.

9. *Diámetro del orificio:* se sugiere que el orificio en el cual se instalará el resorte sea de diámetro mayor que el OD del resorte en una cantidad de  $D_w/10$ . Así

$$D_{\text{orificio}} > OD + D_w/10 = 0.561 \text{ " } + (0.055 \text{ "})/10 = 0.567 \text{ "}$$

Un diámetro de  $5/8$ ",  $0.625$ ", será un tamaño estándar satisfactorio

Esto complementa el problema ilustrativo.

## 7-6 DISEÑOS DE RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESION

El objetivo del diseño de resortes helicoidales de compresión consiste en especificar la geometría del resorte para que opere bajo límites específicos de carga y deflexión, quizá también con limitaciones de espacio. El material y tipo de servicio se especificarán considerando el ambiente y la aplicación.

A continuación presentamos un enunciado típico de un problema.

**Problema ilustrativo 7-2.** Un resorte helicoidal de compresión debe ejercer una fuerza de 8.0 lb cuando se comprime a una longitud de 1.75". A una longitud de 1.25", la fuerza debe ser 12.0 lb. El resorte se instalará en una máquina que cumple ciclos con lentitud, y

aproximadamente se esperan 200,000 ciclos en total. La temperatura no excederá los 200°F. Se contempla instalar el resorte en un orificio cuyo diámetro es de 0.75".

Especifique un material adecuado para esta aplicación, diámetro del alambre, diámetro medio, OD, ID, longitud libre, longitud comprimido, número de bobinas y tipo de condición en los extremos. Verifique la tensión en la carga máxima de operación y la condición de longitud comprimido.

Se mostrarán dos procedimientos de solución, cada uno se implantará en un programa de computación y se discernirá en la solución. Los pasos numerados pueden utilizarse como guía para problemas futuros y como algoritmo para los programas de computación.

**Método de solución 1.** El procedimiento se enfoca directamente hacia la geometría del resorte a nivel general especificando el diámetro medio que satisficará las limitaciones en cuanto a espacio. El proceso exige que el responsable del diseño disponga de tablas con información relativa a diámetros de alambre, como la tabla 7-2, y tensiones de diseño para el material con que se va a fabricar el resorte, como el apéndice A-19. Es necesario hacer una estimación inicial para las tensiones de diseño consultando las gráficas de las mismas contra diámetro de alambre para tomar una decisión razonada. En general deberá realizarse más de una prueba, pero los resultados de pruebas previas le ayudarán a decidir los valores que debe utilizar en pruebas posteriores.

**Paso 1.** Especifique el material y su módulo de elasticidad ante esfuerzo de corte,  $G$ .

Para este problema pueden utilizarse varios materiales estándar para fabricar resortes. Optemos por alambre de acero ASTM A231 con aleación de cromo y vanadio, cuyo valor de  $G$  es igual a 11,200,000 psi (véase el apéndice A-20).

**Paso 2.** A partir del enunciado del problema, identifique la fuerza en operación,  $F_o$ ; la longitud en operación a la que debe ejercerse esa fuerza,  $L_o$ ; la fuerza a alguna otra longitud, que se denomina *fuerza instalado*,  $F_i$ ; y la longitud instalado,  $L_i$ ;

Recuerde que  $F_o$  es la fuerza máxima que experimenta el resorte bajo condiciones normales de operación. Muchas veces, no se especifica el segundo nivel de fuerza. En tal caso, sea  $F_i =$  cero y especifique un valor de diseño para la longitud libre,  $L_f$ , en lugar de  $L_i$ .

Para este problema  $F_o = 12.0$  lb;  $L_o = 1.25$ ";  $F_i = 8.0$  lb; y  $L_i = 1.75$ ".

**Paso 3.** Calcule la razón de resorte,  $k$ :

$$k = \frac{F_o - F_i}{L_i - L_o} = \frac{12.0 - 8.0}{1.75 - 1.25} = 8.00 \text{ lb/"}$$

**Paso 4.** Calcule la longitud libre,  $L_f$ :

$$L_f = L_i + F_i/k = 1.75 \text{ " } + [(8.00 \text{ lb})/(8.00 \text{ lb/"})] = 2.75 \text{ " }$$

El segundo término en la ecuación anterior es la cantidad de deflexión a partir de la longitud libre hasta la longitud instalado para poder desarrollar la fuerza  $F_i$  instalado. Desde luego, este paso no es necesario si en la información original se especifica la longitud libre.

**Paso 5.** Especifique un estimado inicial para el diámetro medio,  $D_m$ .

Teniendo en mente que el diámetro medio será más pequeño que el diámetro externo y mas grande que el diámetro interior, es necesario empezar a aplicar el criterio. Para este problema especifiquemos  $D_m = 0.60"$ . Esto debe permitir que se instale en el orificio con  $0.75"$  de diámetro.

**Paso 6.** Especifique una tensión de diseño inicial.

Consulte las gráficas para las tensiones de diseño de los materiales seleccionados, considerando a su vez, el servicio. En este problema debe utilizarse el servicio promedio. Así, para el acero ASTM A231, como lo ilustra el apéndice A-19-4, una tensión de diseño nominal sería 130,000 psi. Estrictamente, este es un estimado que se basa en la resistencia del material. El proceso incluye verificar la tensión más adelante.

**Paso 7.** Calcule el diámetro del alambre para la prueba despejando  $D_w$ , de la ecuación (7-4). Observe que se conoce todo lo demás en la ecuación excepto el factor de Wahl,  $K$ , porque depende del propio diámetro del alambre. Pero  $K$  varía poco a lo largo del rango de índices de resorte,  $C$ . En la figura 7-8 es posible observar que  $K = 1.2$  es el valor nominal. Esto, también, se verificará más adelante. Con el valor que se supuso para  $K$ , es posible simplificar en alguna medida

$$D_w = \left[ \frac{8KF_o D_m}{\pi \tau_d} \right]^{1/3} = \left[ \frac{(8)(1.2)(F_o)(D_m)}{(\pi)(\tau_d)} \right]^{1/3}$$

Al combinar las constantes se obtiene

$$D_w = \left[ \frac{8KF_o D_m}{\pi \tau_d} \right]^{1/3} = \left[ \frac{(3.06)(F_o)(D_m)}{\tau_d} \right]^{1/3} \quad (7-7)$$

Para este problema

$$D_w = \left[ \frac{(3.06)(F_o)(D_m)}{\tau_d} \right]^{1/3} = \left[ \frac{(3.06)(12)(0.6)}{130\,000} \right]^{0.333}$$

$$D_w = 0.0553"$$

**Paso 8.** Seleccione un diámetro de alambre estándar de las tablas, luego determine la tensión de diseño y la tensión máxima tolerable para el material con ese diámetro. En condiciones normales, la tensión de diseño será para servicio promedio, a menos que tasas altas de ciclaje o choque indiquen que se garantiza servicio severo. La curva de servicio ligero debe utilizarse con cuidado porque se acerca mucho a la resistencia a punto cedente. En realidad, utilizaremos la curva de servicio ligero como estimación del esfuerzo o tensión máxima permisible.

Para este problema, el tamaño de alambre estándar siguiente es  $0.0625"$ , número 16 en la tabla de alambre estándar U. S. Steel. Para este tamaño, las curvas en el apéndice A-19-4 para alambre de acero ASTM A231 muestran que la tensión de diseño es 145,000 psi aproximadamente para servicio promedio y que la tensión máxima permisible es 170,000 psi a partir de la curva de servicio ligero.

**Paso 9.** Calcule los valores reales de  $C$  y  $K$ , el índice de resorte y el factor de Wahl

$$C = \frac{D_m}{D_w} = \frac{0.60}{0.0625} = 9.60$$

$$K = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0.615}{C} = \frac{4(9.60) - 1}{4(9.60) - 4} + \frac{0.615}{9.60} = 1.15$$

**Paso 10.** Calcule la tensión real que se espera debido a la fuerza de operación,  $F_o$ , a partir de la ecuación (7-4)

$$\tau_o = \frac{8KF_oD_m}{\pi D_w^3} = \frac{(8)(1.15)(12.0)(0.60)}{(\pi)(0.0625)^3} = 86\,450 \text{ psi}$$

Al comparar esto con la tensión de diseño de 145,000 psi vemos que es segura.

**Paso 11.** Calcule el número de bobinas activas que se necesitan para darle las características de deflexión adecuadas al resorte. Utilizando la ecuación (7-6) y despejando para  $N_a$ ,

$$f = \frac{8FC^3N_a}{GD_w}$$

$$N_a = \frac{fGD_w}{8FC^3} = \frac{GD_w}{8kC^3} \quad (\text{Nota: } F/f = k, \text{ la razón del resorte}) \quad (7-8)$$

Por consiguiente, para este problema

$$N_a = \frac{GD_w}{8kC^3} = \frac{(11\,200\,000)(0.0625)}{(8)(8.0)(9.60)^3} = 12.36 \text{ bobinas}$$

Observe que  $k = 8.0 \text{ lb/pulg}$  es la razón de resorte. No confundirlo con  $K$ , el factor de Wahl.

**Paso 12.** Calcule la longitud comprimido,  $L_s$ ; la fuerza en el resorte en longitud comprimido,  $F_s$ ; y el esfuerzo o tensión en el resorte en longitud comprimido,  $\tau_s$ . Este cálculo dará la tensión máxima que recibirá el resorte.

La longitud comprimido se presenta cuando todas las bobinas se tocan entre sí, no obstante recuerde que hay dos bobinas inactivas.

$$L_s = D_w(N_a + 2) = 0.0625(14.36) = 0.898 \text{ "}$$

La fuerza en longitud comprimido es el producto de la razón de resorte por la deflexión en longitud comprimido ( $L_f - L_s$ )

$$F_s = k(L_f - L_s) = (8.0 \text{ lb/pulg})(2.75 - 0.898) = 14.8 \text{ lb}$$

Como la tensión o esfuerzo en el resorte es directamente proporcional a la fuerza, un método sencillo para calcular el esfuerzo en longitud estando totalmente comprimido es

$$\tau_s = (\tau_o)(F_s/F_o) = (86\,450 \text{ psi})(14.8/12.0) = 106\,750 \text{ psi}$$

Cuando esto se compara con la tensión máxima permisible, 170,000 psi, es segura y el resorte no presentará cedencia cuando se comprima hasta su longitud estando totalmente comprimido.

**Paso 13.** Termine los cálculos de características geométricas y compárelos con limitaciones de espacio y de operación:

$$OD = D_m + D_w = 0.60 + 0.0625 = 0.663 \text{ "}$$

$$ID = D_m - D_w = 0.60 - 0.0625 = 0.538 \text{ "}$$

Estas características son satisfactorias para instalación en un orificio cuyo diámetro es de 0.75".

Este procedimiento pone fin al diseño de un resorte aceptable para esta aplicación. Quizá sea recomendable realizar otras pruebas para intentar encontrar un resorte que se acerque más a lo óptimo. A su vez debe verificarse la tendencia al pandeo junto con el margen para las bobinas. Estos aspectos serán analizados como parte del desarrollo del método 2.

### Programa de computación para el método 1 de diseño de resortes

En el análisis siguiente, el listado del código para un programa de computación en lenguaje BASIC realiza el procedimiento de diseño, el cual consta de 13 pasos, que se desarrollo antes. La figura 7-10 presenta un diagrama de flujo para el programa. Los enunciados *REM*, sugerencia importante, en el listado del programa le serán útiles para seguir éste último. Observe que se llevan a cabo varias verificaciones y se imprimen mensajes si 1) las tensiones son en extremo altas, 2) el índice de resorte es menor que 5.0, o bien, 3) la longitud comprimido que se calculó excede a la longitud de operación especificada, como es evidente, una situación imposible. Los enunciados del 890 al 940 permiten que el operador seleccione diversas opciones en cuanto a cómo proceder una vez que se termine cualquier diseño en particular. Con este programa se pueden terminar muchos diseños en poco tiempo.

A continuación del programa se presenta un conjunto de salidas que comparan el ejemplo que recién se terminó. Además, una segunda prueba que se realiza con un diámetro medio un poco más grande, da por resultado un resorte que se adapta mejor al orificio que se especifica.

## Diseño de resortes helicoidales (método 1): listado de programa

```

10 PRINT "PROGRAM TO ASSIST IN THE DESIGN OF"
20 PRINT "  HELICAL COMPRESSION SPRINGS"
30 PRINT "  WITH A SPECIFIED MEAN DIAMETER"
40 PRINT
50 PRINT "INPUT DATA REQUIRED ARE:"
60 PRINT "  SHEAR MODULUS OF ELASTICITY OF SPRING WIRE ,
  G, PSI"
70 PRINT "  MAXIMUM OPERATING FORCE, F0, LB"
80 PRINT "  OPERATING LENGTH, L0, INCHES"
90 PRINT "  INSTALLED FORCE, F1, LB"
100 PRINT "  INSTALLED LENGTH, L1, INCHES"
110 PRINT
120 PRINT "NOTE: INSTALLED LENGTH CAN BE FREE LENGTH - "
130 PRINT "      THEN INSTALLED FORCE = ZERO"
140 PRINT
150 PRINT
160 PRINT "NOW INPUT G, F0, L0, F1, L1"
▶ 170 INPUT G,F0,L0,F1,L1
180 PRINT
190 REM : K = SPRING RATE
200 K = (F0 - F1)/(L1 - L0)
210 PRINT USING "SPRING RATE = **.* LB/IN" ;K
220 REM : L2 = FREE LENGTH
230 L2 = L1 + F1/K
240 PRINT USING "FREE LENGTH = **.* INCHES" ;L2
250 REM : D0 = DEFLECTION AT OPERATING LENGTH
260 PRINT
270 PRINT "INPUT TRIAL VALUE FOR MEAN DIAMETER, D2"
▶ 280 INPUT D2
290 PRINT
300 PRINT "INPUT INITIAL ESTIMATE OF DESIGN STRESS, S1"
▶ 310 INPUT S1
320 REM : D1 = INITIAL TRIAL VALUE OF WIRE DIAMETER
330 D1 = (3.06*F0*D2/S1)^(1/3)
340 PRINT
350 PRINT USING "TRIAL WIRE DIAMETER = **.* INCHES" ;D1
360 PRINT
370 PRINT "INPUT STANDARD WIRE SIZE, DESIGN STRESS, AND MAX
  STRESS"
▶ 380 INPUT D1, S1, S4
390 REM : C = SPRING INDEX
400 C = D2/D1
410 REM : K1 = WAHL FACTOR
420 K1 = (4*C - 1)/(4*C - 4) + .615/C
430 S2 = 2.546*K1*F0*D2/(D1^3)
440 PRINT
450 PRINT USING "STRESS DUE TO OPERATING FORCE = **.*,
  PSI" ;S2
460 IF S2 > S1 THEN 490
470 PRINT " -OPERATING STRESS OK- "
480 GOTO 500
490 PRINT " * * * OPERATING STRESS EXCEEDS DESIGN STRESS * * *"
500 PRINT

```

Introducción

Datos de diseño de entrada; calcule la razón de resorte y de prueba  $D_w$

Seleccione tamaño estándar de alambre y tensión permisible

Tensión debida a la fuerza de operación. Calcule C, K, y tensión de operación

Las líneas en el programa que solicitan que se inserte información y las líneas en la salida que corresponden al enunciado de entrada se señalan con una ▶.



```

510 REM : N1 = NUMBER OF ACTIVE COILS
520 N1 = G*D1/(8*K*C^3)
530 REM : D3 = OUTSIDE DIAMETER
540 REM : D4 = INSIDE DIAMETER
550 D3 = D2 + D1
560 D4 = D2 - D1
570 PRINT USING "FOR SPECIFIED MEAN DIAMETER = **,**
    INCHES:";D2
580 PRINT USING "    OUTSIDE DIAMETER = **,** INCHES";D3
590 PRINT USING "    INSIDE DIAMETER = **,** INCHES";D4
600 PRINT
610 PRINT USING "    SPRING INDEX = **,**";C
620 IF C > 5 THEN G40
630 PRINT " * * * SPRING INDEX LESS THAN 5.0 * * *"
640 PRINT
650 PRINT USING "    NUMBER OF ACTIVE COILS = **,**";N1
660 PRINT
670 REM : L3 = SOLID LENGTH
680 L3 = D1*(N1 + 2)
690 IF L3 < L0 THEN 740
700 PRINT USING " * * * SOLID LENGTH = **,** INCHES WHICH
    IS";L3
710 PRINT USING " * * * GREATER THAN OPERATING LENGTH, **,**
    INCHES";L0
720 PRINT " * * * IMPOSSIBLE SITUATION * * * "
730 GOTO 870
740 REM : D5 = DEFLECTION AT SOLID LENGTH
750 D5 = L2 - L3
760 REM : F2 = FORCE AT SOLID LENGTH
770 F2 = K*D5
780 REM : S3 = STRESS AT SOLID LENGTH
790 S3 = S2*F2/F0
800 PRINT USING "SOLID LENGTH = **,** INCHES";L3
810 PRINT USING "FORCE AT SOLID LENGTH = **,** LB";F2
820 PRINT USING "STRESS AT SOLID LENGTH = **,** PSI";S3
830 IF S3 > S4 THEN 860
840 PRINT " -STRESS AT SOLID LENGTH OK- "
850 GOTO 870
860 PRINT " * * * SOLID LENGTH STRESS EXCEEDS MAX ALLOWABLE * *
    * "
870 PRINT
880 PRINT
890 PRINT "TYPE  1  TO END"
900 PRINT "TYPE  2  TO RUN A NEW PROBLEM"
910 PRINT "TYPE  3  TO CHANGE MEAN DIAMETER"
920 PRINT "TYPE  4  TO CHANGE WIRE DIAMETER"
930 INPUT T
940 ON T GOTO 950, 10, 260, 360
950 END

```

Calcule e imprima  
geometría

Fuerza y tensión en  
longitud totalmente  
comprimido

Longitud acerca de  
cómo continuar

**Diseño del resorte helicoidal (método 1): muestra de salida**

PROGRAM TO ASSIST IN THE DESIGN OF  
HELICAL COMPRESSION SPRINGS  
WITH A SPECIFIED MEAN DIAMETER

INPUT DATA REQUIRED ARE:  
SHEAR MODULUS OF ELASTICITY OF SPRING WIRE, G, PSI  
MAXIMUM OPERATING FORCE, FO, LB  
OPERATING LENGTH, LO, INCHES  
INSTALLED FORCE, FI, LB  
INSTALLED LENGTH, LI, INCHES

NOTE: INSTALLED LENGTH CAN BE FREE LENGTH -  
THEN INSTALLED FORCE = ZERO

NOW INPUT G, FO, LO, FI, LI

► ? 1.12E + 07 , 12 , 1.25 , 8 , 1.75

Enunciado 170

SPRING RATE = 8.00 LB/IN

FREE LENGTH = 2.750 INCHES

INPUT TRIAL VALUE FOR MEAN DIAMETER, D2

► ? .6

Enunciado 280

INPUT INITIAL ESTIMATE OF DESIGN STRESS, S1

► ? 130000

Enunciado 310

TRIAL WIRE DIAMETER = 0.0553 INCHES

INPUT STANDARD WIRE SIZE, DESIGN STRESS, AND MAX STRESS

► ? .0625 , 145000 , 170000

Enunciado 380

STRESS DUE TO OPERATING FORCE = 86443. PSI

- OPERATING STRESS OK -

FOR SPECIFIED MEAN DIAMETER = 0.600 INCHES:

OUTSIDE DIAMETER = 0.663 INCHES

INSIDE DIAMETER = 0.538 INCHES

SPRING INDEX = 9.60

NUMBER OF ACTIVE COILS = 12.36

SOLID LENGTH = 0.898 INCHES  
 FORCE AT SOLID LENGTH = 14.82 LB  
 STRESS AT SOLID LENGTH = 106748. PSI  
 - STRESS AT SOLID LENGTH OK -

TYPE 1 TO END  
 TYPE 2 TO RUN A NEW PROBLEM  
 TYPE 3 TO CHANGE MEAN DIAMETER  
 TYPE 4 TO CHANGE WIRE DIAMETER

► ? 3

Enunciado 930

INPUT TRIAL VALUE FOR MEAN DIAMETER, D2  
 ► ? .65

**Iniciar nuevo  
 diseño con nuevo  
 diámetro medio**

INPUT INITIAL ESTIMATE OF DESIGN STRESS, S1  
 ► ? 145000

Enunciado 280  
 Enunciado 310

TRIAL WIRE DIAMETER = 0.0548 INCHES

INPUT STANDARD WIRE SIZE, DESIGN STRESS, AND MAX STRESS  
 ► ? .0625 , 145000 , 170000

Enunciado 380

STRESS DUE TO OPERATING FORCE = 92642. PSI  
 - OPERATING STRESS OK -

FOR SPECIFIED MEAN DIAMETER = 0.650 INCHES:  
 OUTSIDE DIAMETER = 0.713 INCHES  
 INSIDE DIAMETER = 0.588 INCHES

SPRING INDEX = 10.40

NUMBER OF ACTIVE COILS = 9.72

SOLID LENGTH = 0.733 INCHES  
 FORCE AT SOLID LENGTH = 16.14 LB  
 STRESS AT SOLID LENGTH = 124590. PSI  
 - STRESS AT SOLID LENGTH OK -

TYPE 1 TO END  
 TYPE 2 TO RUN A NEW PROBLEM  
 TYPE 3 TO CHANGE MEAN DIAMETER  
 TYPE 4 TO CHANGE WIRE DIAMETER

► ? 1

Enunciado 930

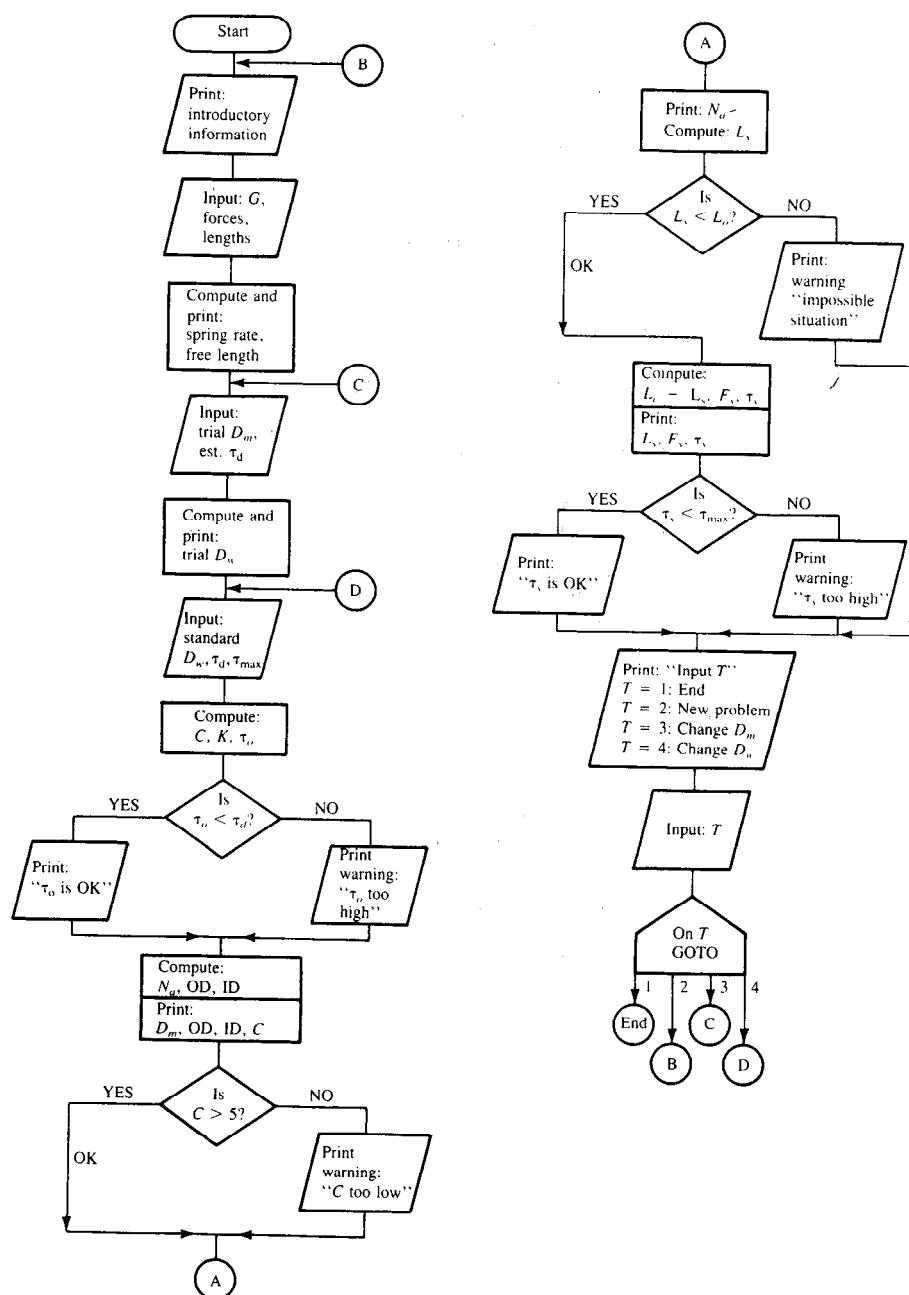


Figura 7-10 Diagrama de flujo para el diseño de resortes, método 1

## Programa de computación para el método 2 de diseño de resortes

El programa siguiente presenta el código para un segundo método de diseño de resortes. La figura 7-11 es el diagrama de flujo para este programa. Este procedimiento de diseño es mucho más abierto ya que proporciona un margen extenso para que el diseñador realice diseños que satisfacen las necesidades básicas en cuanto a fuerza/longitud/tensión o esfuerzo para un problema específico. Sin embargo, la geometría del resorte no se controla de manera estricta; es un resultado del procedimiento, más que un factor que deba especificarse al principio, como en el método 1.

## Diseño de resorte helicoidal (método 2): listado del programa

```

10 DIM D(35)
20 FOR I = 1 TO 32
30 READ D(I)
40 NEXT I
50 DATA .0204, .0230, .0258, .0286, .0317, .0348, .0410
55 DATA .0475, .0540, .0625, .0720, .0800, .0915, .1055
60 DATA .1205, .1350, .1483, .1620, .1770, .1920, .2070
70 DATA .2253, .2437, .2625, .2830, .3065, .3310, .3625
80 DATA .3938, .4305, .4615, .4900
90 PRINT "PROGRAM TO ASSIST IN THE DESIGN OF"
100 PRINT "  HELICAL COMPRESSION SPRINGS"
110 PRINT "  MADE FROM ASTM A231 WIRE"
120 PRINT
130 PRINT "SQUARED AND GROUND ENDS ASSUMED"
140 REM : FOR A231 WIRE, G = 11,200,000 PSI
150 G = 1.12E + 07
160 PRINT
170 PRINT "INPUT DATA REQUIRED ARE:"
180 PRINT "  MAXIMUM OPERATING FORCE, FO, LB."
190 PRINT "  OPERATING LENGTH, LO, INCHES"
200 PRINT "  INSTALLED FORCE, FI, LB."
210 PRINT "  INSTALLED LENGTH, LI, INCHES"
220 PRINT
230 PRINT "NOTE: INSTALLED LENGTH CAN BE FREE LENGTH -"
240 PRINT "      THEN INSTALLED FORCE = ZERO"
250 PRINT
260 PRINT
270 PRINT "NOW INPUT FO,LO,FI,LI"
280 INPUT FO,LO,FI,LI
290 REM : K = SPRING RATE
300 K = (FO - FI) / (LI - LO)
310 REM : L2 = FREE LENGTH
320 L2 = LI + FI / K
330 REM : D0 = DEFLECTION AT OPERATING LENGTH
340 D0 = L2 - LO
350 PRINT
360 PRINT "INPUT INITIAL ESTIMATE OF WIRE DIAMETER, INCHES"
370 INPUT D1
380 PRINT
390 PRINT "WHAT TYPE OF SERVICE?"
400 PRINT "TYPE 1 FOR LIGHT; 2 FOR AVERAGE; 3 FOR SEVERE"
410 INPUT S

```

Lea los tamaños estándar de alambres en la memoria

Introducción

Inserte los datos de diseño; calcule la razón de resorte y la deflexión de operación

Estimado general para  $D_w$ ; especifique clase de servicio

```

420 PRINT
430 GOSUB 1620
440 PRINT USING "INITIAL DESIGN STRESS = ***,***, PSI" ; S1
450 PRINT USING "MAX ALLOWABLE STRESS = ***,***, PSI" ; S4
460 REM : NEW D1 = COMPUTED TRIAL WIRE DIAMETER
470 D1 = SQR(21.4*F0/S1)
480 PRINT
490 PRINT
500 PRINT "TRIAL RESULTS:"
510 PRINT
520 PRINT USING "FREE LENGTH = ***,***, INCHES" ; L2
530 PRINT USING "DEFLECTION AT OPERATING LENGTH = ***,***, INCHES" ; D0
540 PRINT USING "SPRING RATE = ***,***, LB/IN" ; K
550 PRINT
560 PRINT USING "TRIAL WIRE DIAMETER = ***,***, INCH" ; D1
570 GOSUB 1700
580 PRINT
590 PRINT "NEAREST STANDARD WIRE DIAMETERS ARE:"
600 PRINT D(I - 1), D(I), D(I + 1)
610 PRINT D(I + 2), D(I + 3), D(I + 4)
620 PRINT
630 PRINT "INPUT SELECTED WIRE DIAMETER
▶ 640 INPUT D1
650 GOSUB 1620
660 N2 = (L0 - 2*D1)/D1
670 PRINT
680 PRINT USING "INPUT SELECTED NUMBER OF COILS LESS THAN
    ***,**" ; N2
▶ 690 INPUT N1
700 IF N1 > N2 THEN 680
710 REM : C = SPRING INDEX
720 C = (G*D1/(8*K*N1))^(1/3)
730 IF C > 5 THEN 760
740 PRINT USING "C = ***,** - TOO SMALL" ; C
750 REM : D2 = MEAN DIAMETER
760 D2 = C*D1
770 REM : D3 = OUTSIDE DIAMETER
780 D3 = D2 + D1
790 REM : D4 = INSIDE DIAMETER
800 D4 = D2 - D1
810 PRINT
820 PRINT "TRIAL GEOMETRY:"
830 PRINT
840 PRINT USING "WIRE DIAMETER = ***,***, INCH" ; D1
850 PRINT
860 PRINT USING "MEAN DIAMETER = ***,***, INCHES" ; D2
870 PRINT USING "OUTSIDE DIAMETER = ***,***, INCHES" ; D3
880 PRINT USING "INSIDE DIAMETER = ***,***, INCHES" ; D4
890 PRINT
900 H = D3 + D1/2
910 PRINT USING "NOTE: HOLE DIAMETER SHOULD BE > ***,***, INCHES" ; H
915 PRINT
920 PRINT USING "SPRING INDEX = ***,**" ; C
925 PRINT
930 PRINT USING "FREE LENGTH/MEAN DIAMETER = ***,**" ; L2/D2
940 IF L2/D2 > 5.4 THEN 970

```

Subrutina para todas las tensiones permisibles  
Resultados de la subrutina  
Calcule prueba  $D_w$

Resultados de la prueba

Subrutina: buscar tamaño estándar de alambre

Resultados de la subrutina; el operador selecciona el tamaño del alambre

Subrutina para tensiones permisibles

Número de bobinas

Calcule los factores geométricos

```

950 PRINT "BUCKLING SHOULD NOT BE A PROBLEM"
960 GOTO 1030
970 PRINT " * * * BUCKLING MAY BE A PROBLEM * * *"
980 PRINT USING " RATIO: OPERATING DEFLECTION/FREE LENGTH =
    *,***" ; D0/L2
990 R = 14.2748/(L2/D2)^2.03558
1000 PRINT USING " MAX RATIO = *,***" ; R
1010 PRINT " TRY TO INCREASE THE MEAN DIAMETER"
1020 PRINT " OR DECREASE THE FREE LENGTH"
1030 PRINT
1040 PRINT USING "DESIGN STRESS = ***** PSI" ; S1
1050 PRINT USING "MAX ALLOWABLE STRESS = ***** PSI" ; S4
1060 PRINT
1070 PRINT "IS GEOMETRY OK? YES/NO"
1080 INPUT A$
1090 IF A$ <> "YES" THEN 1540
1100 PRINT
1110 PRINT "GEOMETRY OK! CHECK STRESSES"
1120 PRINT
1130 REM : K1 = WAHL FACTOR
1140 K1 = (4*C - 1)/(4*C - 4) + .615/C
1150 REM : S2 = ACTUAL EXPECTED STRESS AT OPERATING FORCE
1160 S2 = 2.546*K1*C*F0/(D1^2)
1170 REM : L3 = SOLID LENGTH
1180 L3 = D1*(N1 + 2)
1190 REM : D5 = DEFLECTION AT SOLID LENGTH
1200 D5 = L2 - L3
1210 REM : F2 = FORCE AT SOLID LENGTH
1220 F2 = K*D5
1230 REM : S3 = STRESS AT SOLID LENGTH
1240 S3 = S2*F2/F0
1250 PRINT USING "STRESS DUE TO OPERATING FORCE = *****
    PSI" ; S2
1260 IF S2 > S1 THEN 1290
1270 PRINT "OPERATING STRESS OK"
1280 GOTO 1310
1290 PRINT " * * * OPERATING STRESS TOO HIGH * * *"
1300 PRINT USING " DESIGN STRESS = ***** PSI" ; S1
1310 PRINT
1320 PRINT USING "SOLID LENGTH = *,*** INCHES" ; L3
1330 PRINT USING "STRESS AT SOLID LENGTH = ***** PSI" ; S3
1340 IF S3 > S4 THEN 1380
1350 PRINT "SOLID LENGTH STRESS OK"
1360 PRINT
1370 GOTO 1430
1380 PRINT " * * * SOLID LENGTH STRESS TOO HIGH * * *"
1390 PRINT USING " MAX SOLID STRESS = ***** PSI" ; S4
1400 PRINT "PERMANENT SET WILL OCCUR AT SOLID LENGTH"
1410 PRINT
1420 REM : C1 = COIL CLEARANCE AT OPERATING LENGTH
1430 C1 = (L0 - L3)/N1
1440 REM : C2 = RECOMMENDED COIL CLEARANCE
1450 C2 = .1*D1
1460 IF C1 < C2 THEN 1500
1470 PRINT USING "COIL CLEARANCE = *,*** INCH - OK -" ; C1
1480 PRINT
1490 GOTO 1540
1500 PRINT USING "COIL CLEARANCE = *,*** INCH: 0.1*D1 =

```

Verificar pandeo

Verificar geometría

Evalúe la tensión  
de operación y la  
tensión en longitud  
totalmente comprimido

Evaluar margen  
de la bobina

```

      #,**** INCH" ;C1,C2
1510 PRINT "DECREASE NUMBER OF COILS OR INCREASE WIRE
      DIAMETER"
1520 PRINT "    TO INCREASE COIL CLEARANCE"
1530 PRINT
1540 PRINT "TYPE  1  TO END"
1550 PRINT "TYPE  2  TO RUN A NEW PROBLEM"
1560 PRINT "TYPE  3  TO CHANGE THE NUMBER OF COILS"
1570 PRINT "TYPE  4  TO CHANGE THE WIRE DIAMETER"
► 1580 INPUT T
1590 ON T GOTO 1610,90,680,580
1600 GOTO 1540
1610 END
1620 S4 = 110843/D1^(.1486)
1630 ON S GOTO 1640,1660,1680
1640 S1 = S4
1650 RETURN
1660 S1 = 94487/D1^(.1484)
1670 RETURN
1680 S1 = 75942/D1^(.1532)
1690 RETURN
1700 FOR I = 1 TO 32
1710 IF D(I) > D1 THEN 1730
1720 NEXT I
1730 RETURN

```

Decidir cómo  
continuar

Subrutina:  
Calcule tensiones  
permisibles para  
 $D_w$  que se especifica

Subrutina:  
Buscar  $D_w$  estándar  
mayor que  $D_w$   
calculada en  
la prueba

Como está escrito, el programa se limita al diseño de resortes de alambre de acero ASTM A231 y a resortes con extremos a escuadra y lijados. Sin embargo, el lector puede agregar otros materiales y otras condiciones en los extremos, utilizando las técnicas que se muestran en el programa. Lo que sigue es un análisis de las distintas partes del programa

**Líneas 10 a la 80.** Los diámetros de alambre estándar de sistema U. S. Steel Wire Gage se leen en la memoria, cada uno está identificado por una variable en subíndice. Luego, se buscará la lista para proporcionar al diseñador una sinopsis de los tamaños de alambre adecuados.

**Líneas 90 a la 260.** Información general de carácter introductorio.

**Líneas 270 a la 350.** El diseñador teclea la información básica sobrecarga/longitud que desea para el resorte. A partir de ello, se calculan la razón del resorte, longitud libre y deflexión de operación a partir de longitud libre hasta la longitud de operación.

**Líneas 360 a la 420.** El proceso requiere un estimado inicial de la tensión de diseño en el alambre. Sin embargo no es necesario que el diseñador consulte información alguna. A partir de la magnitud de las fuerzas que se requiere ofrezca el resorte, se da entrada a un estimado muy general para el tamaño de cable que, según criterios del diseñador, será capaz de manejar las cargas

**Líneas 430 a la 490 más subrutina de la línea 1620 a la 1690.** La subrutina es una característica del programa que señala la necesidad de que el diseñador consulte una gráfica o tabla de información. Las fórmulas de las líneas 1620, 1660 y 1680 calculan la tensión de





diseño como una función de diámetro de alambre para servicio ligero, promedio o severo. Son ecuaciones que coinciden con la curva para la información que aparece en el apéndice A-19-4 para el alambre de acero ASTM A231. Las ecuaciones calculan los niveles de tensiones con un margen de 2% en cuanto a lo que puede leerse en las gráficas directamente. La subrutina selecciona también la tensión de diseño adecuada dependiendo del valor de la variable  $S$ , que el diseñador seleccionó antes en la línea 410. En cualquier caso, la tensión denominada como  $S_4$  corresponde a la curva de servicio ligero y se utiliza como la tensión máxima permisible.

Al regresar de la subrutina, la tensión de diseño y la tensión máxima permisible se imprimen para que el diseñador las lea y el diámetro del alambre para la prueba se imprime en la línea 470. Esta fórmula se deriva de la ecuación (7-4) en la sección 7-4,

$$\tau = \frac{8KFC}{\pi D_w^2} \quad (7-4)$$

Sea  $F = F_o$  y  $\tau = \tau_d$  (la tensión de diseño), y despejando para el diámetro del alambre se obtiene

$$D_w = \sqrt{\frac{8KF_oC}{\pi\tau_d}} \quad (7-9)$$

Aún no se conocen los valores de  $K$  y  $C$ . Sin embargo se puede calcular un buen estimado del diámetro del alambre si se supone que el índice de resorte es 7.0 aproximadamente, un valor razonable. El valor correspondiente para el factor de Wahl es  $K = 1.2$ , a partir de la ecuación (7-5). Al combinar estos valores supuestos con las otras constantes en la ecuación anterior se obtiene

$$D_w = \sqrt{21.4(F_o)/(\tau_d)} \quad (7-10)$$

Esta es la fórmula de la línea 470 del programa. Es un estimado razonable del tamaño de alambre que se requiere para limitar el esfuerzo al valor de diseño.

**Líneas 480 a la 560.** Se imprime la información de la prueba.

**Líneas de la 570 a la 620 más subrutina de las líneas 1700 a 1730.** Se busca la lista de tamaños estándar de alambres para encontrar el tamaño justo más grande que el diámetro del alambre que se calculó para la prueba. Con la intención de dar al diseñador cierta flexibilidad en la selección del tamaño del alambre, las líneas de la 590 a la 610 presentan varios tamaños que se aproximan al valor que se encontró a partir de la prueba.

**Líneas 630 a la 650.** El diseñador selecciona el tamaño del alambre que utilizará en análisis subsecuentes. Después, el programa utiliza de nuevo la subrutina de la línea 1620 para calcular la tensión de diseño y la tensión máxima permisible para este tamaño de alambre.

**Líneas 660 a la 700.** Se calculan distintas características geométricas empezando por la línea 660 donde se calcula el número máximo permisible de bobinas activas para el resorte. La lógica

aquí es que *la longitud comprimido debe ser menor que la longitud de operación*. La longitud comprimido para extremos a escuadra y lijados es

$$L_s = D_w(N_a + 2)$$

Al despejar el número de bobinas y considerando  $L_s = L_o$  como un límite,

$$(N_a)_{\max} = (L_o - 2D_w)/D_w \quad (7-11)$$

Esto es la línea 660. El resultado se imprime en la línea 680 y se le pide al diseñador que elija un valor menor que el máximo. Cuanto menor sea el valor seleccionado de  $N_a$ , más espacio habrá entre bobinas adyacentes pero más altas serán las tensiones. Estos valores se verificarán más adelante, no obstante, el diseñador debe estar consciente del impacto de su decisión en cuanto al número de bobinas.

**Líneas 710 a la 920.** Ahora se conoce todo lo relativo a deflexión de resorte en la ecuación (7-6) excepto el índice de resorte,  $C$ . En consecuencia, podemos despejar  $C$ :

Esta es la línea 720. Después se calculan e imprimen el diámetro medio, el diámetro exterior, diámetro interior y diámetro del orificio que se sugiere para que entre el resorte.

$$C = \left[ \frac{GD_w}{8kN_a} \right]^{1/3} \quad (7-12)$$

**Líneas 930 a la 1030.** La tendencia a que se presente pandeo en el resorte se verifica automáticamente utilizando la curva de la figura 7-9 (repase el análisis del pandeo en la sección 7-4). Para extremos a escuadra y lijados, cuando  $L_f/D_m < 5.4$ , (aproximadamente), no se presenta tendencia a pandearse. A valores mayores de esta razón, la relación crítica entre deflexión de operación y longitud libre, a la cual es de esperarse que se presente pandeo, se encuentra a partir de la curva. En el programa, la línea 990 calcula esta relación crítica a partir de una ecuación, adaptada a los datos de la figura 7-9.

**Líneas 1070 a la 1100 más las líneas 1540 a la 1610.** Se le pide al diseñador que evalúe el diseño hasta este punto con base sólo en la geometría. No es necesario terminar el análisis de tensión si la geometría del resorte no es satisfactoria. En las líneas 1540 a la 1570 se presentan cuatro opciones, y la lógica ramificada adecuada se presenta en las líneas 1580 a 1610. Si la geometría es satisfactoria ("sí" en la línea 1080), se inicia el análisis de tensión.

**Líneas 1110 a la 1410.** Se calculan la tensión real que se espera en el resorte como consecuencia de la fuerza en operación y de la fuerza en longitud comprimido y se comparan con los valores permisibles. Los mensajes le indican al diseñador si las tensiones son o no aceptables.

**Líneas 1420 a la 1530.** Se verifica el margen para las bobinas en la altura de operación.

**Líneas 1540 a la 1610.** De nuevo, se le permite al diseñador que emprenda una de cuatro acciones. Al seleccionar la opción 3 o 4, se inicia un nuevo diseño de resorte para las mismas condiciones de fuerza y longitud. De esta manera, se pueden generar varios diseños posibles con rapidez. Después, puede seleccionarse un diseño óptimo.

A continuación, se presenta una muestra de salida para este programa, utilizando la información del problema ilustrativo 7-2. La primer prueba da por resultado un resorte más largo y delgado que tenderá a pandearse. En la segunda prueba se emplea un diámetro de alambre más grande, lo cual genera un diseño aceptable en todos aspectos: geometría, tensión de operación, tensión en longitud comprimido, pandeo y margen para las bobinas.

### Diseño de resorte helicoidal (método 2): muestra de salida

PROGRAM TO ASSIST IN THE DESIGN OF  
HELICAL COMPRESSION SPRINGS  
MADE FROM ASTM A231 WIRE

SQUARED AND GROUND ENDS ASSUMED

INPUT DATA REQUIRED ARE:  
MAXIMUM OPERATING FORCE, FO, LB.  
OPERATING LENGTH, LO, INCHES  
INSTALLED FORCE, FI, LB.  
INSTALLED LENGTH, LI, INCHES

NOTE: INSTALLED LENGTH CAN BE FREE LENGTH -  
THEN INSTALLED FORCE = ZERO

▶ NOW INPUT FO, LO, FI, LI	
▶ ? 12, 1.25, 8, 1.75	Enunciado 280
▶ INPUT INITIAL ESTIMATE OF WIRE DIAMETER, INCHES	
▶ ? .06	Enunciado 370
▶ WHAT TYPE OF SERVICE?	
▶ TYPE 1 FOR LIGHT; 2 FOR AVERAGE; 3 FOR SEVERE	
▶ ? 2	Enunciado 410
INITIAL DESIGN STRESS = 143448. PSI	
MAX ALLOWABLE STRESS = 168374. PSI	
TRIAL RESULTS:	Análisis preliminar
FREE LENGTH = 2.7500 INCHES	
DEFLECTION AT OPERATING LENGTH = 1.5000 INCHES	
SPRING RATE = 8.00 LB/IN	
TRIAL WIRE DIAMETER = 0.0423 INCH	
NEAREST STANDARD WIRE DIAMETERS ARE:	
.041      .0475      .054	
.0625      .072      .08	

Las líneas en el programa que solicitan que se inserte información y las líneas en la salida que corresponden al enunciado de entrada se señalan con una ▶.

INPUT SELECTED WIRE DIAMETER  
 ? .0475

Enunciado 640

INPUT SELECTED NUMBER OF COILS LESS THAN 24.32  
 ? 22

Enunciado 690

TRIAL GEOMETRY:  
 WIRE DIAMETER = 0.0475 INCH  
 MEAN DIAMETER = 0.343 INCHES  
 OUTSIDE DIAMETER = 0.391 INCHES  
 INSIDE DIAMETER = 0.296 INCHES  
 NOTE: HOLE DIAMETER SHOULD BE > 0.415 INCHES  
 SPRING INDEX = 7.23  
 FREE LENGTH/MEAN DIAMETER = 8.01  
 \*\*\*BUCKLING MAY BE A PROBLEM\*\*\*  
 RATIO: OPERATING DEFLECTION/FREE LENGTH = 0.545  
 MAX RATIO = 0.207  
 TRY TO INCREASE THE MEAN DIAMETER  
 OR DECREASE THE FREE LENGTH  
 DESIGN STRESS = 148508. PSI  
 MAX ALLOWABLE STRESS = 174322. PSI  
 IS GEOMETRY OK? YES/NO  
 ? NO

La prueba inicial no tuvo éxito

TYPE 1 TO END  
 TYPE 2 TO RUN A NEW PROBLEM  
 TYPE 3 TO CHANGE THE NUMBER OF COILS  
 TYPE 4 TO CHANGE THE WIRE DIAMETER  
 ? 4

Enunciado 1080

NEAREST STANDARD WIRE DIAMETERS ARE:  
 .041      .0475      .054  
 .0625      .072      .08

INPUT SELECTED WIRE DIAMETER  
 ? .0625

Enunciado 1580

INPUT SELECTED NUMBER OF COILS LESS THAN 18.00  
 ? 16

Enunciado 640

TRIAL GEOMETRY:  
 WIRE DIAMETER = 0.0625 INCH  
 MEAN DIAMETER = 0.551 INCHES  
 OUTSIDE DIAMETER = 0.613 INCHES  
 INSIDE DIAMETER = 0.488 INCHES  
 NOTE: HOLE DIAMETER SHOULD BE > 0.644 INCHES

Inicie la segunda prueba con un nuevo tamaño de alambre

Enunciado 690

SPRING INDEX = 8.81

FREE LENGTH/MEAN DIAMETER = 4.99

BUCKLING SHOULD NOT BE A PROBLEM

DESIGN STRESS = 142582. PSI

MAX ALLOWABLE STRESS = 167356. PSI

La segunda prueba  
no tuvo éxito

IS GEOMETRY OK? YES/NO

? YES

Enunciado 1080

GEOMETRY OK! CHECK STRESSES

STRESS DUE TO OPERATING FORCE = 80326. PSI

OPERATING STRESS OK

SOLID LENGTH = 1.125 INCHES

STRESS AT SOLID LENGTH = 87020. PSI

SOLID LENGTH STRESS OK

COIL CLEARANCE = 0.0078 INCH - OK -

TYPE 1 TO END

TYPE 2 TO RUN A NEW PROBLEM

TYPE 3 TO CHANGE THE NUMBER OF COILS

TYPE 4 TO CHANGE THE WIRE DIAMETER

? 1

Enunciado 1580

## 7-7 RESORTES DE EXTENSION

Los resortes de extensión se diseñan para que ejerzan una fuerza de tracción y almacenen energía. Se fabrican con bobinas helicoidales con poca separación entre sí, cuyo aspecto es similar al de los resortes helicoidales de compresión. La mayor parte de los resortes de extensión se fabrican con bobinas adyacentes que se tocan entre sí de manera que es necesario aplicar una fuerza inicial para separar las bobinas. Una vez que se separan, la fuerza es linealmente proporcional a la deflexión, al igual que para los resortes helicoidales de compresión. La figura 7-12 muestra un resorte de extensión típico y la figura 7-13 ilustra el tipo característico de curva carga-deflexión. Por convención, la fuerza inicial se encuentra proyectando la parte en línea recta de la curva, de nuevo, hacia la deflexión cero.

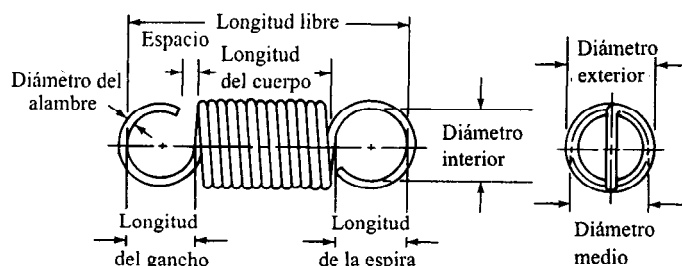
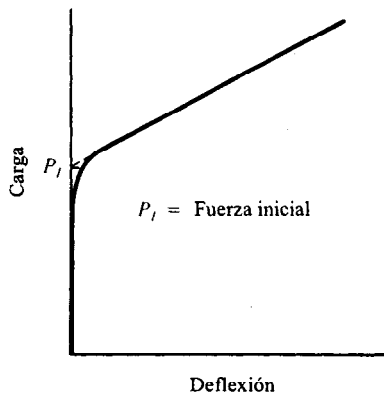


Figura 7-12 Resorte de extensión



**Figura 7-13** Curva de carga-deflexión para un resorte de extensión

Los esfuerzos o tensiones y las deflexiones para un resorte de extensión pueden calcularse utilizando las fórmulas que se emplean para resortes de compresión. La ecuación (7-4) se utiliza para la tensión por esfuerzo de corte por torsión, la ecuación (7-5) para el factor de Wahl en lo que corresponde a la curvatura del alambre y la tensión por esfuerzo de corte directo y la ecuación (7-6) para las características de deflexión. En un resorte de extensión todas las bobinas son activas. Además, como los lazos o rizados de los extremos se deflexionan, su deflexión puede afectar la razón real de resorte.

Por lo regular, la tensión inicial en un resorte de extensión corresponde a entre 10 y 25% de la fuerza máxima de diseño. La figura 7-14 muestra la sugerencia de un fabricante en cuanto a la tensión por esfuerzo de torsión que se prefiere debido a tensión inicial como función del índice de resorte.

### Configuraciones en los extremos para resortes de extensión

Para conectar el resorte a los elementos mecánicos a los que deben unirse se pueden obtener gran variedad de configuraciones en los extremos, algunas de ellas se ilustran en la figura 7-4. El costo del resorte puede verse afectado, en gran medida, por su tipo de extremo y se sugiere consultar al fabricante antes de especificar el tipo de extremos.

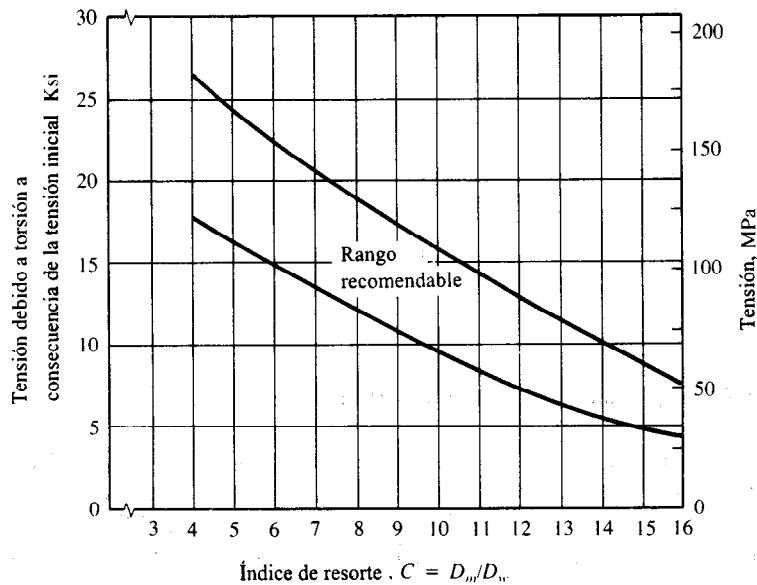
Con frecuencia, el punto más débil de un resorte de extensión es su extremo, en particular para casos en los que se presentan cargas que generan fatiga. El extremo en forma de lazo o rizo que se ilustra en la figura 7-15, por ejemplo, soporta un alto esfuerzo de flexión en el punto *A* y un esfuerzo de corte por torsión en el punto *B*. En la forma que se explica a continuación, se pueden calcular aproximaciones para los esfuerzos que se presentan en estos puntos:

Tensión por esfuerzo de flexión en *A*:

$$\sigma_A = \frac{16D_m F_o K_1}{\pi D_w^3} + \frac{4F_o}{\pi D_w^2} \quad (7-13)$$

$$K_1 = \frac{4C_1^2 - C_1 - 1}{4C_1(C_1 - 1)} \quad (7-14)$$

$$C_1 = 2R_1/D_w$$



**Figura 7-14** Tensión por esfuerzo de corte debido a torsión que se recomienda en un resorte de extensión que se somete a tensión inicial

Tensión o esfuerzo por torsión en  $B$ :

$$\tau_B = \frac{8D_m F_o K_2}{\pi D_w^3} \quad (7-15)$$

$$K_2 = \frac{4C_2 - 1}{4C_2 - 4} \quad (7-16)$$

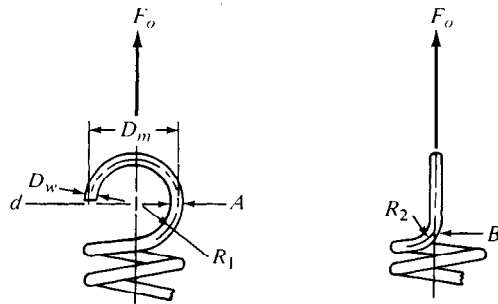
$$C_2 = 2R_2/D_w$$

Las razones  $C_1$  y  $C_2$  se refieren a la curvatura del alambre y deben ser considerables, por lo regular mayores que 4, para evitar niveles de esfuerzo o tensión en extremo altos.

### Tensiones permisibles para resortes de extensión

La tensión por esfuerzo de corte debido a la torsión del resorte y en las espiras de los extremos se puede comparar con las curvas del apéndice A-19. Algunos diseñadores reducen estas tensiones permisibles en cerca de 10%. La tensión por flexión en las espiras de los extremos, como la de la ecuación (7-13) tiene que compararse con las tensiones debidas a la flexión permisibles para los resortes, como se explica en la sección subsecuente.





(a) Tensión debida a la flexión en A (b) Tensión debida a la torsión en B

**Figura 7-15 Tensiones en los extremos de resortes de extensión**

**Problema ilustrativo 7-3.** En una compuerta para una lavadora comercial de gran tamaño se va a instalar un resorte helicoidal de extensión. Cuando se cierra la compuerta, el resorte debe ejercer una fuerza de 16.25 lb a una longitud entre puntos de unión de 3.50". A medida que la compuerta se abre, se jala del resorte hasta que alcanza 4.25" de longitud con una fuerza máxima de 26.75 lb. Se desea un diámetro exterior de 5/8" (0.625"). La compuerta cumplirá un ciclo 10 veces al día, por tanto, la tensión de diseño se basará en el servicio promedio. Utilice acero ASTM A227. Diseñe el resorte.

**Solución.** El procedimiento de diseño que se sugiere se presentará con pasos numerados seguidos de los cálculos que corresponden a este conjunto de datos.

**Paso 1.** Suponga un diámetro medio y una tensión de diseño para realizar pruebas con el resorte.

Sea el diámetro medio 0.500". Para alambre ASTM A227 que se somete a un servicio promedio, una tensión de diseño de 110,000 psi se considera razonable (a partir del apéndice A-19-1).

**Paso 2.** Calcule un diámetro de alambre para realizar pruebas, a partir de la ecuación (7-4) para la fuerza máxima de operación y un valor supuesto de  $K$ , igual a cerca de 1.20.

$$D_w = \left[ \frac{8KF_o D_m}{\pi \tau_d} \right]^{1/3} = \left[ \frac{(8)(1.20)(26.75)(0.50)}{(\pi)(110\,000)} \right]^{1/3} = 0.072 \text{ "}$$

Se dispone de un tamaño de alambre estándar en el sistema U. S. Steel Wire Gage. Utilice el calibre 15.

**Paso 3.** Determine la tensión real de diseño para el tamaño de alambre que se eligió.

A partir del apéndice A-19-1, con un tamaño de alambre de 0.072", la tensión de diseño es 120,000 psi.

**Paso 4.** Calcule los valores reales para diámetro exterior, diámetro medio, diámetro interior, índice de resorte y el factor de Wahl,  $K$ . Estos factores son los mismos que se definieron para los resortes helicoidales de compresión.

Sea el diámetro exterior, como se especificó, 0.625"

$$D_m = OD - D_w = 0.625 - 0.072 = 0.553 "$$

$$ID = OD - 2D_w = 0.625 - 2(0.072) = 0.481 "$$

$$C = D_m/D_w = 0.553/0.072 = 7.68$$

$$K = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0.615}{C} = \frac{4(7.68) - 1}{4(7.68) - 4} + \frac{0.615}{7.68} = 1.19$$

**Paso 5.** Calcule la tensión máxima que se espera en el alambre para resorte bajo la carga de operación a la que se hace mención en la ecuación (7-4)

$$\tau_o = \frac{8KF_oD_m}{\pi D_w^3} = \frac{8(1.19)(26.75)(0.553)}{\pi(0.072)^3} = 120\,000 \text{ psi (OK)}$$

**Paso 6.** Calcule el número de bobinas que se necesitan para generar las características de deflexión deseadas. Despeje la ecuación (7-6) para el número de bobinas y sustituya  $k$  = fuerza/deflexión =  $F/f$ .

$$k = \frac{26.75 - 16.25}{4.25 - 3.50} = 14.0 \text{ lb/"} "$$

$$N_a = \frac{GD_w}{8C^3k} = \frac{(11.5 \times 10^6)(0.072)}{8(7.68)^3(14.0)} = 16.3 \text{ bobinas}$$

**Paso 7.** Calcule la longitud de cuerpo para el resorte y proponga un diseño para realizar pruebas para los extremos

$$\text{Longitud de cuerpo} = D_w(N_a + 1) = (0.072)(16.3 + 1) = 1.25 "$$

Suponga que propone utilizar un lazo completo en cada extremo del resorte, agregando una longitud igual al diámetro interno del resorte en cada extremo. Por consiguiente, la longitud libre total es

$$L_f = \text{Longitud de cuerpo} + 2(ID) = 1.25 + 2(0.481) = 2.21 "$$

**Paso 8.** Calcule la deflexión desde longitud libre hasta longitud de operación.

$$f_o = L_o - L_f = 4.25 - 2.21 = 2.04 "$$

**Paso 9.** Calcule la fuerza inicial en el resorte a la cual las bobinas se empiezan a separar. Esto se hace restando la cantidad de fuerza que se debe a la deflexión,  $f_o$ .

$$F_l = F_o - kf_o = 26.75 - (14.0)(2.04) = -1.81 \text{ lb}$$

Es evidente que la fuerza negativa que resulta de una longitud libre demasiado pequeña para las condiciones que se especifican es imposible.

Haga la prueba con  $L_f = 2.50"$ , la cual requerirá diseñar de nuevo los lazos en los extremos. Por tanto,

$$f_o = 4.25 - 2.50 = 1.75 "$$

$$F_l = 26.75 - (14.0)(1.75) = 2.25 \text{ lb} \quad (\text{Razonable})$$

**Paso 10.** Calcule el esfuerzo en el resorte bajo la tensión inicial y compárelo con los niveles que se sugieren en la figura 7-14.

Debido a que la tensión es proporcional a la carga

$$\tau_l = \tau_o(F_l/F_o) = (120\,000)(2.25/26.75) = 10\,100 \text{ psi}$$

Para  $C = 7.68$ , este esfuerzo se encuentra dentro del rango que se prefiere a partir de la figura 7-14.

En este punto, la parte bobinada del resorte es satisfactoria. La configuración final de los rizos o lazos en los extremos debe completarse y analizarse en cuanto a tensión.

## 7-8 RESORTES HELICOIDALES DE TORSION

Muchas piezas de maquinaria requieren de un resorte que ejerza un momento rotacional o momento de giro, o momento de torque, en lugar de una fuerza de tracción o empuje. El resorte helicoidal de torsión está diseñado para satisfacer esta necesidad. El aspecto general del resorte es el mismo que el del resorte de compresión o de extensión, con alambre redondo enrollado en forma cilíndrica. Por lo regular, las bobinas están casi juntas con una separación mínima que no permite que se genere tensión inicial en el resorte, como se presenta en los resortes de extensión. La figura 7-16 muestra algunos ejemplos de resortes de torsión con una extensa gama de tratamientos en los extremos.

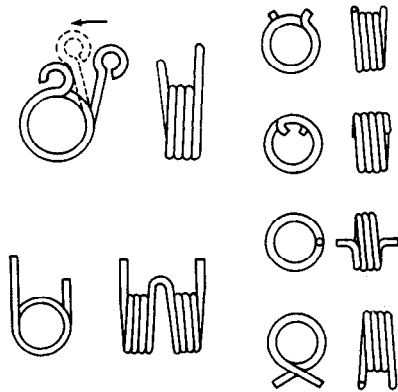


Figura 7-16 Resortes de torsión donde se muestra una variedad de tipos de extremos

En el seguro común para ropa, se utiliza un resorte de torsión para proporcionar fuerza de agarre. Muchas puertas para gabinetes se diseñan de tal manera que cierran en forma automática debido al efecto de un resorte de torsión. Algunos cronómetros e interruptores utilizan resortes de torsión para activar mecanismos o cerrar contactos. Los resortes de torsión proporcionan, a menudo, una fuerza que equilibra la fuerza que ejercen piezas de maquinaria que se montan en una placa que se fija mediante bisagras.

Las siguientes son algunas de las características especiales y parámetros que deben considerarse al diseñar resortes de torsión:

1. El momento que se aplica a un resorte de torsión debe actuar siempre en tal sentido que provoque que las bobinas se junten en lugar de abrir el resorte. En esto se aprovechan las tensiones residuales favorables en el alambre después que se le da forma.
2. En la condición libre, sin carga alguna, las definiciones de diámetro medio, diámetro exterior, diámetro interior, diámetro del alambre e índice de resorte son las mismas que se utilizaron para resortes de compresión.
3. Conforme se incrementa la carga en un resorte de torsión, su diámetro medio,  $D_m$ , disminuye y su longitud,  $L$ , aumenta, de acuerdo con las relaciones siguientes:

$$D_m = D_{ml} N_a / (N_a + \theta) \quad (7-17)$$

donde  $D_{ml}$  es el diámetro medio inicial en la condición libre y  $N_a$  es el número de bobinas activas en el resorte, que se definirá más adelante. El término  $\theta$  es la deflexión angular del resorte a partir de la condición libre, expresada en revoluciones o fracciones de una revolución.

$$L = D_w (N_a + 1 + \theta) \quad (7-18)$$

Esta ecuación supone que todas las bobinas están en contacto entre sí. Si se prevé cierto espaciamiento, a menudo se pretende reducir la fricción, se debe agregar una longitud de  $N_a$  veces el espaciamiento.

4. Los resortes de torsión deben apoyarse en tres o más puntos. Por lo regular, se instalan alrededor de una varilla para darles ubicación y transferir las fuerzas de reacción a la estructura. El diámetro de la varilla debe ser igual a 90% del diámetro interno del resorte a carga máxima

## Cálculo de tensión

El esfuerzo en las bobinas de un resorte helicoidal de torsión es la *tensión por la flexión* que se genera debido a que el momento aplicado tiende a flexionar cada bobina para que alcance un diámetro menor. Por tanto, la tensión se calcula a partir de una forma de la fórmula de flexión,  $\sigma = Mc/I$ , modificada para considerar el alambre curvado. También, debido a que casi todos los resortes de torsión se fabrican de alambre redondo, el coeficiente de sección  $I/c$  es  $Z = \pi D_w^3 / 32$ . Así,

$$\sigma = \frac{McK_b}{I} = \frac{MK_b}{Z} = \frac{MK_b}{\pi D_w^3 / 32} = \frac{32MK_b}{\pi D_w^3} \quad (7-19)$$

$K_b$  es el factor de corrección de curvatura y Wahl [7] reporta que es igual a

$$K_b = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C - 1)} \quad (7-20)$$

donde  $C$  es el índice de resorte.

### Deflexión, razón de resorte y número de bobinas

La ecuación básica que rige la deflexión es

$$\theta' = ML_w/EI$$

donde  $\theta'$  es la deformación angular del resorte en radianes (rad);  $M$  es el momento aplicado o torque;  $L_w$  es la longitud de alambre en el resorte;  $E$  es el coeficiente de elasticidad ante tensión; e  $I$  es el momento de inercia del alambre del resorte. Podemos sustituir en las ecuaciones para  $L_w$  e  $I$  y convertir  $\theta'$ , radianes, a  $\theta$ , revoluciones, para producir una forma más conveniente para su aplicación en resortes de torsión.

$$\theta = \frac{ML_w}{EI} = \frac{M(\pi D_m N_a)}{E(\pi D_w^4/64)} \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} = \frac{10.2MD_m N_a}{ED_w^4} \quad (7-21)$$

Para calcular la razón de resorte,  $K_\theta$ , momento por revolución, despeje para  $M/\theta$ .

$$k_\theta = \frac{M}{\theta} = \frac{ED_w^4}{10.2D_m N_a} \quad (7-22)$$

La fricción entre bobinas y entre el diámetro interno del resorte y la varilla guía puede disminuir un poco la razón a partir de este valor.

El número de bobinas,  $N_a$ , está compuesto de una combinación del número de bobinas en el cuerpo del resorte, que se denomina  $N_b$ , y, también, la contribución de los extremos conforme se someten a flexión.  $N_e$ , se denomina como la contribución de los extremos que tienen longitudes  $L_1$  y  $L_2$

$$N_e = (L_1 + L_2)/(3\pi D_m) \quad (7-23)$$

Después, calcule  $N_a = N_b + N_e$ .

### Tensiones de diseño

Como la tensión en un resorte de torsión es por flexión y no de esfuerzo de corte por torsión, las tensiones de diseño son distintas a las que se utilizaron para resortes de compresión y de extensión. El apéndice A-21 incluye seis gráficas de la tensión de diseño contra diámetro del alambre para las mismas aleaciones que se utilizaron antes para resortes de compresión.

**Procedimiento de diseño y problema ilustrativo 7-4.** Con el ejemplo siguiente se presenta e ilustra un procedimiento general para diseñar resortes de torsión.

Un cronómetro incorpora algún mecanismo para cerrar un interruptor después que el cronómetro gira una revolución completa. Los contactos del interruptor se activan mediante un resorte de torsión que hay que diseñar. Una leva en el eje del cronómetro mueve despacio una palanca conectada a uno de los extremos del resorte en un punto en el que el torque máximo en el resorte es 3.00 lb·pulg. Al terminar la revolución, la leva permite que la palanca gire 60° en forma repentina y el movimiento es producido por la energía que almacena el resorte. En esta nueva posición, el torque en el resorte es 1.60 lb·pulg. Debido a limitaciones de espacio, el diámetro exterior del resorte no debe ser mayor que 0.50" y la longitud no debe exceder 0.75". Utilice alambre para instrumentos musicales, de acero ASTM A228. El número de ciclos en el resorte será moderado, por tanto, utilice tensiones de diseño para servicio promedio.

**Paso 1.** Suponga un valor para realizar pruebas en cuanto al diámetro medio y un estimado para la tensión de diseño.

Utilice un diámetro medio de 0.400" y estime la tensión de diseño para alambre para instrumentos musicales A228, el servicio promedio es 180,000 psi (apéndice A-21-2).

**Paso 2.** Despeje la ecuación (7-19) para el diámetro del alambre, calcule un tamaño para realizar pruebas y seleccione un tamaño de cable estándar. Sea  $K_b = 1.15$  como un estimado. Utilice también el torque aplicado más grande.

$$D_w = \left[ \frac{32MK_b}{\pi\sigma_d} \right]^{1/3} = \left[ \frac{32(3.0)(1.15)}{\pi(180\,000)} \right]^{1/3} = 0.058"$$

De la tabla 7-2, podemos elegir alambre para cables musicales calibre 25 cuyo diámetro es 0.059". Para este tamaño de cable, la tensión real de diseño para servicio promedio es 178,000 psi.

**Paso 3.** Calcule el OD, ID índice de resorte y el nuevo  $K_b$

$$OD = D_m + D_w = 0.400 + 0.059 = 0.459" \quad (\text{OK})$$

$$ID = D_m - D_w = 0.400 - 0.059 = 0.341"$$

$$C = D_m/D_w = 0.400/0.059 = 6.78$$

$$K_b = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C - 1)} = \frac{4(6.78)^2 - 6.78 - 1}{4(6.78)(6.78 - 1)} = 1.123$$

**Paso 4.** Calcule la tensión real esperada a partir de la ecuación (7-19).

$$\sigma = \frac{32MK_b}{\pi D_w^3} = \frac{32(3.0)(1.123)}{(\pi)(0.059)^3} = 167\,000 \text{ psi} \quad (\text{OK})$$

**Paso 5.** Calcule la razón de resorte a partir de la información que se proporciona.

El torque que ejerce el resorte disminuye de 3.00 a 1.60 lb·pulg conforme el resorte gira 60°. Convierta 60° a una fracción de una revolución (rev).

$$\theta = \frac{60}{360} = 0.167 \text{ rev}$$

$$k_{\theta} = \frac{M}{\theta} = \frac{3.00 - 1.60}{0.167} = 8.40 \text{ lb·pulg/rev}$$

**Paso 6.** Calcule el número de bobinas que se requieren despejando  $N_a$  de la ecuación (7-22).

$$N_a = \frac{ED_w^4}{10.2D_m k_{\theta}} = \frac{(29 \times 10^6)(0.059)^4}{(10.2)(0.400)(8.40)} = 10.3 \text{ bobinas}$$

**Paso 7.** Calcule el número equivalente de bobinas debido a los extremos del resorte a partir de la ecuación (7-23).

Esto requiere de algunas decisiones de diseño. Para el problema ilustrativo, se utilizarán extremos rectos, con 2.0" de longitud en un lado y 1.0" en el otro. Estos extremos se unirán a la estructura del cronómetro durante la operación. Así,

$$N_e = (L_1 + L_2)/(3\pi D_m) = (2.0 + 1.0)/[3\pi(0.400)] = 0.80 \text{ bobina}$$

**Paso 8.** Calcule el número de bobinas que se requiere en el cuerpo del resorte.

$$N_b = N_a - N_e = 10.3 - 0.8 = 9.5 \text{ bobinas}$$

**Paso 9.** Termine el diseño geométrico del resorte, incluyendo el tamaño de la varilla en la que se va a montar.

Primero necesitamos la deflexión angular total del resorte a partir de la condición libre hasta la carga máxima. En este caso, se sabe que el resorte gira 60° durante la operación. A esto se tiene que agregar el giro a partir de la condición libre hasta el torque inicial, 1.60 lb·pulg.

$$\theta_i = M_i/k_{\theta} = 1.60 \text{ lb·pulg}/(8.4 \text{ lb·pulg/rev}) = 0.19 \text{ rev}$$

En consecuencia, el giro total es

$$\theta_t = \theta_i + \theta_o = 0.19 + 0.167 = 0.357 \text{ rev}$$

De la ecuación (7-15), el diámetro medio en torque de operación máximo es

$$D_m = D_{mi}N_a/(N_a + \theta_t) = [(0.400)(10.3)]/[(10.3 + 0.357)] = 0.387 \text{ "}$$

El diámetro interno mínimo es

$$ID_{\min} = 0.387 - D_w = 0.387 - 0.059 = 0.328 \text{ "}$$

El diámetro de la varilla sobre la cual se va a montar el resorte debe ser aproximadamente 0.90 veces este valor.

$$D_r = 0.9(0.328) = 0.295" \quad (\text{o sea } 0.30")$$

La longitud del resorte, suponiendo que en un principio todas las bobinas están en contacto entre sí, se calcula a partir de la ecuación (7-18).

$$L_{\max} = D_w(N_a + 1 + \theta_l) = (0.059)(10.3 + 1 + 0.356) = 0.688 \text{ " (OK)}$$

Este valor para longitud es el espacio máximo que se requiere en el sentido a lo largo del eje de la bobina cuando el resorte está activado por completo. Las especificaciones permiten una longitud axial de 0.75", por tanto, este diseño es aceptable.

## BIBLIOGRAFIA

1. Associated Spring, Barnes Group, Inc. *Engineering Guide to Spring Design*. Bristol, Conn.: Associated Spring, 1987.
2. Carlson, Harold. *Spring Designer's Handbook*. Nueva York: Marcel Dekker, 1978.
3. Carlson, Harold. *Springs-Troubleshooting and Failure Analysis*. Nueva York: Marcel Dekker, 1980.
4. Faires, V. M. *Design of Machine Elements*, 4ª edición. Nueva York: Macmillan Publishing Company, 1965.
5. Oberg, E., et. al. *Machinery's Handbook*, 23ª edición. Nueva York: Industrial Press, 1988.
6. Shigley, J. E., y Mischke, C. R. *Mechanical Engineering Design*, 5ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1988.
7. Wahl, A. M. *Mechanical Springs*. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1963.

## PROBLEMAS

### (Resortes de compresión)

1. Un resorte tiene una longitud total de 2.75" cuando no se le aplica carga y una longitud de 1.85" cuando soporta una carga de 12.0 lb. Calcule su razón de resorte.
2. Un resorte se somete a una carga inicial de 4.65 lb y su longitud es 1.25". La razón de resorte se especifica como 18.8 lb/pulg. ¿Cuál es la longitud libre del resorte?
3. Un resorte presenta una razón de resorte de 76.7 lb/pulg. A una carga de 32.2 lb, tiene 0.830" de longitud. Su longitud comprimido es 0.626". Calcule la fuerza que se necesita para comprimir el resorte hasta su altura comprimido. Calcule también la longitud libre del resorte.
4. Un resorte tiene 63.5 mm de longitud total cuando no está comprimido y una longitud de 37.1 mm cuando soporta una carga de 99.2 N. Calcule su razón de resorte.
5. A un resorte se le aplica una carga inicial de 54.05 N y tiene 39.47 mm de longitud. Se especifica que la razón de resorte es 1.47 N/mm. ¿Cuál es la longitud libre del resorte?



6. Un resorte tiene una razón de resorte de 8.95 N/mm. A una carga de 134 N tiene una longitud de 29.4 mm. Su longitud comprimido es 21.4 mm. Calcule la fuerza que se requiere para comprimir el resorte hasta su altura estando comprimido. Calcule también la longitud libre del resorte.
7. Un resorte helicoidal de compresión con extremos a escuadra y lijados presenta un diámetro exterior de 1.100", un diámetro de alambre de 0.085" y una altura comprimido de 0.563". Calcule el diámetro interno, el diámetro medio, el índice de resorte y el número aproximado de bobinas.
8. Para un resorte se conoce la información siguiente  
 Número total de bobinas = 19  
 Extremos a escuadra y lijados  
 Diámetro exterior = 0.560"  
 Diámetro del alambre = 0.059" (alambre para instrumentos musicales calibre 25)  
 Longitud libre = 4.22"  
 Para este resorte, calcule el índice de resorte, el espaciamiento, el ángulo de espaciamiento y la longitud comprimido.
9. Para el resorte del problema 8, calcule la fuerza que se requiere para reducir su longitud a 3.00". A esa fuerza, calcule la tensión o esfuerzo en el resorte. ¿Será satisfactoria esa longitud para servicio promedio?
10. ¿El resorte de los problemas 8 y 9 tenderá a pandearse cuando se le comprime a hasta una longitud de 3.00"?
11. Para el resorte del problema 8, calcule el estimado para el diámetro externo cuando se le comprime hasta que alcanza su longitud comprimido.
12. El resorte del problema 8, para instalarlo, debe comprimirse hasta que alcance su longitud de comprimido. ¿Qué fuerza se requiere para hacerlo? Calcule la tensión o esfuerzo en altura comprimido. ¿Ese esfuerzo es satisfactorio?
13. Una barra de apoyo para una pieza de maquinaria se coloca suspendida para mitigar las cargas aplicadas. Durante la operación, la carga en cada resorte varía entre 180 y 220 lb. La posición de la varilla no debe variar más de 0.500" conforme varía la carga. Diseñe un resorte de compresión para esta aplicación. Se esperan numerosos ciclos de aplicación de carga. Utilice alambre de acero ASTM A229.
14. Diseñe un resorte de compresión para que ejerza una fuerza de 22.0 lb cuando se le comprima hasta que alcance una longitud de 1.75 lb. Cuando su longitud es 3.00" debe ejercer una fuerza de 5.0 lb. El resorte completará ciclos con rapidez y se requiere servicio severo. En este caso utilice alambre de acero ASTM A401.
15. Diseñe un resorte helicoidal de compresión para una válvula de alivio de presión. Cuando la válvula está cerrada, la longitud del resorte es de 2.0" y la fuerza del resorte debe ser 1.50 lb. A medida que se incrementa la presión en la válvula, una fuerza de 14.0 lb hace que se abra la válvula y comprime el resorte hasta una longitud de 1.25". Utilice alambre de acero resistente a la corrosión ASTM A313 tipo 302, y diseñe para servicio promedio.
16. Diseñe un resorte helicoidal de compresión que se utilizará para regresar un cilindro neumático a su posición original después que ha sido accionado. A una longitud de 10.50", el resorte debe ejercer una fuerza de 60 lb. A una longitud de 4.00" debe ejercer una fuerza de 250 lb. Se espera servicio severo. Utilice alambre de acero ASTM A231.
17. Diseñe un resorte helicoidal de compresión, utilizando alambre para instrumentos musicales, que ejercerá una fuerza de 14.0 lb cuando su longitud sea 0.68". La longitud libre debe ser 1.75". Utilice servicio promedio.
18. Diseñe un resorte helicoidal de compresión utilizando alambre de acero inoxidable, ASTM A313, tipo 316, para servicio promedio, el cual ejercerá una fuerza de 8.00 lb después de deflexionarse 1.75", a partir de una longitud libre de 2.75".
19. Repita el problema 18 con el requisito adicional de que el resorte debe operar alrededor de una varilla cuyo diámetro es 0.625".
20. Repita el problema 17 con el requisito adicional de que el resorte se instalará dentro de un orificio que tiene 0.750" de diámetro.
21. Diseñe un resorte helicoidal de compresión utilizando alambre de acero ASTM A231 para servicio severo, que ejercerá una fuerza de 45.0 lb a una longitud de 3.05" y una fuerza de 22.0 lb a una longitud de 3.50".
22. Diseñe un resorte helicoidal de compresión utilizando alambre redondo de acero, ASTM 227. El resorte activará un embrague y debe soportar múltiples ciclos de operación. Cuando los discos del embrague estén en contacto, el resorte tendrá una longitud de 2.50" y debe ejercer una fuerza de 20 lb. Cuando el embrague no esté activado, la longitud del resorte será de 2.10" y debe ejercer una fuerza de 35 lb. El resorte se instalará alrededor de una flecha redonda cuyo diámetro es 1.50".

23. Diseñe un resorte helicoidal de compresión utilizando alambre redondo de acero, ASTM A227. El resorte activará un embrague y debe soportar innumerables ciclos de operación. Cuando los discos del embrague estén en contacto, el resorte tendrá una longitud de 60 mm y deberá ejercer una fuerza de 90 N. Cuando el embrague no esté activado, la longitud del resorte será 50 mm y deberá ejercer una fuerza de 155 N. El resorte se instalará alrededor de una flecha redonda cuyo diámetro es 38 mm.
24. Evalúe el rendimiento de un resorte helicoidal de compresión fabricado con alambre de acero ASTM A229 que tiene 0.531" de diámetro externo. Tiene una longitud libre de 1.25", extremos a escuadra, redondeados, y un total de 7.0 bobinas. Calcule la razón de resorte, la deflexión y el esfuerzo cuando se somete a una carga de 10.0 lb. A este nivel de esfuerzo ¿para que tipo de servicio, ligero, medio o severo, será adecuado el resorte?
29. Diseñe un resorte helicoidal de extensión para servicio pesado utilizando alambre para instrumentos musicales, de manera que ejerza una fuerza máxima de 10.0 lb a una longitud de 9.61". La razón de resorte debe ser 1.50 lb/pulg. El diámetro exterior debe ser menor que 0.75".
30. Diseñe un resorte helicoidal de extensión para servicio promedio utilizando alambre de acero inoxidable, ASTM A313, tipo 302, para que ejerza una fuerza máxima de 162 lb a una longitud de 10.80". La razón de resorte debe ser 38.0 lb/pulg. El diámetro exterior debe ser 1.75" aproximadamente.
31. Un resorte de extensión tiene un extremo similar al que se ilustra en la figura 7-15. La información requerida es la siguiente: calibre de alambre U.S. Wire número 19; diámetro medio = 0.28" ;  $R_1 = 0.25"$  ;  $R_2 = 0.094"$ . Calcule la tensión o esfuerzo que se espera en los puntos *A* y *B* en la figura para una fuerza de 5.0 lb. ¿Esas tensiones resultarán satisfactorias para alambre de acero ASTM A227 para servicio promedio?

### Resortes de extensión

25. Diseñe un resorte helicoidal de extensión utilizando alambre para instrumentos musicales, de manera que ejerza una fuerza de 7.75 lb cuando la longitud entre sus puntos de unión es 2.75", y una fuerza de 5.25 lb a una longitud de 2.25". El diámetro exterior o externo debe ser menor que 0.300". Utilice servicio pesado. Verifique que la tensión en el resorte bajo la tensión inicial esté dentro del rango que se sugiere en la figura 7-14.
26. Diseñe un resorte helicoidal de extensión para servicio promedio, utilizando alambre para instrumentos musicales, de manera que ejerza una fuerza de 15.0 lb cuando la longitud entre puntos de unión es 5.00", y una fuerza de 5.20 lb a una longitud de 3.75". El diámetro exterior debe ser menor que 0.75".
27. Diseñe un resorte helicoidal de extensión para servicio pesado utilizando alambre para instrumentos musicales, de manera que ejerza una fuerza máxima de 10.0 lb a una longitud de 3.00". La razón de resorte debe ser 6.80 lb/pulg. El diámetro exterior debe ser menor que 0.75".
28. Diseñe un resorte helicoidal de extensión para servicio pesado utilizando alambre para instrumentos musicales, de manera que ejerza una fuerza máxima de 10.0 lb a una longitud de 6.00". La razón de resorte debe ser 2.60 lb/" El diámetro exterior debe ser menor que 0.75".
32. Diseñe un resorte helicoidal de torsión para servicio promedio utilizando alambre de acero inoxidable, ASTM A313, tipo 302, para que ejerza un torque máximo de 12.0 lb·pulg después de una deflexión de 180° a partir de la condición libre. El diámetro exterior de la bobina no debe ser mayor que 500". Especifique el diámetro de una varilla en la que se montará el resorte.
33. Diseñe un resorte helicoidal de torsión para servicio pesado utilizando alambre de acero inoxidable, ASTM A313, tipo 302, para que ejerza un torque máximo de 12.0 lb·pulg después de una deflexión de 270° a partir de la condición libre. El diámetro exterior de la bobina no debe ser mayor que 1.250". Especifique el diámetro de una varilla en la que se montará el resorte.
34. Diseñe un resorte helicoidal de torsión para servicio severo utilizando alambre para instrumentos musicales de manera que ejerza un torque máximo de 2.50 lb·pulg después de una deflexión de 360° a partir de la condición libre. El diámetro exterior de la bobina no debe ser mayor que 0.750". Especifique el diámetro de una varilla en la que se montará el resorte.
35. Un resorte helicoidal de torsión tiene un diámetro de alambre de 0.038" y uno exterior de 0.368"; 9.5 bobinas en el cuerpo; un extremo de 0.50" de largo; el otro extremo tiene 1.125" de largo; y el material con que se fabricó es acero ASTM A401. ¿Qué torque hará que

### Resortes de torsión

---

# 8 Tolerancia y ajustes

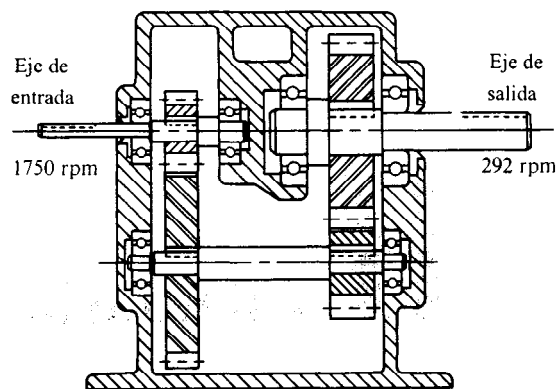
---

- 8-1 Objetivos de este capítulo
  - 8-2 Factores que afectan las tolerancias y los ajustes
  - 8-3 Tolerancias, procesos de producción y costo
  - 8-4 Tamaños básicos recomendables
  - 8-5 Ajustes para juego
  - 8-6 Ajustes de interferencia
  - 8-7 Ajustes de transición
  - 8-8 Diseño resistente de productos
  - 8-9 Tensiones para ajustes de fuerzas
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

Suponga que usted es responsable del diseño del reductor de velocidad tipo engrane analizado en el capítulo 1 y del que se presenta un boceto en la figura 1-11. El boceto se repite aquí como figura 8-1. Cada una de las flechas o ejes, de salida y de entrada, tienen un engrane mientras que se apoyan en dos cojinetes montados en la carcasa. Los engranes están unidos a los ejes mediante cuñas para permitir la transmisión de torque de la flecha o eje hacia el engrane y viceversa. El material que se ofrece en el capítulo 9 le ayudará a diseñar los ejes. En el capítulo 15 se analiza la selección de los cojinetes y su aplicación. Los resultados en cuanto a estas decisiones de diseño incluyen el cálculo del diámetro mínimo aceptable para el eje en cualquier sección y la especificación de diámetros adecuados para que soporten las cargas con una vida útil razonable. El fabricante de los cojinetes especificará las tolerancias en las distintas dimensiones para el eje en todos los puntos, incluyendo las tolerancias para esas dimensiones.

Considere que en parte de la flecha de entrada se monta el primer engrane en el tren. ¿Qué tamaño nominal se debe especificar para el diámetro de la flecha en el lugar en que se ubica el engrane? ¿Desea que se pueda deslizar el engrane con facilidad hasta el extremo izquierdo del eje contra el hombro de colocación? Si es así, ¿qué tanto juego o margen debe permitirse entre la flecha y el diámetro interior del orificio del engrane para asegurar facilidad de ensamble, en tanto se permite la precisa ubicación del engrane y la operación con suavidad. Cuando el eje se maquina, ¿qué rango de dimensiones se le permitirá producir al personal encargado de la fabricación? ¿Qué acabado superficial debe especificarse para la flecha y qué proceso



**Figura 8-1** Diseño conceptual para un reductor de velocidad

de fabricación se requiere para producir ese acabado? ¿cuál es el costo relativo de operación de fabricación? Para el diámetro interior del engrane será necesario responder planteamientos similares.

Los engranes de contacto giratorio, como el engrane de bola que se conoce, se diseñan para instalarlos en el eje con un *ajuste de interferencia*. Esto significa que el diámetro interior del cojinete es menor que el diámetro exterior de la flecha donde debe asentar el engrane. Se necesita una fuerza significativa para introducir el engrane en la flecha. ¿Qué dimensiones especificaría para el eje donde asienta el engrane? ¿Qué tanta interferencia debe ser especificada? ¿Cuánto esfuerzo o tensión se genera en el eje debido al ajuste de interferencia? Como diseñador, a usted le corresponde contestar estas preguntas.

■ ■ ■

### 8-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

La mayor parte de los procedimientos de diseño que se analizan en este libro tienen por objetivo determinar el tamaño geométrico mínimo aceptable con el que un componente es seguro o rinde en forma satisfactoria bajo condiciones particulares. Como responsable del diseño debe especificar asimismo las dimensiones finales de los componentes, incluso las *tolerancias* para esas dimensiones.

El término *tolerancia* se refiere a la desviación permisible de una dimensión respecto al tamaño básico que se especifica. El rendimiento correcto de una máquina depende de las tolerancias que se señalan para sus piezas, en particular de las que deben conectarse para colocarlas o para que su movimiento relativo sea el adecuado.

### Objetivos específicos

Al concluir el estudio de este capítulo, el lector estará capacitado para:

1. Definir los términos *tolerancia*, *margen*, *tolerancia unilateral* y *tolerancia bilateral*.
2. Describir las relaciones entre tolerancias, procesos de producción y costo.
3. Especificar tamaños básicos para las dimensiones de acuerdo con un conjunto de tamaños que se prefieren.
4. Utilizar la norma ANSI B4.1, *Límites preferenciales y ajustes para piezas cilíndricas*, para especificar tolerancias, ajustes y márgenes.
5. Especificar ajustes de transición, de interferencia y de fuerza.
6. Calcular la presión que se genera entre partes o piezas que se ven sujetas a ajustes de interferencia y los esfuerzos o tensiones resultantes en las piezas que embonan.

### 8-2 FACTORES QUE AFECTAN LAS TOLERANCIAS Y LOS AJUSTES

Considere los cojinetes de superficie plana que se diseñan en el capítulo 14. Una parte crítica del diseño es la especificación del margen o espacio diametral entre el muñón y el cojinete. El valor típico es de sólo unas cuantas centésimas de pulgada. No obstante, debe preverse cierta variación tanto en el diámetro exterior del muñón como en el diámetro interior del engrane por razones de economía en la fabricación. Por tanto, existirá una variación respecto al margen real en los dispositivos de producción, dependiendo de dónde los componentes individuales que embonan caen dentro de sus bandas de tolerancia. Tales variaciones deben considerarse en el análisis de rendimiento del cojinete. Un margen muy pequeño provocará encogimiento. Por el contrario, uno en exceso grande reducirá la precisión de la máquina y afectará en forma adversa la lubricación.

El montaje de elementos de transmisión de potencia hacia los ejes o flechas es otra situación en la que deben considerarse los ajustes y tolerancias. Una rueda o polea de cadena para impulsores mecánicos de propósito general se fabrica por lo regular con un diámetro interior que se deslizará con facilidad hasta llegar a su posición en el eje durante el ensamble. Pero una vez que esté en su sitio, transmitirá potencia con facilidad y sin hacer ruido sólo si no está muy flojo. Un rotor de alta velocidad para turbina debe instalarse en su eje con un ajuste de interferencia, de manera que se elimine cualquier juego que provoque vibraciones a altas velocidades de rotación o giro.

Cuando se requiere de movimiento relativo entre dos piezas, es necesario un margen para ajuste. No obstante, aquí también se presentan diferencias. Algunos instrumentos de medición tienen piezas que deben moverse sin juego perceptible, a veces se le llama *separación*, entre partes o piezas que embonan lo cual afectaría en forma adversa la precisión de la medición. Una polea acanalada tensora o de guía o un sistema impulsor de banda, debe girar en forma confiable en su eje, sin tendencia a trincarse, pero sólo con una cantidad pequeña de juego. La especificación para el montaje de una rueda de vagoneta de juguete en su eje es muy distinta. Un margen de ajuste poco estricto es satisfactorio para el uso que se espera se le dé a la rueda y permite tolerancias amplias en el diámetro interior de la rueda y en el diámetro del eje en función de la economía.

## 8-3 TOLERANCIAS, PROCESOS DE PRODUCCION Y COSTO

Una *tolerancia unilateral* sólo se desvía en un sentido respecto al tamaño básico. Una *tolerancia bilateral* difiere tanto hacia arriba como hacia abajo respecto al tamaño básico. La tolerancia total es la diferencia entre las dimensiones permisibles máxima y mínima.

Las tolerancias geométricas deben utilizarse para controlar tamaño, forma, ubicación y acabado de piezas fabricadas. Es en particular útil en la producción en serie o masiva de piezas intercambiables. La definición completa de las normas para dimensiones geométricas y tolerancias se encuentra en el Standard ANSI Y14.5M—1982.

El término *margen* se refiere a una diferencia intencional entre los límites máximos de materiales de partes que embonan. Por ejemplo, un margen positivo para un par (orificio/eje) definiría el *claro* o *separación* mínimo entre las partes del eje más grande que embonan con el orificio más pequeño. Un margen negativo daría por resultado que el eje sea más grande que el orificio, es decir, *interferencia*.

El término *ajuste* se refiere al juego relativo, holgura para ajuste, o apretura, ajuste de interferencia, de las piezas que embonan, en particular respecto a su efecto en el movimiento de las piezas o la fuerza que se genera entre ellas después del ensamble. Especificar el grado de separación u holgura es una de las actividades del responsable del diseño.

Es muy costoso fabricar componentes con tolerancias muy pequeñas en cuanto a dimensiones. Es responsabilidad del diseñador establecer las tolerancias al nivel más alto posible y que dé por resultado un funcionamiento satisfactorio de la máquina. Es cierto que el criterio y la experiencia deben aplicarse en un proceso semejante. En situaciones de fabricación en serie o masiva, quizá resulte efectivo en función de los costos realizar pruebas con prototipos con un rango de tolerancias para observar los límites del rendimiento satisfactorio.

En general, la fabricación de piezas con tolerancias mínimas en sus dimensiones requiere de múltiples etapas de procesamiento. Tal vez primero haya que torneear un eje y después rectificarlo para producir las dimensiones y el acabado superficial finales. En casos extremos quizá haya que recurrir al pulido. Cada etapa subsecuente en la fabricación agrega costos. Aun si no se requirieran distintas operaciones, mantener tolerancias mínimas en una sola máquina, como un torno, tal vez necesite de varias etapas, hasta terminar con un corte de acabado. También, los cambios en herramientas de corte deben ser más frecuentes, ya que el desgaste de la herramienta se lleva parte de la tolerancia.

Casi siempre, la fabricación de características de piezas con tolerancias mínimas implica, a su vez, acabados más finos. La figura 8-2 muestra la relación general entre el acabado superficial y el costo de producir una pieza. La tolerancia total típica que se obtiene mediante el proceso descrito se incluye en la figura. El incremento en costo es asombroso para las tolerancias mínimas y los acabados finos.

La figura 8-3 presenta la relación entre el acabado superficial y las operaciones de maquinado de que se dispone para obtenerlo.

La referencia básica para tolerancias y ajustes en Estados Unidos es el estándar ANSI B4.1—1967, *Preferred Limits and Fits for Cylindrical Parts*. Las dimensiones métricas debe coincidir con la ANSI B4.2—1978, *Preferred Metric Limits and Fits*. Debe consultarse la versión más reciente.

Una entidad internacional, la Organización Internacional para la Estandarización (ISO, por las siglas en inglés de *International Organization for Standardization*) proporciona información

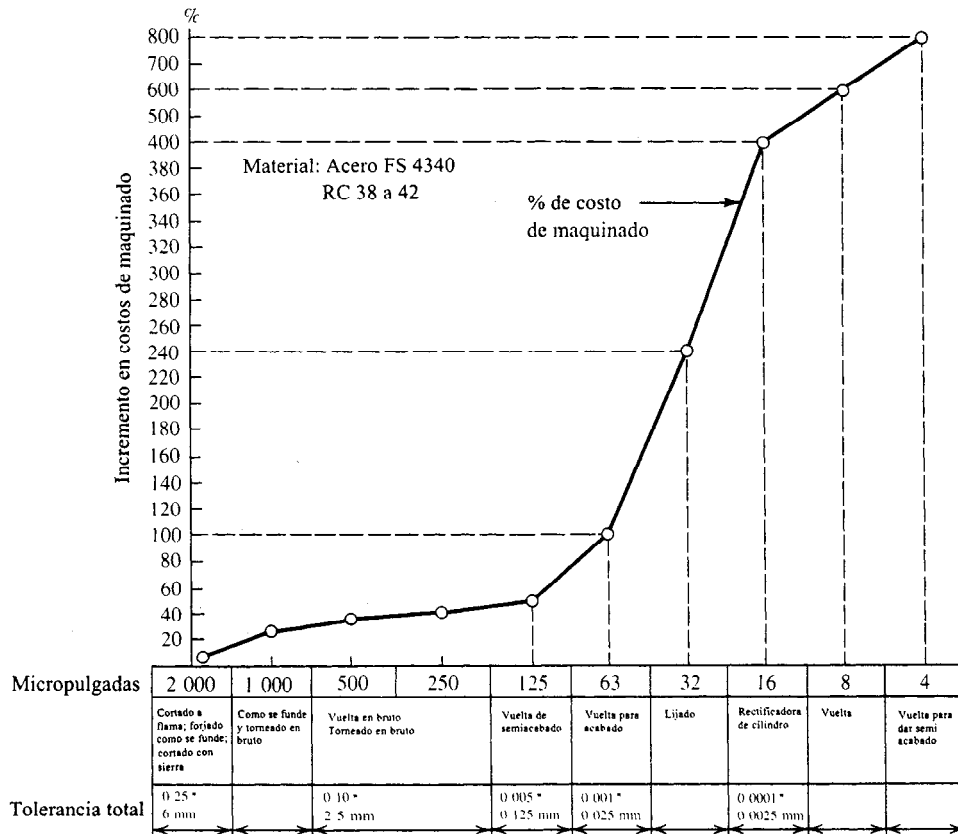
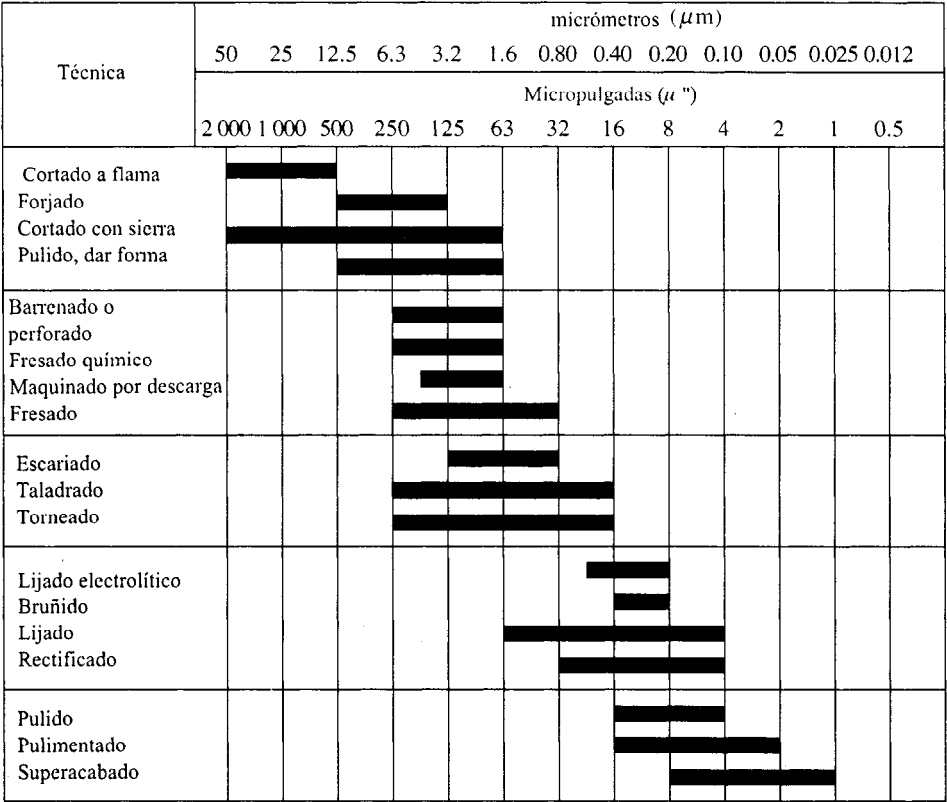


Figura 8-2 Costos de maquinado contra acabado superficial especificado. (Reimpreso con licencia de Association for Integrated Manufacturing Technology, Asociación para la Tecnología de Fabricación Integrada, [originalmente Numerical Control Society, Sociedad para el Control Numérico]).

métrica para límites y ajustes en la Recomendación 286 (ISO R286), que se utiliza en Europa y muchos otros países.

El término *grado de tolerancia* se refiere a un conjunto de tolerancias que pueden obtenerse con una capacidad de producción aproximadamente igual. La tolerancia total real permitida dentro de cada grado, depende del tamaño nominal de la dimensión. Se pueden obtener tolerancias más pequeñas para dimensiones más pequeñas y viceversa. Las normas ISO R286 y ANSI B4.1 incluyen información completa para grados de tolerancia de 01 hasta 16, como muestra la tabla 8-1. La tolerancia es más pequeña para el grado más pequeño.



■ = Aplicación industrial promedio (los valores pueden variar bajo condiciones especiales)

Figura 8-3 Acabados que se obtienen mediante distintas técnicas (promedio de rugosidad, *R<sub>a</sub>*)

Tabla 8-1 Grados de tolerancia

Aplicación	Grados de tolerancia									
Herramientas de medición	01	0	1	2	3	4	5	6	7	
Ajustes de partes maquinadas	4	5	6	7	8	9	10	11		
Material, como lo entrega el proveedor	8	9	10	11	12	13	14			
Formas en bruto (fundidas, aserradas o cortadas, forjadas, etcétera.)	12	13	14	15	16					



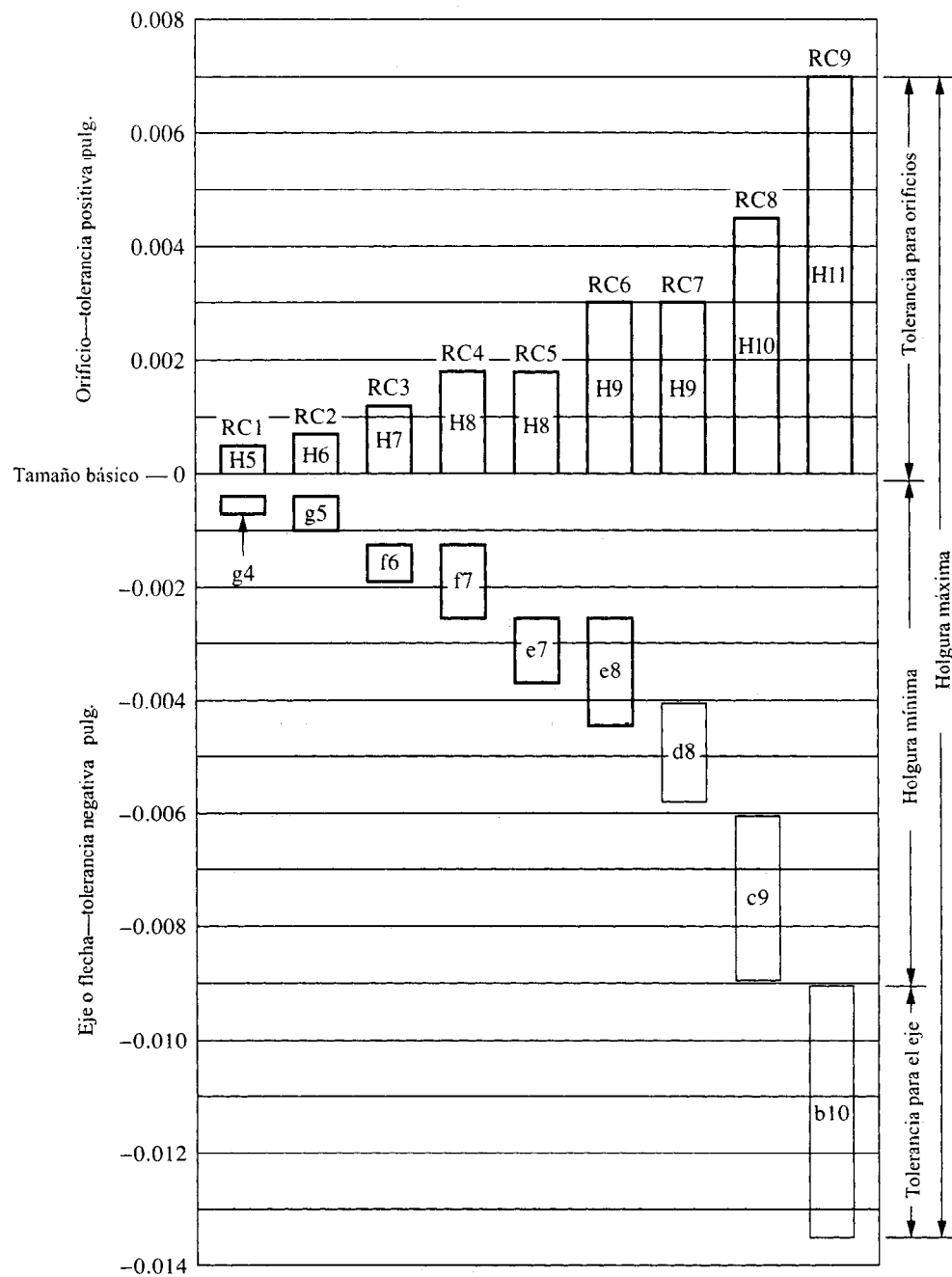


Figura 8-4 Ajustes RC para tamaño básico de orificio de 2.00" al mostrar tolerancias para orificio y eje, holgura mínima y holgura máxima

Tabla 8-2 Tolerancias para algunos grados de tolerancia

Tamaño nominal (")	Grado de tolerancia							
	4	5	6	7	8	9	10	11
	Tolerancias en milésimas de pulgada							
0.24–0.40	0.15	0.25	0.4	0.6	0.9	1.4	2.2	3.5
0.40–0.71	0.20	0.3	0.4	0.7	1.0	1.6	2.8	4.0
0.71–1.19	0.25	0.4	0.5	0.8	1.2	2.0	3.5	5.0
1.19–1.97	0.3	0.4	0.6	1.0	1.6	2.5	4.0	6.0
1.97–3.15	0.3	0.5	0.7	1.2	1.8	3.0	4.5	7.0
3.15–4.73	0.4	0.6	0.9	1.4	2.2	3.5	5.0	9.0
4.73–7.09	0.5	0.7	1.0	1.6	2.5	4.0	6.0	10.0

En la tabla 8–2 se proporciona una muestra de información relativa de tolerancia para algunos grados y rangos de tamaño. La figura 8–4 muestra la capacidad de los procesos de fabricación seleccionados para fabricar piezas dentro de los grados de tolerancia especificados.

#### 8–4 TAMAÑOS BASICOS RECOMENDABLES

El primer paso en la especificación de una dimensión para una pieza consiste en decidir el tamaño básico, aquel tamaño al que se aplican las tolerancias. El análisis para resistencia, deflexión o rendimiento de la pieza determina el tamaño nominal o mínimo que se necesita. A menos que se presenten condiciones especiales, el tamaño básico debe elegirse de las listas de tamaños básicos que se prefieren y se presentan a continuación: la tabla 8–3 para tamaños en fracciones de pulgada, la tabla 8–4 para tamaños en décimas de pulgada y la tabla 8–5 para tamaños en unidades métricas del sistema SI. De ser posible, seleccione de la columna que se señala como “primer” opción. Si se necesita un tamaño intermedio entre dos tamaños de la columna de primer opción, debe utilizarse la columna en que se indica “segunda opción”. Esto limitará el número de tamaños que por lo regular se encuentran en la fabricación de productos y que conducen a una estandarización efectiva en cuanto a costos. La elección del sistema depende de las políticas de la empresa y del mercado para el producto.

#### 8–5 AJUSTES PARA JUEGO

Cuando debe existir una separación entre piezas que embonan, se especifica una separación o claro para realizar ajustes. La designación de ajustes de separación estándar del Standard ANSI B4.1 para piezas que deben moverse juntas es el *ajuste para deslizamiento o corrimiento* (RC, por las siglas en inglés de *running or sliding clearance fit*). Son nueve las clases que hay dentro de este estándar, RC1 hasta RC9; RC1 proporciona la holgura o juego mínimo o más pequeño y RC9 el máximo o más grande. Las descripciones para las piezas individuales de esta clase deben ayudarle a decidir cuál es la más adecuado para una aplicación en particular.

Tabla 8-3 Tamaños básicos que se prefieren

<i>Fracciones (de pulgada [""])</i>			
$\frac{1}{64}$	0.015 625	5	5.000 0
$\frac{1}{32}$	0.031 25	$5\frac{1}{4}$	5.250 0
$\frac{1}{16}$	0.062 5	$5\frac{1}{2}$	5.500 0
$\frac{3}{32}$	0.093 75	$5\frac{3}{4}$	5.750 0
$\frac{1}{8}$	0.125 0	6	6.000 0
$\frac{5}{32}$	0.156 25	$6\frac{1}{2}$	6.500 0
$\frac{3}{16}$	0.187 5	7	7.000 0
$\frac{1}{4}$	0.250 0	$7\frac{1}{2}$	7.500 0
$\frac{5}{16}$	0.312 5	8	8.000 0
$\frac{3}{8}$	0.375 0	$8\frac{1}{2}$	8.500 0
$\frac{7}{16}$	0.437 5	9	9.000 0
$\frac{1}{2}$	0.500 0	$9\frac{1}{2}$	9.500 0
$\frac{9}{16}$	0.562 5	10	10.000 0
$\frac{5}{8}$	0.625 0	$10\frac{1}{2}$	10.500 0
$1\frac{1}{16}$	0.687 5	11	11.000 0
$\frac{3}{4}$	0.750 0	$11\frac{1}{2}$	11.500 0
$\frac{7}{8}$	0.875 0	12	12.000 0
1	1.000 0	$12\frac{1}{2}$	12.500 0
$1\frac{1}{4}$	1.250 0	13	13.000 0
$1\frac{1}{2}$	1.500 0	$13\frac{1}{2}$	13.500 0
$1\frac{3}{4}$	1.750 0	14	14.000 0
2	2.000 0	$14\frac{1}{2}$	14.500 0
$2\frac{1}{4}$	2.250 0	15	15.000 0
$2\frac{1}{2}$	2.500 0	$15\frac{1}{2}$	15.500 0
$2\frac{3}{4}$	2.750 0	16	16.000 0
3	3.000 0	$16\frac{1}{2}$	16.500 0
$3\frac{1}{4}$	3.250 0	17	17.000 0
$3\frac{1}{2}$	3.500 0	$17\frac{1}{2}$	17.500 0
$3\frac{3}{4}$	3.750 0	18	18.000 0
4	4.000 0	$18\frac{1}{2}$	18.500 0
$4\frac{1}{4}$	4.250 0	19	19.000 0
$4\frac{1}{2}$	4.500 0	$19\frac{1}{2}$	19.500 0
$4\frac{3}{4}$	4.750 0	20	20.000 0

Fuente: ANSI Standard B4.1-1967 (revisión 1979) *Preferred Limits and Fits for Cylindrical Parts* (American Society of Mechanical Engineers, Nueva York).

Tabla 8-4 Tamaños básicos que se prefieren

<i>Décimas (de pulgada ["])</i>		
0.010	2.00	8.50
0.012	2.20	9.00
0.016	2.40	9.50
0.020	2.60	10.00
0.025	2.80	10.50
0.032	3.00	11.00
0.040	3.20	11.50
0.05	3.40	12.00
0.06	3.60	12.50
0.08	3.80	13.00
0.10	4.00	13.50
0.12	4.20	14.00
0.16	4.40	14.50
0.20	4.60	15.00
0.24	4.80	15.50
0.30	5.00	16.00
0.40	5.20	16.50
0.50	5.40	17.00
0.60	5.60	17.50
0.80	5.80	18.00
1.00	6.00	18.50
1.20	6.50	19.00
1.40	7.00	19.50
1.60	7.50	20.00
1.80	8.00	

Fuente: ANSI Standard B4.1—1967 (revisión 1979), *Preferred Limits and Fits for Cylindrical Parts* (American Society of Mechanical Engineers, Nueva York).

RC1, ajuste para deslizamiento muy justo: ubicación precisa de piezas que deben ensamblarse sin que haya juego perceptible.

RC2, ajuste para deslizamiento: las partes se moverán y girarán con facilidad pero no se pretende que se desplacen con libertad. Las piezas pueden presentar vibraciones ante cambios de temperatura poco considerables, de manera particular los tamaños más grandes.

RC3, ajuste para desplazamiento o corrimiento de precisión: piezas de precisión que operan a velocidades bajas y se someten a cargas ligeras que deben desplazarse con libertad. Los cambios de temperatura son susceptibles de generar dificultades.

Tabla 8-5 Tamaños en unidades métricas que se prefieren

Tamaño nominal (mm)					
Primero	Segundo	Primero	Segundo	Primero	Segundo
1			13		55
	1.1	14		60	
1.2			15		65
	1.4	16			70
1.6			17		75
	1.8	18		80	
2			19		90
	2.2	20		100	
2.5			21		110
	2.8	22		120	
3			23		130
	3.5		24	140	
4		25			150
	4.5		26	160	
5			28		170
	5.5	30		180	
6			32		190
	6.5	35		200	
	7		38		220
8		40		250	
	9		42		280
10		45		300	
	11		48		320
12		50		350	

Fuente: ANSI Standard B4.2—1978, *Preferred Limits and Fits* (American Society of Mechanical Engineers, Nueva York).

RC4, ajuste para desplazamiento o corrimiento muy justo: proporciona ubicación precisa con un mínimo de juego u holgura para uso bajo velocidades y cargas de magnitud moderada. Una buena elección para maquinaria de precisión.

RC5, ajuste para desplazamiento o corrimiento medio: partes mecánicas de precisión para velocidades y/o cargas más altas que para RC4.

RC6, ajuste para desplazamiento o corrimiento medio: similar a RC5 para aplicaciones en las que se desea una separación más grande.

RC7, ajuste para desplazamiento o corrimiento medio: movimiento relativo confiable bajo variaciones amplias de temperatura en aplicaciones en las que la precisión no es crítica.

RC8, ajuste para desplazamiento o corrimiento holgado: se permiten separaciones de tamaño considerable, lo cual permite el uso de partes comerciales con tolerancias “como se reciben”.

RC9, ajuste para desplazamiento o corrimiento holgado: similar a RC8, con separaciones 50% más grandes.

El estándar ANSI B4.1 incluye las tolerancias en las piezas que embonan y los límites resultantes de separación u holgura para las nueve clases y tamaños de cero a 200". La tabla 8-6 es un extracto del estándar. RC2 representa los ajustes de precisión (RC1, RC2, RC3); RC5 representa los ajustes confiables para corrimiento o desplazamiento de precisión (RC4 a RC7); y RC8 representa los ajustes con holgura (RC8, RC9).

Los números en la tabla están en milésimas de pulgada. Por tanto, una separación de 2.8 de la tabla significa una diferencia de tamaño entre las partes externa e interna de 0.002 8". Las tolerancias en el orificio y en el eje deben aplicarse al tamaño básico para determinar los límites de tamaño para esa dimensión.

Al aplicar tolerancias y el límite para las dimensiones de piezas que embonan se utilizan el sistema básico para orificios y el sistema básico para ejes. En el *sistema básico para orificios*, el tamaño de diseño del orificio es el tamaño básico y el margen u holgura se aplica al eje; el tamaño básico representa el tamaño mínimo del orificio. En el *sistema básico para ejes* el tamaño de diseño del eje es el tamaño básico y la holgura o margen se aplica al orificio; el tamaño básico es el tamaño básico de la flecha. Es preferible utilizar el sistema básico para orificios.

La figura 8-4 muestra una ilustración gráfica de las tolerancias y ajustes para las nueve clases de RC cuando se aplican a una combinación orificio/eje en la que el tamaño básico es 2.000" y se utiliza el sistema básico para orificios. Note que la gráfica a que se hace mención muestra la tolerancia máxima tanto en el eje como en el orificio. La tolerancia para el orificio parte siempre del tamaño básico en tanto la tolerancia para la flecha o eje se compensa por abajo del tamaño básico para dar lugar a la holgura o separación mínima (orificio más pequeño combinado con la flecha más grande). La holgura máxima combina el orificio más grande con el eje más pequeño. Esta figura muestra también el sorprendente rango de holguras que proporciona las nueve clases que componen el sistema RC.

Los códigos dentro de las barras de tolerancia en la figura 8-4 se refieren a los grados de tolerancia que se mencionaron antes. La H mayúscula combinada con un número de grado de tolerancia se utiliza para el orificio en el sistema básico para orificios para el que no hay desviación significativa respecto al tamaño básico. Las letras en subíndice en las barras de tolerancia para ejes indican alguna desviación fundamental del tamaño del eje o flecha respecto al tamaño básico. Después la tolerancia se agrega a la desviación fundamental. El tamaño es indicado por el número.

El estándar ISO R286 para límites y ajustes recurre también al uso de códigos de letra y número. Por ejemplo, una especificación para una combinación orificio/flecha con un tamaño básico de 50 mm, es decir, para que proporcione un ajuste de corrimiento libre, similar a RC7, podría definirse en un plano como

Orificio: Ø50 H9 Flecha o eje: Ø50 d8

No es necesario especificar valores de tolerancia en el plano.

Tabla 8-6 Ajustes de holgura (RC)

Rango de tamaño nominal (")	Clase RC2			Clase RC5			Clase RC8			Rango de tamaño nominal (")
	Límites de holgura	Límites estándar		Límites de holgura	Límites estándar		Límites de holgura	Límites estándar		
		Orificio	Eje		Orificio	Eje		Orificio	Eje	
Hasta										Hasta
0-0.12	0.1 0.55	+0.25 0	-0.1 -0.3	0.6 1.6	+0.6 -0	-0.6 -1.0	2.5 5.1	+1.6 0	-2.5 -3.5	0-0.12
0.12-0.24	0.15 0.65	+0.3 0	-0.15 -0.35	0.8 2.0	+0.7 -0	-0.8 -1.3	2.8 5.8	+1.8 0	-2.8 -4.0	0.12-0.24
0.24-0.40	0.2 0.85	+0.4 0	-0.2 -0.45	1.0 2.5	+0.9 -0	-1.0 -1.6	3.0 6.6	+2.2 0	-3.0 -4.4	0.24-0.40
0.40-0.71	0.25 0.95	+0.4 0	-0.25 -0.55	1.2 2.9	+1.0 -0	-1.2 -1.9	3.5 7.9	+2.8 0	-3.5 -5.1	0.40-0.71
0.71-1.19	0.3 1.2	+0.5 0	-0.3 -0.7	1.6 3.6	+1.2 -0	-1.6 -2.4	4.5 10.0	+3.5 0	-4.5 -6.5	0.71-1.19
1.19-1.97	0.4 1.4	+0.6 0	-0.4 -0.8	2.0 4.6	+1.6 -0	-2.0 -3.0	5.0 11.5	+4.0 0	-5.0 -7.5	1.19-1.97
1.97-3.15	0.4 1.6	+0.7 0	-0.4 -0.9	2.5 5.5	+1.8 -0	-2.5 -3.7	6.0 13.5	+4.5 0	-6.0 -9.0	1.97-3.15
3.15-4.73	0.5 2.0	+0.9 0	-0.5 -1.1	3.0 6.6	+2.2 -0	-3.0 -4.4	7.0 15.5	+5.0 0	-7.0 -10.5	3.15-4.73
4.73-7.09	0.6 2.3	+1.0 0	-0.6 -1.3	3.5 7.6	+2.5 -0	-3.5 -5.1	8.0 18.0	+6.0 0	-8.0 -12.0	4.73-7.09
7.09-9.85	0.6 2.6	+1.2 0	-0.6 -1.4	4.0 8.6	+2.8 -0	-4.0 -5.8	10.0 21.5	+7.0 0	-10.0 -14.5	7.09-9.85
9.85-12.41	0.7 2.8	+1.2 0	-0.7 -1.6	5.0 10.0	+3.0 0	-5.0 -7.0	12.0 25.0	+8.0 0	-12.0 -17.0	9.85-12.41

Nota: los límites se dan en milésimas de pulgada.

Fuente: ANSI Standard B4.1—1967 (revisión 1979), *Preferred Limits and Fits for Cylindrical Parts* (American Society of Mechanical Engineers, Nueva York).

**Problema ilustrativo 8-1.** Un eje que soporta una polea acanalada para un sistema impulsor de banda debe tener un tamaño nominal de 2.00". La polea acanalada debe girar de manera confiable alrededor del eje, pero con la característica de suavidad de la maquinaria de precisión. Especifique los límites de tamaño para el eje y el diámetro interior de la polea acanalada y elabore una lista de los límites de holgura que resultarán. Utilice el sistema básico para orificios.

**Solución.** En esta aplicación debe resultar satisfactorio un ajuste RC5. A partir de la tabla 8-6, los límites de tolerancia para el orificio son +1.8 y -0. Así, el orificio de la polea acanalada debe estar dentro de los límites siguientes:

Orificio de la polea acanalada

$$2.000\ 0 + 0.001\ 8 = 2.001\ 8'' \quad (\text{máximo})$$

$$2.000\ 0 - 0.000\ 0 = 2.000\ 0'' \quad (\text{mínimo})$$

Observe que el orificio más pequeño es el tamaño básico

Los límites de tolerancia para el eje son -2.5 y -3-7. Los límites de tamaño resultantes se indican enseguida:

Diámetro del eje:

$$2.000\ 0 - 0.002\ 5 = 1.997\ 5'' \quad (\text{máximo})$$

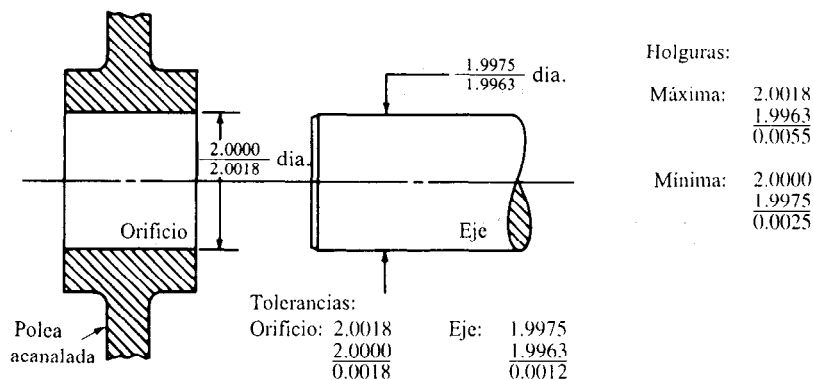
$$2.000\ 0 - 0.003\ 7 = 1.996\ 3'' \quad (\text{mínimo})$$

La figura 8-5 ilustra estos resultados.

Al combinar la flecha más pequeña con el orificio más grande se obtiene el espaciamiento más grande. En forma análoga, al combinar la flecha más larga con el orificio más pequeño se obtiene el espaciamiento más pequeño. Por tanto, los límites de espaciamiento son:

$$2.001\ 8 - 1.996\ 3 = 0.005\ 5'' \quad (\text{máximo})$$

$$2.000\ 0 - 1.997\ 5 = 0.002\ 5'' \quad (\text{mínimo})$$



**Figura 8-5** Una ajuste RC5 utilizando el sistema básico para orificios



Estos valores coinciden con los límites de holgura en la tabla 8-6. Observe que la tolerancia total para el eje es 0.001 2" y para el orificio 0.001 8", ambos valores relativamente pequeños.

### Ajustes de holgura para ubicación

Se dispone de otro sistema de ajuste para holgura para piezas en las que se desea controlar su ubicación si bien, en condiciones normales las piezas no se moverán en relación a otras durante la operación. Se les denomina *ajustes para holgura de ubicación* (LC, por las siglas en inglés de *locational clearance*), incluyen 11 clases. Las cuatro primeras, LC1 a LC4, tiene holgura cero, de tamaño a tamaño, como el límite inferior del ajuste, independientemente de tamaño o clase. El límite superior de ajuste se incrementa tanto con el tamaño de las piezas como con el número de clase. Las clases LC5 a la LC11 proporcionan alguna holgura positiva para todos los tamaños, lo cual se incrementa con el tamaño de las piezas y con la clase. Se han publicado [1] los valores numéricos para las tolerancias y los ajustes para estas clases

## 8-6 AJUSTES DE INTERFERENCIA

Los ajustes de interferencia son aquellos en los que la pieza interior es más grande que la exterior y requiere la aplicación de fuerza durante el ensamble. Una vez terminado este último se presenta cierta deformación de las piezas y existe presión en las superficies que embonan.

Los *ajustes de fuerza* están diseñados para que proporcionen una presión controlada entre las partes que embonan a lo largo del rango de tamaños para una clase específica. Se utilizan donde se transmiten fuerzas o torque mediante la unión. En lugar de ensamblarse mediante la aplicación de fuerza, se obtienen ajustes similares mediante *ajuste por encogimiento*, en el cual una pieza se calienta para que se dilate y la otra se mantiene fría. La piezas se ensamblan después con un mínimo de, o ninguna fuerza. Una vez que se enfría, existe la misma interferencia dimensional que para el ajuste de fuerza. Los *ajustes de interferencia por ubicación* sólo se utilizan para ubicación. Después del ansamble no se genera movimiento entre las piezas, pero no existe un requisito particular para la presión resultante entre las piezas que embonan.

### Ajustes de fuerza (FN)

En el estándar ANSI B4.1 [1] se definen cinco clases de ajustes de fuerza. (Véase la tabla 8-7.)

FN1, ajuste de impulso ligero: sólo se requiere ligera presión para ensamblar piezas que embonan. Se utiliza para partes frágiles y donde no deben transmitirse fuerzas considerables mediante la unión.

FN2, ajuste de impulso medio: clase de propósito general que se emplea a menudo para piezas de acero cuya sección transversal es moderada.

FN3, ajuste de impulso pesado: se utiliza para piezas pesadas de acero.

**Tabla 8-7 Ajustes de fuerza y por encogimiento (FN)**

Rango de tamaño nominal (")	Clase FN1			Clase FN2			Clase FN3			Clase FN4			Clase FN5		
	Límites de interferencia	Límites estándar		Límites de interferencia	Límites estándar		Límites de interferencia	Límites estándar		Límites de interferencia	Límites estándar		Límites de interferencia	Límites estándar	
		Orificio	Eje		Orificio	Eje		Orificio	Eje		Orificio	Eje		Orificio	Eje
0-0.12	0.05 0.5	+0.25 -0	+0.5 +0.3	0.2 0.85	+0.4 -0	+0.85 +0.6				0.3 0.95	+0.4 -0	+0.95 +0.7	0.3 1.3	+0.6 -0	+1.3 +0.9
0.12-0.24	0.1 0.6	+0.3 -0	+0.6 +0.4	0.2 1.0	+0.5 -0	+1.0 +0.7				0.4 1.2	+0.5 -0	+1.2 +0.9	0.5 1.7	+0.7 -0	+1.7 +1.2
0.24-0.40	0.1 0.75	+0.4 -0	+0.75 +0.5	0.4 1.4	+0.6 -0	+1.4 +1.0				0.6 1.6	+0.6 -0	+1.6 +1.2	0.5 2.0	+0.9 -0	+2.0 +1.4
0.40-0.56	0.1 0.8	+0.4 -0	+0.8 +0.5	0.5 1.6	+0.7 -0	+1.6 +1.2				0.7 1.8	+0.7 -0	+1.8 +1.4	0.6 2.3	+1.0 -0	+2.3 +1.6
0.56-0.71	0.2 0.9	+0.4 -0	+0.9 +0.6	0.5 1.6	+0.7 -0	+1.6 +1.2				0.7 1.8	+0.7 -0	+1.8 +1.4	0.8 2.5	+1.0 -0	+2.5 +1.8
0.71-0.95	0.2 1.1	+0.5 -0	+1.1 +0.7	0.6 1.9	+0.8 -0	+1.9 +1.4				0.8 2.1	+0.8 -0	+2.1 +1.6	1.0 3.0	+1.2 -0	+3.0 +2.2
0.95-1.19	0.3 1.2	+0.5 -0	+1.2 +0.8	0.6 1.9	+0.8 -0	+1.9 +1.4	0.8 2.1	+0.8 -0	+2.1 +1.6	1.0 2.3	+0.8 -0	+2.3 +1.8	1.3 3.3	+1.2 -0	+3.3 +2.5
1.19-1.58	0.3 1.3	+0.6 -0	+1.3 +0.9	0.8 2.4	+1.0 -0	+2.4 +1.8	1.0 2.6	+1.0 -0	+2.6 +2.0	1.5 3.1	+1.0 -0	+3.1 +2.5	1.4 4.0	+1.6 -0	+4.0 +3.0
1.58-1.97	0.4 1.4	+0.6 -0	+1.4 +1.0	0.8 2.4	+1.0 -0	+2.4 +1.8	1.2 2.8	+1.0 -0	+2.8 +2.2	1.8 3.4	+1.0 -0	+3.4 +2.8	2.4 5.0	+1.6 -0	+5.0 +4.0
1.97-2.56	0.6 1.8	+0.7 -0	+1.8 +1.3	0.8 2.7	+1.2 -0	+2.7 +2.0	1.3 3.2	+1.2 -0	+3.2 +2.5	2.3 4.2	+1.2 -0	+4.2 +3.5	3.2 6.2	+1.8 -0	+6.2 +5.0
2.56-3.15	0.7 1.9	+0.7 -0	+1.9 +1.4	1.0 2.9	+1.2 -0	+2.9 +2.2	1.8 3.7	+1.2 -0	+3.7 +3.0	2.8 4.7	+1.2 -0	+4.7 +4.0	4.2 7.2	+1.8 -0	+7.2 +6.0
3.15-3.94	0.9 2.4	+0.9 -0	+2.4 +1.8	1.4 3.7	+1.4 -0	+3.7 +2.8	2.1 4.4	+1.4 -0	+4.4 +3.5	3.6 5.9	+1.4 -0	+5.9 +5.0	4.8 8.4	+2.2 -0	+8.4 +7.0
3.94-4.73	1.1 2.6	+0.9 -0	+2.6 +2.0	1.6 3.9	+1.4 -0	+3.9 +3.0	2.6 4.9	+1.4 -0	+4.9 +4.0	4.6 6.9	+1.4 -0	+6.9 +6.0	5.8 9.4	+2.2 -0	+9.4 +8.0
4.73-5.52	1.2 2.9	+1.0 -0	+2.9 +2.2	1.9 4.5	+1.6 -0	+4.5 +3.5	3.4 6.0	+1.6 -0	+6.0 +5.0	5.4 8.0	+1.6 -0	+8.0 +7.0	7.5 11.6	+2.5 -0	+11.6 +10.0
5.52-6.30	1.5 3.2	+1.0 -0	+3.2 +2.5	2.4 5.0	+1.6 -0	+5.0 +4.0	3.4 6.0	+1.6 -0	+6.0 +5.0	5.4 8.0	+1.6 -0	+8.0 +7.0	9.5 13.6	+2.5 -0	+13.6 +12.0

Nota: los límites se dan en milésimas de pulgada.

Fuente: ANSI Standard B4.1—1967 (revisión 1979), *Preferred Limits and Fits for Cylindrical Parts* (American Society of Mechanical Engineers, Nueva York).

Tabla 8-8 Coeficiente de expansión térmica

Material	Coeficiente de expansión térmica $\alpha$	
	" / ".°F	mm/mm.°C
Acero		
AISI 1020	$6.5 \times 10^{-6}$	$11.7 \times 10^{-6}$
AISI 1050	$6.1 \times 10^{-6}$	$11.0 \times 10^{-6}$
AISI 4140	$6.2 \times 10^{-6}$	$11.2 \times 10^{-6}$
Acero inoxidable:		
AISI 301	$9.4 \times 10^{-6}$	$16.9 \times 10^{-6}$
AISI 430	$5.8 \times 10^{-6}$	$10.4 \times 10^{-6}$
Aluminio:		
2014	$12.8 \times 10^{-6}$	$23.0 \times 10^{-6}$
6061	$13.0 \times 10^{-6}$	$23.4 \times 10^{-6}$
Bronce:	$10.0 \times 10^{-6}$	$18.0 \times 10^{-6}$

FN4, ajuste de fuerza: se utiliza para ensambles de alta resistencia donde se requiere de altas presiones resultantes.

FN5, ajuste de fuerza: similar a FN4 para presiones más altas.

El uso de métodos de encogimiento es deseable en casi todos los casos de ajustes de interferencia y virtualmente se requiere en las clases más pesadas y en piezas de mayor tamaño. El incremento de temperatura que se necesita para producir una dilatación específica para el ensamble puede calcularse a partir de la definición básica del coeficiente de expansión térmica

$$\delta = \alpha L(\Delta t) \quad (8-1)$$

donde  $\delta$  = deformación total que se desea (pulg o mm)  
 $\alpha$  = coeficiente de expansión térmica (pulg / pulg.°F o mm/mm.°C)  
 $L$  = longitud nominal del miembro que se está calentando (pulg o mm)  
 $\Delta t$  = diferencia de temperatura (°F o °C)

Para piezas cilíndricas,  $L$  es el diámetro y  $\delta$  es el cambio en diámetro que se necesita. La tabla 8-8 proporciona los valores de  $\alpha$  para varios materiales

## 8-7 AJUSTES DE TRANSICION

El ajuste de *transición de ubicación* (LT) se emplea donde es importante la precisión en la ubicación, pero donde resulta aceptable una pequeña cantidad de separación o de interferencia.

Existen seis clases, LT1 a LT6. En cualquier clase se presenta un traslape en los límites de tolerancia, tanto para el orificio como para el eje, de manera que las combinaciones posibles producen una holgura pequeña, una interferencia mínima o hasta coincidencia entre un tamaño y otro. Se han publicado tablas de datos en relación a estos ajustes [1].

## 8-8 DISEÑO RESISTENTE DE PRODUCTOS

El control minucioso de las tolerancias en las dimensiones de piezas de maquinaria es responsabilidad tanto del responsable del diseño del producto como del personal que se encarga de la fabricación. La meta es asegurar la funcionalidad del producto en tanto se permite que se fabrique en forma económica. Con frecuencia, estas metas son, al parecer, incompatibles.

El *diseño resistente del producto* es una herramienta que quizá resulte útil [5]. Es una técnica en la que se emprenden una serie de experimentos para determinar aquellas variables en el diseño de un producto que afectan en mayor medida su rendimiento y después se definen los límites óptimos en esas variables. Los conceptos pueden utilizarse para dimensiones, propiedades del material, ajustes de control y muchos otros factores.

El diseño de los experimentos que se utilizan para implantar un diseño resistente de productos resultan de importancia crítica para que tengan éxito. Se utiliza un experimento inicial de seguimiento para seleccionar las variables más significativas. A continuación se corren experimentos adicionales para establecer la respuesta del sistema a combinaciones de estas variables. Gráficas de resultados generadas por computadora establecen límites para las variables significativas.

El diseño resistente del producto se basa en el *método de Taguchi*, un elemento importante en el proceso de mejorar la calidad en la fabricación que desarrolló el Dr. Genichi Taguchi, él demostró cómo se puede utilizar el diseño de experimentos para fabricar productos con una alta calidad en forma consistente que sean insensibles al entorno en el que funcionan.

Otra herramienta que puede servir de apoyo para asignar tolerancias se denomina *análisis de simulación de variación* (VSA, por las siglas en inglés de *variation simulation analysis*), que desarrolló la Applied Computer Solutions Company [4]. El VSA le permite al diseñador modelar la variación estadística que se espera para varias variables clave en un producto compuesto de diversas partes. Utiliza técnicas estadísticas para predecir las configuraciones de ensamble resultantes considerando la “acumulación de tolerancias” que corresponden a los diferentes elementos individuales. La simulación asistida por computadora le permite al diseñador adaptar especificaciones de tolerancia para obtener un producto económico y, aún así, confiable.

## 8-9 TENSIONES PARA AJUSTES DE FUERZAS

Cuando se utilizan ajustes de fuerza para afianzar partes mecánicas, la interferencia genera una presión que actúa en las superficies que embonan. La presión genera esfuerzos en cada pieza. Bajo ajustes pesados de fuerza o aun con ajustes más ligeros en piezas frágiles, las tensiones o esfuerzos que se desarrollan pueden ser lo suficiente grandes para deformar materiales dúctiles. Resulta un conjunto permanente que por lo regular destruye la utilidad del ensamble. Con materiales quebradizos, como hierro fundido, es probable que se presenten fracturas.

El análisis de tensiones o esfuerzo aplicados a ajustes de fuerza se relaciona con el análisis de pared gruesa. La pieza exterior se dilata bajo la influencia de la presión que se genera en la superficie que embona, con la tensión por esfuerzo de tracción tangencial que se desarrolla al máximo en la superficie que embona. Existe un esfuerzo radial igual a la propia presión. A su vez, la pieza interna se contrae debido a la presión y se sujeta a un esfuerzo tangencial de compresión con el esfuerzo de compresión radial igual a la presión.

El objetivo común del análisis consiste en determinar la magnitud de la presión debido a un ajuste de interferencia específico que se desarrollará en la superficies que embonan. Después, se calculan los esfuerzos o tensiones que se deben a la tensión en las piezas que embonan. Se puede utilizar el procedimiento que se explica enseguida:

1. Determine la cantidad de interferencia a partir del diseño de las piezas. Para ajustes de fuerza estándar puede utilizarse la tabla 8-7. El límite máximo de interferencia dará, por supuesto, las tensiones máximas para las piezas. Observe que los valores de interferencia se basan en la interferencia total en el diámetro, que es la suma de la expansión del anillo exterior más la contracción de la pieza interior, véase la figura 8-6.
2. Calcule la presión en la superficie que embona a partir de la ecuación (8-2) si ambas piezas se fabrican con el mismo material.

$$p = \frac{E\delta}{2b} \left[ \frac{(c^2 - b^2)(b^2 - a^2)}{2b^2(c^2 - a^2)} \right] \quad (8-2)$$

Utilice la ecuación (8-3) si se fabrican de distinto material

$$p = \frac{\delta}{2b \left[ \frac{1}{E_o} \left( \frac{c^2 + b^2}{c^2 - b^2} + \nu_o \right) + \frac{1}{E_i} \left( \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} - \nu_i \right) \right]} \quad (8-3)$$

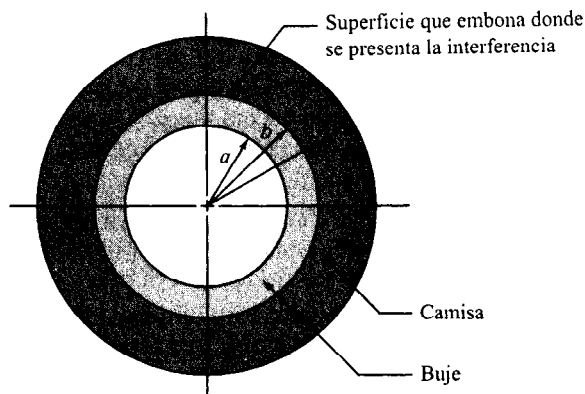


Figura 8-6 Terminología para ajuste de interferencia

- donde  $p$  = Presión en la superficie que embona  
 $\delta$  = Interferencia diametral total  
 $E$  = Módulo de elasticidad de cada pieza si son iguales  
 $E_o$  = Módulo de elasticidad de la pieza exterior  
 $E_i$  = Módulo de elasticidad de la pieza interior  
 $\nu_o$  = Razón de Poisson para la pieza exterior  
 $\nu_i$  = Razón de Poisson para la pieza interior

3. Calcule el esfuerzo de tracción en la pieza exterior a partir de

$$\sigma_o = p \left( \frac{c^2 + b^2}{c^2 - b^2} \right) \text{ (esfuerzo de tracción en la superficie interna en sentido tangencial)} \quad (8-4)$$

4. Calcule la tensión por compresión en la pieza interior a partir de

$$\sigma_i = -p \left( \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \right) \text{ (tensión por compresión en sentido tangencial)} \quad (8-5)$$

5. Si se desea, el incremento en el diámetro de la pieza interior debido a la tensión por esfuerzo de tracción se puede calcular a partir de

$$\delta_o = \frac{2bp}{E_o} \left[ \frac{c^2 + b^2}{c^2 - b^2} + \nu_o \right] \quad (8-6)$$

6. Si se desea el decremento en el diámetro de la pieza interior debido a la tensión por esfuerzo de tracción se puede calcular a partir de

$$\delta_i = -\frac{2bp}{E_i} \left[ \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} - \nu_i \right] \quad (8-7)$$

Las tensiones que se calculan a partir de las ecuaciones (8-4) y (8-5) se obtuvieron suponiendo que los dos cilindros tienen la misma longitud. Si la pieza exterior es más corta que la interior, las tensiones son más altas en sus extremos hasta por un factor de 2.0 veces. Tal factor debe aplicarse como factor de concentración de tensión.

En ausencia de las tensiones por esfuerzo de corte aplicadas, la tensión por esfuerzo de tracción en la pieza exterior es la tensión máxima principal y se puede comparar con la resistencia a la deformación del material para determinar el factor de diseño resultante.

Un problema ilustrativo que muestra la aplicación de estas relaciones se presenta a continuación. Después, se muestra el listado de un programa de computación para resolver las mismas ecuaciones, con una muestra de la salida que ilustra la solución del problema 8-2, seguida de un segundo conjunto de salida con la misma información pero utilizando una camisa de acero en un buje de acero.

**Problema ilustrativo 8-2.** Se va a instalar un buje de acero en una camisa de acero como indica la figura 8-6. El buje tiene un diámetro interior de 2.000" y un diámetro exterior nominal de 2.500". La camisa de acero tiene un diámetro nominal interior de 2.500" y un diámetro exterior de 3.500".

1. Especifique los límites de tamaño para el diámetro exterior del buje y el diámetro interior de la camisa para poder obtener un ajuste de impulso pesado, FN3. Calcule los límites de interferencia que resultarán.
2. Para la interferencia máxima a partir de la parte 1, calcule la presión que se desarrollará entre el buje y la camisa, la tensión en el buje y en la camisa, y la deformación del buje y de la camisa. Use  $E = 30 \times 10^6$  psi para el acero y  $E = 17 \times 10^6$  para el bronce. Utilice  $\nu = 0.27$  para ambos materiales.

**Solución.** A partir de la parte 1, de la tabla 8-7, para un tamaño de pieza de 2.50" en la superficie que embona, los límites de tolerancia en el orificio en la pieza exterior son +1.2 y -0. Al aplicar estos límites al tamaño básico se obtienen los límites de dimensión para el orificio en la camisa de acero:

$$\begin{array}{r} 2.501 \text{ 2"} \\ 2.500 \text{ 0"} \end{array}$$

Para el inserto de bronce, los límites de tolerancia son +3.2 y +2.5. Así, los límites de tamaño para el diámetro exterior del buje son

$$\begin{array}{r} 2.503 \text{ 2"} \\ 2.502 \text{ 5"} \end{array}$$

Los límites de interferencia serían 0.001 3 a 0.003 2".

Para 2, la presión máxima sería producida por la interferencia máxima, 0.003 2". Entonces, utilizando  $a = 1.00$ ",  $b = 1.25$ ",  $c = 1.75$ ",  $E_o = 30 \times 10^6$  psi,  $E_i = 17 \times 10^6$  psi y  $\nu_o = \nu_i = 0.27$  a partir de la ecuación (8-3),

$$p = \frac{\delta}{2b \left[ \frac{1}{E_o} \left( \frac{c^2 + b^2}{c^2 - b^2} + \nu_o \right) + \frac{1}{E_i} \left( \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} - \nu_i \right) \right]}$$

$$p = \frac{0.003 \text{ 2}}{2(1.25) \left[ \frac{1}{30 \times 10^6} \left( \frac{1.75^2 + 1.25^2}{1.75^2 - 1.25^2} + 0.27 \right) + \frac{1}{17 \times 10^6} \left( \frac{1.25^2 + 1.00^2}{1.25^2 - 1.00^2} - 0.27 \right) \right]}$$

$$p = 3 \text{ 517 psi}$$

El esfuerzo o tensión por tracción en la camisa de acero es

$$\sigma_o = p \left( \frac{c^2 + b^2}{c^2 - b^2} \right) = 3\,517 \left( \frac{1.75^2 + 1.25^2}{1.75^2 - 1.25^2} \right) = 10\,846 \text{ psi}$$

La tensión por esfuerzo de compresión en el buje de bronce es

$$\sigma_i = -p \left( \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \right) = -3\,517 \left( \frac{1.25^2 + 1.00^2}{1.25^2 - 1.00^2} \right) = -16\,025 \text{ psi}$$

El incremento en el diámetro de la camisa es

$$\begin{aligned}\delta_o &= \frac{2bp}{E_o} \left[ \frac{c^2 + b^2}{c^2 - b^2} + \nu_o \right] \\ \delta_o &= \frac{2(1.25)(3\,517)}{30 \times 10^6} \left[ \frac{1.75^2 + 1.25^2}{1.75^2 - 1.25^2} + 0.27 \right] = 0.000\,98 \text{ "}\end{aligned}$$

La disminución en el diámetro del buje es

$$\begin{aligned}\delta_i &= -\frac{2bp}{E_i} \left[ \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} - \nu_i \right] \\ \delta_i &= \frac{2(1.25)(3\,517)}{17 \times 10^6} \left[ \frac{1.25^2 + 1.00^2}{1.25^2 - 1.00^2} + 0.27 \right] = 0.002\,22 \text{ "}\end{aligned}$$

Observe que la suma de  $\delta_o$  y  $\delta_i$  es igual a 0.003 2", la interferencia total,  $\delta$ .

---

A continuación se muestra el programa de computación. La figura 8-7 es un diagrama de flujo para el programa.



## Tensiones para ajustes de fuerza: listado del programa

10 PRINT "PROGRAM TO COMPUTE PRESSURE , STRESSES"	
20 PRINT " AND DEFLECTIONS DUE TO A FORCE FIT"	
30 PRINT	
40 PRINT "DATA REQUIRED ARE:"	
50 PRINT " D = DIAMETRAL INTERFERENCE AT MATING SURFACE"	
60 PRINT " A1 = INSIDE DIAMETER OF INNER MEMBER"	Introducción
70 PRINT " B1 = NOMINAL DIAMETER AT MATING SURFACE"	
80 PRINT " C1 = OUTSIDE DIAMETER OF OUTER MEMBER"	
90 PRINT " E1 = MODULUS OF ELASTICITY OF OUTER MEMBER"	
100 PRINT " E2 = MODULUS OF ELASTICITY OF INNER MEMBER"	
110 PRINT " M1 = POISSON'S RATIO FOR OUTER MEMBER"	
120 PRINT " M2 = POISSON'S RATIO FOR INNER MEMBER"	
130 PRINT	
140 PRINT "INPUT D , A1 , B1 , C1"	
▶ 150 INPUT D,A1,B1,C1	
160 PRINT	Datos de entrada
170 PRINT "INPUT E1 , E2 , M1 , M2"	
▶ 180 INPUT E1,E2,M1,M2	
190 A = (A1/2)^2	
200 B = (B1/2)^2	
210 C = (C1/2)^2	
220 F1 = (C + B)/(C - B)	Calcular presión:
230 F2 = (B + A)/(B - A)	
240 IF E1 <> E2 THEN 270	
250 P = E1*D*((C - B)*(B - A)/(2*B*(C - A)))/B1	Ecuación (8-2)
260 GOTO 280	
270 P = D/(B1*((F1 + M1)/E1 + (F2 - M2)/E2))	Ecuación (8-3)
280 S1 = P*F1	
290 S2 = -P*F2	
300 D1 = B1*P*(F1 + M1)/E1	Tensiones y deformaciones
310 D2 = -B1*P*(F2 - M2)/E2	
320 PRINT "PRESSURE AT MATING SURFACE =" ;P;"PSI"	
330 PRINT "STRESSES:"	
340 PRINT " INNER SURFACE OF OUTER MEMBER: S1 =" ;S1;"PSI"	
350 PRINT " OUTER SURFACE OF INNER MEMBER: S2 =" ;S2;"PSI"	Resultados
360 PRINT "DIAMETER CHANGES DUE TO PRESSURE:"	
370 PRINT " INCREASE IN OUTER DIAMETER: D1 =" ;D1;"IN."	
380 PRINT " DECREASE IN INNER DIAMETER: D2 =" ;D2;"IN."	
390 PRINT	
400 PRINT "DO YOU WANT TO RUN AGAIN? Y/N"	
▶ 410 INPUT X\$	
420 IF X\$ = "Y" THEN 40	Decisión en cuanto a continuar o no
430 END	

Las líneas en el programa que solicitan la inserción de información y las líneas de la salida que corresponden a los enunciados de entrada se señalan mediante ▶

## Tensiones para ajustes de fuerza: ejemplo de salida 1

PROGRAM TO COMPUTE PRESSURE, STRESSES  
AND DEFLECTIONS DUE TO A FORCE FIT

DATA REQUIRED ARE:

D = DIAMETRAL INTERFERENCE AT MATING SURFACE  
A1 = INSIDE DIAMETER OF INNER MEMBER  
B1 = NOMINAL DIAMETER AT MATING SURFACE  
C1 = OUTSIDE DIAMETER OF OUTER MEMBER  
E1 = MODULUS OF ELASTICITY OF OUTER MEMBER  
E2 = MODULUS OF ELASTICITY OF INNER MEMBER  
M1 = POISSON'S RATIO FOR OUTER MEMBER  
M2 = POISSON'S RATIO FOR INNER MEMBER

INPUT D, A1, B1, C1

► ? .0032 , 2 , 2.5 , 3.5

INPUT E1, E2, M1, M2

► ? 3E + 07 , 1.7E + 07 , .27 , .27

PRESSURE AT MATING SURFACE = 3517.75 PSI

STRESSES:

INNER SURFACE OF OUTER MEMBER: S1 = 10846.4 PSI  
OUTER SURFACE OF INNER MEMBER: S2 = -16025.3 PSI

DIAMETER CHANGES DUE TO PRESSURE:

INCREASE IN OUTER DIAMETER: D1 = 9.83014E-04 IN.  
DECREASE IN INNER DIAMETER: D2 = -2.21698E-03 IN.

DO YOU WANT TO RUN AGAIN? Y/N

► ? Y

Datos del ejemplo  
ilustrativo 8-2

Pieza exterior:  
acero

Pieza interior:  
bronce

Enunciado 150

Enunciado 180

Enunciado 410

## Tensiones para ajustes de fuerza: ejemplo de salida 2

DATA REQUIRED ARE:

D = DIAMETRAL INTERFERENCE AT MATING SURFACE  
A1 = INSIDE DIAMETER OF INNER MEMBER  
B1 = NOMINAL DIAMETER AT MATING SURFACE  
C1 = OUTSIDE DIAMETER OF OUTER MEMBER  
E1 = MODULUS OF ELASTICITY OF OUTER MEMBER  
E2 = MODULUS OF ELASTICITY OF INNER MEMBER  
M1 = POISSON'S RATIO FOR OUTER MEMBER  
M2 = POISSON'S RATIO FOR INNER MEMBER

INPUT D, A1, B1, C1

► ? .0032 , 2 , 2.5 , 3.5

INPUT E1, E2, M1, M2

► ? 3E + 07 , 3E + 07 , .27 , .27

PRESSURE AT MATING SURFACE = 5026.91 PSI

Misma información  
que la anterior pero  
la pieza interior es  
de acero

Enunciado 150

Enunciado 180

## STRESSES:

INNER SURFACE OF OUTER MEMBER:  $S_1 = 15499.6$  PSI  
 OUTER SURFACE OF INNER MEMBER:  $S_2 = -22900.4$  PSI

## DIAMETER CHANGES DUE TO PRESSURE:

INCREASE IN OUTER DIAMETER:  $D_1 = 1.40474E-03$  IN.  
 DECREASE IN INNER DIAMETER:  $D_2 = -1.79526E-03$  IN.

DO YOU WANT TO RUN AGAIN? Y/N

► ? N

Enunciado 410

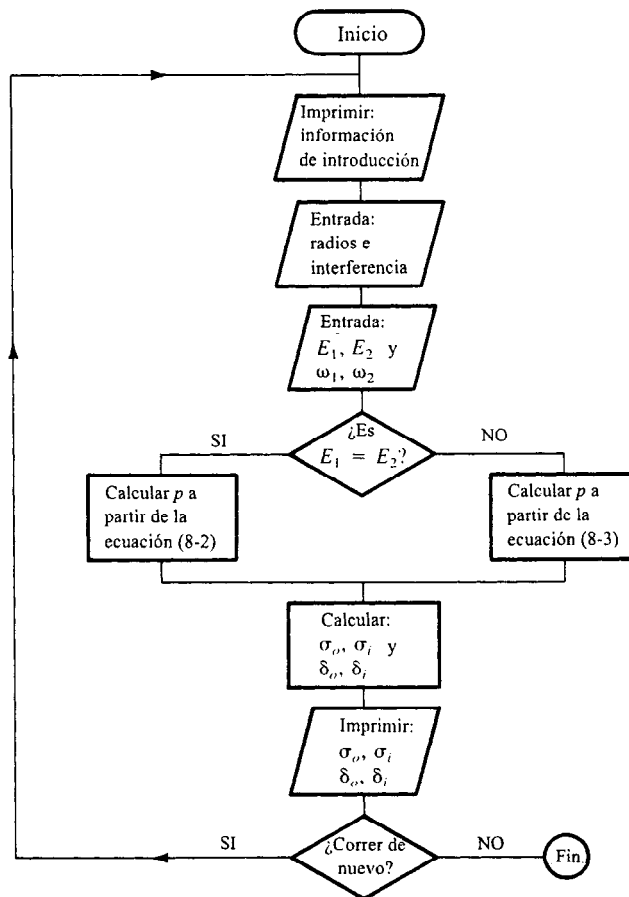


Figura 8-7 Diagrama de flujo para el programa para ajustes de fuerza

## BIBLIOGRAFIA

1. The American Society of Mechanical Engineers. *Preferred Limits and Fits for Cylindrical Parts*. ANSI Standard B4.1—1967. (confirmado en 1979). Nueva York: American Society of Mechanical Engineers.
2. The American Society of Mechanical Engineers. *Preferred Metric Limits and Fits* ANSI Standard B4.2—1978. (confirmado en 1984). Nueva York: American Society of Mechanical Engineers.
3. The American Society of Mechanical Engineers. *Dimensioning and Tolerancing* ANSI Standard Y14.5M—1982. Nueva York: American Society of Mechanical Engineers.
4. Applied Computer Solutions. *Variation Simulation Analysis, 3-D VSA* (Programa de computación). St. Clair Shores, Mich. Applied Computer Solutions Company, 1989.
5. Donnelly, T. A. "Robust Product Design". *Machine Design Magazine*. (8 de octubre, 1987)
6. Jensen, C., y Hines, R. *Interpreting Engineering Drawings*, 4ª edición. Albany, N.Y.: Delmar Publishers, 1989.
7. Oberg, E., Jones, F. D. y Ryffel, H. H. *Machinery's Handbook*, 23ª edición. Nueva York: Industrial Press, 1988.
8. Shigley, J. E., y Mischke, C. R. *Mechanical Engineering Design*, 5ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company.

## PROBLEMAS

1. Especifique la clase de ajuste, los límites de tamaño y los límites de holgura o separación para el diámetro interior de una rueda de un transportador, la cual se mueve con lentitud pero soporta una carga pesada, que debe girar con libertad en un eje fijo bajo carga pesada. El diámetro nominal del eje es 3.500". Utilice el sistema básico para orificios.
2. Una placa senoidal es un dispositivo de medición que pivotea en su base, permite que la placa adopte distintos ángulos que se establecen con bloques de medición para obtener precisión. El perno del pivote tiene .500 0" de diámetro nominal. Especifique la clase de ajuste, los límites de tamaño y los límites de holgura para el pivote. Utilice el sistema básico para orificios.
3. Una vagoneta de juguete tiene un eje cuyo diámetro nominal es de 5/8". Para el diámetro interior de la rueda y el eje especifique la clase de ajuste, los límites de tamaño y los límites de holgura. Utilice el sistema básico para ejes.
4. El engrane planetario de un tren de engranes epicíclico debe girar con confiabilidad sobre su eje en tanto mantiene una posición precisa respecto a los engranes con los que embona. Para el diámetro interior del engrane planetario y su eje, especifique la clase de ajuste, los límites de tamaño y los límites de holgura. Utilice el sistema básico para orificios. el diámetro nominal del eje es 0.800".
5. La base de un cilindro hidráulico está montada en la estructura de una máquina mediante una unión de horquilla o abrazadera, lo cual permite que el cilindro oscile mientras opera. La horquilla debe proporcionar movimiento confiable pero se acepta un cierto juego. Para los orificios de la horquilla y el perno, que tienen un diámetro nominal de 1.25", especifique la clase de ajuste, los límites de tamaño y los límites correspondientes a holgura. Utilice el sistema básico para orificios.
6. La puerta pesada de un horno se abre hacia arriba para permitir el acceso a su interior. Durante varias modalidades de operación, la puerta y su bisagra registran temperaturas de 50 a 500°F. El diámetro nominal de cada perno de bisagra es 4.00". Para la bisagra y su perno, especifique la clase de ajuste, los límites de tamaño y los límites de holgura. Utilice el sistema básico para ejes.
7. El graduador de altura de un microscopio industrial pivotea para permitir que se monten distintos tipos de formas. El graduador debe desplazarse con precisión y confiabilidad dentro de una rango muy variable de temperaturas. Para el perno en que se monta el graduador cuyo diámetro nominal es 0.750", especifique la clase de ajuste, los límites de tamaño y los límites de holgura. Utilice el sistema básico para orificios.
8. Un anuncio publicitario está suspendido por medio de una varilla horizontal y se permite que se mueva según la fuerza del viento. La varilla debe ser de material comercial en forma de barra cuyo diámetro nominal es 1.50". Para las bisagras que embonan con el anuncio, especifique la clase de ajuste, los límites de tamaño y

- los límites de holgura. Utilice el sistema básico para ejes.
9. Un separador, que se fabricó con acero AISI 1020 rolado en caliente tiene forma de cilindro hueco con diámetro interior nominal de 3.25" y diámetro exterior de 4.000". Se va a montar en un eje de acero macizo con una fuerza de ajuste pesado. Especifique las dimensiones para el eje y la camisa y calcule la tensión por esfuerzo en la camisa después de su instalación. Utilice el sistema básico para orificios.
  10. Un buje de bronce, cuyo diámetro interior es de 3.50" y diámetro exterior igual a 4.00" se comprime contra una camisa de acero que tiene 4.50" de diámetro exterior. Para un ajuste de clase FN3, especifique las dimensiones de las partes, los límites de interferencia y las tensiones o esfuerzos que se generan en el buje y la camisa. Utilice el sistema básico para orificios.
  11. Se pretende instalar una varilla de acero con diámetro nominal de 3.00" en un orificio de un cilindro de aluminio con un diámetro exterior de 5.00" con un ajuste de fuerza FN5. ¿Es esto satisfactorio?
  12. La tensión permisible por compresión en la pared de un tubo de aluminio es 8,500 psi. Su diámetro exterior es de 2.000" y el grosor o espesor de la pared es 0.065". ¿Cuál es la cantidad máxima de interferencia entre este tubo y una camisa de acero que puede tolerarse? El diámetro exterior de la camisa es 3.00".
  13. ¿A qué temperatura habrá que calentar el separador del problema 9 de manera que se deslice a lo largo del eje con una holgura de 0.002"? La temperatura ambiente es 75°F.
  14. Para el buje de bronce y la camisa de acero del problema 10, la temperatura ambiente es 75°F. ¿Qué tanto se encogerá el buje de acero si se le coloca en un congelador a -20°F? Después, ¿a qué temperatura habrá que calentar la camisa de acero para obtener una holgura de 0.004" para ensamblarla con el buje que se congeló?
  15. Para el buje de bronce del problema 10, ¿cuál será el diámetro interior final después que se ensamble con la camisa si al principio tenía un ID de 3.500 0"?
  16. Para cualquiera de los problemas del 1 al 8, elabore una gráfica de tolerancias, ajustes y holguras para sus especificaciones, utilizando un método similar al de la figura 8-4.

---

# 9

## Diseño de flechas o ejes

---

- 9-1 Objetivos de este capítulo
  - 9-2 Procedimiento de diseño de flechas o ejes
  - 9-3 Fuerzas que ejercen elementos de maquinaria sobre flechas o ejes
  - 9-4 Concentración de tensiones en flechas o ejes
  - 9-5 Tensiones de diseño para flechas o ejes
  - 9-6 Flechas y ejes sólo en flexión y torsión
  - 9-7 Ejemplo de diseño de una flecha o eje
  - 9-8 Tamaños básicos recomendables para flechas o ejes
  - 9-9 Ejemplos de diseño adicionales
  - 9-10 Programa de calculadora para diámetro de flecha o eje
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

Considere el reductor de velocidad tipo engrane que se ilustra en las figuras 1-11 y 8-1. Conforme continúe con el diseño, será necesario diseñar tres flechas o ejes. El eje de entrada soporta al primer engrane del tren de engranes y gira a la velocidad del impulsor principal, por lo regular un motor eléctrico o uno de combustión. El eje central soporta dos engranes y gira más despacio que el eje de entrada debido a la primera fase de reducción de velocidad. El engrane que va al final del tren de engranes es soportado por el tercer eje, que también transmite potencia a la máquina impulsada. ¿De qué material debe fabricarse cada uno de los ejes? ¿Qué torque es transmitido por cada flecha o eje y sobre cuál parte del eje actúa? ¿Cómo deben

ubicarse los engranes en los ejes y cómo se va a transmitir la potencia desde los engranes hacia los ejes y viceversa? ¿Qué fuerzas son ejercidas por los engranes sobre los ejes y qué momentos de flexión resultan? ¿Qué fuerzas deben resistir los cojinetes que soportan a cada eje? ¿Cuáles son los diámetros mínimos aceptables para los ejes en todas las secciones que aseguren una operación dentro de los límites de seguridad? ¿Cuáles han de ser las especificaciones finales de las dimensiones para las numerosas características de los ejes y cuáles deben ser las tolerancias en esas dimensiones? El material de este capítulo le será útil para tomar estas y otras decisiones para el diseño de flechas o ejes.

■ ■ ■

### 9-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Una flecha o eje es el componente de los dispositivos mecánicos que transmite energía rotacional y potencia. Es parte integral de dispositivos o artefactos como reductores de velocidad tipo engrane, impulsores de banda o cadena, transportadores, bombas, ventiladores, agitadores y muchos tipos de equipo para automatización. En el proceso de transmitir potencia a una velocidad de giro o velocidad rotacional específica, el eje se sujeta, de manera inherente, a un momento de torsión o torque. Por consiguiente, en el eje se genera tensión por esfuerzo de corte por torsión. A su vez, por lo regular, un eje soporta componentes transmisores de potencia como engranes, poleas acanaladas para bandas o ruedas dentadas de cadena, que ejercen fuerzas sobre el eje en *sentido transversal*, es decir perpendicular a su eje. Estas fuerza transversales provocan que se generen momentos de flexión en el eje, ello requiere de un análisis de tensión debida a la flexión.

#### Objetivos específicos

Al concluir el estudio del presente capítulo, el lector será capaz de:

1. Proponer geometrías razonables para que los ejes soporten una amplia gama de elementos que transmiten potencia, previendo la ubicación segura de cada elemento y la transmisión de potencia o energía en forma confiable.
2. Calcular las fuerzas que ejercen sobre los ejes los engranes, las poleas acanaladas para bandas y las ruedas dentadas.
3. Determinar la distribución del torque en los ejes.
4. Elaborar gráficas de fuerza de corte y de momento de flexión para los ejes en dos planos.
5. Considerar los factores de concentración de tensión que por lo genetal se encuentran en el diseño de flechas o ejes.

6. Especificar tensiones de diseño apropiadas para los ejes.
7. Aplicar el procedimiento para diseño de ejes que sugiere la norma ANSI B106.1M—1985, *Design of Transmission Shafting* (Diseño de flechas de transmisión), para calcular el diámetro que se necesita en los ejes, en cualquier sección, para que resistan la combinación de tensión por esfuerzo de corte por torsión y de tensión por esfuerzo de flexión.
8. Especificar dimensiones finales razonables para los ejes que satisfagan las especificaciones de resistencia y las consideraciones de instalación de manera que sean compatibles con los elementos que se montan en los ejes o flechas.

## 9-2 PROCEDIMIENTO DE DISEÑO DE FLECHAS O EJES

Debido a la aparición simultánea de tensiones por esfuerzo de corte por torsión y tensiones normales que se deben a la flexión, el análisis de una flecha o eje virtualmente implica siempre el uso de un enfoque combinado para el aspecto de las tensiones. El método que se sugiere para el diseño de ejes es el de la teoría de la *falla por distorsión de la energía*. Esta teoría se puso en práctica en el capítulo 5 y se analizará con más detenimiento en la sección 9-5. En ocasiones, se presentan también tensiones por esfuerzo de corte vertical y tensiones normales directas que se deben a cargas axiales, sin embargo, su efecto es, por lo regular, mínimo a tal grado que es válido omitirlas. En ejes extremadamente cortos o en partes de ellos en los que no se generan torsión o flexión, es probable que predominen tales tensiones. Para una flecha o eje que no gira, en los capítulos 3, 4 y 5 se explica el tipo de análisis que resulta más adecuado.

Las actividades específicas que deben realizarse en el diseño y análisis de una flecha o eje dependen del diseño que se haya propuesto, así como de la forma en que se cargue y se soporte. Con esto en mente, se sugiere el procedimiento siguiente para el diseño de un eje.

1. Determine la velocidad de giro del eje o flecha.
2. Calcule la potencia o el torque que va a transmitir el eje.
3. Determine el diseño de los componentes transmisores de potencia u otros dispositivos que se pretenda montar en la flecha y especifique la ubicación que se necesita dar a cada dispositivo.
4. Precise la ubicación de los cojinetes en los que se apoyará el eje. Se supone que las reacciones en los cojinetes que soportan cargas radiales ejercen acción en el punto medio de los cojinetes. Por ejemplo, si se utiliza un cojinete de bola de hilera única, se supone que la trayectoria de la carga pasa directamente a través de los balines. Si en el eje existen cargas de empuje, o sea axiales, deberá especificar qué cojinete debe diseñarse para que reaccione en contra de la carga de empuje. Por consiguiente se permitirá que el cojinete que no ejerce resistencia contra el empuje se desplace un poco en el sentido axial para asegurar que no se ejerza carga axial indeseable e inesperada sobre ese cojinete.

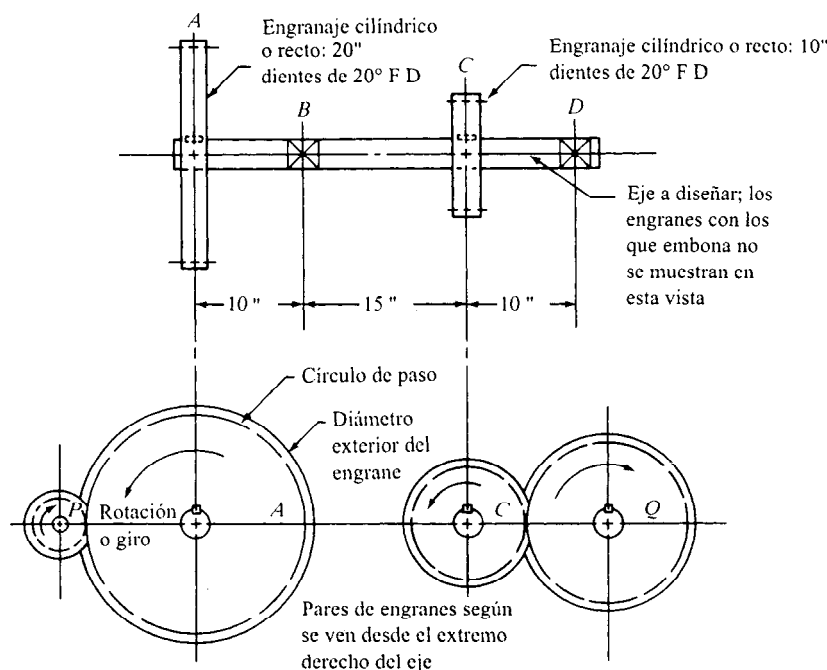
Otro concepto importante es que casi siempre se utilizan dos cojinetes para dar soporte a una flecha. Deben colocarse, de ser posible, en cualquier extremo de los elementos que transmiten potencia para proporcionar soporte estable a la flecha y generar una carga razonable bien balanceada en los cojinetes; éstos se deben colocar cerca de los



elementos que transmiten potencia a fin de minimizar los momentos de flexión. Además, la longitud total de la flecha debe ser mínima para mantener las deflexiones en un nivel aceptable.

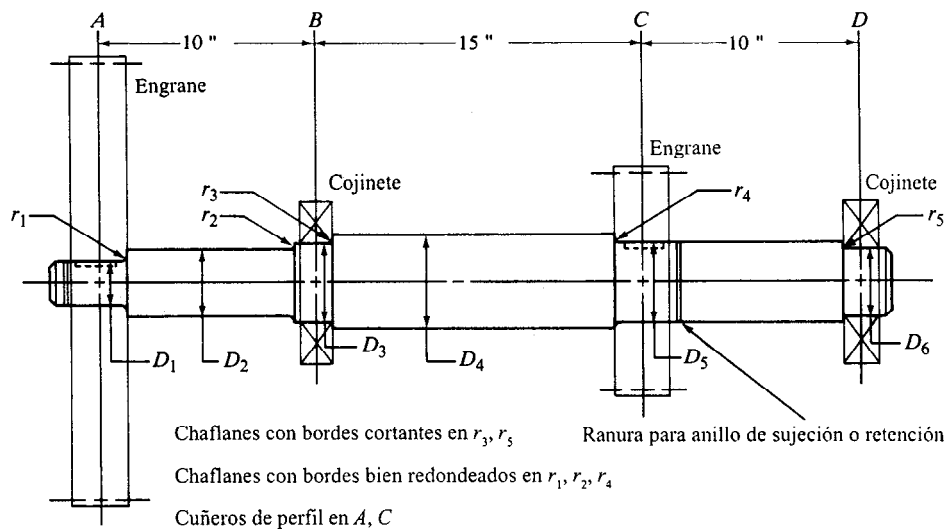
- Proponga la forma general de la geometría para el eje o flecha, considerando de qué manera se mantendrá en posición axialmente y como se llevará a cabo la transmisión de potencia a partir de cada elemento hacia el eje. Por ejemplo, considere la flecha o eje de la figura 9-1, que debe soportar dos engranes como el eje intermedio en un reductor de velocidad de doble reducción del tipo de engranaje recto o cilíndrico. El engrane *A* recibe potencia del engrane *P* mediante el eje de entrada. La potencia se transmite del engrane *A* hacia el eje por medio de la cuña en la interfase entre la maza del engrane y el eje. Después, la potencia se transmite a lo largo del eje hacia el punto *C*, donde, mediante otra cuña, pasa al engrane *C*. A continuación, el engrane *C* transmite potencia al engrane *Q* y, en consecuencia, al eje o flecha de salida.

Ahora se ha optado por colocar los cojinetes en los puntos *B* y *D* en el eje que se va a diseñar. No obstante, ¿cómo se ubicarán los cojinetes y los engranes de manera que se asegure que permanecerán en su sitio durante la operación, el manejo, el embarque y demás? Desde luego estos pueden hacerse recurriendo a distintos métodos. En la figura 9-2 se propone uno de ellos. Es necesario maquinar hombros en el eje donde asentarán los cojinetes y los engranes en un lado de cada elemento.



Entrada: el engrane *P* impulsa al engrane *A* Salida: el engrane *C* impulsa al engrane *Q*

**Figura 9-1 Eje intermedio para un reductor de velocidad tipo engranaje cilíndrico o recto de doble reducción**



**Figura 9-2 Geometría propuesta para eje de la figura 9-1. Chaflanes con bordes cortantes en  $r_3, r_5$ ; chaflanes con bordes bien redondeados en  $r_1, r_2, r_4$ ; cuñeros de perfil en A, C**

Los engranes se afianzan en el otro lado mediante anillos de retención que se insertan en ranuras que se hacen en el eje. Los cojinetes se fijarán en su posición por medio de la carcasa que actúa sobre los canales exteriores de los cojinetes. En el eje se maquinarán asientos para las cuñas en el lugar donde se coloque cada engrane. Esta geometría que se sugiere permite la ubicación positiva de cada elemento.

6. Calcule la magnitud del torque que se observa en todos los puntos del eje. Se sugiere elaborar una gráfica de torque, como se mostrará más adelante.
7. Calcule las fuerzas que ejercen acción sobre el eje, tanto radial como axialmente.
8. Determine las fuerzas radiales en componentes en sentidos perpendiculares, por lo regular tanto vertical como horizontalmente.
9. Calcule las reacciones en todos los cojinetes de soporte en cada plano.
10. Elabore las gráficas completas de fuerza de corte y de momento de flexión para determinar la distribución de los momentos de flexión sobre el eje.
11. Elija el material con que se va a fabricar el eje y especifique su condición: extruido en frío, con tratamiento térmico y demás.
12. Calcule una tensión de diseño adecuada, considerando la manera en que se aplica la carga, suave, de choque, sucesiva e inversa o de otro tipo.
13. Analice cada punto crítico del eje para determinar el diámetro mínimo aceptable del eje para verificar la seguridad bajo aplicación de carga en cada punto. En general, los puntos críticos son numerosos e incluyen aquellos donde tiene lugar un cambio de diámetro, donde

se generan los valores más altos de torque y de momento de flexión y donde se presentan concentraciones de tensión.

14. Especifique las dimensiones finales para cada punto en el eje. Por lo regular, se utilizan los resultados del paso 13 a manera de parámetro, después se elijen los valores convenientes. Deben especificarse, a su vez, detalles como tolerancias, radio de los chaflanes, altura de los hombros, y dimensiones de los cuñeros. A veces, el tamaño y la tolerancia para el diámetro de un eje son dictados por el elemento que va a montarse ahí. Por ejemplo, los catálogos de los fabricantes de cojinetes incluyen límites que se sugieren para los diámetros de los asientos de los engranes en los ejes.

Este proceso se demostrará una vez que se presenten los conceptos correspondientes a análisis de tensión y fuerzas.

### 9-3 FUERZAS QUE EJERCEN ELEMENTOS DE MAQUINARIA SOBRE FLECHAS O EJES

Los engranes, las poleas acanaladas para bandas, y otros elementos que casi siempre son soportados por ejes o flechas, ejercen fuerzas sobre los ejes que dan lugar a momentos de flexión. El siguiente es un análisis de los métodos que se utilizan para calcular estas fuerzas, en algunos casos. En general, tendrá que utilizar los principios de la estadística y la dinámica para determinar las fuerzas para cualquier elemento en particular.

#### Ruedas dentadas

Como se analizó en el capítulo 11 y se ilustra en la figura 9-3, la fuerza que se ejerce sobre los dientes de un engrane mientras se transmite potencia actúa de manera normal, es decir perpendicular, al perfil evolvente de los dientes. En el análisis de ejes, conviene considerar los componentes rectangulares de esta fuerza que ejercen su acción en sentido radial así como tangencial. Más conveniente aún es calcular la fuerza tangencial,  $W_t$ , directamente del torque que se conoce, el cual es transmitido por el engrane. Para unidades del sistema británico:

$$T = 63\,000(P)/n \quad (9-1)$$

$$W_t = T/(D/2) \quad (9-2)$$

donde  $P$  es la potencia que se transmite en hp,  $n$  es la velocidad de giro en rpm,  $T$  es el torque en libras por pulgada y  $D$  es el diámetro de holgura del engrane en pulgadas.

El ángulo entre la fuerza total y el componente tangencial es igual al ángulo de presión,  $\phi$ , de la forma de los dientes. Por consiguiente, si se conoce la fuerza tangencial, la fuerza radial puede calcularse directamente a partir de

$$W_r = W_t \tan \phi \quad (9-3)$$

y no es necesario calcular la fuerza total. Para engranes, el ángulo de presión por lo regular es  $14\frac{1}{2}^\circ$ ,  $20^\circ$  o  $25^\circ$ .

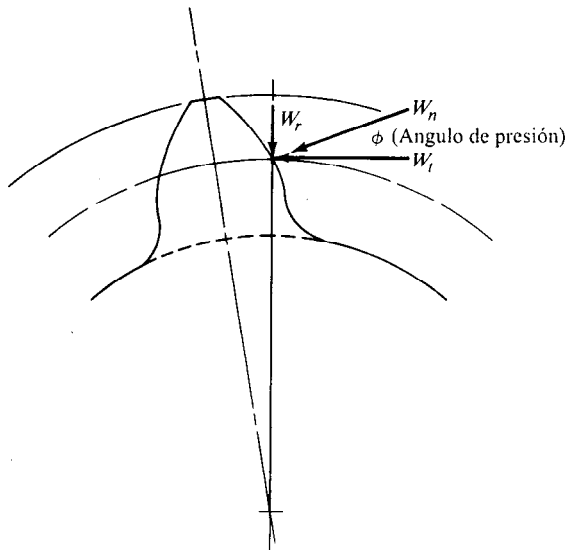


Figura 9-3 Fuerzas en los dientes de engranes

### Engranes helicoidales

Además de las fuerzas tangencial y radial que se presentan con las ruedas dentadas, los engranes helicoidales generan una fuerza axial, como se estudia en el capítulo 12. Primero, calcule la fuerza tangencial a partir de las ecuaciones (9-1) y (9-2). Después, si el ángulo helicoidal del engrane es  $\psi$ , y el ángulo de presión normal es  $\phi_n$ , es posible calcular la carga radial a partir de

$$W_r = W_t \tan \phi_n / \cos \psi \quad (9-4)$$

La carga axial es

$$W_a = W_t \tan \psi \quad (9-5)$$

### Engranes biselados

Para hacer un repaso de las fórmulas correspondientes a los tres componentes de la fuerza total en los dientes de engranes biselados en los sentidos tangencial, radial y axial remítase al capítulo 12.

### Gusanos y mecanismos de tornillo sinfín

En el capítulo 12 se proporcionan asimismo las fórmulas para calcular fuerzas en tornillo sinfín y engranes sinfín en los sentidos tangencial, radial y axial.

### Ruedas o poleas de cadena

La figura 9-4 ilustra un par de ruedas o poleas de cadena que transmiten potencia. La parte superior de la cadena se somete a una tensión y genera el torque en cualquiera de las ruedas. A la parte inferior de la cadena se le da el nombre de *lado flojo*, y no ejerce fuerza alguna en ninguna de las ruedas. Por tanto, la fuerza total de flexión en el eje que soporta a la rueda es igual a la tensión en el lado tenso de la cadena. Si se conoce el torque en alguna rueda,

$$F_c = T/(D/2) \quad (9-6)$$

donde  $D$  es el diámetro de la holgura de esa rueda.

Observe que la fuerza,  $F_c$ , actúa en el sentido del lado tenso de la banda. Debido a la diferencia de tamaño entre las dos ruedas, ese sentido se encuentra a cierto ángulo respecto a la línea del centro entre los centros del eje. Un análisis exacto exigiría que la fuerza  $F_c$  se despejara en componentes paralelos a la línea central y perpendiculares a ella. Esto es,

$$F_{cx} = F_c \cos \theta \quad \text{y} \quad F_{cy} = F_c \sin \theta$$

donde el sentido  $x$  es paralelo a la línea central y el sentido  $y$  es perpendicular a ella. El ángulo  $\theta$  es el ángulo de inclinación del lado tenso de la cadena respecto al sentido  $x$

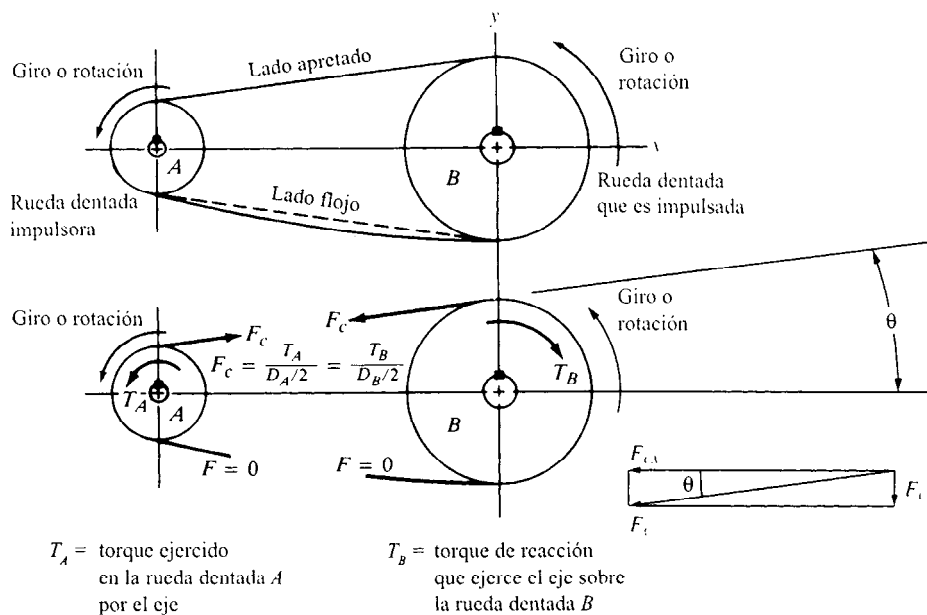


Figura 9-4 Fuerzas en ruedas dentadas de cadena

Estos dos componentes de la fuerza generarán flexión tanto en el sentido  $x$  como en el  $y$ . Como alternativa, el análisis podría llevarse a cabo en el sentido de la fuerza  $F_c$ , en el cual se presenta flexión de plano único.

Si el ángulo  $\theta$  es pequeño se generará un error mínimo como resultado de suponer que la fuerza  $F_c$  en su totalidad actúa en el sentido  $x$ . A menos que se haga una aclaración en caso contrario, a lo largo de este texto se hará uso de este supuesto.

### Poleas acanaladas para bandas en forma de V

El aspecto general del sistema impulsor mediante una banda en V es similar al sistema impulsor por medio de cadena. No obstante, presenta una diferencia importante. Ambos lados de la banda en forma de V se encuentran en tensión, como indica la figura 9-5. La tensión en el lado tenso,  $F_1$ , es de mayor magnitud que la tensión en el “lado flojo”,  $F_2$ , por consiguiente, existe una fuerza neta de impulso en las poleas acanaladas que equivale a

$$F_N = F_1 - F_2 \quad (9-7)$$

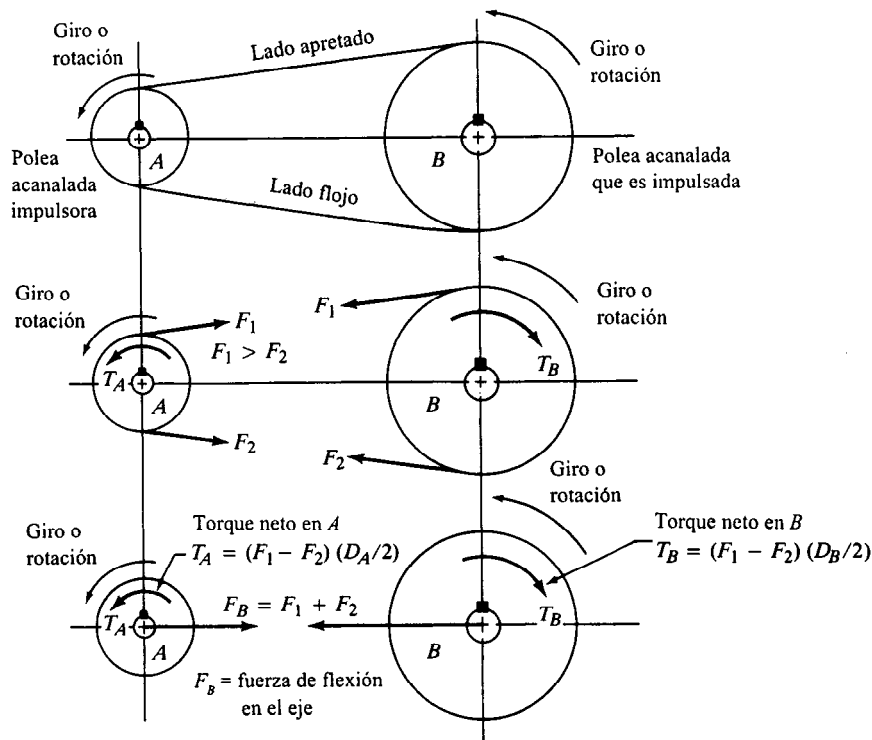


Figura 9-5 Fuerzas en poleas acanaladas para bandas o poleas

La magnitud de fuerza neta de impulso puede calcularse a partir del torque que se transmite

$$F_N = T/(D/2) \quad (9-8)$$

Observe, sin embargo, que la fuerza de flexión en el eje que soporta a la polea acanalada depende de la suma  $F_1 + F_2 = F_B$ . Para ser más exactos, deben utilizarse los componentes de  $F_1$  y  $F_2$  paralelos a la línea de los centros de las dos ruedas dentadas. No obstante, a menos que las dos ruedas dentadas sean muy diferentes en el diámetro, será mínimo el error que presente como consecuencia de  $F_B = F_1 + F_2$ .

Para determinar la fuerza de flexión  $F_B$ , se requiere de una segunda ecuación en la que intervengan las dos fuerzas  $F_1$  y  $F_2$ . Esto se obtiene al suponer que existe una relación entre la tensión del lado tenso y la tensión del "lado flojo". Para impulsores de banda en forma de V, se considera, por lo regular, que esta relación es

$$F_1/F_2 = 5 \quad (9-9)$$

Es conveniente obtener una relación entre  $F_N$  y  $F_B$  a partir de la forma

$$F_B = CF_N \quad (9-10)$$

donde  $C$  es una constante a determinar

$$C = \frac{F_B}{F_N} = \frac{F_1 + F_2}{F_1 - F_2} \quad (9-11)$$

Sin embargo, a partir de la ecuación (9-9),  $F_1 = 5 F_2$ . Así,

$$C = \frac{F_1 + F_2}{F_1 - F_2} = \frac{5F_2 + F_2}{5F_2 - F_2} = \frac{6F_2}{4F_2} = 1.5$$

Entonces, para bandas en forma de V, la ecuación (9-10) se convierte en,

$$F_B = 1.5F_N = 1.5T/(D/2) \quad (9-12)$$

Se acostumbra considerar que la fuerza de flexión,  $F_B$ , actúa como una sola fuerza a lo largo de la línea de los centros de las dos poleas acanaladas, como se ilustra en la figura 9-5.

### Poleas de banda plana

El análisis de la fuerza de flexión que ejercen sobre los ejes las poleas para bandas planas es idéntico al de las poleas para bandas en forma de V, excepto que por lo regular se considera que la relación entre la tensión del lado tenso y la tensión del "lado flojo" es de 3 en lugar de 5. Si se utiliza la misma lógica que con las poleas acanaladas para bandas en forma de V, podemos calcular que la constante  $C$  es 2.0. Por consiguiente, para impulsores de banda plana

$$F_B = 2.0F_N = 2.0T/(D/2) \quad (9-13)$$

### Coples flexibles

En el capítulo 10, se presenta un análisis más detallado de los coples flexibles, pero aquí es importante observar de qué manera afecta el uso de un cople flexible el diseño de un eje.

Un cople flexible se emplea para transmitir potencia entre varias flechas o ejes en tanto se subsanan desalineaciones de menor importancia en los sentidos radial, angular o axial. Por tanto, los ejes subyacentes a los coples se sujetan a torsión, pero las desalineaciones no generan cargas axiales o por flexión.

## 9-4 CONCENTRACIONES DE TENSIONES EN FLECHAS O EJES

Para montar y ubicar en forma correcta los distintos tipos de elementos mecánicos en los ejes, por lo regular, el diseño final incluye varios diámetros, cuñeros, ranuras para anillos y otras discontinuidades geométricas que dan lugar a concentraciones de tensión o esfuerzo. El diseño de un eje que se propone en la figura 9-2 es un ejemplo de esta observación.

Estas concentraciones de tensión deben ser tomadas en cuenta durante el análisis de diseño. Sin embargo, se presenta un problema debido a que cuando se inicia el proceso de diseño se desconoce los valores reales de diseño correspondientes a los factores de concentración de tensión. La mayor parte de los valores depende de los diámetros del eje y de la geometría de los chaflanes y, las ranuras de éstos, son los objetivos del diseño.

El dilema puede superarse estableciendo un conjunto de valores preliminares de diseño para factores de concentración de tensión, los cuales pueden utilizarse para obtener estimados iniciales para los diámetros de los ejes mínimos aceptables. Así, una vez que se seleccionan las dimensiones afinadas, se puede analizar la geometría final para calcular los valores reales para los factores de concentración de tensión. Comparar los valores finales con los preliminares le permitirá juzgar la aceptabilidad del diseño. Las gráficas a partir de las cuales pueden calcularse los valores finales se incluyen en los apéndices A-15-1 y A-15-4.

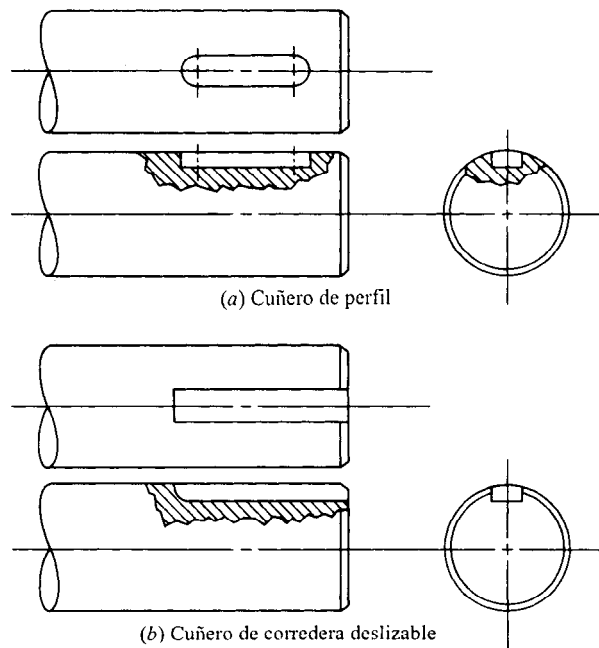
### Valores preliminares de diseño para $K_t$

Aquí se consideran los tipos de discontinuidades geométricas que se encuentran con más regularidad en ejes que transmiten potencia: cuñeros, chaflanes de hombros y ranuras para anillos de sujeción. En cada caso, de un valor de diseño que se sugiere relativamente alto se obtiene un resultado conservador para la primera aproximación hacia el diseño. De nuevo, se hace énfasis que en el diseño final debe verificarse la seguridad. Esto es, si el valor final es más bajo que el valor original de diseño, el diseño aún es seguro. Por el contrario, si el valor final es más alto, habrá que analizar otra vez las tensiones para el diseño.

### Cuñeros

Un *cuñero* consiste en una ranura longitudinal que se corta en un eje o una flecha para montar una cuña, ello permite transferir torque a partir del eje hacia un elemento que transmite potencia o viceversa. El capítulo 10 cubre con todo detalle el diseño de las cuñas.





**Figura 9-6** Cuñeros

Dos son los tipos de cuñeros que se utilizan con mayor frecuencia: el de perfil y el de corredera o rastra (figura 9-6). El cuñero de perfil se fresa en el eje o flecha utilizando una punta en la fresa con diámetro igual al ancho de la cuña. La ranura resultante tiene el fondo plano y en su extremo presenta una esquina aguda a escuadra. El cuñero de corredera o rastra se fabrica con una cortadora circular para fresar con espesor igual al ancho de la cuña. A medida que la cortadora inicia o termina el cuñero, se obtiene un radio continuo. Por este motivo, el factor de concentración de tensión para el cuñero de corredera o rastra es más bajo que el del cuñero de perfil. Los valores de diseño que por lo regular se utilizan son

$$K_t = 2.0 \quad (\text{perfil})$$

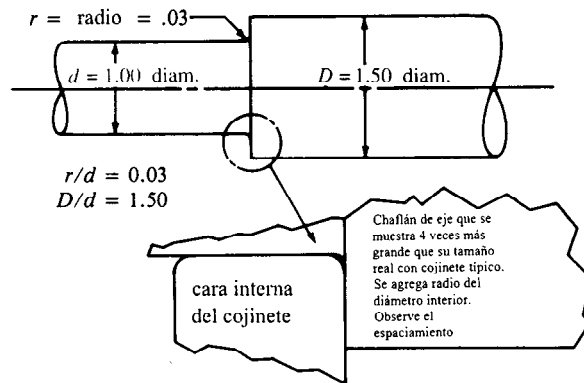
$$K_t = 1.6 \quad (\text{de corredera o rastra})$$

Cada uno de estos valores debe aplicarse al cálculo de esfuerzo o tensión por flexión de la flecha o eje. Los factores consideran tanto la reducción en sección transversal, como el efecto de la discontinuidad. Consulte la bibliografía para conocer detalles acerca de factores de concentración de cuñeros (4). Si la tensión por esfuerzo de corte por torsión es variable en lugar de constante, el factor de concentración de tensión también se aplica a ello.

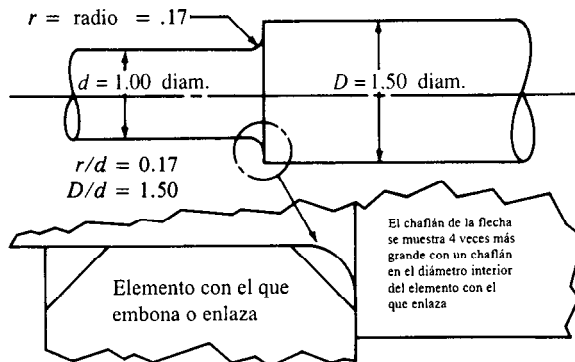
### Chaflanes de hombros

Cuando en un eje se presentan cambios de diámetro para producir un hombro contra el cual se coloca un elemento mecánico, se genera una concentración de tensión que depende de la relación entre los dos diámetros y del diámetro del chaflán (véase la figura 9-7). Se sugiere que el diámetro del chaflán sea lo más grande posible para minimizar la concentración de tensión; sin embargo, a veces el diseño del engrane, el cojinete u otro elemento afecta el radio que puede utilizarse para fines de diseño. Los chaflanes se clasificarán de acuerdo con dos categorías: con bordes cortantes y con bordes redondeados.

En este caso, el término *con bordes cortantes* en realidad no significa eso, es decir, sin ningún radio de chaflán en absoluto. Tal configuración de hombro tendría un factor de concentración de tensión en extremo alto y esto debe evitarse. Por el contrario, *con bordes cortantes* describe un hombro con un radio de chaflán relativamente pequeño. Una situación en la que es probable que



(a) Ejemplo de chaflán con bordes cortantes  
( $K_t = 2.5$  para flexión)



(b) Ejemplo de chaflán con bordes bien redondeados  
( $K_t = 1.5$  para flexión)

Figura 9-7 Chaflanes en ejes

se presente el caso anterior es donde se va a colocar un cojinete de bola. El canal interno del cojinete tiene un radio que se produce en la fábrica; no obstante, es pequeño. El radio del chaflán en el eje debe ser aún más pequeño para que el cojinete asiente debidamente contra el hombro. Cuando se coloca un elemento con un chaflán más grande en su diámetro interior que asienta contra el hombro o cuando no se asienta nada que se apoye en el hombro, el radio del chaflán puede ser mucho más grande, bien redondeado, y el factor de concentración de esfuerzo es más pequeño. Para el diseño de flexión utilizaremos los valores siguientes

$$K_t = 2.5 \quad (\text{chaflán con bordes cortantes})$$

$$K_t = 1.5 \quad (\text{chaflán bien redondeado})$$

En la gráfica para factores de concentración de tensión que se incluye en el apéndice A-15-1, podrá observar que estos valores corresponden a relaciones de  $r/d$  de aproximadamente 0.03 para el caso del chaflán con bordes cortantes y de 0.17 para el chaflán con los bordes bien redondeados para una relación  $D/d$  de 1.50.

### Ranuras para anillos de sujeción

Los anillos de sujeción se utilizan en muchos tipos de aplicaciones en los ejes. Los anillos se colocan en ranuras que se hacen en las flechas o ejes, después que se ubica en su lugar el elemento que se va a sujetar. La geometría de la ranura la establece el fabricante del anillo. Su configuración común es una ranura hueca con los bordes de las paredes rectas al igual que su fondo y un chaflán pequeño en la base de la ranura. Se puede obtener una idea aproximada del comportamiento de la flecha en el área que circunda la ranura si se considera dos hombros con chaflán de bordes cortantes colocados casi juntos. En consecuencia, el factor de concentración de tensión o esfuerzo para una ranura es alto.

Cuando existe flexión, utilizaremos  $K_t = 3.0$  para diseño preliminar como un factor estimado que considera los chaflanes y la reducción en diámetro para calcular el diámetro nominal del eje o flecha antes de correr la ranura. Cuando se presenta torsión junto con la flexión o cuando sólo existe torsión en una sección que interesa, el factor de concentración de la tensión no se aplica a la tensión por esfuerzo de corte por torsión porque es constante. Sin embargo, para considerar la disminución de diámetro en la ranura aumente el diámetro resultante que calculó en aproximadamente 6%, un valor típico para anillos de sujeción comerciales. Pero después de que haya especificado el diámetro final del eje y la geometría de la ranura, deberá calcular la tensión o esfuerzo en la ranura con el factor de concentración de tensión adecuado para la geometría de la ranura.

## 9-5 TENSIONES DE DISEÑO PARA FLECHAS O EJES

En una flecha o eje en particular puede existir al mismo tiempo condiciones distintas que generan esfuerzo o tensión. Para cualquier parte del eje que transmite potencia, habrá una tensión por esfuerzo de corte por torsión, mientras la tensión por esfuerzo de flexión se presenta en esas mismas partes. Quizá haya otras partes en las que sólo se genere tensiones por esfuerzos

de flexión. Algunos puntos tal vez no se sujeten a flexión, tampoco a torsión pero experimentarán tensión por esfuerzo de corte vertical. Sobre las otras tensiones o esfuerzos pueden sobreponerse esfuerzos por tracción o por compresión. Entonces habrá algunos puntos en los que no se genere en absoluto tensiones o esfuerzos significativos.

En consecuencia, decidir qué tensión de diseño utilizar depende de la situación particular en el punto que interesa. En muchos proyectos de diseño y análisis de flechas o ejes deben hacerse cálculos en distintos puntos para considerar en sus totalidad la variedad de condiciones de carga y de geometría que existen.

Resultan útiles varios casos analizados en el capítulo 5, para el cálculo de factores de diseño,  $N$ , para determinar las tensiones de diseño de flechas o ejes. Se supone que las tensiones o esfuerzo de flexión son por completo inversos y sucesivos debido a que el eje gira. Dado que los materiales dúctiles muestran un mayor desempeño bajo tales cargas, se supone que el material con que se fabrica el eje o la flecha es dúctil. Se supone, también, que la carga por esfuerzo de torsión es relativamente constante y actúa en un sentido. Si existe situaciones de otro tipo, remítase al caso que resulte apropiado en el capítulo 5.

### Tensión por esfuerzo de corte de diseño

En el capítulo 5 se determinó que el método más preciso para prever fallas en materiales dúctiles debido a una tensión constante por esfuerzo de corte era la teoría de la distorsión de la energía, en la cual la tensión por esfuerzo de corte de diseño se calcula a partir de

$$\tau_d = s_y / (N\sqrt{3}) = (0.577s_y) / N \quad (9-14)$$

Utilizaremos este valor para tensión por esfuerzo de corte por torsión constante, tensión por esfuerzo de corte vertical o tensión por esfuerzo de corte directo en una flecha o eje.

### Tensión normal de diseño, carga que genera fatiga

Para la flexión inversa sucesiva en un eje provocada por cargas transversales que se aplican a un eje que gira, la tensión de diseño se relaciona con la resistencia por durabilidad del material con que se fabrica el eje. Las condiciones reales bajo las cuales *se fabrica y opera* el eje deberán tenerse en cuenta cuando se especifique la tensión de diseño. En este libro se recurre al siguiente procedimiento.

1. Se calcula la resistencia máxima a la tracción del material,  $s_u$ , a partir de los resultados de pruebas que se realizan, de las especificaciones del fabricante o de información publicada. Es necesario utilizar la información más exacta y confiable. Cuando surjan dudas de la exactitud de la información tendrán que utilizarse factores de diseño mayores que el promedio.
2. Se calcula la resistencia estimada por durabilidad,  $s_u$ , del material, con base en la figura 5-9. Recuerde que en los datos de esta figura se considera la manera en que se fabrica el eje objeto de estudio, además de la relación entre la resistencia por durabilidad básica y la resistencia máxima. Si la resistencia máxima es mayor que el límite que se indica en la figura 5-9, es decir, 220 Ksi o 1,500 MPa, utilice los valores que corresponden a  $s_u = 220$  Ksi.

3. Se aplica un factor de tamaño  $C_s$  para considerar el gradiente de tensión dentro del material y la probabilidad de que una sección particular presente una oclusión específica que puede ser el lugar en que se inicie una fractura por fatiga. La referencia (1) sugiere lo siguiente: Para diámetros de menos de 2.0" ( $D$  en pulgadas).

$$C_s = (D/0.3)^{-0.068}$$

Para diámetros menores de 50 mm ( $D$  en mm)

$$C_s = (D/7.6)^{-0.068}$$

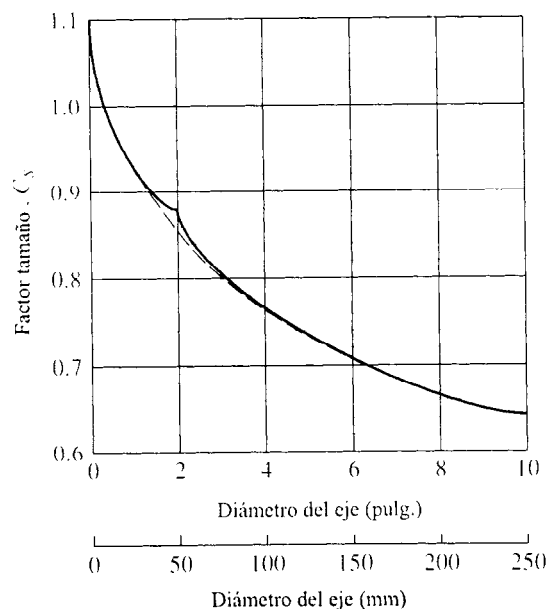
Para diámetros de más de 2.0" hasta 10.0" ( $D$  en pulgadas)

$$C_s = D^{-0.19}$$

Para diámetros de más de 50 mm hasta 250 mm ( $D$  en mm)

$$C_s = 1.85D^{-0.19}$$

La figura 9-8 muestra una gráfica de estas fórmulas. Los dos conjuntos de fórmulas se toman de fuentes distintas y existe cierta discontinuidad mínima de la pendiente cerca de



**Figura 9-8** Factor de tamaño para diseño de ejes

$D = 2.0$ " (50 mm). La línea punteada corta integra las curvas y proporciona valores ligeramente conservadores.

4. Se aplica un factor de confiabilidad  $C_R$ . La información de la resistencia por durabilidad que se reporta, consta de valores promedio que se obtienen con base en varias pruebas, lo cual implica, una confiabilidad de 0.50 (50%). Suponiendo que la información real de las fallas sigue una distribución normal, se pueden utilizar los factores siguientes de ajustes para un alto grado de confiabilidad

Confiabilidad que se desea	Factor de confiabilidad, $C_R$
0.50	1.00
0.90	0.90
0.99	0.81
0.999	0.75

Observe que cualquier factor de concentración de tensión que se presente se considerará en la ecuación de diseño que se desarrolla más adelante. Otros factores, que se toman en cuenta aquí, podrían surtir un efecto adverso en la resistencia por durabilidad del material con que se fabrica el eje y, en consecuencia, en la tensión de diseño, son las temperaturas por arriba de aproximadamente 400° F (200° C), variación en los niveles pico de tensión por arriba de la resistencia nominal por durabilidad durante algunos lapsos, vibración, tensiones residuales, endurecimiento, ajustes por interferencia, corrosión, ciclaje térmico, chapas o recubrimientos superficiales y tensiones que no se consideran en el análisis básico de tensiones. Para tales condiciones se sugiere realizar pruebas con componentes reales.

5. Se calcula  $s'_n = s_n C_s C_R$ .
6. Para piezas del eje o flecha que sólo se ven sujetas a flexión inversa, la tensión de diseño es igual a

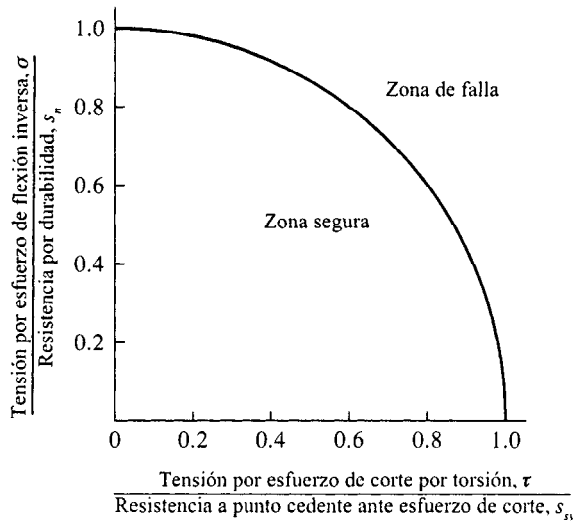
$$\sigma_d = s'_n / N \quad (9-15)$$

### Factor de diseño, $N$

Bajo condiciones industriales típicas se sugiere el factor de diseño de  $N = 3$ . Si la aplicación es en extremo suave, tal vez se justifique un valor tan bajo como  $N = 2$ . Bajo condiciones de choque o impacto debe emplearse  $N = 4$  o más alto y se recomienda llevar a cabo pruebas exhaustivas.

## 9-6 FLECHAS Y EJES SOLO EN FLEXION Y TORSION

Aquellos que soportan engranajes rectos o cilíndricos, poleas acanaladas en forma de V o ruedas dentadas de cadena son ejemplos de flechas o ejes que sólo se ven sujetos a flexión o torsión. La potencia que es transmitida genera torsión y las fuerzas transversales en los elementos originan flexión. En el caso general, no todas las fuerzas transversales actúan en el



**Figura 9-9 Base para la ecuación de diseño de ejes para tensión por esfuerzo de flexión inversa sucesiva y tensión por esfuerzo de corte por torsión**

mismo plano. En tales casos, primero se elabora las gráficas de momento de flexión para dos planos perpendiculares. Después, se calcula el momento de flexión resultante en cada punto que interesa. El caso se ejemplifica en el problema ilustrativo 9-1.

Ahora se desarrolla una ecuación de diseño con base en el supuesto de que el esfuerzo o tensión por flexión en el eje es sucesivo e inverso conforme gira el eje, pero que la tensión por esfuerzo de corte por torsión es casi uniforme. La ecuación de diseño se basa en el principio que se muestra de manera gráfica en la figura 9-9, en la que el eje vertical es la relación del esfuerzo por tensión inverso con la resistencia por durabilidad del material. El eje horizontal es la relación de la tensión por esfuerzo de corte por torsión con la resistencia a punto cedente del material ante esfuerzo de corte. Los puntos que tienen valor de 1.0 en estos ejes indican falla inminente ante flexión simple o tensión simple respectivamente. La información basada en experimentos muestra que la falla ante combinaciones de flexión y torsión sigue, en general, la trayectoria de la curva que conecta estos dos puntos, ello obedece a la ecuación

$$(\sigma/s'_n)^2 + (\tau/s_{sy})^2 = 1 \quad (9-16)$$

Utilizaremos  $S_{ys} = S_y/\sqrt{3}$  para la teoría de distorsión de la energía. A su vez, se puede introducir un factor de diseño para cada término en el lado izquierdo de la ecuación para obtener una expresión basada en *tensiones de diseño*:

$$(N\sigma/s'_n)^2 + (N\tau\sqrt{3}/s_y)^2 = 1$$

Ahora, se puede introducir un factor de concentración correspondiente a flexión sólo en el primer término, porque este esfuerzo o tensión es sucesivo. No se requiere factor alguno para

el término de la tensión por esfuerzo de corte por torsión porque se supone que es constante y las concentraciones de tensión surten un efecto mínimo, o ninguno en absoluto, en el potencial de falla. Así,

$$(K_t N \sigma / s'_n)^2 + (N \tau \sqrt{3} / s_y)^2 = 1 \quad (9-17)$$

Para ejes circulares sólidos, giratorios, la tensión por flexión debida a un momento de flexión,  $M$ , es

$$\sigma = M/Z \quad (9-18)$$

donde  $Z = \pi D^3 / 32$  es el coeficiente de la sección rectangular. La tensión por esfuerzo de corte por torsión es

$$\tau = T/Z_p \quad (9-19)$$

donde  $Z_p = \pi D^3 / 16$  es el coeficiente de la sección polar. Observe que  $Z_p = 2Z$  y que, por consiguiente,

$$\tau = T/(2Z)$$

Al sustituir estas relaciones en la ecuación (9-17) se obtiene

$$\left[ \frac{K_t N M}{Z s'_n} \right]^2 + \left[ \frac{N T \sqrt{3}}{2 Z s_y} \right]^2 = 1 \quad (9-20)$$

Ahora, los términos  $N$  y  $Z$  se pueden factorizar y los términos  $\sqrt{3}$  y 2 se pueden sacar de los corchetes en el término que corresponde a torsión:

$$\left[ \frac{N}{Z} \right]^2 \left[ \left[ \frac{K_t M}{s'_n} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{T}{s_y} \right]^2 \right] = 1$$

Ahora, tomamos la raíz cuadrada de la ecuación completa

$$\frac{N}{Z} \sqrt{\left[ \frac{K_t M}{s'_n} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{T}{s_y} \right]^2} = 1$$

Sea  $Z = \pi D^3 / 32$

$$\frac{32 N}{\pi D^3} \sqrt{\left[ \frac{K_t M}{s'_n} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{T}{s_y} \right]^2} = 1 \quad (9-21)$$

Ahora podemos despejar para el diámetro  $D$ .

$$D = \left[ \frac{32 N}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{K_t M}{s'_n} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{T}{s_y} \right]^2} \right]^{1/3} \quad (9-22)$$



La ecuación (9-22) se utiliza para el diseño de flechas o ejes en este libro. Es compatible con la norma ANSI B106.1M-1985. Véase referencia bibliográfica [1].

## 9-7 EJEMPLO DE DISEÑO DE UNA FLECHA O EJE

**Problema ilustrativo 9-1.** Diseñe el eje que se ilustra en las figuras 9-1 y 9-2. Debe maquinarse en acero AISI 1144 OOT 1000. El eje es parte del impulsor para un sistema de ventilación de gran tamaño que abastece de aire a un horno. El engrane *A* recibe 200 hp del engrane *P*. El engrane *C* transmite la potencia al engrane *O*. El eje gira a 600 rpm.

**Solución.** Primero, determine las propiedades del acero con que se va a fabricar el eje. A partir del apéndice A-4.  $s_y = 83,000$  psi;  $s_u = 118,000$  psi, y la elongación porcentual es 19%. Por tanto, el material presenta buena ductilidad. Utilizando la figura 5-9 podemos estimar  $s_n = 42,000$  psi.

Debe aplicarse un factor de tamaño a la resistencia por durabilidad porque el eje será muy largo como para que transmita 200 hp. Si bien en este momento no conocemos el tamaño real, como un estimado, podemos seleccionar  $C_s = 0.80$  de la figura 9-8.

A su vez, habrá que especificar un factor de confiabilidad. Ésta es una decisión de diseño. En cuanto a este problema, diseñe para un factor de confiabilidad de 0.99 y utilice  $C_R = 0.81$ . Ahora, es posible calcular la resistencia por durabilidad modificada:

$$s'_n = s_n C_s C_R = (42\,000)(0.80)(0.81) = 27\,200 \text{ psi}$$

Se considera  $N = 3$  como factor de diseño. No se espera que el ventilador presente cualquier choque o impacto fuera de lo normal.

Ahora, a partir de la ecuación (9-1), podemos calcular el torque que se presenta en la flecha:

$$T = 63\,000(P)/n = 63\,000(200)/600 = 21\,000 \text{ lb-pulg}$$

Observe que sólo esa parte del eje comprendida entre *A* y *C* se somete a la acción de este torque. A partir de la derecha del engrane *C* hasta el cojinete *D* hay un torque equivalente a cero.

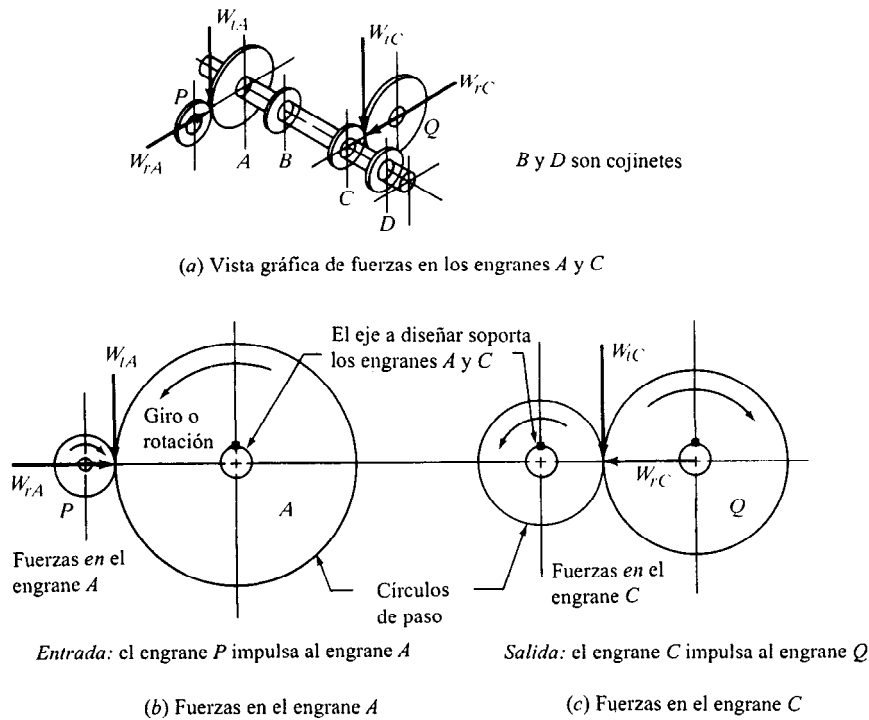
Fuerzas en los engranes: la figura 9-10 muestra los dos pares de engranes con las fuerzas actuando sobre los engranes *A* y *C* que se muestran. Debe observar que el engrane *A* es impulsado por el engrane *P*, y el engrane *C* impulsa el engrane *Q*. Es muy importante que sean correctos los sentidos de estas fuerzas. Los valores de las fuerzas se encuentran a partir de las ecuaciones (9-2) y (9-3).

$$W_{tA} = T_A/(D_A/2) = 21\,000/(20/2) = 2\,100 \text{ lb}$$

$$W_{rA} = W_{tA} \tan(\phi) = 2\,100 \tan(20^\circ) = 764 \text{ lb}$$

$$W_{tC} = T_C/(D_C/2) = 21\,000/(10/2) = 4\,200 \text{ lb}$$

$$W_{rC} = W_{tC} \tan(\phi) = 4\,200 \tan(20^\circ) = 1\,529 \text{ lb}$$



**Figura 9-10** Fuerzas en los engranes A y C

El paso que sigue consiste en mostrar estas fuerzas en el eje en los planos de acción y en los sentidos adecuados. Se calculan las reacciones en los cojinetes y se elabora los diagramas de fuerza de corte y de momento de flexión. Los resultados se ilustran en la figura 9-11.

El diseño continuará con el cálculo del diámetro mínimo aceptable del eje en diversos puntos a lo largo de él. En cada punto, se observará la magnitud del torque y del momento de flexión que existen en el punto, y se estimará el valor de los factores de concentración de tensión. Si en el área que circunda el punto que interesa, existe más de una concentración de tensión, para fines de diseño se utiliza el más grande. Esto supone que las propias discontinuidades geométricas no interactúan, lo cual es una práctica adecuada. Por ejemplo, en el punto A, el cuñero debe terminar antes de que empiece el chaflán del hombro.

**Punto A.** Como el engrane A está ubicado en el punto A, el eje a partir de A, donde hay un anillo de sujeción, no existen fuerzas, momentos ni torques. Debido a que es el extremo libre del eje, no hay momento de flexión en A. Las concentraciones de tensión pueden omitirse porque el torque es constante. Entonces, a partir de las ecuaciones (9-14) y (9-19).

$$\tau_a = 0.577s_y/N = 0.577(83\,000)/3 = 15\,960 \text{ psi}$$

Si  $\tau = \tau_d$  en la ecuación (9-19) y al despejar  $Z_p$  se obtiene

$$Z_p = T/\tau_d = 21\,000/15\,960 = 1.315 \text{ pulg.}^3$$

Pero, debido a que

$$D_1 = \sqrt[3]{16(Z_p)/\pi} = \sqrt[3]{16(1.315)/\pi} = 1.89 \text{ "}$$

**Punto B.** El punto  $B$  es la ubicación de un cojinete con un chaflán que tiene bordes cortantes a la derecha de  $B$  y un chaflán con bordes redondeados a la izquierda. Se pretende que  $D_2$  sea cuando menos un poco más pequeña que  $D_3$  en el asiento del cojinete para permitir que éste resbale con facilidad a lo largo del eje hasta que alcanza su posición final. Por lo regular hay un ajuste mínimo de presión entre el diámetro interior del cojinete y el asiento en el eje.

$$T = 21\,000 \text{ lb}\cdot\text{pulg.}$$

El momento de flexión en  $B$  es la resultante del momento en los planos  $x$  y  $y$  de la figura 9-11.

$$M_B = \sqrt{M_{Bx}^2 + M_{By}^2} = \sqrt{(21\,000)^2 + (7\,640)^2} = 22\,350 \text{ lb}\cdot\text{pulg.}$$

$$K_f = 1.5 \text{ (chaflán con los bordes bien redondeados)}$$

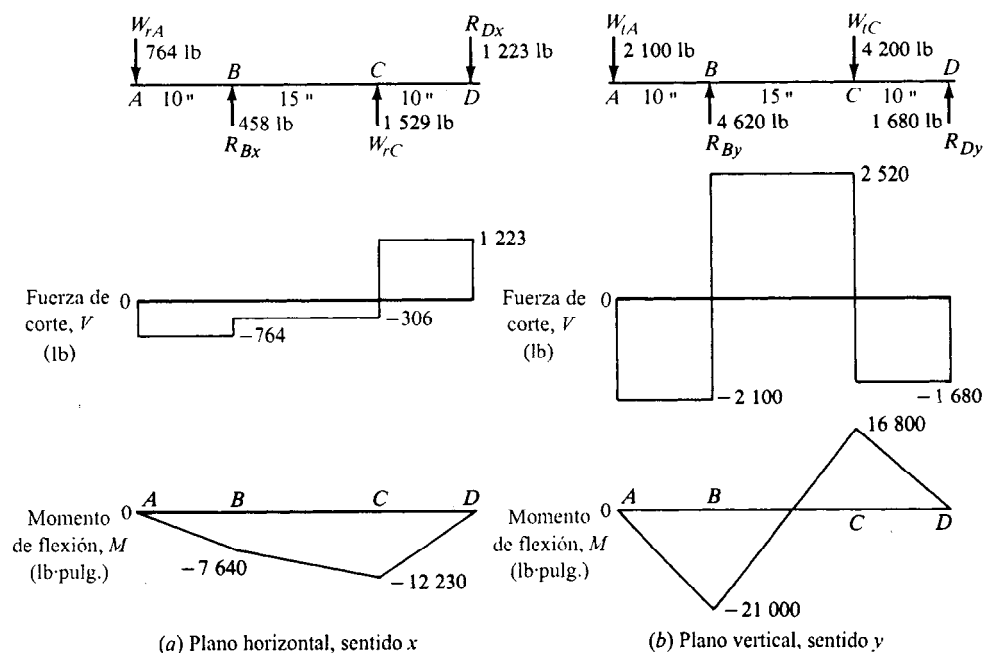


Figura 9-11 Gráficas de carga, corte y momento para el eje de la figura 9-10

Utilizando la ecuación (9-22) debido a la condición de tensión combinada

$$D_2 = \left[ \left( \frac{32N}{\pi} \right) \sqrt{\left( \frac{K_t M}{s_n'} \right)^2 + \frac{3}{4} \left( \frac{T}{s_y} \right)^2} \right]^{1/3} \quad (9-22)$$

$$D_2 = \left[ \frac{32(3)}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{1.5(22\ 350)}{27\ 200} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{21\ 000}{83\ 000} \right]^2} \right]^{1/3} = 3.37''$$

En *B* y a la derecha de *B* (diámetro  $D_3$ ) todo es igual, excepto el valor de  $K_t = 2.5$  para el chaflán con bordes cortantes. Así

$$D_3 = \left[ \frac{32(3)}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{2.5(22\ 350)}{27\ 200} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{21\ 000}{83\ 000} \right]^2} \right]^{1/3} = 3.98''$$

Observe que  $D_4$  será más grande que  $D_3$  para proporcionar un hombro para el cojinete. Por consiguiente, será seguro. Su diámetro real se especificará una vez que se concluya el análisis de tensión y después de seleccionar el cojinete en *B*. El catálogo del fabricante del cojinete especificará el diámetro mínimo aceptable a la derecha del cojinete para proporcionar un hombro adecuado contra el cual asentará el cojinete.

**Punto C.** El punto *C* es el lugar en que se ubica el engrane *C* con un chaflán bien redondeado a la izquierda, un cuñero de perfil en el engrane y una ranura para anillo de sujeción a la derecha. El uso de un chaflán con bordes bien redondeados en este punto es en realidad una decisión de diseño que requiere que el diámetro interior del engrane admita un chaflán grande. Por lo común, esto significa que en los extremos del diámetro interior se produce un chaflán. El momento de flexión en *C* es

$$M_C = \sqrt{M_{C_x}^2 + M_{C_y}^2} = \sqrt{(12\ 230)^2 + (16\ 800)^2} = 20\ 780 \text{ lb-pulg.}$$

A la izquierda de *C* existe el torque de 21,000 lb-pulg con el cuñero de perfil que da  $K_t = 2.0$ . En consecuencia

$$D_5 = \left[ \frac{32(3)}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{2.0(20\ 780)}{27\ 200} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{21\ 000}{83\ 000} \right]^2} \right]^{1/3} = 3.61''$$

A la derecha de *C* no se genera torque pero la ranura para anillo de sujeción sugiere que  $K_t = 3.0$  para diseño, y hay flexión inversa. Utilizando las ecuaciones (9-15) y (9-18),

$$\sigma_d = s_n'/N = 27\ 200/3 = 9\ 067 \text{ psi}$$

Entonces, sea  $\sigma = \sigma_d$  en la ecuación (9-18) y calcule la *Z* que se requiere

$$Z = K_t M_C / \sigma_d = 3.0(20\ 780) / 9\ 067 = 6.88 \text{ pulg.}^3$$

No obstante  $Z = \pi D^3/32$ . Así,

$$D_5 = \sqrt[3]{32Z/\pi} = \sqrt[3]{32(6.88)/\pi} = 4.12 \text{ "}$$

El valor más alto que el que se calculó para el lado izquierdo de  $C$  en consecuencia rige el diseño en el punto  $C$ .

**Punto  $D$ .** El punto  $D$  es el asiento del cojinete  $D$ , y aquí no hay torque o momento de flexión. Sin embargo, hay una fuerza de corte vertical que es igual a la reacción en el cojinete. Utilizando la resultante de las reacciones en los planos  $x$  y  $y$ , la fuerza de corte es

$$V_D = \sqrt{(1\,223)^2 + (1\,680)^2} = 2\,078 \text{ lb}$$

La tensión por esfuerzo de corte vertical para un eje circular sólido es

$$\tau = 4V/3A$$

Sea  $\tau = \tau_d$ , el área que se requiere para el eje es

$$A = 4V/3\tau_d = 4(2\,078)/(3)(15\,960) = 0.174 \text{ " }^2$$

A partir de  $A = \pi D_6^2/4$ , y despejando para  $D_6$

$$D_6 = \sqrt{4A/\pi} = \sqrt{4(0.174)/\pi} = 0.470 \text{ "}$$

Esto es muy pequeño si se compara con otros diámetros que se han calculado y, por lo regular así será. En realidad, el diámetro en  $D$  quizá se haga mucho más grande que este valor calculado debido al tamaño del cojinete razonable para que soporte la carga radial de 2.078 lb.

## Resumen

Los diámetros mínimos requeridos que se calcularon para las diversas partes del eje en la figura 9-2 son

$$\begin{array}{ll} D_1 = 1.89 \text{ "} & D_5 = 4.12 \text{ "} \\ D_2 = 3.37 \text{ "} & D_6 = 0.47 \text{ "} \\ D_3 = 3.98 \text{ "} & \end{array}$$

También,  $D_4$  debe ser mayor que 4.12" para proporcionar hombros adecuados para el engranaje  $C$  y el cojinete  $B$ .

---

## 9-8 TAMAÑOS BASICOS RECOMENDABLES PARA FLECHAS O EJES

Cuando monte una pieza disponible en el mercado siga las recomendaciones que hace el fabricante sobre el tamaño básico del eje y de la tolerancia.

En el sistema británico de unidades de medida, por lo regular los diámetros se especifican como fracciones comunes o sus decimales equivalentes. Las tablas 8-1 y 8-2 enumeran los tamaños básicos que se prefieren en décimos de pulgadas que puede utilizar para dimensiones susceptibles de ser controladas.

Cuando se piensa utilizar cojinetes disponibles en el mercado no montados en un eje, es probable que sus diámetros internos estén en dimensiones métricas. En la tabla 15-2 se enumeran los tamaños típicos disponibles y sus equivalentes en decimales. En la tabla 8-3 se proporcionan otras dimensiones métricas que se prefieren.

**Problema ilustrativo 9-2.** Especifique dimensiones convenientes en décimos de pulgada para los seis diámetros del problema ilustrativo 9-1. Seleccione las dimensiones para el asiento del cojinete de la tabla 15-2. De la tabla 8-2 escoja todas las demás dimensiones.

**Solución.** La tabla siguiente muestra un conjunto posibles de diámetros que se sugieren.

Parte que embona	Número de diámetro	Diámetro mínimo	Diámetro especificado (Tamaño básico)
	(Del problema 9-1)		
Engrane	$D_1$	1.89	2.000
Nada	$D_2$	3.37	3.400
Cojinete	$D_3$	3.98	4.133 9 (105 mm)
Nada	$D_4$	$>D_3$ o $D_5$	4.600
Engrane	$D_5$	4.12	4.200
Cojinete	$D_6$	0.47	3.149 6 (80 mm)

Los diámetros  $D_3$  y  $D_6$  son los equivalentes en decimales de los diámetros métricos de las pistas internas de los cojinetes de la tabla 15-2. Será necesario utilizar los procedimientos que se explican en el capítulo 15 para determinar si los cojinetes que tienen esos diámetros son adecuados para soportar las cargas radiales que se especifican. También, deberá verificar  $D_4$  para ver si proporciona un hombro lo suficiente alto contra el cual apoyar el cojinete que se monta en el punto  $B$  del eje. Después, habrá que definir especificaciones detalladas para radios de los chaflanes, longitudes, cuñeros y ranuras para anillos de retención. Luego, es necesario calcular los valores reales para factores de concentración de tensiones y el factor tamaño. Por último debe repetirse el análisis de tensiones para asegurar que el factor de diseño resultante es aceptable. En la ecuación (9-21) es posible despejar  $N$  y evaluarla en cuanto a condiciones reales.

## 9-9 EJEMPLOS DE DISEÑO ADICIONALES

En esta sección se proporcionan dos ejemplos de diseño adicionales. El primero corresponde a un eje que contiene tres tipos distintos de dispositivos que transmiten potencia: una polea acanalada para banda en forma de V, una rueda dentada de cadena y un engranaje recto o cilíndrico. Algunas de las fuerzas actúan en ángulos que no son ni verticales ni horizontales, lo cual, requiere una resolución para las fuerzas de flexión en el eje en forma de componentes antes de elaborar las gráficas de fuerza de corte y de momento de flexión. El problema ilustrativo 9-4 tiene que ver con un eje que soporta un engranaje de tornillo sinfín y una rueda dentada. La fuerza axial en el engranaje de tornillo sinfín presenta una ligera modificación del procedimiento de diseño. A excepción de estas diferencias, el procedimiento de diseño es el mismo que el del problema ilustrativo 9-1. En consecuencia, se omite gran parte del manejo de las fórmulas.

**Problema ilustrativo 9-3.** El eje que se muestra en la figura 9-12 recibe 110 hp de una turbina hidráulica por medio de una rueda dentada de cadena en el punto C. El par de engranes en E transmite 80 hp a un generador eléctrico. La polea acanalada para banda en forma

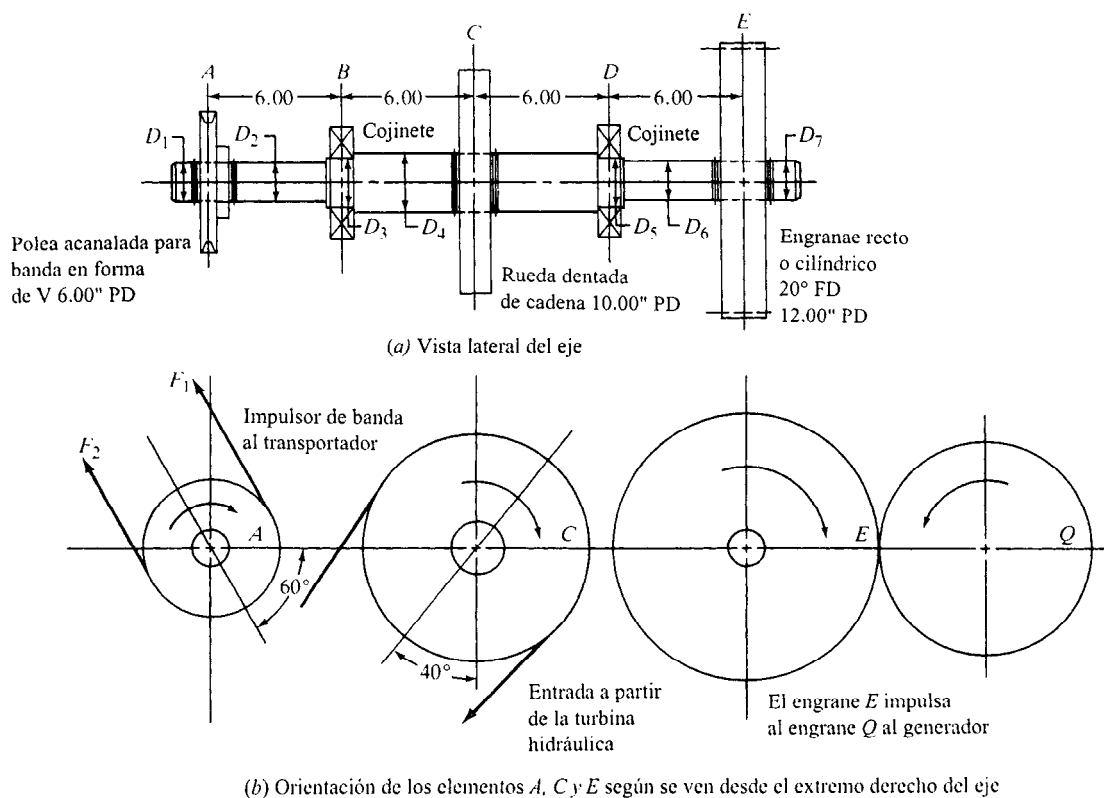


Figura 9-12 Eje para el problema ilustrativo 9-3

de V transmite 30 hp a una noria elevadora que transporta granos hasta un silo elevado. El eje gira a 1,700 rpm. La rueda dentada, la polea acanalada y el engrane se colocan en posición axial mediante anillos de retención. A la polea acanalada y el engrane se les colocan cuñeros de corredera deslizante y hay un cuñero de perfil en la rueda dentada. Para el eje utilice acero AISI 1040 extruido en frío. Calcule los diámetros mínimos aceptables de  $D_1$  a  $D_7$  como se define en la figura 9–12.

**Solución.** Primero, las propiedades materiales para el acero AISI 1040 extruido en frío se obtienen del apéndice A–3.

$$s_y = 71\,000 \text{ psi} \quad s_u = 80\,000 \text{ psi}$$

Luego, a partir de la figura 5–9,  $s_n = 30,000$  psi. Diseñe para un factor de confiabilidad de 0.99 y utilice  $C_R = 0.81$ . El tamaño del eje será moderadamente largo, por tanto es posible suponer  $C_s = 0.85$  como un estimado razonable. Así, la resistencia modificada por durabilidad es,

$$s'_n = s_n C_s C_R = (30\,000)(0.85)(0.81) = 20\,650 \text{ psi}$$

Esta aplicación es muy suave: un impulsor de turbina y un generador además de un transportador en los puntos de salida. Un factor de diseño de  $N = 3$  debe resultar satisfactorio.

### Distribución del torque en el eje

Si recuerda que la potencia llega al eje en C, por consiguiente puede observar que se transmiten 30 hp a lo largo del eje a partir de C hasta la polea acanalada en A. A su vez, a lo largo del eje se transmiten 80 hp a partir de C hasta el engrane ubicado en E. A partir de estas observaciones, es posible calcular el torque en el eje

$$T = 63\,000(30)/1\,700 = 1\,112 \text{ lb}\cdot\text{pulg.} \quad \text{de A a C}$$

$$T = 63\,000(80)/1\,700 = 2\,965 \text{ lb}\cdot\text{pulg.} \quad \text{de C a E}$$

La figura 9–13 muestra una gráfica de la distribución del torque *en el eje* sobrepuesta en el boceto del eje. Cuando se diseñe el eje en C utilizaremos 2,965 lb·pulg en C *y a la derecha*, pero podemos utilizar 1,112 lb·pulg *a la izquierda de C*. Observe que ninguna parte del eje se somete al total de 110 hp que llega hasta la rueda dentada en C. La potencia se divide en dos partes conforme entra al eje. Cuando se analice la propia rueda dentada, será necesario utilizar 110 hp en su totalidad y el torque correspondiente.

$$T = 63\,000(110)/1\,700 = 4\,076 \text{ lb}\cdot\text{pulg.} \quad \text{torque en la rueda dentada}$$

### Fuerzas

Las fuerzas en cada elemento o pieza se calcularán por separado y se mostrarán las fuerzas componentes que actúan en los planos vertical y horizontal, como en el ejemplo ilustrativo 9–1. La figura 9–14 muestra los sentidos de las fuerzas que se aplican y sus componentes para cada pieza.



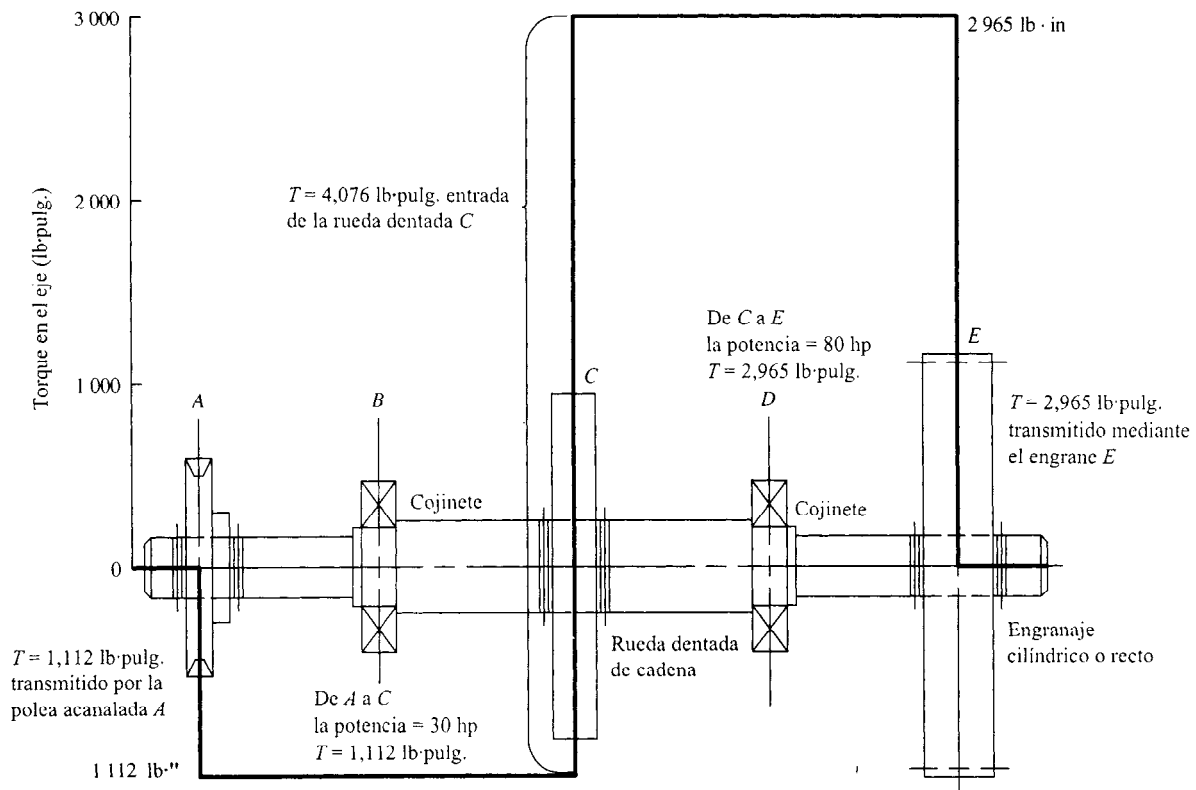


Figura 9-13 Distribución de torque en el eje para el problema ilustrativo 9-3

**Fuerzas en la polea acanalada A.** Utilice las ecuaciones (9-7), (9-8) y (9-12).

$$F_N = F_1 - F_2 = T_A/(D_A/2) = 1\,112/3.0 = 371 \text{ lb} \text{ fuerza impulsora neta}$$

$$F_A = 1.5F_N = 1.5(371) = 556 \text{ lb} \text{ fuerza de flexión}$$

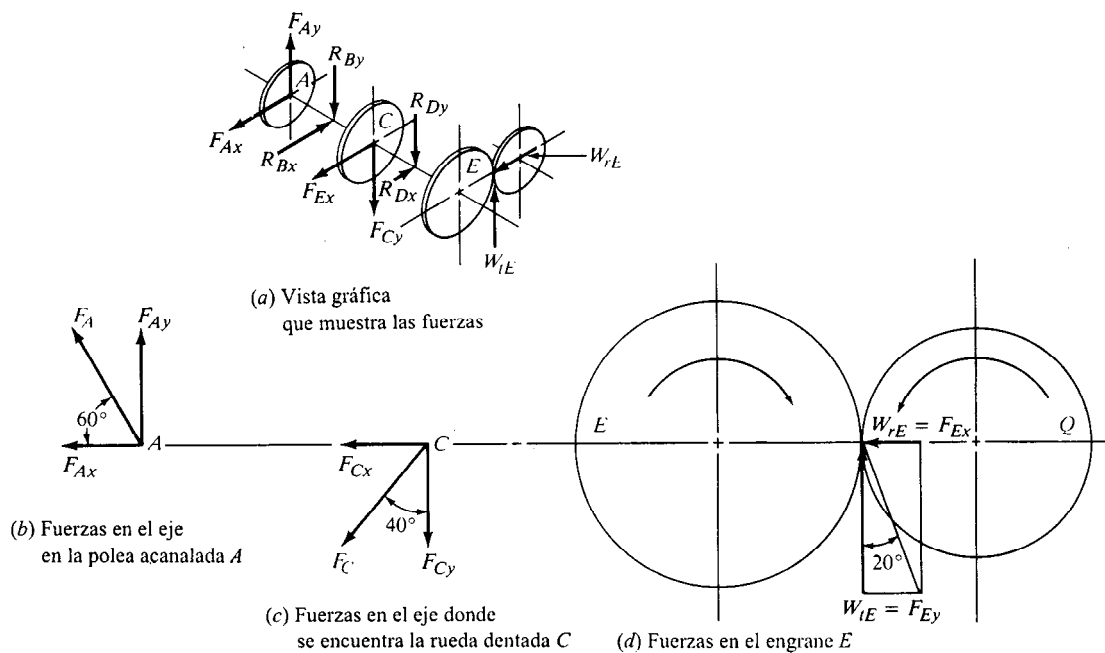
La fuerza de flexión actúa en sentido ascendente y hacia la izquierda a un ángulo de  $60^\circ$  respecto a la horizontal. Como se muestra en la figura 9-14, los componentes de la fuerza de flexión son

$$F_{Ax} = F_A \cos(60^\circ) = (556)\cos(60^\circ) = 278 \text{ lb} \text{ (hacia la izquierda)}$$

$$F_{Ay} = F_A \sin(60^\circ) = (556)\sin(60^\circ) = 482 \text{ lb} \text{ (hacia arriba)}$$

**Fuerzas en la rueda dentada C.** Utilice la ecuación (9-6)

$$F_C = T_C/(D_C/2) = 4\,076/5.0 = 815 \text{ lb}$$



**Figura 9-14** Fuerzas resueltas en componentes x y y

Esta es la carga de flexión en el eje. Los componentes son

$$F_{Cx} = F_C \sin(40^\circ) = (815) \sin(40^\circ) = 524 \text{ lb} \quad (\text{hacia la izquierda})$$

$$F_{Cy} = F_C \cos(40^\circ) = (815) \cos(40^\circ) = 624 \text{ lb} \quad (\text{hacia abajo})$$

**Fuerzas en el engrane E.** La carga transmitida se encuentra a partir de la ecuación (9-2) y la carga radial de la ecuación (9-3). Los sentidos se muestran en la figura 9-14.

$$F_{Ey} = W_{tE} = T_E / (D_E / 2) = 2\,965 / 6.0 = 494 \text{ lb} \quad (\text{hacia arriba})$$

$$F_{Ex} = W_{rE} = W_{tE} \tan(\phi) = (494) \tan(20^\circ) = 180 \text{ lb} \quad (\text{hacia la izquierda})$$

#### Gráficas de carga, corte y momento

La figura 9-15 muestra las fuerzas que actúan en el eje en cada pieza, las reacciones en los cojinetes y las gráficas de fuerza de corte y de momento de flexión tanto para el eje horizontal (x) como para el vertical (y). En la figura, se muestran los cálculos de los momentos de flexión resultantes en los puntos B, C y D.

### Diseño del eje o flecha

Utilizaremos la ecuación (9-22) para determinar el diámetro mínimo aceptable del eje en cada punto que interesa. Como la ecuación requiere efectuar un número considerable de operaciones individuales, y debido a que la utilizaremos, cuando menos, en siete ocasiones, se sugiere escribir un programa de computación exclusivamente para esa operación. O bien, sería ideal utilizar una calculadora programable porque el número de pasos implicados entra en el rango de muchas calculadoras. Al final de este capítulo se encuentra la lista de este programa, que se utilizó para calcular los resultados que se proporcionan a continuación. Observe que la ecuación (9-22) puede utilizarse si bien, sólo donde hay torsión o sólo flexión al registrar cero como correspondiente al valor faltante.

Aquí se repite la ecuación (9-22) como referencia. En la solución que se proporciona a continuación, se enumeran los datos que se utilizan para cada punto del diseño. Quizá quiera verificar los cálculos para los diámetros mínimos que se requieren. Se utilizó el factor de diseño  $N = 3$ .

$$D = \left[ \frac{32N}{\pi} \sqrt{\left( \frac{K_t M}{s'_n} \right)^2 + \frac{3}{4} \left( \frac{T}{s_y} \right)^2} \right]^{1/3}$$

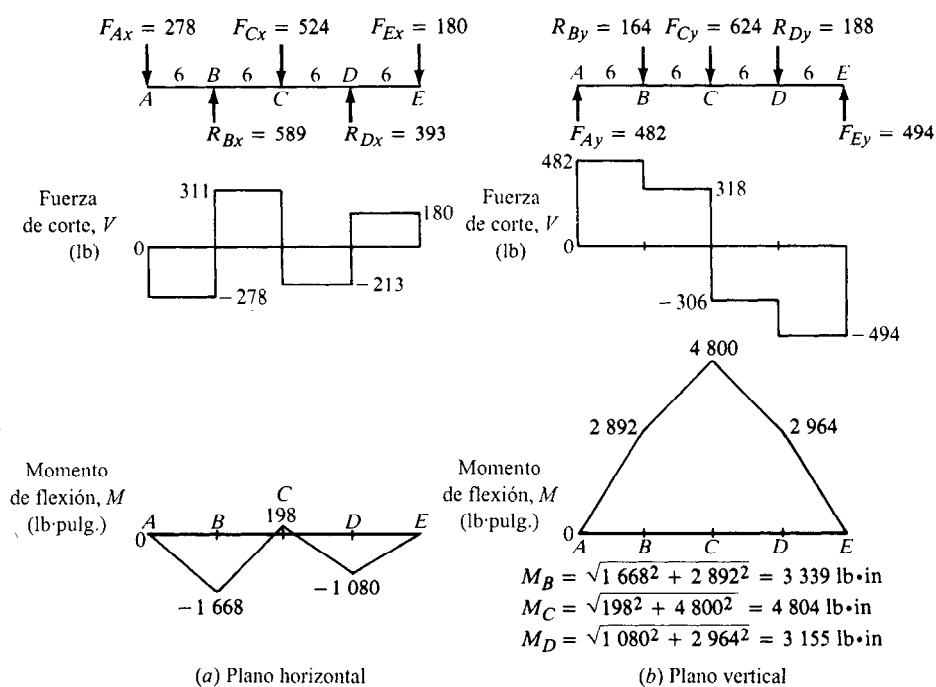


Figura 9-15 Gráficas de carga, corte y momento

**Punto A.** El torque es igual a 1,112 lb·pulg; el momento = 0. La polea acanalada se coloca con anillos de retención. Debido a que el torque es constante, no utilizaremos un factor de concentración de tensión en este cálculo, como se analizó en la sección 9-4. Pero entonces el diámetro nominal en la ranura aumentará el resultado calculado en alrededor de 6%. El resultado debe ser conservador para las geometrías típicas correspondientes a ranuras.

Al utilizar la ecuación (9-22),  $D_1 = 0.75$ ". Al incrementar lo anterior en 6% se obtiene  $D_1 = 79$ ".

**A la izquierda del punto B.** Esto es el diámetro de alivio que lleva el asiento del cojinete. Para el lugar donde  $D_2$  se une a  $D_3$  se utilizara un radio de chaflán redondeado. Por tanto,

$$\text{Torque} = 1,112 \text{ lb·pulg.} \quad \text{Momento} = 3,339 \text{ lb·pulg.} \quad K_t = 1.5$$

Así  $D_2 = 1.95$ ".

**En el punto B y a la derecha.** Este es el asiento de cojinete con un chaflán de hombro a la derecha, lo cual requiere un chaflán muy cortante

$$\text{Torque} = 1,112 \text{ lb·pulg.} \quad \text{Momento} = 3,339 \text{ lb·pulg.} \quad K_t = 2.5$$

Así  $D_3 = 2.31$ ".

**En el punto C.** Se planea que el diámetro sea el mismo en toda su extensión desde la derecha del cojinete B hasta la izquierda del cojinete D. La peor condición se encuentra a la derecha de C, donde hay una ranura para anillo de retención y el valor de torque más alto:

$$\text{Torque} = 2,965 \text{ lb·pulg.} \quad \text{Momento} = 4,804 \text{ lb·pulg.} \quad K_t = 3.0$$

Así  $D_4 = 2.77$ ".

**En el punto D y hacia la izquierda.** Este es un asiento de cojinete similar al que se encuentra en B:

$$\text{Torque} = 2,965 \text{ lb·pulg.} \quad \text{Momento} = 3,155 \text{ lb·pulg.} \quad K_t = 2.5$$

Así  $D_5 = 2.27$ ".

**A la derecha del punto D.** Este es un diámetro de alivio similar al que se encuentra en  $D_2$ :

$$\text{Torque} = 2,965 \text{ lb·pulg.} \quad \text{Momento} = 3,155 \text{ lb·pulg.} \quad K_t = 1.5$$

Así  $D_6 = 1.92$ ".

**En el punto E.** El engrane se monta con anillos de retención a cada lado:

$$\text{Torque} = 2,965 \text{ lb·pulg.} \quad \text{Momento} = 0 \quad D_7 = 1.03$$

### Resumen con los valores convenientes especificados

Utilizando la tabla 8-1 especificamos fracciones convenientes en todos los lugares, incluso los asientos de los cojinetes. Se supone que se utilizarán cojinetes del tipo caja de chumacera en pulgadas.

Parte que embona	Número de diámetro	Diámetro mínimo	Diámetro especificado	
			Fracción	Decimal
Polea acanalada	$D_1$	0.79	2	2.000
Nada	$D_2$	1.95	2	2.000
Cojinete	$D_3$	2.31	$2\frac{1}{2}$	2.500
Rueda dentada	$D_4$	2.77	3	3.000
Cojinete	$D_5$	2.27	$2\frac{1}{2}$	2.500
Nada	$D_6$	1.92	2	2.000
Engrane	$D_7$	1.03	2	2.000

Se optó por igualar los diámetros de  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_6$  y  $D_7$  para minimizar el maquinado y obtener un factor extra mínimo de seguridad en las ranuras para los anillos de retención. De nuevo, habrá que verificar los tamaños de los diámetros internos de los cojinetes contra la especificación de carga de los mismos. El tamaño de  $D_4$  tendrá que verificarse para ver si proporciona un hombro suficiente para los engranes que se colocan en  $B$  y  $D$ .

---

**Problema ilustrativo 9-4.** Un engranaje de tornillo sinfin se monta como se ilustra en la figura 9-16. El engrane presenta el mismo diseño que el que se analiza en el capítulo 12 y transmite 6.68 hp al eje a una velocidad de 101 rpm. Las magnitudes y los sentidos de las fuerzas en el engrane se proporcionan en la figura. Observe que hay un sistema de tres fuerzas ortogonales que actúan sobre el engrane. La potencia es transmitida mediante una rueda dentada de cadena en  $B$  para impulsar un transportador que recoge fragmentos de metal fundido de un sistema de maquinado. Diseñe el eje.

**Solución.** El torque en el eje a partir del engranaje de tornillo sinfin en el punto  $D$  hacia la rueda dentada de cadena en  $B$  es

$$T = W_{IG}(D_G/2) = 962(4.333) = 4\,168 \text{ lb}\cdot\text{pulg.}$$

La fuerza en la rueda dentada de cadena es

$$F_c = T/(D_s/2) = 4\,168/(6.71/2) = 1\,242 \text{ lb}$$

Esta fuerza actúa en sentido horizontal hacia la derecha según se ve desde el extremo del eje.

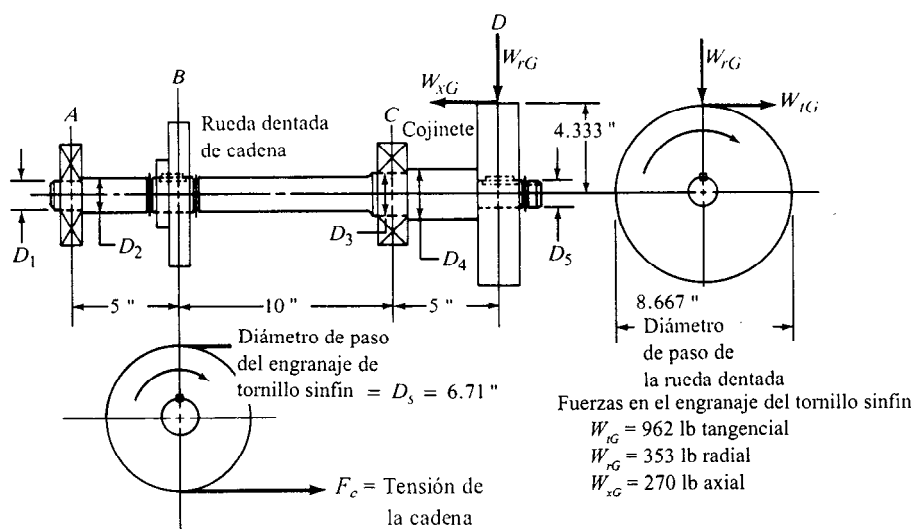


Figura 9-16 Eje para el problema ilustrativo 9-4

### Gráficas de momento de flexión

La figura 9-17 muestra las fuerzas que actúan sobre el eje tanto en sentido vertical como horizontal y las gráficas de fuerza de corte y de momento de flexión correspondientes. El lector debe revisar estos diagramas, en especial el que corresponde al sentido vertical, para comprender el efecto de la fuerza axial de 270 lb. Observe que, como actúa por arriba del eje, genera un momento de flexión en el extremo del eje de 165 lb-pulg. Afecta asimismo las reacciones en los cojinetes. En la figura se ilustran también los momentos de flexión resultantes en B, C y D.

En el diseño del sistema completo, debe decidirse qué cojinete resistirá la fuerza axial. Para este problema, especifiquemos que el cojinete que se encuentra en C transmitirá la fuerza de impulso axial hacia la carcasa. Esta decisión coloca una tensión por compresión en el eje de C a D y requiere que se proporcionen medios para transmitir la fuerza axial del engranaje de tornillo sinfín al cojinete. La geometría que se propone en la figura 9-16 logra esto, y se adoptará para el siguiente análisis de tensiones. Los procedimientos son los mismos que se utilizaron en los problemas ilustrativos 9-1 al 9-3 y sólo se mostrará un resumen de los resultados. Se analiza la tensión axial por compresión junto con los cálculos que corresponden al punto C en el eje.

### Selección del material y resistencia de diseño

Para esta aplicación tan demandante se sugiere utilizar acero al medio carbón con ductilidad buena y resistencia alta hasta cierto punto. Se utilizará AISI 1340 OQT 1000 (apéndice A-3), cuya resistencia máxima es 144,000 psi, una resistencia a punto cedente de 132,000 y una

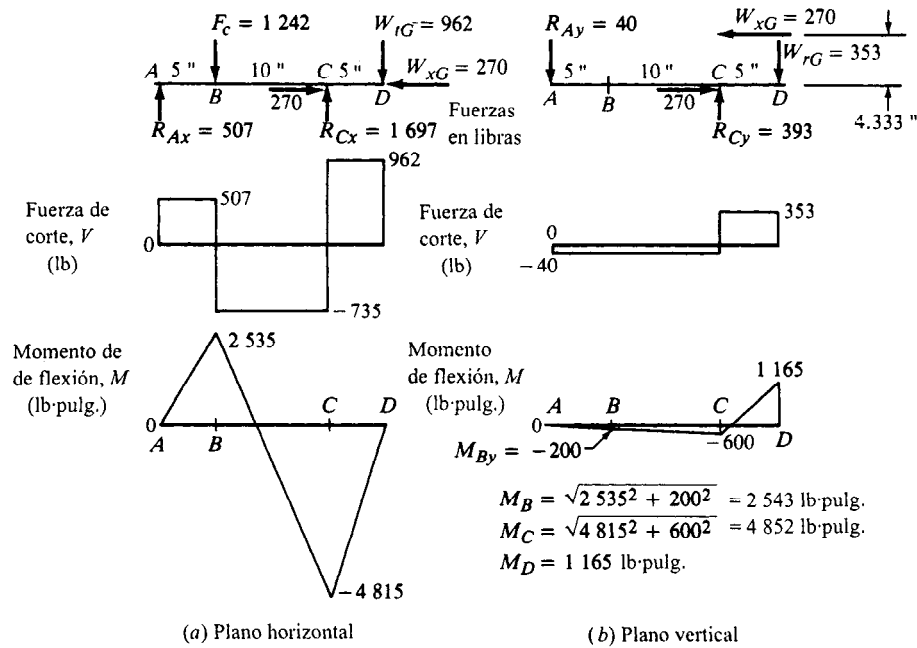


Figura 9-17 Gráficas de carga, corte y momento para el eje de la figura 9-16

elongación de 17%. A partir de la figura 5-9, y aplicando un factor de tamaño de 0.85, podemos estimar que la resistencia por durabilidad es 43,350 psi. Debido a que se espera que el transportador se le dé uso rudo, utilizaremos un factor de diseño de  $N = 4$ , más alto que el promedio.

A excepción del punto A, donde sólo existe una fuerza de corte vertical, el cálculo del diámetro mínimo que se requiere se realiza utilizando la ecuación (9-22).

**Punto A.** El cojinete del lado izquierdo que se monta en el punto A, sólo soporta la fuerza de reacción radial, que actúa como una fuerza de corte vertical sobre el eje. Aquí no se presenta torque ni momento de flexión alguno.

La tensión de diseño por esfuerzo de corte es

$$\tau_d = 0.577s_y/N = 0.577(132\,000)/4 = 19\,040 \text{ psi}$$

El área y el diámetro que se requieren son

$$V = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{(507)^2 + (40)^2} = 509 \text{ lb}$$

$$A = \frac{4V}{3\tau_d} = \frac{4(509)}{3(19\,040)} = 0.0356 \text{ pulg}^2$$

$$D_1 = \sqrt{4A/\pi} = \sqrt{4(0.0356)/\pi} = 0.213 \text{ pulg}$$

Como se vio antes, este es muy pequeño y el diámetro final especificado quizá será más grande dependiendo del cojinete que se elija.

**Punto B.** La rueda dentada de cadena se monta en el punto *B* y se coloca axialmente mediante anillos de retención en ambos lados. El punto crítico se encuentra a la derecha de la rueda dentada en la ranura para anillo de retención, donde  $T = 4,168$  lb·pulg,  $M = 2,543$  lb·pulg, y  $K_t = 3.0$  para flexión.

El diámetro mínimo calculado que se requiere es  $D_2 = 2.12"$ . Debido a la torsión en la ranura, debe incrementarse esto en aproximadamente 6%, como se analizó en la sección 9-3. Así,

**A la izquierda del punto C.** Este es el diámetro de alivio para el asiento del cojinete. Aquí el diámetro se especificará igual al de *B*, pero en condiciones distintas. El torque es igual a 4,168 lb·pulg,  $M = 4,852$  lb·pulg y  $K_t = 1.5$  para el chaflán con bordes redondeados, sólo en flexión. El diámetro que se requiere es 2.08". Dado que este es más pequeño que el que se encuentra en *B*, el cálculo anterior es el que rige.

**En el punto C y a la derecha.** Aquí asentará el cojinete, y se supone que el chaflán tendrá bordes más bien cortantes. En consecuencia,  $T = 4,168$  lb·pulg,  $M = 4,852$  lb·pulg y  $K_t = 2.5$  sólo para flexión. El diámetro que se requiere es  $D_3 = 2.47"$ .

La carga de impulso axial actúa entre los puntos *C* y *D*. La inclusión de esta carga en los cálculos complicará en grado considerable la solución para los diámetros que se necesitan. En casi todos los casos, la tensión axial normal es relativamente pequeña en comparación a la tensión por flexión. A su vez, el hecho de que la tensión sea por compresión mejora el rendimiento del eje ante fatiga, ya que por lo regular las fallas por fatiga se presentan en puntos donde existe tensión por esfuerzo de tracción. Por estas razones, en estos cálculos se omite la tensión axial. Los diámetros calculados también se interpretan como diámetros mínimos nominales y el diámetro final que se selecciona es mayor que el mínimo. Esto, asimismo, tiende a hacer que el eje sea seguro aun cuando hay una carga axial agregada. Cuando surjan dudas, o bien, cuando encuentre una alta tensión por esfuerzo de tracción axial, deberán aplicarse los métodos que se exponen en el capítulo 5. También es necesario verificar la presencia de pandeo en los ejes largos que se someten a esfuerzos de compresión.

**Punto D.** El engranaje de tornillo sinfín se monta en el punto *D*. Se especificará que a la izquierda de *D* se coloca un chaflán con bordes bien redondeados y que habrá un cuñero con corredera deslizante. Por tanto,  $T = 4,168$  lb·pulg,  $M = 1,165$  lb·pulg y  $K_t = 1.6$  para flexión únicamente. El diámetro calculado que se requiere es  $D_5 = 1.37"$ . Observe que  $D_4$  debe ser más grande que  $D_3$  o  $D_5$  porque proporciona los medios para transmitir la carga de empuje desde el engranaje de tornillo sinfín hasta la pista interna del cojinete en *C*.

### Resumen y selección de diámetros convenientes

Para esta aplicación se decidió utilizar dimensiones en fracciones de pulgada de la tabla 8-1, excepto en los asientos de los cojinetes, donde se optó por utilizar diámetros internos métricos en los cojinetes de la tabla 15-2.



Parte que embona	Número de diámetro	Diámetro mínimo	Diámetro especificado	
			Fracción metrica	Decimal
Engrane <i>A</i>	$D_1$	0.21	(35 mm)	1.378 0
Rueda dentada <i>B</i>	$D_2$	2.24	$2\frac{1}{4}$	2.250
Cojinete <i>C</i>	$D_3$	2.47	(65 mm)	2.559 1
Hombro	$D_4$	$>D_3$	3	3.000
Engranaje de tornillo sinfin <i>D</i>	$D_5$	1.37	$1\frac{1}{2}$	1.500

## 9-10 PROGRAMA DE CALCULADORA PARA DIAMETRO DE FLECHA O EJE

En el cálculo del diámetro mínimo que se requiere para un eje cuando se somete sólo a flexión y torsión se utiliza la ecuación (9-22). El siguiente es un programa para una calculadora programable para realizar los cálculos que se necesitan para esa ecuación. Fue elaborado para la calculadora Texas Instruments TI-55-II que emplea un modo algebraico para insertar operaciones. Para otras calculadoras, en particular aquellas con notación Polish inversa se requieren ciertas modificaciones en el programa. Se utilizan los símbolos que se presentan a continuación.

R/S (Correr/detenerse): la ejecución se detiene para permitir que se inserten datos. Al oprimir la tecla después de insertar datos se reanuda la ejecución.

RCL (Llamar de nuevo): llama de nuevo el valor del número de memoria que sigue.

$y^x$  (Exponenciación):  $y$  a la potencia  $x$ .

La ecuación (9-22) tiene la forma

$$D = \left[ (32N/\pi) \sqrt{(K_t M/s_n')^2 + 0.75(T/s_y)^2} \right]^{1/3}$$

El primer término puede escribirse como una sola constante y cargarse en la memoria. Al llamar la constante  $C_0$  y recordar que el valor de  $N$  casi siempre es 2, 3 o 4,

$$C = 20.38 \text{ para } N=2$$

$$C = 30.56 \text{ para } N=3$$

$$C = 40.76 \text{ para } N=4$$

Para empezar, cargue  $C_0$  en la memoria (0). Luego cargue el valor de  $1/3 = 0.333\ 333$  en la memoria(1). El programa continúa.

Acción	Operación	Paso No.
Suponga que el programa se ha restablecido		
Inserte $M$ y oprima R/S	$\times$ (veces)	00
	R/S	01
Inserte $K_r$ y oprima R/S	$\div$ (División)	02
	R/S	03
Inserte $s'_n$ y oprima R/S	=	04
	$x^2$	05
	+	06
	(	07
	. (Punto decimal)	08
	7	09
	5	10
	$\times$	11
	(	12
	R/S	13
Inserte $T$ y oprima R/S	-	14
	R/S	15
Inserte $s_y$ y oprima R/S	)	16
	$x^2$	17
	)	18
	=	19
	$\sqrt{x}$	20
	$\times$	21
	RCL	22
	00	23
	=	24
	$y^x$	25
	RCL	26
	01	27
	=	28
	RST	29

Ahora se exhibe en la pantalla el valor que se calculó para el diámetro y el programa se restablece para permitir que se corra otro problema.

Para verificar su programa puede utilizar cualquiera de los ejemplos que se resolvieron, como el problema ilustrativo 9-1 o el 9-3. Por ejemplo, para el diámetro  $D_2$  en el problema ilustrativo 9-1,  $N = 3$  y

$$M = 22\,350 \quad T = 21\,000 \quad K_t = 1.5 \quad s'_n = 27\,200 \quad s_y = 83\,000$$

El resultado es  $D_2 = 3.37''$

## BIBLIOGRAFIA

1. American Society of Mechanical Engineers. *Design of Transmission Shafting*. ANSI Standard B106.1M-1985. Nueva York: American Society of Mechanical Engineers, 1985.
2. American Society of Mechanical Engineers. *Preferred Limits and Fits for Cylindrical Parts*. ANSI Standard B4.1-1967 (confirmado 1979). Nueva York: American Society of Mechanical Engineers, 1979.
3. Baumeister, T., et al. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers*, 9ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1986.
4. Oberg, Erik, et. al. *Machinery's Handbook*, 23ª edición. Nueva York: Industrial Press, 1988.
5. Peterson, R. E. *Stress Concentration Factors*, 2ª edición. Nueva York: John Wiley & Sons, 1974.
6. Shigley, J. E. y Mischke, C. R. *Mechanical Engineering Design*, 5ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1988.
7. Soderberg, C. R. "Working Stresses". *Journal of Applied Mechanics*. 57 (1935): A-106.

## PROBLEMAS

Para cada uno de los problemas siguientes, será necesario determinar la magnitud del torque en el eje en todos los puntos, para calcular las fuerzas que actúan sobre el eje en todas las piezas que transmiten potencia, para calcular las reacciones en los cojinetes y para dibujar las gráficas completas de carga, corte y momento de flexión. Omita el peso de los elementos o piezas en los ejes, a menos que se especifique otra cosa.

El objetivo de cualquier problema, conforme al criterio del profesor, puede ser alguno de los siguientes:

Diseñe el eje en su totalidad incluyendo la especificación de la geometría en general y la consideración relativa a los factores de concentración de tensión. El análisis mostrará el diámetro mínimo aceptable en cada punto del eje para que sea seguro desde el punto de vista de la resistencia.

Una vez especificada la geometría que se sugiere para una pieza, especifique el diámetro mínimo aceptable para el eje en ese punto.

Especifique la geometría que se requiere en cualquier elemento del eje que se seleccione: un engrane, una polea acanalada, un cojinete u otros.

Haga un dibujo de trabajo del diseño para el eje, siguiendo el análisis de tensiones adecuado y especifique las dimensiones finales.

Sugiera cómo se puede diseñar de nuevo el eje que se especifica moviendo o reorientando las piezas en el eje para mejorar el diseño de manera que se generen tensiones más bajas, un tamaño más chico del eje, un ensamble más adecuado y demás.

Incorpore el eje que se especifica a una máquina más integral y termine el diseño de toda la máquina. En casi todos los problemas, se sugiere el tipo de máquina para la que se está diseñando el eje.

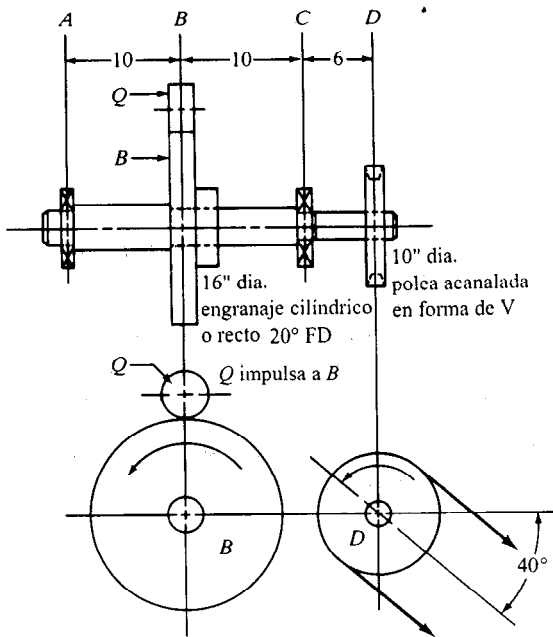


Figura 9-18 (Problema 1)

1. El eje de la figura 9-18 es parte de un impulsor para un sistema de transferencia automatizado en una planta de estampado en metal. El engrane  $Q$  transmite 30 hp al engrane  $B$ . La polea acanalada  $D$  transmite la potencia hacia la polea acanalada con la que embona según se ilustra. El eje que soporta a  $B$  y  $D$  gira a 550 rpm. Utilice acero extruido en frío AISI 1040.
2. El eje de la figura 9-19 gira a 200 rpm. La polea  $A$  recibe 10 hp de abajo. El engrane  $C$  transmite 6 hp al engrane con el que embona abajo de él. La rueda dentada de cadena  $D$  transmite 4 hp a un eje que está arriba. Utilice acero AISI 1117 extruido en frío.
3. El eje de la figura 9-20 es parte de una máquina especial diseñada para recuperar latas de aluminio de desecho. El engrane en  $B$  transmite 5 hp a una cortadora que corta las latas en trozos pequeños. La polea acanalada para banda en forma de V que se ubica en  $D$  transmite 3 hp a un ventilador que distribuye aire hacia la cortadora. La polea acanalada para banda en forma de V,  $E$ , transmite 3 hp a un transportador que levanta el aluminio despedazado hacia un silo elevado. El eje gira a 480 rpm. Toda la potencia llega al eje por medio de la rueda dentada de cadena ubicada en  $C$ . Utilice acero AISI 1137 OQT 1300 para el eje. Las piezas que se encuentran en  $B$ ,  $C$ ,  $D$  y  $E$  se mantienen

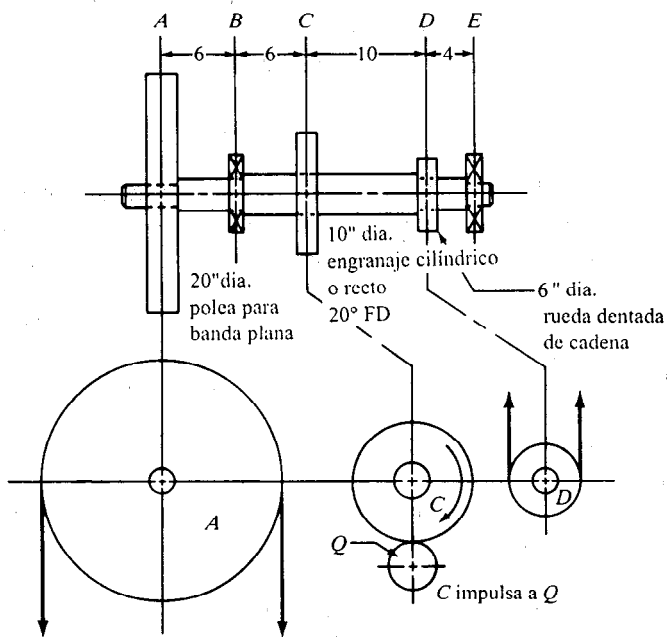


Figura 9-19 (Problema 2)

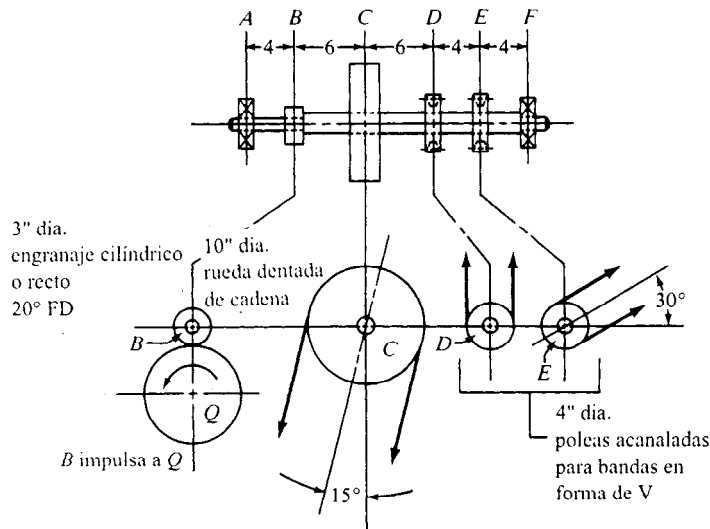


Figura 9-20 (Problema 3)

en su posición mediante anillos de sujeción y cuñas en cuñeros de perfil. El diámetro del eje debe ser uniforme, excepto en sus extremos, donde se van a montar los cojinetes. Calcule el diámetro que se necesita.

4. El eje de la figura 9-21 es parte de un sistema para secar granos. En A se coloca un ventilador tipo propela que requiere 12 hp cuando gira a 475 rpm. El ventilador pesa 34 lb, y su peso debe incluirse en el análisis.

La polea para banda plana en D transmite 3.5 hp a un transportador de tornillo sinfin que maneja el grano. Toda la potencia llega al eje mediante la polea acanalada para banda en forma de V que se encuentra en C. utilice acero AISI 1144 extruido en frío.

5. El eje de la figura 9-22 es la flecha impulsora para una transportador de material en bruto de gran tamaño. El engrane recibe 40 hp y gira a 120 rpm. Cada rueda

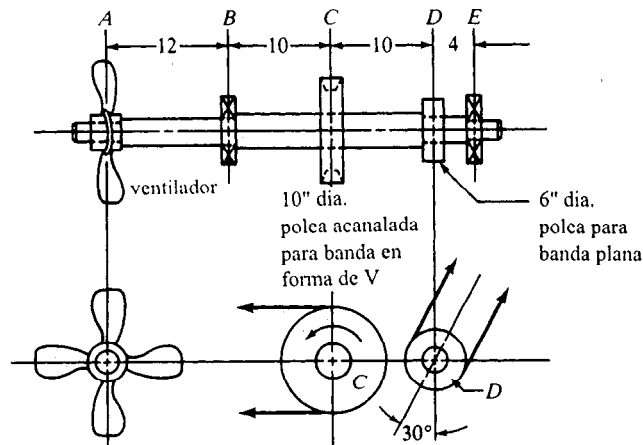


Figura 9-21 (Problema 4)

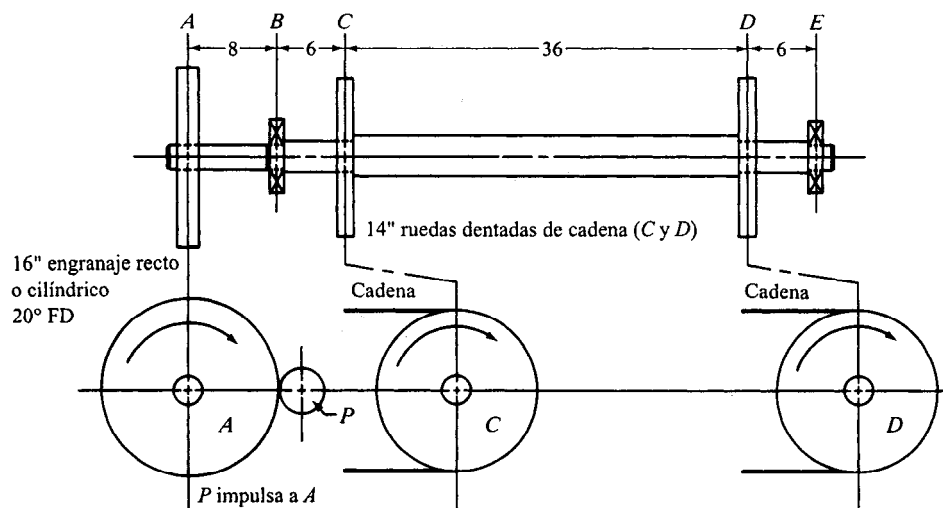


Figura 9-22 (Problema 5)

- dentada de cadena transmite 20 hp a un lado del transportador. Utilice acero AISI 1020 extruido en frío.
6. El eje de la figura 9-23 es parte de un sistema impulsor de transportador que alimenta roca triturada a un vagón de ferrocarril. El eje gira a 240 rpm y se sujeta a choque moderado cuando opera. Toda la potencia entra al engrane ubicado en *D*. La polea acanalada para

banda en forma de V que se encuentra en *A* transmite 10.0 hp en sentido vertical hacia abajo. La rueda de cadena *E* transmite 50 hp. Observe la posición del engrane *Q* que impulsa el engrane *D*.

7. La figura 9-24 ilustra un eje intermedio de una prensa de punzón que gira a 310 rpm mientras transmite 20 hp de la polea acanalada para banda en forma de V hacia el engrane. Por el momento, el volante no

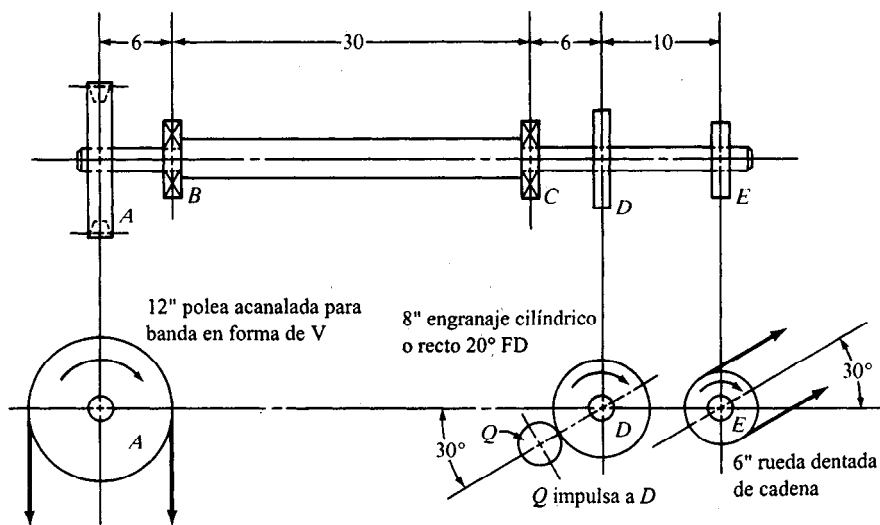


Figura 9-23 (Problema 6)

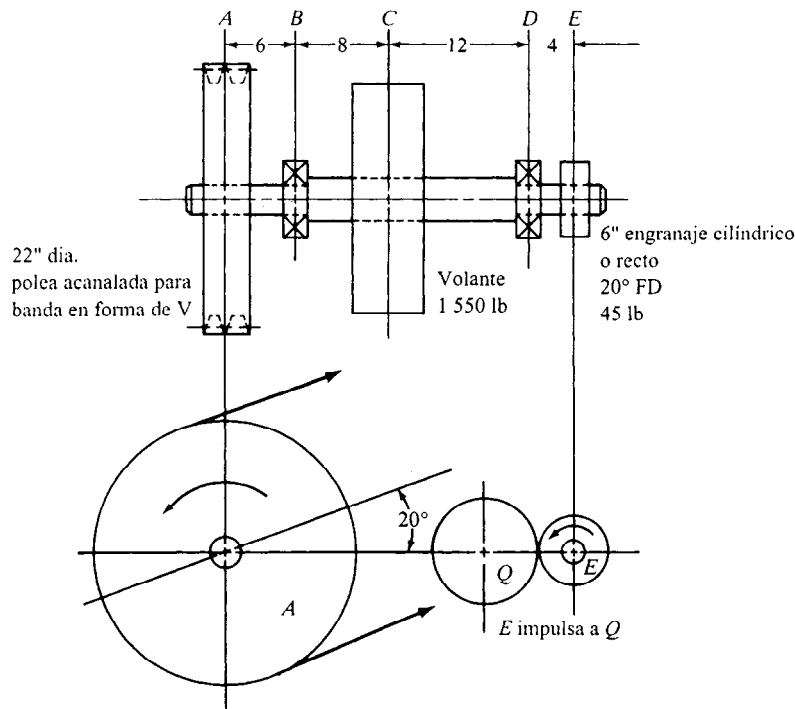


Figura 9-24 (Problema 7)

absorbe ni proporciona potencia alguna. En el análisis considere el peso de todas las piezas

8. El eje que se ilustra en la figura 9-25 es parte de un sistema para manejar material a bordo de un barco. Toda la potencia llega al eje mediante el engrane C, que gira a 480 rpm. El engrane A transmite 30 hp a un malacate. Cada una de las poleas acanaladas que se encuentran en D y E, transmite 10 hp a unas bombas hidráulicas. Utilice acero AISI 3140 OQT 1000.
9. El eje que se muestra en la figura 9-26 es parte de un sistema automático de maquinado. Toda la potencia entra mediante el engrane D. Los engranes C y F impulsan dos dispositivos alimentadores de herramientas independientes, cada uno de ellos requiere 5.0 hp. La polea acanalada para banda en forma de V que se señala con B requiere 2.5 hp para impulsar una bomba enfriadora. El eje gira a 220 rpm. Todos los engranes son rectos o cilíndricos provistos de dientes cuya profundidad total es de 20°. Para el eje utilice acero AISI 1020 extruido en frío.
10. La figura 9-27 muestra un engrane helicoidal montado en un engrane que gira a 650 rpm en tanto transmite 7.5 hp. El engrane también se analiza en el problema ilustrativo 12-2, y las fuerzas tangencial, radial y axial

que actúan sobre él se muestran en la figura. El diámetro de paso del engrane es 4.141". La potencia se transmite desde el eje mediante un cople flexible en su extremo derecho. Se utiliza un espaciador o separador para colocar el engrane en relación al cojinete C. La carga de impulso se toma en el cojinete A.

11. El reductor de engrane helicoidal de doble reducción que se ilustra en la figura 9-28 transmite 5.0 hp. El eje 1, es la entrada, gira a 1,800 rpm y recibe potencia directamente de un motor eléctrico mediante un cople flexible. El eje 2 gira a 900 rpm. El eje 3 es la salida, gira a 300 rpm. En el eje de salida se monta una rueda dentada de cadena como se muestra y transmite la potencia hacia arriba. Los datos para los engranes se presentan a continuación:

	Paso	Diámetro	Número	Espesor
Engrane	diametral	de paso	de dientes	de cara
P	8	1.500 "	12	0.75 "
B	8	3.000 "	24	0.75 "
C	6	2.000 "	12	1.00 "
Q	6	6.000 "	36	1.00 "

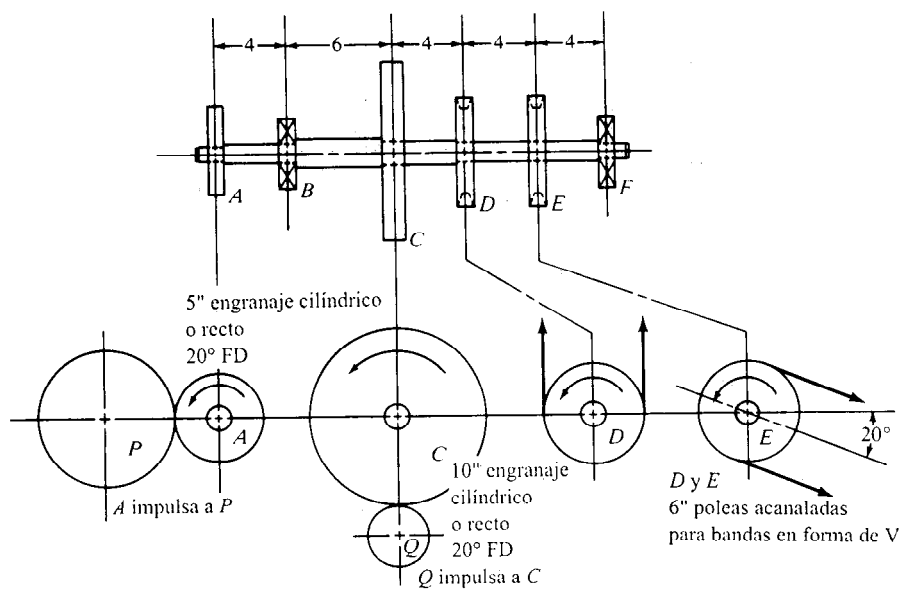


Figura 9-25 (Problema 8)

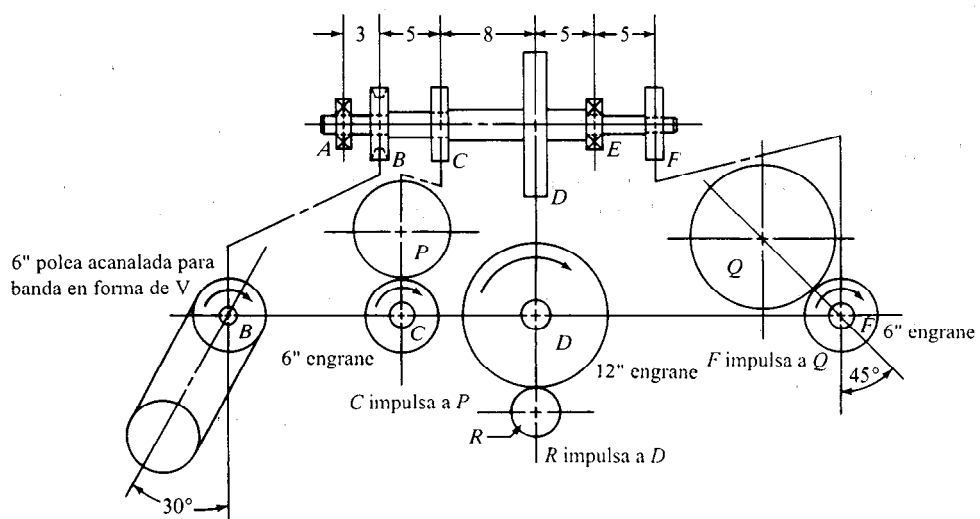


Figura 9-26 (Problema 9)



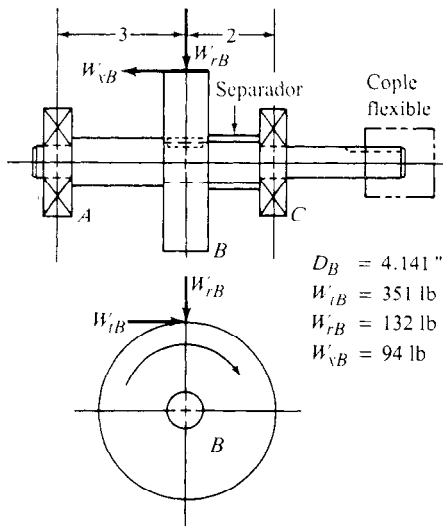


Figura 9-27 (Problema 10)

Cada engrane tiene un ángulo de presión normal de  $14\frac{1}{2}$  y un ángulo helicoidal de  $45^\circ$ . Las combinaciones de hélices izquierda y derecha se disponen de manera que las fuerzas axiales se oponen entre sí en el eje 2 como se ilustra. Utilice AISI 4140 OQT 1200 para los ejes.

12. El eje que se ilustra en la figura 9.29 es el eje de entrada para un impulsor de sistema de engranaje de tornillo sinfin. La polea acanalada para banda en forma de V recibe directamente de abajo 7.5 hp. El engranaje de tornillo sinfin gira a 1,750 rpm y tiene un diámetro de paso de 2.000". Este es el engranaje de tornillo sinfin para el tornillo sinfin que se señala en el problema ilustrativo 9-4. Las fuerzas tangencial, radial y axial se muestran en la figura. El engranaje sinfin debe maquinarse en forma integral junto con el eje, y tiene un diámetro de raíz de 1.614". Suponga que la geometría del área de la raíz presenta un factor de concentración de tensión de 1.5 para flexión. Analice la tensión en el área de la raíz de la cuerda del engranaje sinfin y especifique un material adecuado para el eje.
13. Termine el diseño de los ejes que soportan al engrane biselado y el piñón que se ilustran en la figura 12-9. Las fuerzas en los engranes, las reacciones de los cojinetes y las gráficas de momento de flexión se desarrollan en los problemas ilustrativos 12-4 al 12-6 y se muestran en las figuras 12-9 a 12-13. Suponga que los 2.50 hp entran al eje de piñón por el lado derecho mediante un cople flexible. La potencia es

transmitida mediante la extensión inferior del eje con engrane por medio de otro cople flexible. Para los ejes utilice AISI 1040 OQT 1200.

14. El eje vertical que se ilustra en la figura 9-30 es impulsado a una velocidad de 600 rpm con 4.0 hp que entran mediante el engrane biselado. Cada una de las dos ruedas dentadas de cadena transmite 2.0 hp hacia un lado a hojas mezcladoras impulsoras en un recipiente de un reactor químico. El engrane biselado tiene un paso diametral de 5, diámetro de paso igual a 9.000" un ancho de la cara de 1.31" y un ángulo de presión de  $20^\circ$ . Utilice acero AISI 4140 OQT 1000 para el eje. Véase el capítulo 12 para los métodos con que se calculan las fuerzas en el engrane biselado.
15. La figura 9-31 muestra un boceto de un tren de engranaje recto o cilíndrico de doble reducción. El eje 1 gira a 1,725 rpm impulsado directamente por un motor eléctrico que transmite 15.0 hp al reductor. Todos los engranes en el tren están provistos de dientes cuya profundidad total es de  $20^\circ$  y los números siguientes de dientes y diámetros de paso:

Engrane A	18 dientes	Engrane B	54 dientes
	1.80" diam.		5.40" diam.
Engrane C	24 dientes	Engrane D	48 dientes
	4.00" diam.		8.00" diam.

Observe que la reducción de velocidad para cada par de engranes es proporcional a la relación del número de dientes. Por tanto, el eje 2 gira a 575 rpm y el 3 a 287.5 rpm. Suponga que todos los ejes transmiten 15.0 hp. La distancia de la mitad de cada cojinete a la mitad de la cara del engrane más próximo es 3.00". El eje 2 tiene una longitud de 5.00" entre los dos engranes, lo que hace que la distancia total entre la parte media de los dos cojinetes sea igual a 11.00". Las extensiones de los ejes de entrada y salida transmiten torque, sin embargo no ejercen sobre ellos, cargas por flexión. Termine el diseño de los tres ejes. Prevea cuñeros de perfil para cada engrane y cuñeros de corredera deslizable en los extremos exteriores de los ejes de entrada y salida. Considere espacio para la ubicación de cada engrane y cojinete en el eje.

16. La figura 9-32 muestra un reductor de velocidad con un impulsor de banda en forma de V que transmite potencia al eje de entrada y a un impulsor de cadena tomando potencia del eje de salida y transmitiéndola

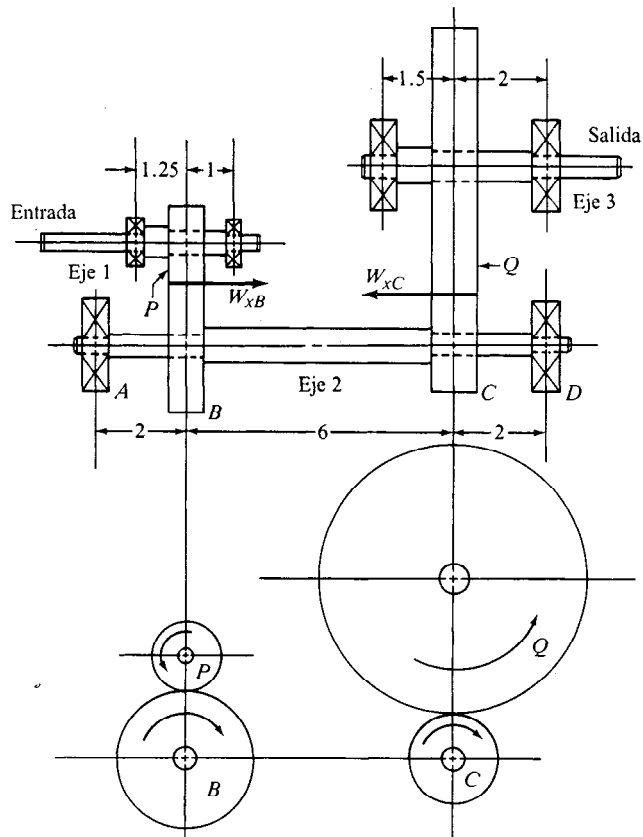


Figura 9-28 (Problema 11)

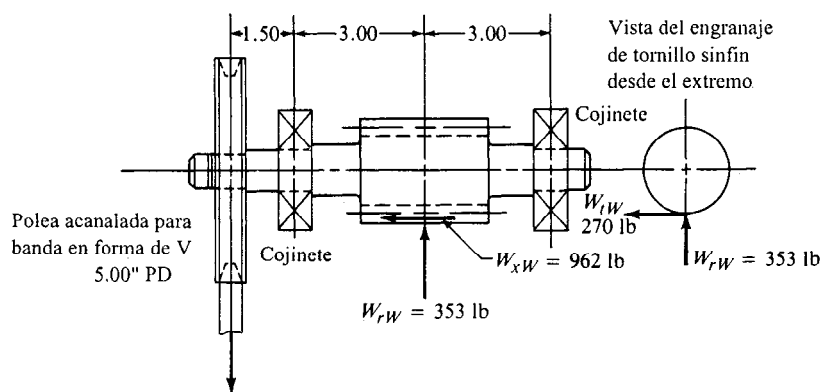


Figura 9-29 (Problema 12)

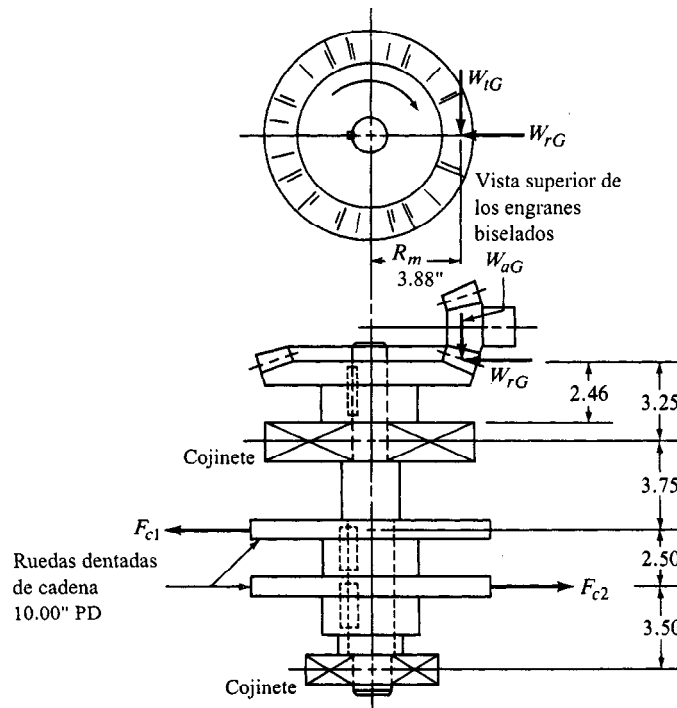


Figura 9-30 (Problema 14) (Engranés biselados que se muestran en la sección, Véase el capítulo 12)

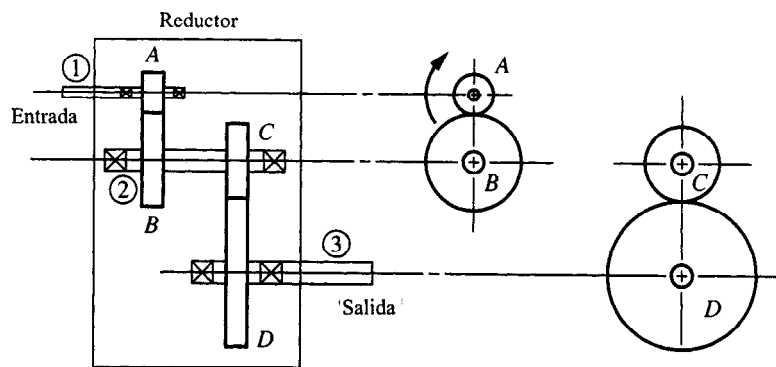


Figura 9-31 Reductor de engrane para el problema 15

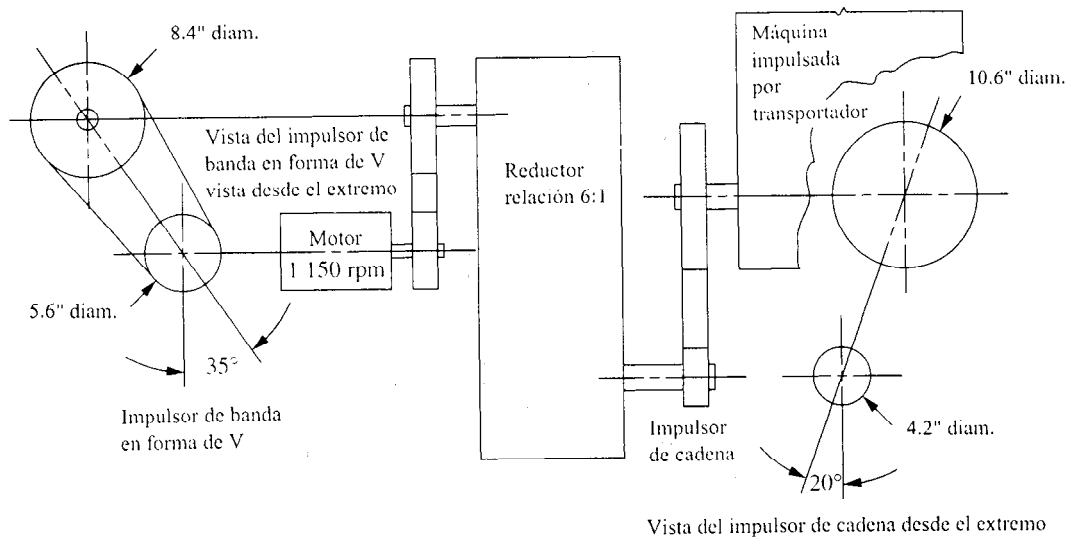


Figura 9-32 Sistema impulsor para el problema 16

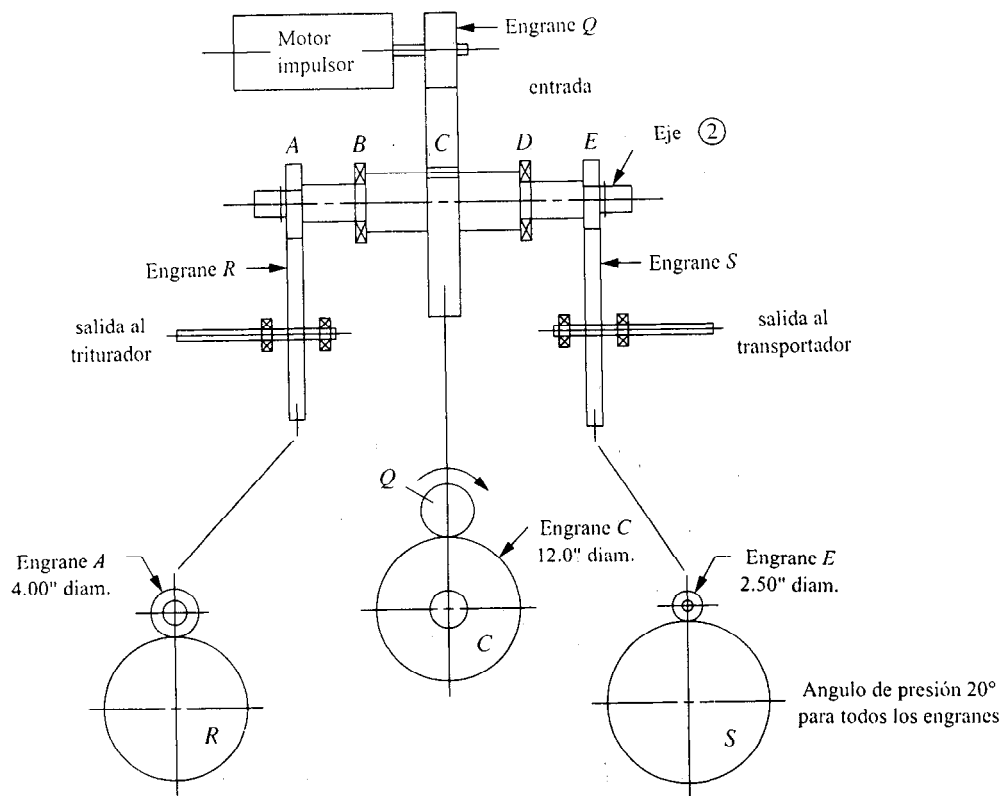


Figura 9-33 Sistema impulsor para el problema 17

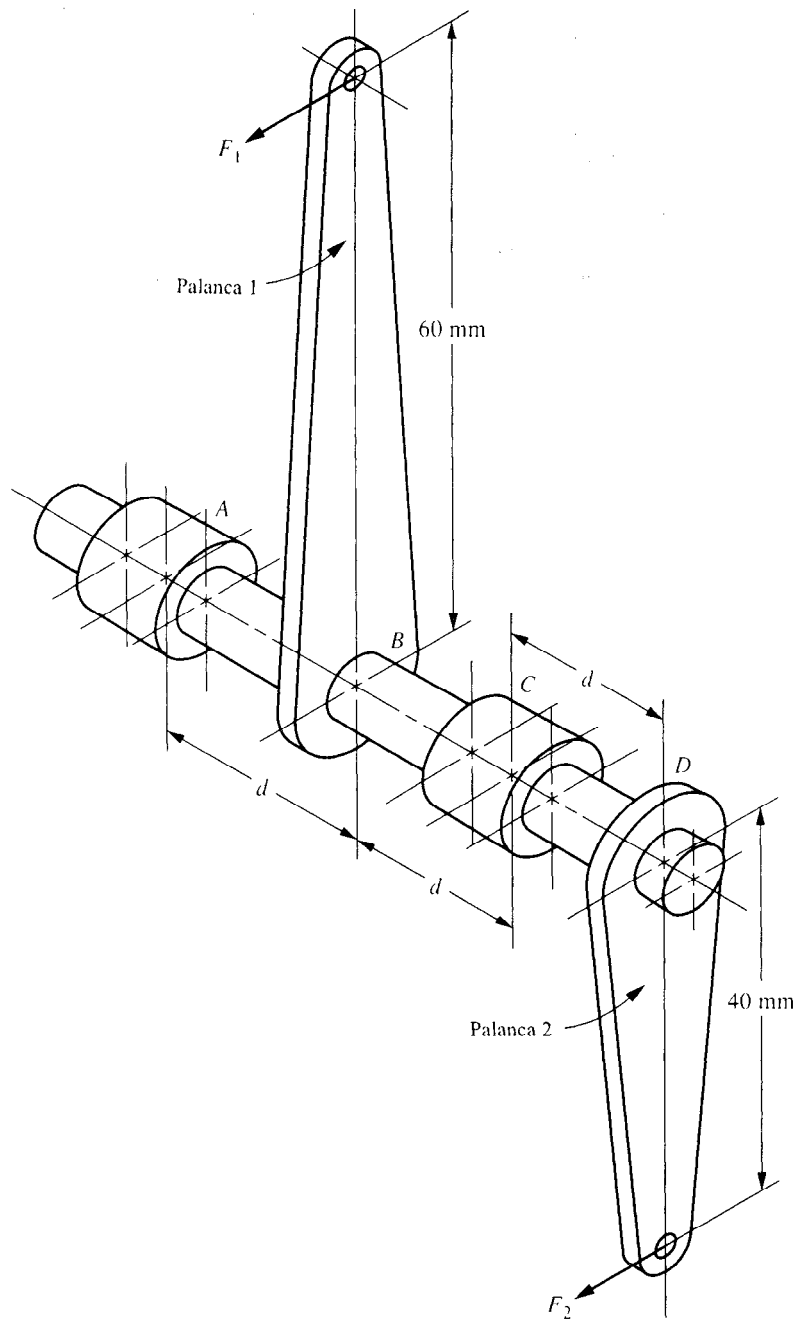


Figura 9-34 Eje y palancas para el sistema de limpiaparabrisas para el problema 18

portador. El motor impulsor suministra 12.0 hp y gira a 1,150 rpm. Las reducciones de velocidad del impulsor de banda en V y del impulsor de cadena son proporcionales a la relación entre el diámetro de las poleas acanaladas o ruedas dentadas impulsoras y las que son impulsadas. La disposición de los engranes en el reductor es la misma que la descrita en el figura 9-31 y el problema 15. Calcule las fuerzas que se aplican al eje del motor, a cada uno de los tres ejes del reductor y al eje impulsor del transportador. Luego, termine el diseño de los tres ejes del reductor, suponiendo que todos los ejes transmiten 12.0 hp.

17. La figura 9-33 muestra un impulsor de un sistema para triturar carbón y llevarlo, por medio de un transportador, a un vagón de ferrocarril. El engrane *A* transmite

15 kW al triturador y el engrane *E* transmite 7.5 kW al transportador. Toda la potencia entra al eje mediante el engrane *C*. El eje que soporta los engranes *A*, *C* y *E* gira a 480 rpm. Diseñe ese eje. La distancia de la mitad de cada cojinete a la parte media de la cara del engrane más cercano es 100 mm.

18. Hay que diseñar un eje para un eslabón de un mecanismo de limpiaparabrisas para camión (véase la figura 9-34). Una fuerza de 20 N se aplica a la palanca 1 mediante un eslabón adyacente. La fuerza de reacción  $F_2$  en la palanca 2 se transmite a otro eslabón. La distancia,  $d$ , entre las piezas es de 20 mm. Los cojinetes *A* y *C* son bujes rectos cilíndricos de bronce de 10 mm de largo. Diseñe el eje y las palancas 1 y 2.

---

# 10 Cuñas de unión, coples y sellos o empaques

---

- 10-1    Objetivos de este capítulo
  - 10-2    Cuñas de unión
  - 10-3    Materiales para cuñas de unión
  - 10-4    Análisis de tensión para determinar la longitud de la cuña de unión
  - 10-5    Ranuras
  - 10-6    Otros métodos para afianzar elementos en flechas o ejes
  - 10-7    Coples
  - 10-8    Juntas universales
  - 10-9    Anillos de sujeción y otros medios de ubicación axial
  - 10-10    Tipos de sellos o empaques
  - 10-11    Materiales para sellos o empaques
-

## » Usted es el diseñador «

En la primera parte de los capítulos 8 y 9, usted era el responsable de diseñar un reductor de velocidad tipo engrane cuyo diseño conceptual se muestra en la figura 8-1. El diseño de los ejes para un dispositivo como el que se menciona se estudió en el capítulo 9. Recuerde cómo se utilizaron *cuñas* para transmitir torque de las piezas que transmiten potencia hacia el eje. A algunos de los ejes que se consideraron ahí se les adaptaron *coples flexibles* para transmitir potencia de los motores impulsores a meca-

nismos de maquinaria adyacentes. En ocasiones, se emplearon *anillos de sujeción* para ubicar los distintos componentes. ¿De qué tipo de cuñas, anillos de sujeción y coples se dispone y cómo se diseñan? ¿A cuáles otros medios puede recurrirse para conectar esos elementos a los ejes? ¿En qué forma se sellarán los ejes de salida y entrada del reductor donde penetran en la carcasa? Estos conceptos se examinan a lo largo del capítulo 10.

■ ■ ■

### 10-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Este capítulo aborda distintos elementos mecánicos que, por lo regular, operan como accesorios importantes en los ejes. Engranes, poleas acanaladas, ruedas dentadas de cadena y muchos otros tipos de piezas que transmiten potencia deben montarse con seguridad en ejes o flechas y colocarse de manera axial respecto a los elementos con los que embonan. A su vez, debe existir un medio para transmitir el torque de esos elementos hacia el eje o viceversa. Con frecuencia, un eje se proyecta hacia fuera de la carcasa que contiene las partes que trabajan de una máquina. A tales ejes se les deben adaptar sellos para evitar que los componentes de importancia crítica entren en contacto con contaminantes y conservar los lubricantes dentro de la carcasa.

#### Objetivos específicos

Al concluir el estudio del presente capítulo, el lector estará capacitado para:

1. Describir diferentes tipos de cuñas.
2. Especificar un tamaño adecuado de cuña para un eje de un tamaño en particular.
3. Especificar materiales adecuados para fabricar cuñas.
4. Terminar el diseño de cuñas y los cuñeros correspondientes proporcionando las geometrías completas.
5. Describir las *ranuras* y calcular su capacidad de torque.
6. Describir varios métodos alternos para afianzar elementos mecánicos en ejes.
7. Describir los *coples rígidos* y los *coples flexibles*.
8. Describir distintos tipos de coples flexibles.
9. Describir las *juntas universales*.
10. Describir los *anillos de sujeción* y otros métodos para ubicar piezas en los ejes.
11. Especificar sellos adecuados para ejes y otros tipos de piezas mecánicas.



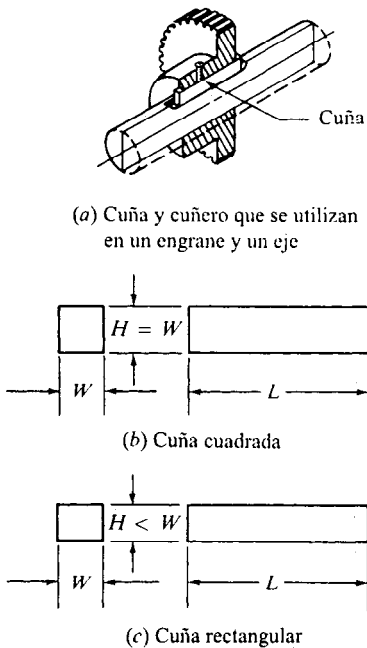
## 10-2 CUÑAS DE UNION

Una *cuña de unión* es un componente de maquinaria que se coloca en la interfase entre el eje y la maza de una pieza que transmite potencia con el fin de transmitir torque [véase la figura 10-1(a)]. La cuña es desmontable para facilitar el ensamble y desarmado del sistema de eje. Se instala dentro de una ranura axial que se maquina en el eje, la cual se denomina *cuñero*. A una ranura similar en la maza de la pieza que transmite potencia se le da el nombre de *asiento de la cuña*, si bien, propiamente, es también un cuñero. Por lo regular la cuña se instala primero en el cuñero del eje; luego el cuñero de la maza se alinea con la cuña y la maza se desliza hasta quedar en su sitio.

### Cuñas paralelas cuadradas y rectangulares

El tipo más común de cuñas para ejes de hasta 6 1/2" de diámetro es la cuña cuadrada, como se ilustra en la figura 10-1(b). La cuña rectangular, figura 10-1(c), se sugiere para ejes largos y se utiliza en ejes cortos donde puede tolerarse una menor altura. Tanto la cuña cuadrada como la rectangular se denominan *cuñas paralelas* porque la parte superior, la inferior y los lados de la cuña son todos paralelos.

La tabla 10-1 proporciona las dimensiones que se prefieren para cuñas paralelas como una función del diámetro del eje, como se especifica en la norma ANSI B17.1-1967. Nominalmente, el ancho o espesor es de un cuarto del diámetro del eje.



**Figura 10-1** Cuñas paralelas

Tabla 10-1 Tamaño de cuña contra tamaño de flecha

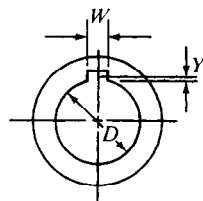
Diámetro nominal de la flecha		Tamaño nominal de la cuña		
Más de	Hasta (incluso)	Espesor, <i>W</i>	Altura, <i>H</i>	
			Cuadrada	Rectangular
5/16	7/16	3/32	3/32	
7/16	9/16	1/8	1/8	3/32
9/16	7/8	3/16	3/16	1/8
7/8	1 1/4	1/4	1/4	3/16
1 1/4	1 3/8	5/16	5/16	1/4
1 3/8	1 3/4	3/8	3/8	1/4
1 3/4	2 1/4	1/2	1/2	3/8
2 1/4	2 3/4	5/8	5/8	1/2
2 3/4	3 1/4	3/4	3/4	1/2
3 1/4	3 3/4	7/8	7/8	3/4
3 3/4	4 1/2	1	1	3/4
4 1/2	5 1/2	1 1/4	1 1/4	7/8
5 1/2	6 1/2	1 1/2	1 1/2	1
6 1/2	7 1/2	1 3/4	1 3/4	1 1/2
7 1/2	9	2	2	1 1/2
9	11	2 1/2	2 1/2	1 3/4
11	13	3	3	2
13	15	3 1/2	3 1/2	2 1/2
15	18	4		3
18	22	5		3 1/2
22	26	6		4
26	30	7		5

Nota: Se recomiendan los valores que no aparecen en las áreas sombreadas. Las dimensiones están en pulgadas.  
Fuente: ANSI Standard B17.1-1967, *Keys and Keyseats* (American Society of Mechanical Engineers, Nueva York).

Tabla 10-2 Radios y chaflanes para cuñas que se sugieren

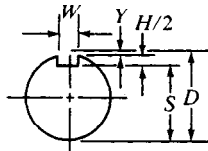
Profundidad del cuñero <i>H/2</i>			
Más de	Hasta (incluso)	Radio del chaflán	Chaflán a 45°
1/8	1/4	1/32	3/64
1/4	1/2	1/16	5/64
1/2	7/8	1/8	5/32
7/8	1 1/4	3/16	7/32
1 1/4	1 3/4	1/4	9/32
1 3/4	2 1/2	3/8	13/32

Nota: Todas las dimensiones se dan en pulgadas.  
Fuente: ANSI Standard B17.1-1967, *Keys and Keyseats* (American Society of Mechanical Engineers, Nueva York).



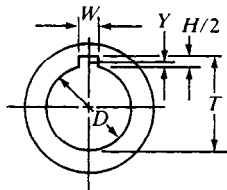
(a) Altura de la cuerda

$$Y = \frac{D - \sqrt{D^2 - W^2}}{2}$$



(b) Profundidad del cuñero del eje

$$S = D - Y - \frac{H}{2} = \frac{D - H + \sqrt{D^2 - W^2}}{2}$$



(c) Profundidad del cuñero de la maza

$$T = D - Y + \frac{H}{2} + C = \frac{D + H + \sqrt{D^2 - W^2}}{2} + C$$

## Símbolos

C = Tolerancia

+0.005" de espaciamiento para cuñas paralelas

-0.020" de interferencia para cuñas ahusadas

D = Diámetro nominal del eje o interior, pulg

H = Altura nominal de la cuña, pulg

W = Ancho o espesor nominal de la cuña, pulg

Y = Altura de la cuerda, pulg

**Figura 10-2 Dimensiones para cuñeros paralelos**

Los cuñeros y la maza en el eje se diseñan de tal manera que exactamente la mitad de la altura de la cuña se apoye en el lado del cuñero del eje y la otra mitad en el lado del cuñero de la maza. La figura 10-2 muestra la geometría resultante. La distancia  $Y$  es la distancia radial a partir de la parte superior teórica del eje, antes que se machine el cuñero, hasta el borde superior del cuñero terminado para obtener una profundidad en el cuñero de exactamente  $H/2$ . Como ayuda para el maquinado y la inspección del eje o de la maza las dimensiones  $S$  y  $T$  pueden calcularse como se muestra en los dibujos de las piezas. Las ecuaciones se presentan en la figura 10-2. Se dispone de valores tabulados de  $Y$ ,  $S$  y  $T$ . [1,2].

Como se analizó en el capítulo 9, los cuñeros en los ejes por lo regular se maquinan ya sea con una fresa escariadora o de espiga, o bien, con un cortador rotatorio de metales o fresa, que, respectivamente, producen el cuñero de perfil o el de corredera deslizante (remítase a la figura 9-6). En la práctica general, los cuñeros y las cuñas se dejan, en esencia, con las esquinas a escuadra. Pero los cuñeros a los que se les da un radio y las cuñas con chaflán pueden utilizarse para reducir las concentraciones de tensión. La tabla 10-2 enumera valores que se sugieren de la norma ANSI B17.1. Cuando utilice chaflanes en una cuña, asegúrese de considerar ese factor cuando calcule la tensión de apoyo en el lado de la cuña (véase ecuación 10-3).

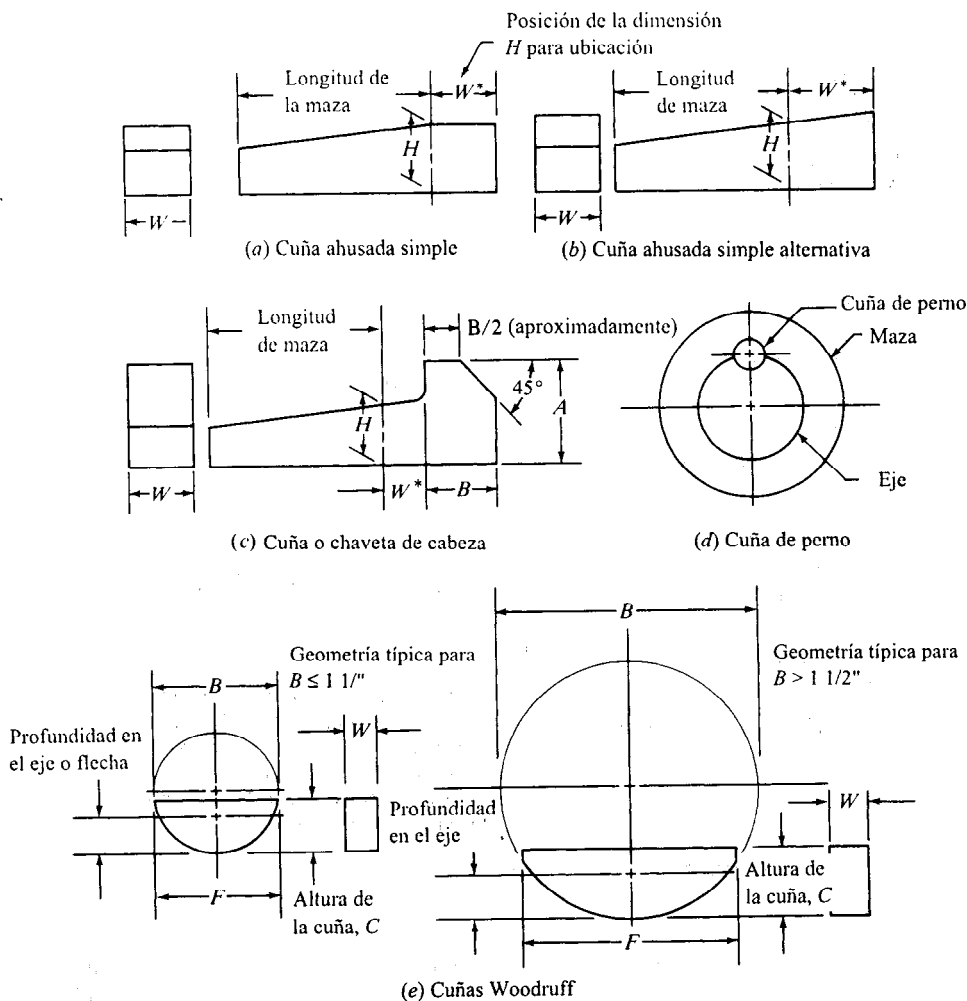


Figura 10-3 Tipos de cuñas

Como alternativas al uso de cuñas paralelas pueden utilizarse cuñas ahusadas, cuñas o chavetas de cabeza, cuñas de perno, y cuñas Woodruff para proporcionar características especiales de instalación u operación. La figura 10-3 ilustra la geometría general de estos tipos de cuñas.

#### Cuñas ahusadas y cuñas o chavetas de cabeza

Las *cuñas ahusadas* están diseñadas para insertarse desde el extremo del eje después que la maza está en su sitio en lugar de instalar la cuña primero y después deslizar la maza sobre la cuña como sucede con las cuñas paralelas. El ahusado se extiende, cuando menos, a lo largo

de la longitud de la maza y la altura  $H$ , medida en el extremo de la maza, es la misma que para la cuña paralela. Por lo general el ahusado es de  $1/8"$  por pie (33.33 cm). Observe que este diseño proporciona una pequeña área de apoyo a los lados de la cuña y debe calcularse la tensión de apoyo.

La *cuña o chaveta de cabeza* [figura 10-3(c)] tiene una geometría ahusada dentro de la maza que es la misma que la cuña ahusada simple. Pero la cabeza alargada permite extraer la cuña desde el mismo extremo en que se instaló. Esto es muy deseable si el extremo expuesto no está accesible para extraer la cuña.

### Cuñas de perno

La *cuña de perno* que se ilustra en la figura 10-3(d), es un perno cilíndrico que se coloca en una ranura cilíndrica en el eje y en la maza. De este diseño resultan factores de concentración de tensión más bajos si se le compara con las cuñas paralelas o ahusadas. Se requiere un ajuste preciso entre el perno y la ranura para asegurar que el perno no se moverá y que el apoyo es uniforme a lo largo de la longitud del perno.

### Cuñas Woodruff

Donde se desean ensamble y desarmado relativamente sencillos así como una carga ligera debe considerarse la *cuña Woodruff*. La figura 10-3 muestra la configuración estándar. La ranura circular en el eje mantiene a la cuña en su sitio en tanto la pieza que embona se desliza sobre la cuña. El análisis de tensión para este tipo de cuña sigue la secuencia que se analiza a continuación para la cuña paralela, tomando en cuenta la geometría particular de la cuña Woodruff. La norma ANSI B17.2-1967 enumera las dimensiones de una gran cantidad de cuñas Woodruff estándar y sus correspondientes cuñeros. La tabla 10-3 proporciona una muestra. Observe que el *número de cuña* indica las dimensiones nominales de la cuña. Los

**Tabla 10-3 Dimensiones de cuñas Woodruff**

Número de cuña	Tamaño nominal de la cuña, $W \times B$	Longitud real $F$	Altura de la cuña $C$	Profundidad del cuñero de la flecha	Profundidad del cuñero de la maza
202	$1/16 \times 1/4$	0.248	0.104	0.072 8	0.037 2
204	$1/16 \times 1/2$	0.491	0.200	0.166 8	0.037 2
406	$1/8 \times 3/4$	0.740	0.310	0.245 5	0.068 5
608	$3/16 \times 1$	0.992	0.435	0.339 3	0.099 7
810	$1/4 \times 1 1/4$	1.240	0.544	0.417 0	0.131 0
1210	$3/8 \times 1 1/4$	1.240	0.544	0.354 5	0.193 5
1628	$1/2 \times 3 1/2$	2.880	0.935	0.683 0	0.256 0
2428	$3/4 \times 3 1/2$	2.880	0.935	0.558 0	0.381 0

Nota: Todas las dimensiones se dan en pulgadas.

Fuente: ANSI Standard B17.1-1967, *Keys and Keyseats* (American Society of Mechanical Engineers, Nueva York).

últimos dos dígitos proporcionan el diámetro nominal,  $B$ , en octavos de pulgada, y los dígitos que anteceden a los dos últimos, proporcionan el ancho o espesor nominal,  $W$ , en  $1/32$  de pulgada. Por ejemplo el número de cuña 1210 tiene un diámetro de  $10/8"$  ( $1\ 1/4"$ ) y un espesor de  $12/32"$  ( $3/8"$ ). El tamaño real de la cuña es un poco más pequeño que la mitad del círculo completo, como puede observarse a partir de las dimensiones  $C$  y  $F$  en la tabla.

### Selección e instalación de cuñas y cuñeros

La cuña y el cuñero para una aplicación específica casi siempre se diseñan después que se ha especificado el diámetro del eje siguiendo los métodos que se explican en el capítulo 9. Luego, con el diámetro del eje como parámetro, se selecciona el tamaño de la cuña de la tabla 10-1. Las únicas variables que restan son la longitud y el material con que se fabrica la cuña. Una de estas puede especificarse y así pueden calcularse las especificaciones para la otra.

Por lo regular, la longitud de una cuña se especifica como una parte sustancial de la longitud de la maza de la pieza que se instala para dar margen a una alineación satisfactoria y una operación estable. Pero si el cuñero en el eje debe estar cerca de otros cambios geométricos como chaflanes de los hombros y ranuras para anillos de sujeción, es importante prever cierto espaciado axial entre ellos de manera que los efectos de las concentraciones de tensión no se multipliquen.

La cuña puede cortarse a escuadra en sus extremos, o bien, se le asigna un radio en cada extremo cuando se instala en un cuñero de perfil para mejorar su ubicación. Las cuñas que se cortan a escuadra se utilizan, por lo general, con el tipo de cuñero de corredera deslizante.

En ocasiones, la cuña se mantiene en su sitio mediante un tornillo de ajuste en la maza sobre la cuña. Sin embargo, la confiabilidad de este método es cuestionable debido a la posibilidad de que el tornillo de ajuste presente retroceso con la consecuente vibración del ensamble. Es necesario prever la ubicación axial del ensamble por medios más positivos como hombros, anillos de sujeción o separadores.

### 10-3 MATERIALES PARA CUÑAS DE UNION

Las cuñas se fabrican casi siempre de acero extruido en frío al bajo carbón. Por ejemplo, en el apéndice A-3 el AISI 1020 CD se enumera con una resistencia máxima a la tracción de 61 Ksi (420 MPa), una resistencia a punto cedente de 43 Ksi (296 MPa) y 15% de elongación. Lo anterior es una resistencia y una ductilidad adecuadas para casi todas las aplicaciones. Los centros de distribución de productos industriales tienen disponible un inventario de cuñas estándar en materiales similares que cumplen con las dimensiones de la norma ANSI B17.1 (tabla 10-1). Debe verificarse el material real y la resistencia garantizada de las cuñas que se utilizan en aplicaciones críticas.

Si el acero al bajo carbón no es lo suficiente resistente, puede emplearse acero con un contenido más alto de carbón como el AISI 1040, o bien, 1045, también del tipo extruido en frío. Los aceros a los que se les da tratamiento térmico pueden utilizarse para obtener una resistencia aún mayor. No obstante, el material debe conservar una buena ductilidad como lo indica un valor de elongación porcentual mayor de 10% aproximadamente, en particular cuando es probable que se presenten cargas de choque o impacto.

#### 10-4 ANALISIS DE TENSION PARA DETERMINAR LA LONGITUD DE LA CUÑA DE UNION

Para las cuñas que transmiten potencia existen dos modos potenciales en que pueden presentarse fallas: corte a lo largo de la interfase entre eje y maza y falla por compresión debida a la acción de apoyo entre los lados de la cuña y el material del eje o de la maza. El análisis para cualquier de los modos en que se presentan fallas requiere de una comprensión de las fuerza que ejercen acción sobre la cuña. La figura 10-4 muestra el caso hipotético en el que el torque en el eje genera una fuerza al lado izquierdo de la cuña. A su vez, la cuña ejerce una fuerza sobre el lado derecho del cuñero de la maza. Así la fuerza de reacción de la maza, de nuevo en la cuña, genera un conjunto de fuerzas opuestas que coloca a la cuña en esfuerzo de corte directo a lo largo de su sección transversal,  $W \times L$ . La magnitud de la fuerza de corte puede encontrarse a partir de

$$F = T/(D/2)$$

Así, la fuerza de corte es

$$\tau = \frac{F}{A_s} = \frac{T}{(D/2)(WL)} = \frac{2T}{DWL} \quad (10-1)$$

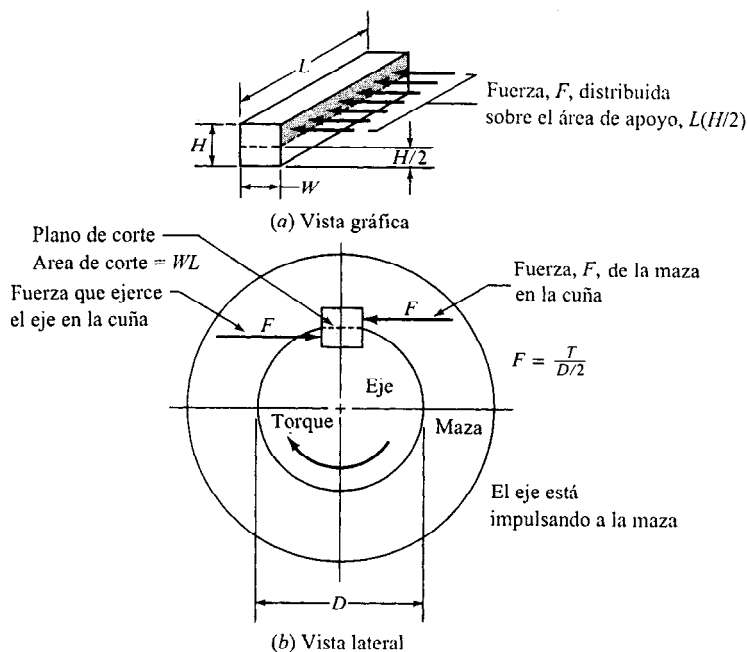


Figura 10-4 Fuerzas que actúan sobre una cuña

En diseño, puede establecerse que la tensión por esfuerzo de corte es igual a una tensión de diseño en corte que corresponde a la teoría de falla por tensión máxima de esfuerzo de corte

$$\tau_d = 0.5s_y/N$$

Por consiguiente, la longitud que se necesita para la cuña es

$$L = \frac{2T}{\tau_d DW} \quad (10-2)$$

La falla en condición de apoyo se relaciona con la tensión o esfuerzo por compresión en el lado de la cuña, el lado del cuñero del eje o el lado del cuñero de la maza. El área en compresión es la misma para cualquiera de estas zonas,  $L \times (H/2)$ . Por tanto, la falla se presenta en la superficie con la resistencia a la deformación por compresión más baja. Definamos una *tensión de diseño para compresión* como

$$\sigma_d = s_y/N$$

Por tanto, la tensión por compresión es

$$\sigma = \frac{F}{A_c} = \frac{T}{(D/2)(L)(H/2)} = \frac{4T}{DLH} \quad (10-3)$$

Permitir que esta tensión o esfuerzo sea igual a la tensión o esfuerzo de compresión ofrece la posibilidad de calcular la longitud de la cuña que se requiere para este tipo de falla,

$$L = \frac{4T}{\sigma_d DH} \quad (10-4)$$

En aplicaciones industriales típicas  $N = 3$  resulta adecuado.

Para el diseño de una cuña cuadrada en la que la resistencia del material con que está hecha la cuña es menor que la del eje o la de la maza, las ecuaciones (10-2) y (10-4) producen el mismo resultado. Al sustituir la tensión de diseño en cualquiera de las ecuaciones se obtiene

$$L = \frac{4TN}{DWs_y} \quad (10-5)$$

Sin embargo, asegúrese de evaluar la longitud a partir de la ecuación (10-4) si el eje o la maza tienen una resistencia a punto cedente más baja que la cuña.

### Procedimiento de diseño para cuñas paralelas

1. Termine el diseño del eje en el cual se va a instalar la cuña y especifique el diámetro real donde se ubica el cuñero.
2. Seleccione el tamaño de la cuña de la tabla 10-1. Utilice una cuña cuadrada con  $W = H$  si el tamaño de la cuña es de 6.50" o menor. Utilice una cuña rectangular si el diámetro



- excede a 6.50". Así el ancho,  $W$ , de la cuña será mayor que la altura,  $H$ , lo cual requiere emplear tanto la ecuación (10-2) como la (10-4) para calcular la longitud.
3. Especifique el material para la cuña, por lo general acero AISI 1020 CD. Puede emplear un material más resistente.
  4. Calcule la resistencia a punto cedente de los materiales para la cuña, el eje y la maza.
  5. Si se utiliza una cuña cuadrada y el material con que esta hecha tiene la resistencia más baja, utilice la ecuación (10-5) para calcular la longitud mínima que se requiere para la cuña. Esta longitud será satisfactoria tanto para la tensión de corte como la de apoyo.
  6. Si se emplea una cuña rectangular o si el eje o la maza son menos resistentes que la cuña, utilice la ecuación (10-4) para calcular la longitud mínima que se necesita en la cuña con base en la tensión de apoyo. Además, utilice la ecuación (10-2) o la (10-5) para calcular la longitud mínima que se requiere con base en el esfuerzo de corte de la cuña. La mayor de las dos longitudes que se calcularon regirá en el diseño. Verifique para estar seguro de que la longitud que se calculó es más corta que la longitud de la maza. De lo contrario, debe seleccionar un material más resistente y repetir el proceso de diseño. Como alternativa puede utilizar dos cuñas o una ranura en lugar de una sola cuña.
  7. Especifique la longitud real de la cuña como igual o no más larga que la longitud mínima que se calculó. Debe especificarse un tamaño estándar conveniente utilizando los tamaños básicos sugeridos que se muestran en las tablas 8-1, 8-2 u 8-3. La cuña debe extenderse a lo largo de la longitud total de la maza o una parte sustancial de ella. Pero el cuñero no debe prolongarse hacia otros factores que incrementan la tensión o esfuerzo como hombros o ranuras.
  8. Concluya el diseño del cuñero en el eje y el cuñero en la maza utilizando las ecuaciones de la figura 10-2. Consulte la norma ANSI B17.1 para tolerancias estándar en dimensiones para la cuña y los cuñeros.

**Problema ilustrativo 10-1.** En el problema ilustrativo 9-3 se especificó que el tamaño del eje en su extremo derecho, donde se va a montar el engrane, debe ser de 2.00". El engrane transmite 2,965 lb-pulg de torque. El eje debe fabricarse de acero AISI 1040 extruido en frío. El engrane es de AISI 8650 OQT 1000. El espesor de la maza del engrane que se monta en este lugar es 1.75". Diseñe la cuña.

**Solución.** A partir de la tabla 10-1, la dimensión estándar de una cuña para un eje de 2.00" de diámetro debe ser 1/2" cuadrada.

La selección del material es una decisión que corresponde al diseño. Elegiremos acero AISI 1020 CD con  $s_y = 51,000$  psi.

La verificación de las resistencias a punto cedente de los tres materiales de que están hechos la cuña, el eje y la maza indica que el menos resistente es el de la cuña. Por tanto, puede recurrir a la ecuación (10-5) para calcular la longitud mínima necesaria en cuanto a la cuña.

$$L = \frac{4TN}{DWs_y} = \frac{4(2\,965)(3)}{(2.00)(0.50)(51\,000)} = 0.698 \text{ "}$$

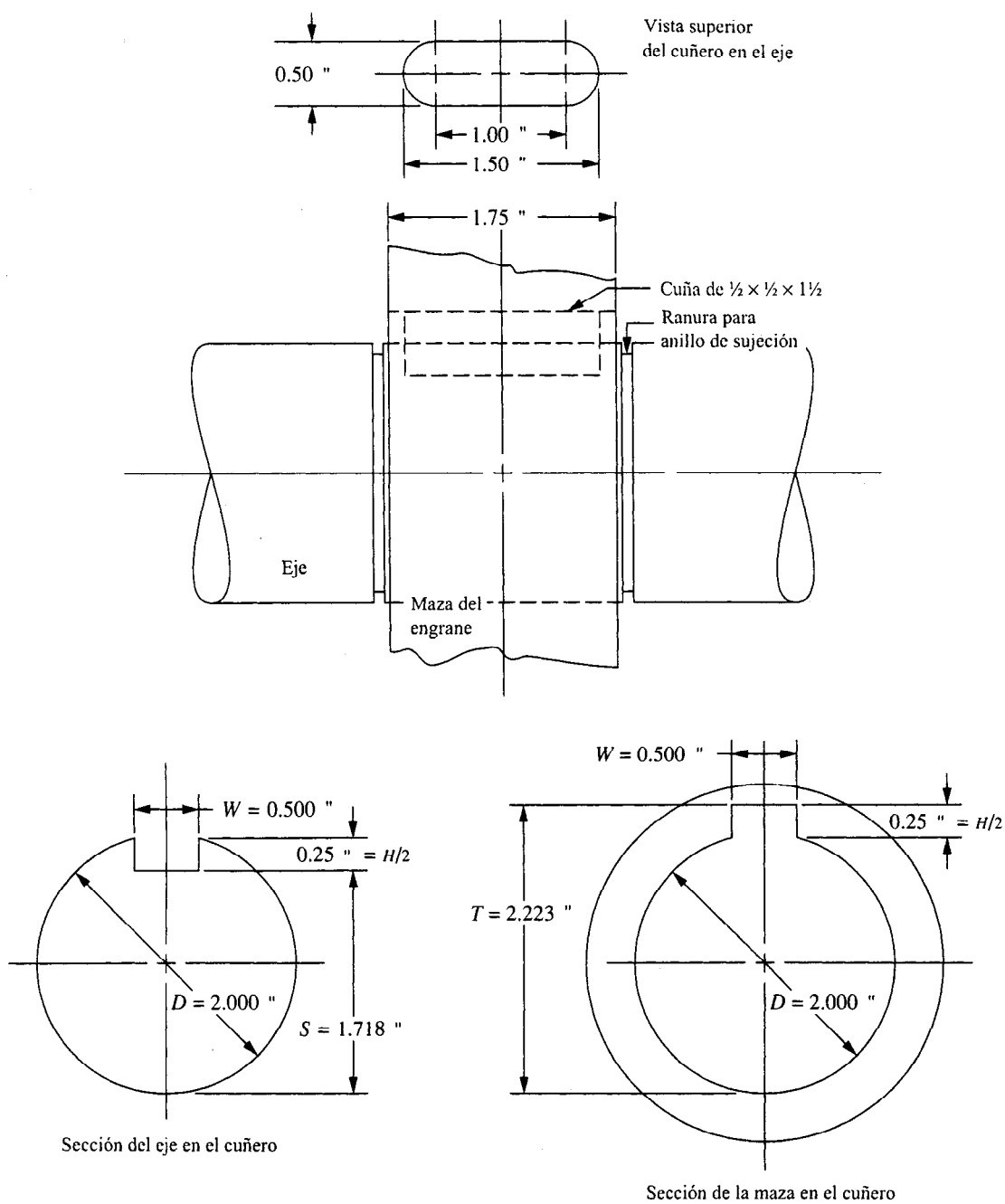


Figura 10-5 Detalles para la cuña y el cuñero del problema ilustrativo 10-1

Esta longitud está muy por abajo del espesor o ancho de la maza o del engrane. Observe que el diseño del eje en el problema ilustrativo 9-3 incluye anillos de sujeción en ambos lados del engrane. Es pertinente mantener el cuñero libre de las ranuras para anillos de sujeción. Por tanto, la longitud de la cuña se especifica en 1.50". En resumen, la cuña presenta las características siguientes:

Material: acero AISI 1020 CD

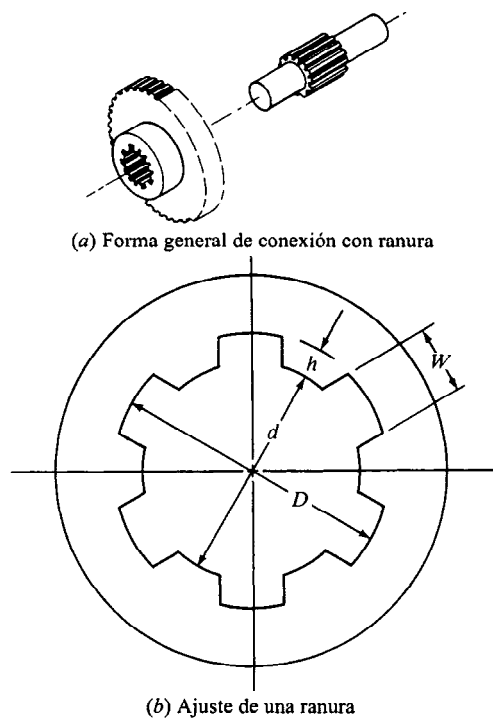
Espesor: 0.500"

Altura: 0.500"

Longitud: 1.50"

## 10-5 RANURAS

Una *ranura* puede describirse como una serie de cuñas axiales que se maquinan en un eje, con las correspondientes ranuras maquinadas en el diámetro interno de la parte que embona, un engrane, una polea acanalada, una rueda dentada y demás (véase la figura 10-6). Las ranuras desempeñan la misma función que una cuña en la transmisión de torque hacia la pieza que



**Figura 10-6** Ranura de lados rectos

embona. Las ventajas de las ranura sobre las cuñas son numerosas. Ya que por lo regular se utilizan cuatro o más ranuras, a diferencia de una o dos cuñas, ello da por resultado una transferencia más uniforme del torque y una carga más baja en una parte específica de la interfase entre el eje y la maza. Las ranuras son parte integral del eje por tanto no puede generarse movimiento relativo como entre una cuña y el eje. Las ranuras se maquinan con precisión para proporcionar un ajuste controlado entre la ranura interna y la externa que coinciden. La superficie de la ranura se endurece a menudo para resistir el desgaste y facilitar su uso en aplicaciones en las que se desea movimiento axial del elemento que embona. El movimiento de deslizamiento entre una cuña paralela estándar y la pieza que embona no debe permitirse. Debido a las múltiples ranuras en el eje, el elemento que embona puede indexarse a varias posiciones.

Las ranuras pueden ser con lados rectos o evolventes. La forma evolvente se prefiere porque proporciona autocentrado del elemento que embona y porque puede ser maquinado con fresas madre estándar que se utilizan para cortar dientes de engranes.

### Ranura de lados rectos

Las ranuras se fabrican de acuerdo con las especificaciones de la Society of Automotive Engineers (SAE) (Sociedad de Ingenieros Automotrices) y por lo regular contienen 4, 6, 10 o 16 ranuras. La figura 10-6 muestra la versión de seis ranuras, donde pueden observarse los parámetros básicos de diseño de  $D$  (diámetro mayor),  $d$  (diámetro menor),  $W$  (espesor o ancho de la ranura) y  $h$  (profundidad de la ranura). Las dimensiones para  $d$ ,  $W$  y  $h$  se relacionan con el diámetro mayor nominal,  $D$ , mediante las fórmulas que se dan en la tabla 10-4. Observe que los valores de  $h$  y  $D$  difieren conforme al uso de la ranura. El ajuste permanente,  $A$ , se emplea cuando la parte que embona no debe moverse después que se ha instalado. El ajuste  $B$  se utiliza si la parte que embona se moverá a lo largo del eje sin una carga de torque. Cuando la parte que embona debe moverse bajo carga, se utiliza el ajuste  $C$ .

La capacidad de torque para las ranuras SAE se basa en el límite de 1,000 psi de tensión de apoyo en los lados de las ranura, de lo cual se obtiene la fórmula siguiente:

$$T = 1\,000NRh \quad (10-6)$$

donde  $N$  es el número de ranura,  $R$  es el radio medio de las ranuras y  $h$  es la profundidad de las ranuras (de la tabla 10-4). La capacidad de torque es por pulgada de longitud de la ranura. No obstante, observe que

$$R = \frac{1}{2} \left[ \frac{D}{2} + \frac{d}{2} \right] = \frac{D + d}{4}$$

$$h = \frac{1}{2} (D - d)$$

Por consiguiente

$$T = 1\,000N \frac{(D + d)}{4} \frac{(D - d)}{2} = 1\,000N \frac{(D^2 - d^2)}{8} \quad (10-7)$$

Tabla 10-4 Fórmulas para ranuras SAE rectas

Número de ranuras	W para todos los ajustes	A Ajuste permanente		B Para que se deslice sin carga		C Para que se deslice si se somete a carga	
		h	d	h	d	h	d
Cuatro	0.241D	0.075D	0.850D	0.125D	0.750D	—	—
Seis	0.250D	0.050D	0.900D	0.075D	0.850D	0.100D	0.800D
Diez	0.156D	0.045D	0.910D	0.070D	0.860D	0.095D	0.810D
Diez y seis	0.098D	0.045D	0.910D	0.070D	0.860D	0.095D	0.810D

Estas fórmulas dan las dimensiones máximas para  $W$ ,  $H$  y  $d$ .

Esta ecuación puede afinarse todavía más para cada uno de los tipos de ranuras que se enumeran en la tabla 10-4 sustituyendo las relaciones adecuadas para  $N$  y  $d$ . Por ejemplo, para la versión de seis ranuras y el ajuste B,  $N = 6$ ,  $d = 0.850D$  y  $d^2 = 0.722\ 5D^2$ . Así

$$T = 1\ 000(6) \frac{[D^2 - 0.722\ 5D^2]}{8} = 208D^2$$

Entonces, el diámetro que se requiere para transmitir un torque específico sería

$$D = \sqrt{T/208}$$

En estas fórmulas, las dimensiones se dan en pulgadas y el torque en libras/pulgada. Utilizando este mismo método, se encuentran las capacidades de torque y los diámetros que se necesitan para las otras versiones de ranuras rectas (tabla 10-5).

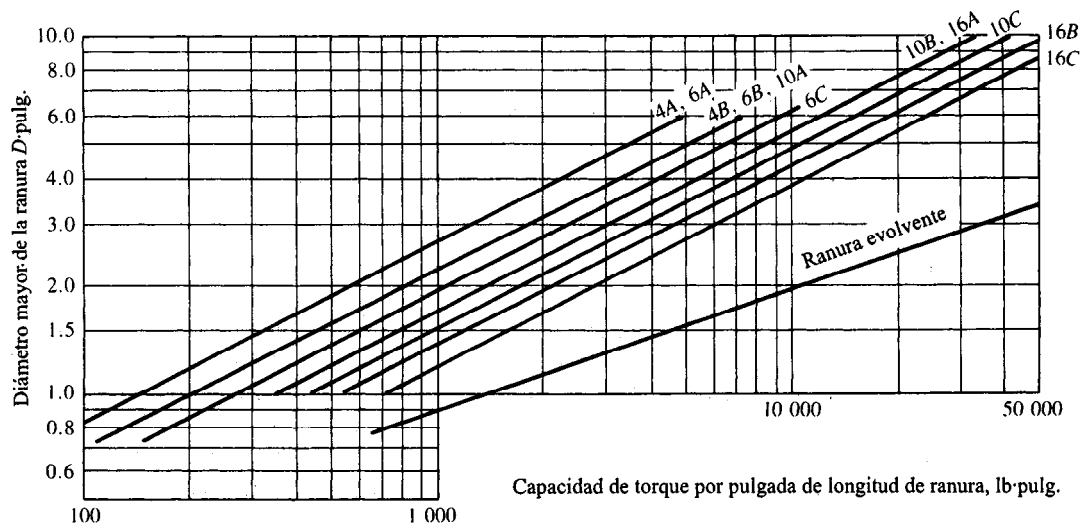
### Ranuras evolventes

Las ranuras evolventes se hacen, por lo regular, con ángulos de presión de 30°, 37.5° o 45°. La forma 30° se muestra en la figura 10-8 mostrando los dos tipos de ajuste que pueden especificarse. El *ajuste de diámetro mayor* produce concentricidad precisa entre el eje y la pieza con la cual embona. En el *ajuste lateral* el contacto tiene lugar sólo en los lados de los dientes, pero la forma evolvente tiende a centrar el eje en la maza ranurada que embona.

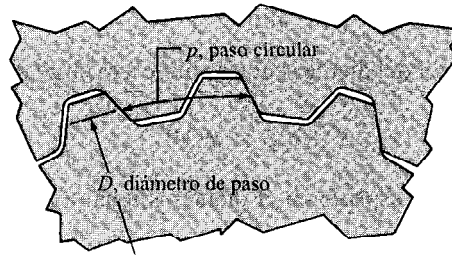
La figura 10-8 proporciona asimismo algunas de las fórmulas básicas para características de cuña de ranuras evolventes en el sistema británico de medidas con unidades en pulgadas. Los términos son similares a aquellos para engranajes cilíndricos o rectos evolventes que se examinan

**Tabla 10-5 Capacidad de torque para ranuras rectas por pulgada de longitud de la ranura**

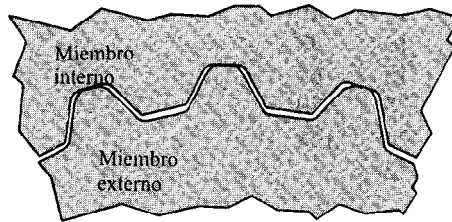
Número de ranuras	Ajuste	Capacidad de torque	Diámetro que se requiere
4	A	$139D^2$	$\sqrt{T/139}$
4	B	$219D^2$	$\sqrt{T/219}$
6	A	$143D^2$	$\sqrt{T/143}$
6	B	$208D^2$	$\sqrt{T/208}$
6	C	$270D^2$	$\sqrt{T/270}$
10	A	$215D^2$	$\sqrt{T/215}$
10	B	$326D^2$	$\sqrt{T/326}$
10	C	$430D^2$	$\sqrt{T/430}$
16	A	$344D^2$	$\sqrt{T/344}$
16	B	$521D^2$	$\sqrt{T/521}$
16	C	$688D^2$	$\sqrt{T/688}$



**Figura 10-7 Capacidad de torque por pulgada de longitud de ranura, lb-pulg.**



(a) Ranura con ajuste lateral



Observe el chaflán en las puntas de los dientes externos de la ranura

(b) Ranura con ajuste de diámetro mayor

$N$  = número de dientes en la ranura  
 $P$  = paso diametral  
 $D = N/P$  = diámetro de paso  
 $p = \pi/P$  = paso circular

Diámetro menor

$$\text{Interno: } \frac{N-1}{P}$$

$$\text{Externo: } \frac{N-1.35}{P}$$

Diámetro menor

$$\text{Interno: } \frac{N+1.35}{P} \text{ ajuste lateral}$$

$$\frac{N+1}{P} \text{ ajuste de diámetro}$$

$$\text{Externo: } \frac{N+1}{P} \text{ mayor}$$

**Figura 10-8 Ranura evolvente a 30°**

con mayor detalle en el capítulo siguiente. El tamaño básico de ranura se rige por su *paso diametral*,  $P$ , donde

$$P = N/D \quad (10-8)$$

y  $N$  es el número de dientes en la ranura y  $D$  es el diámetro de paso. Por consiguiente, el paso diametral es el *número de dientes por pulgada de diámetro de paso*. Casi siempre sólo se utilizan números pares de dientes de 6 a 60. En algunas ranuras a 45° se utilizan hasta 100 dientes. Observe que el diámetro de paso *se encuentra* entre los dientes y se relaciona con los diámetros mayor y menor mediante las relaciones que se muestran en la figura 10-8.

El *paso circular*,  $p$ , es la distancia de un punto en un diente al punto correspondiente en el diente siguiente adyacente, medido a lo largo del círculo de paso. El valor nominal de  $p$  puede encontrarse dividiendo la circunferencia del círculo de paso entre el número de dientes en la ranura. Esto es

$$p = \pi D/N \quad (10-9)$$

No obstante, como  $P = N/D$ , es posible afirmar a su vez que

$$p = \pi/P \tag{10-10}$$

El *grosor de los dientes*,  $t$  es el grosor del diente según se mide a lo largo del círculo de paso. En consecuencia, el valor teórico es

$$t = p/2 = \pi/2P$$

El valor nominal del espesor o ancho del espacio en el diente es igual a  $t$ .

**Pasos diametrales estándar**

Los que siguen son los pasos diametrales estándar de uso común:

2.5	10	40
3	12	48
4	16	64
5	20	80
6	24	128
8	32	

La designación común para una ranura evolvente se especifica como una fracción,  $P/P_s$ , donde  $P_s$  se denomina *paso de cabeza de muñón* y siempre es igual a  $2P$ . Por tanto, si una ranura tuviera un paso diametral de 4, se le asignaría la denominación de ranura de paso 4/8. Por conveniencia, sólo emplearemos el paso diametral.

**Longitud de las ranuras**

En los diseños comunes se utilizan longitudes de ranura de  $0.75D$  a  $1.25D$ , donde  $D$  es el diámetro de paso de la ranura. Si se utilizan estos estándares, la resistencia al esfuerzo de corte de las ranuras excederá a la del eje en el cual se maquinaron.

**Ranuras de módulo métrico**

Las dimensiones de ranuras que se hacen de acuerdo con estándares métricos se relacionan con el *módulo*,  $m$ , donde

$$m = D/N \tag{10-11}$$

y tanto  $D$  como  $M$  están en milímetros. Observe que el símbolo  $Z$  se utiliza en lugar de  $N$  para el número de dientes en estándares que describen ranuras métricas. Otras características de las ranuras métricas pueden encontrarse a partir de las fórmulas siguientes:

Diámetro de paso  $= D = mN$  (10-12)

Paso circular  $= p = \pi m$  (10-13)

Espesor básico de los dientes  $= t = \pi m/2$  (10-14)



### Módulos estándar

Hay 15 módulos estándar:

0.25	1.5	4
0.5	1.75	5
0.75	2	6
1	2.5	8
1.25	3	10

## 10-6 OTROS METODOS PARA AFIANZAR ELEMENTOS EN FLECHAS O EJES

Mediante el análisis siguiente, el lector conocerá algunos de los métodos con que las piezas que transmiten potencia pueden unirse a los ejes sin necesidad de cuñas o ranuras. En la mayor parte de los casos los diseños no se han estandarizado y se hace necesario el análisis de los casos individuales, considerando las fuerzas que se ejercen sobre las piezas o elementos y la manera en que se aplica carga a los medios que se utilizan para afianzar las piezas. En muchos diseños, el análisis de tensión o esfuerzo por corte o apoyo seguirá un proceso similar al que se explicó para las cuñas. Si no es posible llevar a cabo un análisis satisfactorio, se sugiere realizar pruebas con el ensamble.

### Afianzamiento con pernos o tornillos

Con la pieza en la posición que ocupa en el eje, se puede perforar un orificio a través tanto de la maza como del eje e insertar un perno en ese orificio. La figura 10-9 muestra tres ejemplos de este método. El perno cilíndrico recto y sólido se sujeta a tensión o esfuerzo de corte a lo largo de dos secciones transversales. Si existe una fuerza  $F$  en cada extremo del perno en la interfase entre el eje y la maza y si el diámetro del eje es  $D$ , entonces

$$T = 2F(D/2) = FD$$

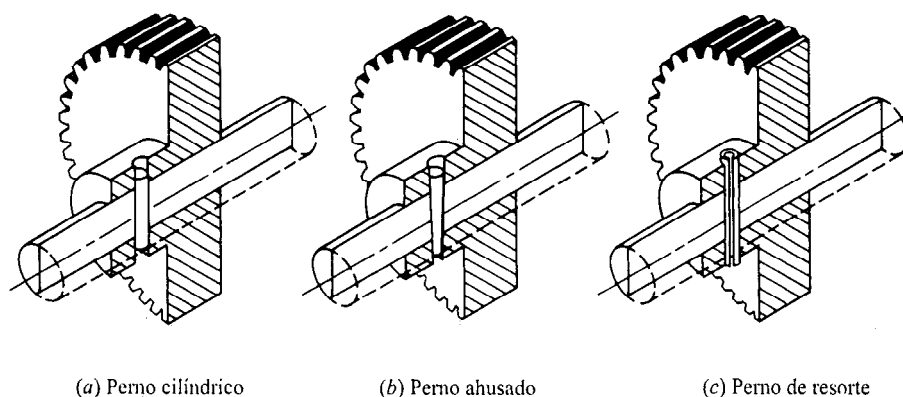
o bien  $F = T/D$ . Con el símbolo  $d$  representando al diámetro del perno, la tensión por esfuerzo de corte en el perno es

$$\tau = \frac{F}{A_s} = \frac{T}{D(\pi d^2/4)} = \frac{4T}{D(\pi d^2)} \quad (10-15)$$

Si se permite que la tensión por esfuerzo de corte sea igual a la tensión de diseño ante esfuerzo de corte, al despejar  $d$  se obtiene el diámetro del perno que se necesita

$$d = \sqrt{\frac{4T}{D(\pi)(\tau_d)}} \quad (10-16)$$

A veces el diámetro del perno se hace pequeño a propósito con el fin de asegurar que el perno se romperá si se encuentra una sobrecarga moderada, para proteger partes críticas de un mecanismo. A un perno de este tipo se le da el nombre de *perno cortable* o *perno rompible*.



(a) Perno cilíndrico

(b) Perno ahusado

(c) Perno de resorte

**Figura 10-9 Afianzamiento mediante pernos**

Un problema que se presenta con un perno cilíndrico es que es difícil ajustarlo en forma adecuada para darle una ubicación precisa a la maza y evitar que el perno se salga de su lugar. El perno ahusado soluciona algunos de estos problemas al igual que el perno de resorte partido que se muestra en la figura 10-9. Para el perno de resorte partido, el orificio se hace un poco más pequeño que el diámetro del perno, de manera que se requiere poca fuerza para ensamblar el perno dentro del orificio. La fuerza del resorte retiene al perno en el orificio y mantiene en su sitio el ensamble. No obstante, desde luego, la presencia de cualquiera de las conexiones tipo perno genera concentraciones de tensión en el eje.

### Afianzamiento con sargentos o abrazaderas

Una maza en un engrane u otra pieza puede ranurarse en forma axial y sobre la maza puede colocarse un sargento o abrazadera. Cuando el sargento se oprime hacia abajo con firmeza, fuerza a la maza partida a entrar en contacto con el eje. La presión que ejerce la maza sobre la superficie del eje permite que se transmita torque. Es difícil controlar este tipo de conexión y predecir con exactitud la capacidad para transmitir torque resulta complicado.

### Buje ahusado partido

Las dificultades para afianzar con sargentos o abrazaderas simples pueden solucionarse mediante el uso de un *buje ahusado partido* disponible en el mercado en numerosas poleas acanaladas para banda y ruedas dentadas de cadena (véase la figura 10-10). En tanto el afianzamiento simple mediante sargentos o abrazaderas recurre a la fricción para transmitir torque generado a través de la presión entre la maza y el eje, el buje ahusado partido emplea una cuña que constituye un medio positivo para la transmisión de torque; esto es, es imposible que se presente resbalamiento entre la maza y el eje. El buje partido presenta un ahusado pequeño en la superficie externa. Cuando el buje se inserta en una maza que embona con tornillos de presión o prisioneros, el buje entra en estrecho contacto con el eje para mantener el ensamble en la posición axial adecuada. El pequeño ahusado mantiene unido el ensamble. La remoción del buje se logra quitando los tornillos prisioneros y utilizándolos en orificios de puntal para forzar a la maza a salir del ahusado. Entonces el ensamble puede desarmarse con facilidad.

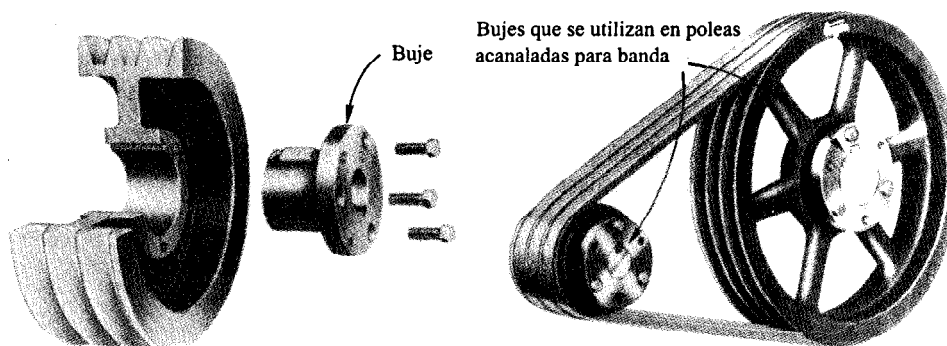


Figura 10-10 Buje ahusado partido (Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)

### Tornillos de ajuste

Un *tornillo de ajuste* es un afianzador con cuerda que se inserta de manera radial a través de una maza para que se apoye en la superficie externa de un eje (véase figura 10-11). La punta del tornillo de ajuste es plana, ovalada, con forma cónica, combada, o bien presenta cualquiera de varias formas patentadas. La punta se apoya en el eje o penetra ligeramente en su superficie. En consecuencia, el tornillo de ajuste transmite torque mediante la fricción entre la punta y el eje, o bien, por la resistencia del material ante esfuerzo de corte. La capacidad para transmitir torque es, en alguna medida, variable, dependiendo de la dureza del material con que está hecho el eje y la fuerza del afianzamiento con sargento o abrazadera que se genera cuando se instala el tornillo. Es más, el tornillo puede aflojarse durante la operación como consecuencia de la vibración. Por este motivo, hay que tener cuidado al utilizar tornillos de ajuste. Algunos fabricantes surten tornillos de ajuste con insertos de plástico a los lados entre los hilos de la cuerda. Cuando se atornillan en un orificio ahusado, el plástico es deformado por la cuerda y afianza el tornillo con firmeza, con lo cual resiste a la vibración. Utilizar un adhesivo líquido ayuda también a evitar el aflojamiento.

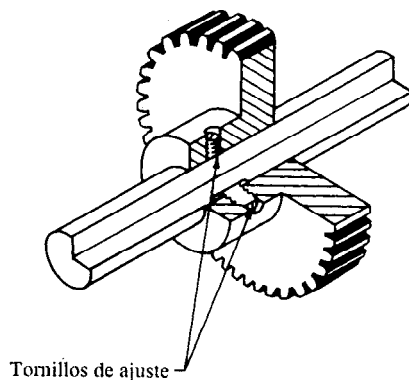


Figura 10-11 Tornillos de ajuste

Otro problema que surge cuando se utilizan tornillos de ajuste, es que la superficie del eje es dañada por la punta; este daño puede hacer que sea difícil el desarmado. Maquinar un filo normal al eje en su superficie ayudará a reducir el problema y también se obtendrá un ensamble más consistente.

Cuando se ensamblan en forma adecuada en ejes industriales comunes, la capacidad de fuerza de los tornillos de ajuste es la siguiente aproximadamente

Diámetro del tornillo	Fuerza de sujeción
1/4 "	100 lb
3/8 "	250 lb
1/2 "	500 lb
3/4 "	1 300 lb
1 "	2 500 lb

Fuente: Oberg, Erik, et. al. *Machinery's Handbook*, 23a edición. Nueva York: Industrial Press, 1988.

### Tornillo ahusado

La pieza que transmite potencia, ya sea un engrane, una polea acanalada, una rueda dentada u otras, la cual se va a montar al extremo de un eje puede afianzarse con un tornillo y una roldana como se ilustra en la figura 10-12(a). La forma ahusada proporciona buena concentricidad y una capacidad moderada para transmitir torque. Debido al maquinado que se requiere, la conexión es costosa. En un método modificado se utiliza el eje ahusado con rosca en un extremo para colocar una tuerca, como se muestra en la figura 10-12(b). La inclusión de una cuña, la cual se coloca en un cuñero que se maquina paralelo al ahusado, incrementa en gran medida la capacidad de transmisión de torque y asegura una alineación positiva.

### Ajuste de prensa

Hacer que el diámetro del eje sea más grande que el diámetro interno de la pieza que embona da por resultado un ajuste de interferencia. La presión resultante entre el eje y la maza permite la transmisión de torque a niveles altos, dependiendo del grado de interferencia. Esto se analiza con más detalle en el capítulo 8. A veces el ajuste de prensa se combina con una cuña; la cuña aporta el impulso positivo y el ajuste de prensa asegura concentricidad.

### Moldeo

Los engranes de plástico y los que se funden con un troquel pueden moldearse directamente en los ejes en los que se colocan. A menudo el engrane se aplica en un lugar que está estriado o moleteado, con el fin de mejorar su capacidad para transmitir torque. Una modificación de este procedimiento consiste en tomar un hueco en un engrane independiente con una maza preparada, colocarla en su posición correcta en un eje, y luego fundir zinc en el espacio entre el eje y la maza para unirlos.

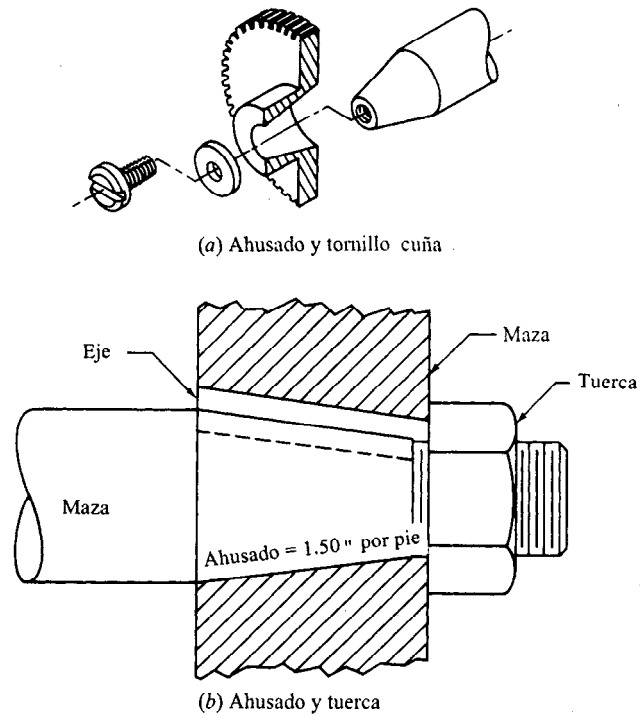


Figura 10-12 Eje ahusado para afianzar elementos mecánicos en ejes

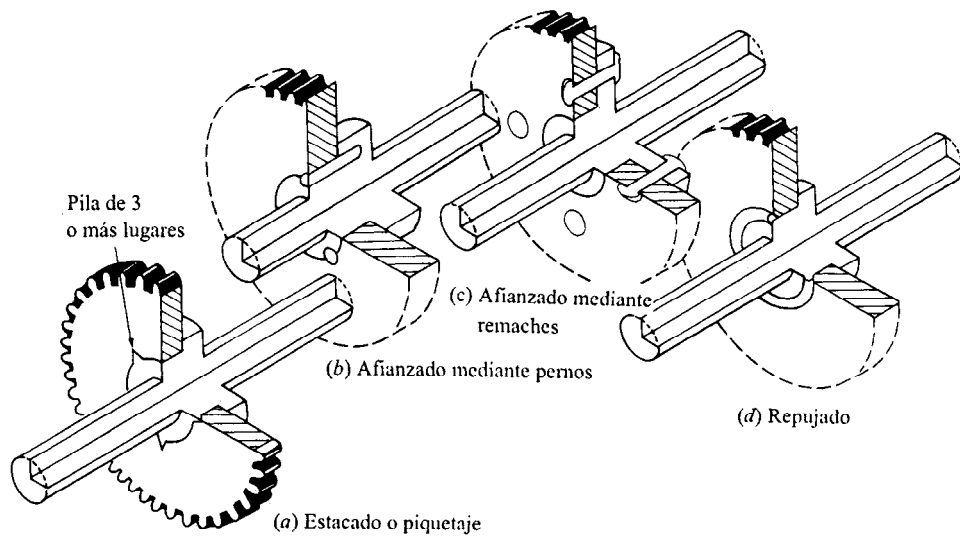


Figura 10-13 Métodos para asegurar mecánicamente engranes en ejes

## Seguros mecánicos

Algunas de las variantes de métodos para asegurar engranes en ejes por medios mecánicos se ilustran en la figura 10-13. La parte (a), el *estacado* se produce al deformar parte de la maza en el engrane. La parte (b) el *afianzamiento mediante espigas o pernos* es similar a la cuña de perno que se muestra en la figura 10-3. En la parte (c), el engrane se remacha contra una pestaña o reborde en el eje. Aquí pueden utilizarse otros tipos de afianzadores, como tuercas y tornillos estándar, para que se pueda quitar el engrane. El *repujado* se utiliza en la parte (d) para deformar parte de la maza radialmente hacia el exterior hasta que entra en contacto estrecho con el engrane.

## 10-7 COPLES

El término *cople* se refiere a un dispositivo que se utiliza para unir dos ejes en sus extremos con el fin de transmitir potencia. Existen dos tipos generales de coples, rígidos y flexibles.

Los *coples rígidos* se diseñan para unir dos ejes en forma apretada de manera que no sea posible que se genere movimiento relativo entre ellos. Este diseño es deseable para ciertos tipos de equipo en los cuales se requiere una alineación precisa de dos ejes que puede lograrse. En tales casos, el cople debe diseñarse de manera que sea capaz de transmitir el torque en los ejes.

En la figura 10-14 se ilustra un cople rígido común, en el cual los rebordes o pestañas se montan en los extremos de cada eje y se unen por medio de una serie de tornillos. Así, la trayectoria de la carga va del eje impulsor hacia su pestaña, mediante los tornillos, hacia la pestaña que embona y hacia afuera al eje que es impulsado. El torque coloca a los tornillos ante esfuerzo de corte. La fuerza total de corte en los tornillos depende del radio del círculo del tornillo,  $D_{bc}/2$  y el torque,  $T$ . Es decir,

$$F = T/(D_{bc}/2) = 2T/D_{bc}$$

Al ser  $N$  el número de tornillos, la tensión por esfuerzo de corte en cada tornillo es

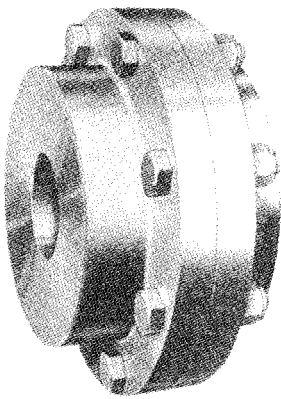
$$\tau = \frac{F}{A_s} = \frac{F}{N(\pi d^2/4)} = \frac{2T}{D_{bc}N(\pi d^2/4)} \quad (10-17)$$

Siendo la tensión igual a la tensión de diseño en esfuerzo de corte y despejando para el diámetro del tornillo

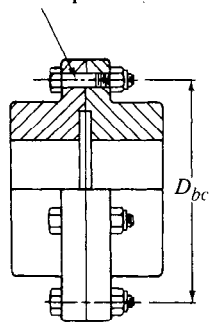
$$d = \sqrt{\frac{8T}{D_{bc}N\pi\tau_d}} \quad (10-18)$$

Observe que este análisis es similar al de las conexiones por medio de pernos que se explicaron en la sección 10-6. El análisis supone que los tornillos son la parte más débil o frágil del cople.

Los coples rígidos deben emplearse sólo cuando la alineación de los dos ejes puede mantenerse con mucha precisión, no sólo en el momento en que se instalan, sino también durante



$d$  = diámetro del tornillo o perno



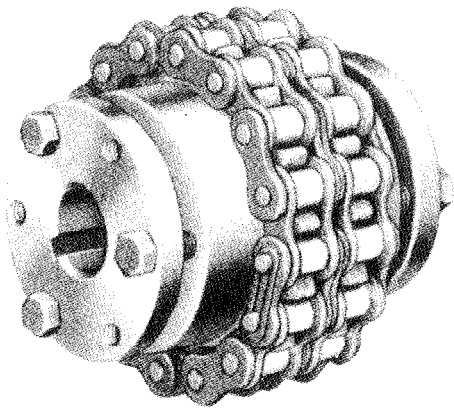
Vista en corte

**Figura 10-14** Cople rígido. (Dodge Division, Reliance Electric Co.)

la operación de las máquinas. Si surge desalineación angular, radial o axial significativa, aquellas tensiones que son difíciles de predecir y pueden conducir a una falla temprana del eje debida a fatiga pueden ser inducidas sobre los ejes. Dificultades como las anteriores son susceptibles de evitarse utilizando coples flexibles.

Los *coples flexibles* son diseñados de tal manera que sean capaces de transmitir torque con suavidad en tanto permiten cierta desalineación axial, radial y angular. La flexibilidad es tal que, cuando ocurre una desalineación, las piezas del cople se mueven sin ninguna o una mínima resistencia. En consecuencia no se desarrollan tensiones significativas por flexión en el eje.

En el mercado se dispone de numerosos tipos de coples, como se analizará más adelante en esta sección. Cada uno está diseñado para transmitir un torque específico hasta cierto límite. El catálogo del fabricante enumera la información de diseño de la cual podrá elegir el cople más apropiado. Tenga en mente que torque es igual a potencia dividida entre velocidad de giro. Por tanto, para un tamaño específico de cople, conforme se incrementa el giro, también aumenta la



**Figura 10-15** Cople de cadena. El torque es transmitido mediante una cadena de rodamiento doble. Los espaciamentos entre la cadena y los dientes de la rueda dentada en las dos mitades del cople compensan la desalineación. (Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)

cantidad de potencia que puede transmitir el cople, si bien, no siempre en proporción directa. Desde luego, los efectos centrífugos determinan el límite superior de la velocidad.

El grado de desalineación que puede soportar un cople en particular debe obtenerse de la información que se enumera en el catálogo del fabricante, con valores que varían en función del tamaño y el diseño del cople. Los coples pequeños pueden estar limitados a una desalineación paralela de 0.005", aunque los coples más grandes pueden permitir 0.030" o más. La desalineación permisible más común es  $\pm 3^\circ$ . Al movimiento axial tolerable, en ocasiones se le llama *flotación en el extremo*, llega hasta 0.030" para muchos tipos de coples.

## 10-8 JUNTAS UNIVERSALES

Como se señaló en la sección previa, los coples flexibles pueden soportar  $3^\circ$  aproximadamente de desalineación angular y cerca de 0.030" de desalineación paralela, dependiendo de su diseño. En ocasiones resulta imperativo utilizar una desalineación mucho más considerable; en estas aplicaciones, la *junta universal* ofrece un cople efectivo. Las juntas universales operan a ángulos de hasta  $45^\circ$  a muy bajas velocidades. A velocidades más altas, por arriba de 10 rpm aproximadamente, el ángulo máximo que se sugiere es  $30^\circ$ . Por arriba de 600 rpm es común un ángulo de  $20^\circ$  como máximo. Es necesario consultar la información que proporciona el fabricante. Las condiciones reales de servicio afectan al ángulo que puede tolerarse.

La figura 10-24 muestra uno de los tipos más pequeños y sencillos de junta universal, el cual consiste en dos horquillas, un cojinete central en bloque y dos pernos que traspasan el bloque a ángulos rectos entre sí. La figura 10-25 ilustra un tipo más grande, que tiene dos horquillas y un miembro central transversal, a la que en ocasiones se le asigna el nombre de *junta de cardán* o *articulación cardán*. Los casquetes en la sección transversal están equipados con cojinetes de



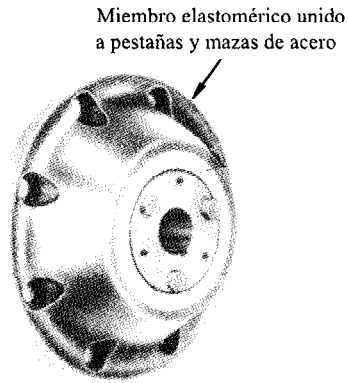


Figura 10-16 Cople Ever-flex. Características del cople: 1) por lo regular minimiza la vibración que genera el esfuerzo de torsión; 2) Amortigua cargas de choque; 3) Compensa la desalineación paralela hasta  $1/32"$ ; 4) compensa desalineación angular de  $\pm 3^\circ$ ; 5) proporciona una flotación adecuada en el extremo, de  $\pm 1/32"$ . (Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)

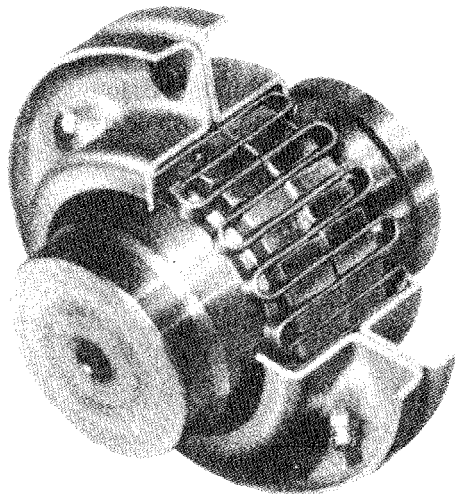
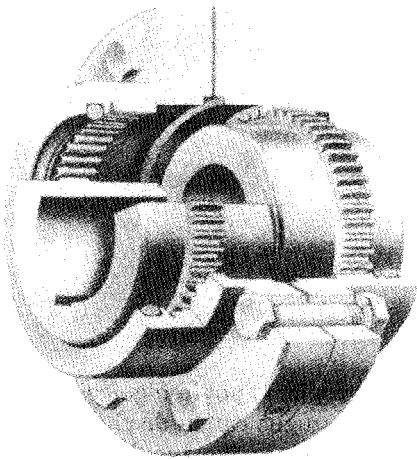


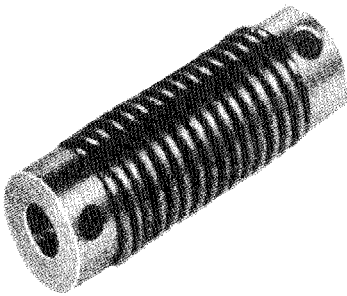
Figura 10-17 Cople Grid-flex. El torque es transmitido mediante una rejilla de acero flexible con resorte. La flexión de la rejilla permite desalineación y es torsionalmente elástica para resistir cargas de choque (Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)



**Figura 10-18** Cople de engrane. El torque es transmitido entre los dientes en forma de corona a partir de la mitad del cople hacia la camisa. La forma de corona en los dientes permite desalineación. (Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)

aguja para permitir un movimiento relativo con baja fricción entre los miembros. Es fundamental la adecuada lubricación de los miembros móviles de la junta. La figura 10-26 muestra otro tipo de junta universal que se utiliza en aplicaciones de industria pesada.

Cuando una junta universal es impulsada por un eje que gira a una velocidad angular uniforme, el eje de salida tiene una velocidad angular no uniforme, lo que a su vez provoca vibraciones y tensiones o esfuerzos considerables. Por tanto, el uso de una sola junta universal debe restringirse a aplicaciones de velocidad lenta y baja potencia.



**Figura 10-19** Cople de fuelle. (Stock Drive Products, New Hyde Park, N. Y.)

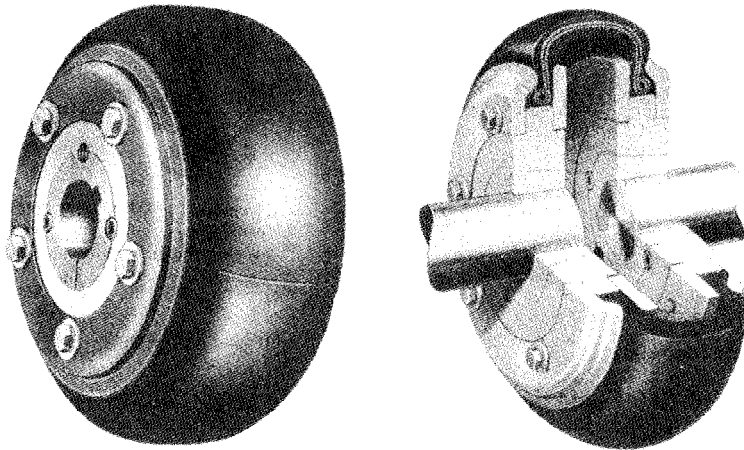


Figura 10-20 Cople PARAFLEX® utilizando un elemento elastomérico para permitir desalineación y amortiguar choques. (Dodge Division, Reliance Electric Co.)

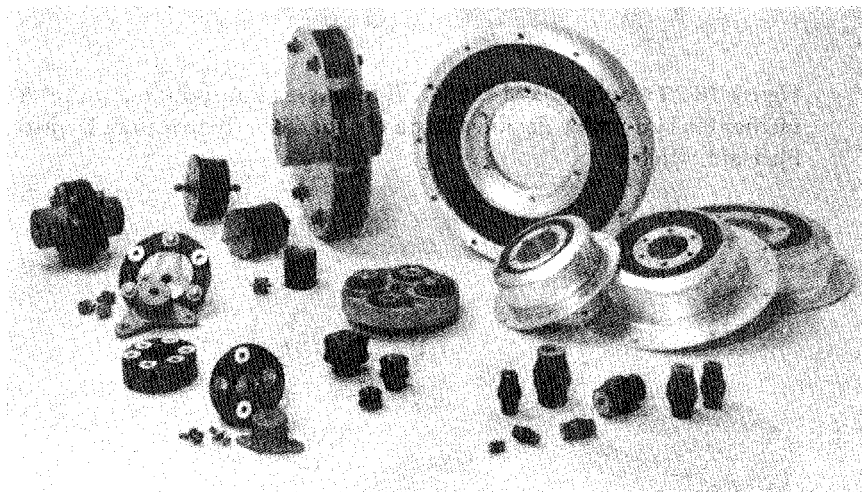


Figura 10-21 Coples Dynaflex®. El torque es transmitido mediante material elastomérico que se flexiona para permitir desalineación y atenuar cargas por choque. (Lord Corporation, Erie, Pa.)

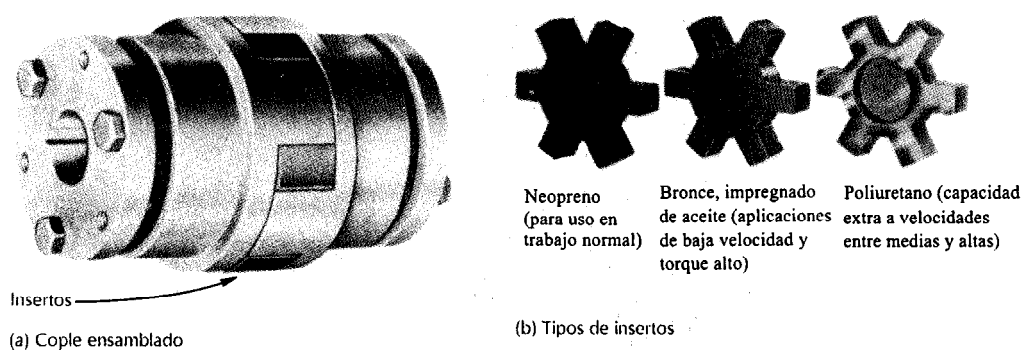


Figura 10-22 Cople tipo mordaza. (Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)

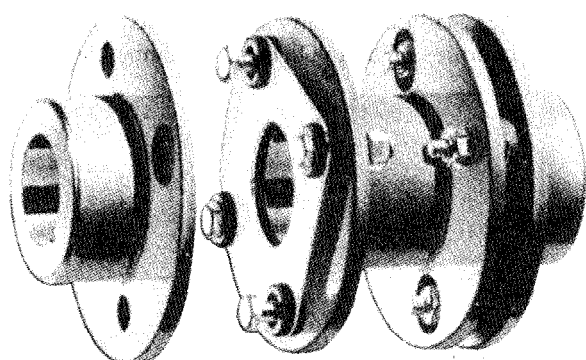


Figura 10-23 Cople FORM-FLEX®. El torque es transmitido a partir de las mazas mediante elementos laminados flexibles hasta el separador. (Formsprag Division, Dana Corp., Mt. Pleasant, Mich.)

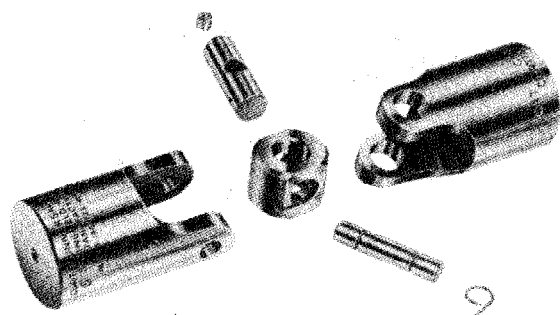
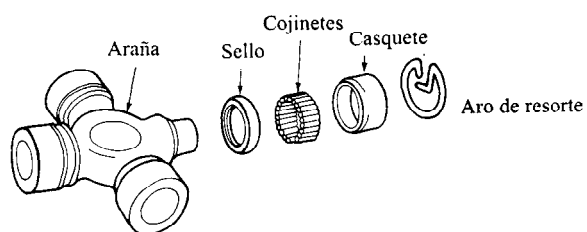
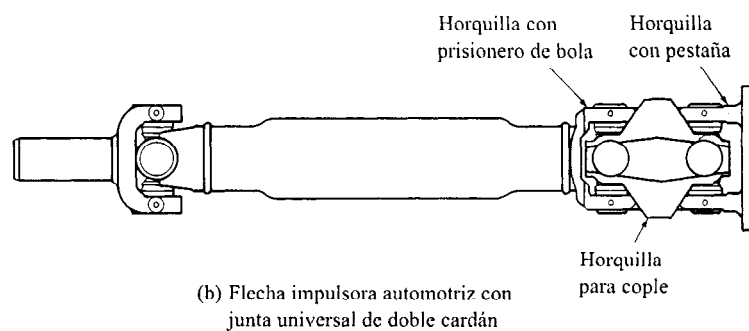


Figura 10-24 Componentes de juntas universales. (Curtis Universal Joint Co., Inc., Springfield, Mass.)

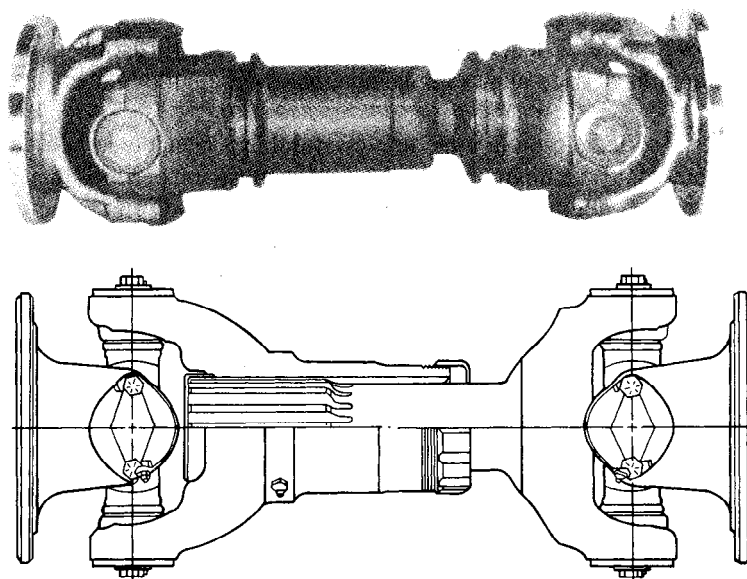


(a) Componentes de juntas universales para la industria automotriz



(b) Flecha impulsora automotriz con junta universal de doble cardán

**Figura 10-25 Juntas universales para la industria automotriz. (Pontiac Motor Division, General Motors Corp., Pontiac Mich.)**



**Figura 10-26 Junta universal industrial. (Spicer Universal Joint Division, Dana Corp., Toledo, Ohio.)**

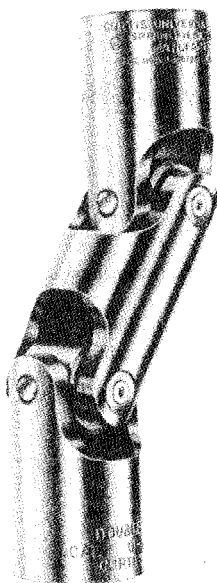


Figura 10-27 Junta universal doble. (Curtis Universal Joint Co., Inc., Springfield, Mass.)

Al utilizar dos juntas universales conectadas mediante un eje intermedio se elimina la velocidad angular variable provocada por una junta. Con la alineación adecuada, la variación en la velocidad angular de cada junta es cancelada por la otra. La figura 10-27 muestra una junta universal doble debidamente alineada que conecta un par de ejes paralelos provistos de un codo doble largo. Si los ejes deben estar a un ángulo particular, las dos juntas se instalan de manera tal que el ángulo de cada junta es igual a la mitad del ángulo total entre el eje de entrada y el de salida.

El eje intermedio para la junta universal doble a menudo se fabrica en dos partes con una conexión mediante una ranura entre ellos. Esta disposición permite una variación en la ubicación axial de las partes del impulsor, aun mientras el sistema está en operación. Esta característica es en especial deseable en aplicaciones para vehículos debido al movimiento de los componentes del chasis. En maquinaria industrial, tal diseño permitirá que sea más fácil y menos crítica la instalación de componentes impulsores.

En el mercado se dispone de algunos diseños patentados para juntas universales que tienen una relación de velocidad angular uniforme en una sola junta. Ejemplos de ello son las juntas Rzeppa y Bendix Weiss

## 10-9 ANILLOS DE SUJECION Y OTROS MEDIOS DE UBICACION AXIAL

Las secciones anteriores de este capítulo se centraron en medios para conectar elementos mecánicos con ejes, con el fin de transmitir potencia. Por consiguiente, se hizo énfasis en la capacidad para soportar un torque determinado a una velocidad de giro específica. Debe

reconocerse que la ubicación axial de los elementos mecánicos debe ser asegurada, asimismo, por el responsable del diseño.

La elección de los medios para dar ubicación axial depende, en gran medida, de si existe o no impulso axial que sea transmitido por la pieza. Los engranajes cilíndricos o rectos, las poleas acanaladas para bandas en V y las ruedas dentadas de cadena no generan cargas de empuje significativas. En consecuencia, la necesidad de ubicación axial sólo afecta a fuerzas incidentales que se deben a la vibración, el manejo y el embarque. Si bien no son severas, estas fuerzas no deben tomarse a la ligera. El movimiento de una pieza en relación al elemento con el que combina en un sentido axial puede provocar ruido, desgaste excesivo, vibración o desconexión total del impulsor. Cualquier ciclista que haya experimentado la pérdida de una cadena será capaz de apreciar las consecuencias de la desalineación. Recuerde que para engranajes cilíndricos o rectos la resistencia de los dientes de los engranes y la resistencia al desgaste son, ambas, directamente proporcionales al espesor de la cara del engrane. La desalineación axial disminuye el espesor efectivo de la cara.

Algunos de los métodos que se analizaron en la sección 10-6 para afianzar piezas en los ejes con el propósito de transmitir potencia también proporcionan cierto grado de ubicación axial. Remítase a las explicaciones de afianzamiento mediante pernos, por medio de sargentos o abrazaderas, bujes ahusados partidos, tornillos de ajuste, tornillos ahusados, el ahusado y la tuerca, el ajuste de prensa, el moldeo y los diversos métodos para asegurar piezas en el eje.

Entre la extensa variedad de otros medios disponibles para dar ubicación axial, se hará un análisis de los siguientes.

Anillos de sujeción	Collarines
Hombros	Separadores
Tuercas de seguridad	

### Anillos de sujeción

Los *anillos de sujeción* se colocan en un eje, en ranuras que se maquinan en éste, o en una carcasa para evitar el movimiento axial de una pieza mecánica. La figura 10-28 muestra la amplia gama de estilos de anillos que tiene disponibles un fabricante. Los distintos diseños permiten el montaje o interno o externo del anillo. La cantidad de capacidad para carga de empuje axial y la altura de los hombros que ofrecen los diferentes estilos de anillos también varían. El catálogo del fabricante proporciona información acerca de la capacidad y la instalación de estos dispositivos. La figura 10-29 muestra algunos ejemplos de anillos de retención que se utilizan en la actualidad.

### Collarines

Un *collarín* es un anillo que se desliza sobre el eje y se coloca adyacente a una pieza mecánica con el fin de darle ubicación axial. Casi siempre, se mantiene en su posición mediante tornillos de ajuste. La ventaja que ofrecen consiste en que la ubicación axial puede establecerse en, virtualmente, cualquier lugar a lo largo del eje para permitir que la posición se ajuste en el momento en que se ensambla. Las desventajas son, sobre todo, aquellas que se relacionan con el uso de los propios tornillos de ajuste (sección 10-6).








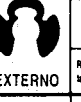






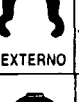

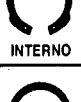


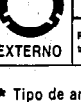


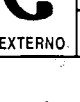
 INTERNO	<b>BÁSICO N5000</b> Para carcassas y diám. int. Rango de tamaños: 250—10 0 ° 6.4—254.0 mm	 EXTERNO	<b>EN FORMA DE ARCO 5101*</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .188—1.750 ° 4.8—44.4 mm	 EXTERNO	<b>REFORZADO 5115</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .094—1 0 ° •	 EXTERNO	<b>TRABAJO PESADO 5160</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .394—2 0 ° 10 0—50 8 mm
 INTERNO	<b>EN FORMA DE ARCO N5001*</b> Para carcassas y diám. int. Rango de tamaños: .250—1.750 ° 6.4—44.4 mm	 EXTERNO	<b>BISELADOS 5102</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: 1 0—10 0 ° 25.4—254.0 mm	 EXTERNO	<b>ANILLO "E" EN ARCO 5131</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: 110—1 375 ° 2.8—34.9 mm	 EXTERNO	<b>KLIPRING® 5304 T-5304</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .156—1.000 ° 4.0—25.4 mm
 INTERNO	<b>BISELADOS N5002/* N5003</b> Para carcassas y diám. int. Rango de tamaños: 1 0—10 0 ° 25.4—254.0 mm 1.56—2.81 ° 39.7—71.4 mm	 EXTERNO	<b>CRESCENT® 5103</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: 125—2 0 ° 3.2—50.8 mm	 EXTERNO	<b>ANILLO "E" 5133</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .040—1.375 ° 1.0—34.9 mm	 EXTERNO	<b>GRIPRING® 5555</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .079—750 ° 2.0—19.0 mm
 INTERNO	<b>CIRCULARES 5005</b> Para carcassas y diám. int. Rango de tamaños: .312—2 0 ° •	 EXTERNO	<b>CIRCULARES 5105</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .094—1 0 ° •	 EXTERNO	<b>RADIAL GRIPRING® 5135</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .094—375 ° 2.4—9.5 mm	 EXTERNO	<b>ALTA RESISTENCIA 5560*</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .101—328 ° •
 INTERNO	<b>INVERTIDOS 5008</b> Para carcassas y diám. int. Rango de tamaños: .750—4 0 ° 19.0—101.6 mm	 EXTERNO	<b>DE SEGURO 5107*</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .469—3.375 ° 11.9—85.7 mm	 EXTERNO	<b>RONG LOCK® 5139*</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .092—438 ° •	 EXTERNO	<b>GHOMBRO PERMAN. 5590*</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .250—750 ° 6.4—19.0 mm
 EXTERNO	<b>BÁSICO 5100</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .125—10 0 ° 3.2—254.0 mm	 EXTERNO	<b>INVERTIDOS 5108</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .500—4 0 ° 12.7—101.6 mm	 EXTERNO	<b>ANILLO "E" REF. 5144</b> Para ejes y pernos Rango de tamaños: .094—562 ° 2.4—14.3 mm	* Tipo de anillo que no es producto de línea; disponible sólo bajo pedido especial.	

Figura 10-28 Serie de anillos de sujeción Standard Truarc®. (Cortesía de Waldes Truarc, Inc., Long Island City, N. Y.)

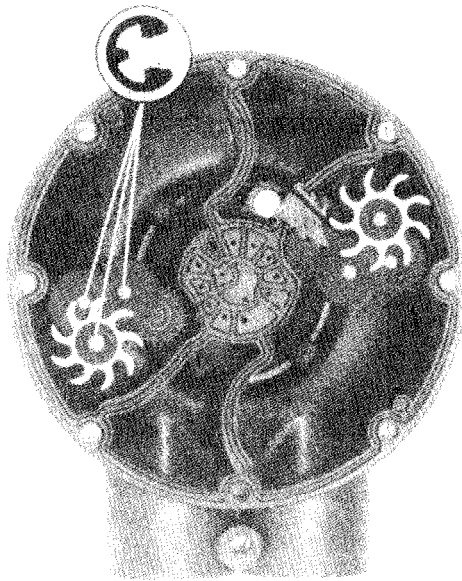
## Hombros

Un *hombro* es la superficie vertical que se genera cuando tiene lugar un cambio de diámetro en el eje. Tal diseño es un método excelente para darle ubicación axial a un elemento mecánico, por lo menos en un lado. En muchos de los ejes que se ilustran en el capítulo 9 se incorporan hombros. Las principales consideraciones de diseño consisten en prever un hombro lo suficiente grande para ubicar la pieza con eficiencia y un chaflán en la base del hombro que genere un factor de concentración de tensión aceptable y que sea compatible con la geometría del diámetro interno de la pieza con la que embona (véase el capítulo 9, figuras 9-2 y 9-7).

## Separadores

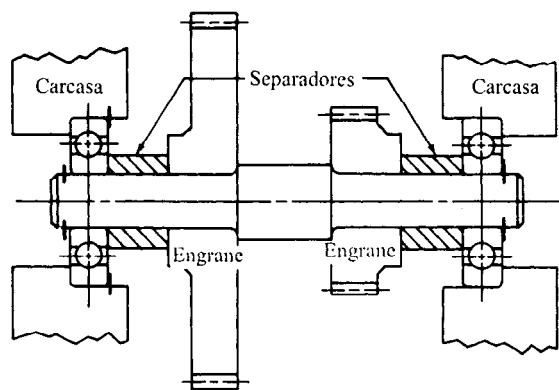
Un *separador* es similar a un collarín en cuanto a que se desliza sobre el eje contra el elemento mecánico que debe ubicarse. La diferencia más importante es que los tornillos de ajuste y otros dispositivos similares no son necesarios porque el separador se coloca *entre* dos piezas y, en





**Figura 10-29** Anillos de sujeción utilizados en un mecanismo acondicionador de agua. (Cortesía Waldes Truarc, Inc. Long Island City, Nueva York).

consecuencia, sólo controla la posición relativa entre ellos. Por lo regular, uno de los elementos se ubica en forma positiva mediante otros medios, por ejemplo, un hombro o un anillo de sujeción. Considere el eje en la figura 10-30 en el cual dos separadores ubican a cada engrane respecto a su cojinete adyacente. A su vez, los cojinetes se ubican a un lado mediante la carcasa que da apoyo a sus pistas externas. Los engranes también se asientan contra los hombros en un lado.



**Figura 10-30** Uso de separadores

### Tuercas de seguridad

Cuando una pieza se coloca o se ubica al extremo de un eje, puede emplearse una *tuerca de seguridad* para retenerla en un lado. La figura 10-31 muestra un tipo de tuerca de seguridad para retención de cojinetes. Estas están disponibles como artículos de línea con los proveedores de cojinetes.

Una consideración práctica en el aspecto de la ubicación axial de piezas mecánicas, es tener cuidado de que las piezas no se *aprieten en exceso*. Bajo ciertas condiciones, de expansión térmica

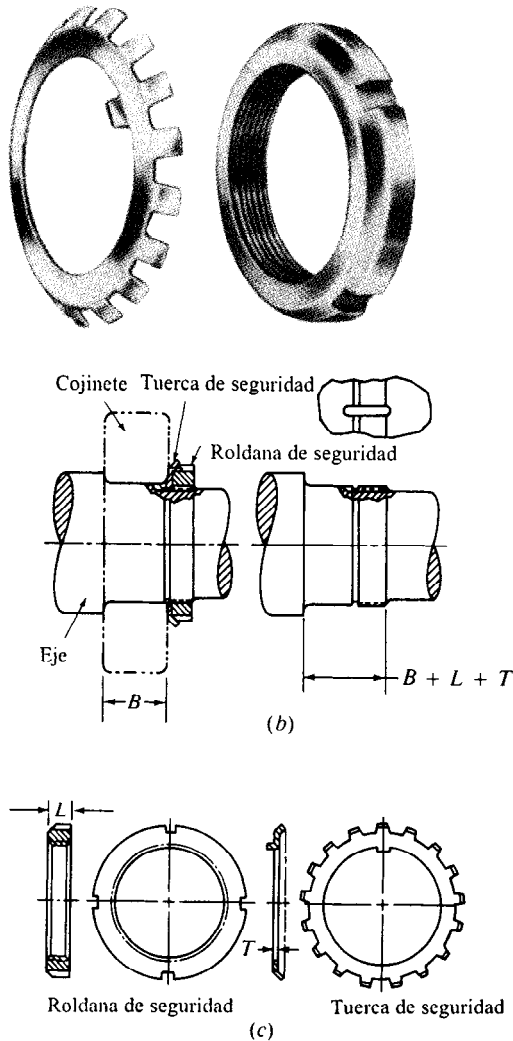


Figura 10-31 Tuerca y roldana de presión para anillos de sujeción. Las dimensiones se dan en el catálogo del fabricante. Los tamaños de las piezas son compatibles con tamaños estándar de cojinetes. (SKF Industries, Inc. King of Prussia, Pa.)

diferencial o donde existen numerosas tolerancias poco favorables, las piezas se pueden apretar tanto que se generan tensiones axiales peligrosas. A veces quizá sea deseable colocar sólo un cojinete en forma positiva sobre un eje y permitir que el otro flote un poco en el sentido axial. El elemento o la pieza en flotación puede sostenerse ligeramente con una fuerza de resorte axial que se adapte a la expansión térmica sin generar fuerzas que representen riesgos.

## 10-10 TIPOS DE SELLOS O EMPAQUES

Los sellos o empaques son una parte importante del diseño mecánico en situaciones en las que:

1. Agentes contaminantes deben mantenerse fuera de áreas cuya importancia es crítica en una máquina.
2. Los lubricantes deben estar contenidos dentro de un espacio.
3. Los fluidos presurizados deben mantenerse dentro de un componente como una válvula o un cilindro hidráulico.

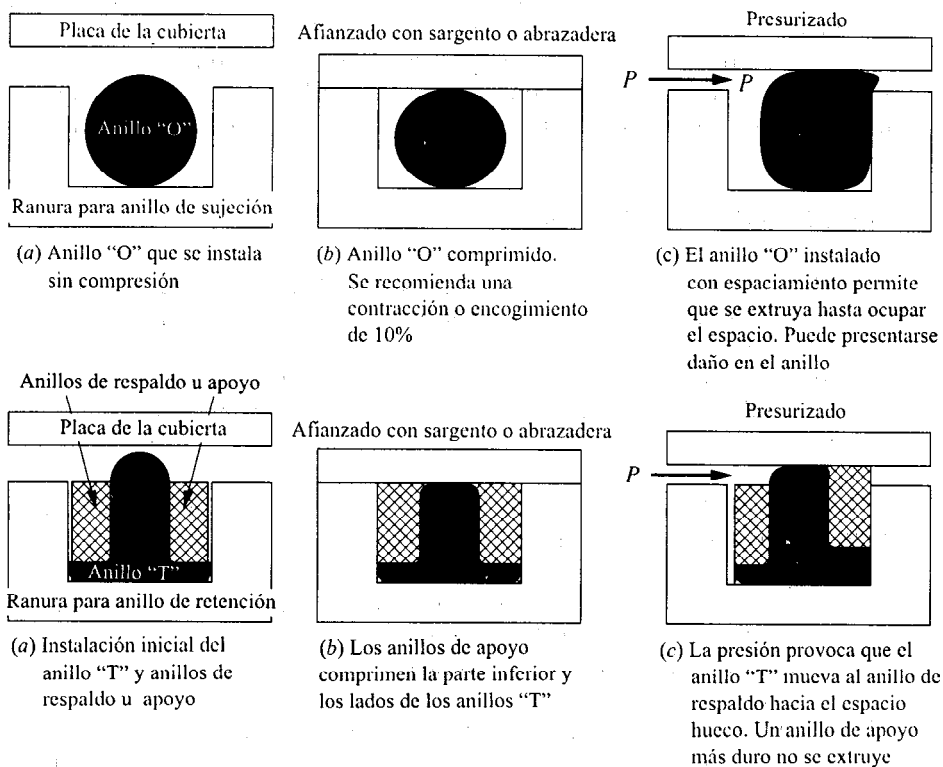
Algunos de los parámetros que inciden en la elección de un tipo de sistema de sellado, los materiales que se utilizan y los detalles de su diseño son:

1. La naturaleza de los fluidos que deben mantenerse contenidos o excluidos.
2. Las presiones en ambos lados del sello.
3. La naturaleza de cualquier movimiento relativo entre el sello y los componentes que embonan.
4. Las temperaturas en todas las parte del sistema de sellado.
5. Grado de sellado que se requiere: ¿es posible tolerar cierto grado de fuga?
6. Expectativas de vida útil del sistema.
7. Naturaleza de los materiales sólidos contra los que debe actuar el sello: potencial de corrosión, suavidad, dureza, resistencia al desgaste.
8. Facilidad de servicio para remplazar sellos desgastados.

El número de diseños para sistemas de sellado es virtualmente ilimitado y aquí sólo presentaremos una descripción breve. En la referencia bibliográfica [2] encontrará una cobertura más integral. Los diseñadores confían, muy a menudo, en la información técnica que les proporcionan los fabricantes de sistemas completos de sellos o en aquella relativa a algunos sellos en particular. A su vez, en situaciones críticas o poco comunes, se sugiere realizar las pruebas necesarias con el diseño que se propone.

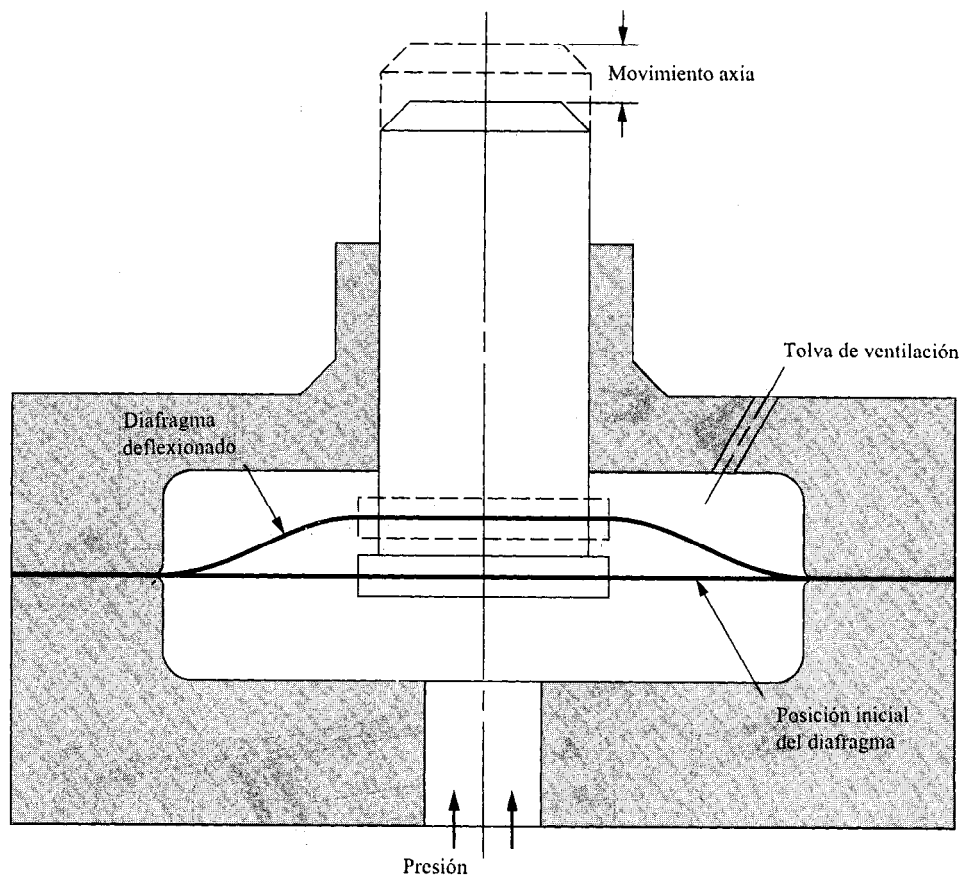
La selección de un sistema de sellos depende de la función que debe cumplir. Las condiciones comunes bajo las que deben operar los sellos se enumeran a continuación junto con algunos de los tipos de sellos que se utilizan:

1. Condiciones estáticas como sellar una tapa en un recipiente presurizado: anillos "O" elastoméricos; anillos "T"; anillos huecos de metal; selladores como resinas epóxicas, silicones, calafateo con butilo (figura 10-32).
2. Sellar un recipiente cerrado en tanto se permite movimiento relativo de alguna pieza, como en diafragmas, fuelles y botas (figura 10-33).



**Figura 10-32 Anillos "O" y anillos "T" que se utilizan como sellos estáticos**

- Sellar alrededor de un vástago o un pistón continuo recíproco, como un cilindro hidráulico o una válvula de carrete en un sistema hidráulico; sello de unión de reborde o de empaque; sello de copa en U; empaque en V; empaque de anillo partido, a los que en ocasiones se les denomina anillos para pistón (figura 10-34).
- Sellar alrededor de un eje giratorio como los ejes de entrada o salida de un reductor de velocidad, flechas de transmisión o de un motor: sello de unión de reborde o de empaque; sellos de álabe o leva, y rascadores o rascaceite; sellos de cara (figura 10-35).
- Protección de cojinetes de piezas giratorias que soportan ejes para mantener sustancias contaminantes lejos de las bolas y los rodamientos (figura 10-36).
- Sellar las piezas activas de una bomba para retener el fluido que se bombea: sellos de cara, empaque en V.
- Sellar piezas que rara vez se mueven como el vástago de una válvula de control de flujo de fluido: empaques de compresión; empaque en V.
- Sellar entre superficies duras rígidas como entre la cabeza de un cilindro y el bloque de un motor: empaques elásticos o flexibles.



**Figura 10-33 Aplicación de un sello de diafragma**

9. Sellos circunferenciales, como los que se colocan en las puntas de las hojas de una turbina, y en piezas de gran tamaño que giran a altas velocidades: sellos de laberinto, sellos abrasibles; sellos hidrostáticos.

## 10-11 MATERIALES PARA SELLOS O EMPAQUES

Casi todos los materiales para sellar son elásticos o flexibles que permiten que los puntos que sellan sigan variaciones mínimas en la geometría de superficies que embonan. La flexión de partes de la sección transversal del sello también ocurre en algunos diseños, lo que exige flexibilidad de los materiales. Una alternativa, como en el caso de los anillos "O" huecos de metal, la forma del sello o empaque permite que se presente flexión de materiales duros. Los sellos de cara requieren de materiales rígidos, duros, capaces de soportar un movimiento de deslizamiento constante y que se pueden fabricar con precisión exacta, planos y sin rugosidades.

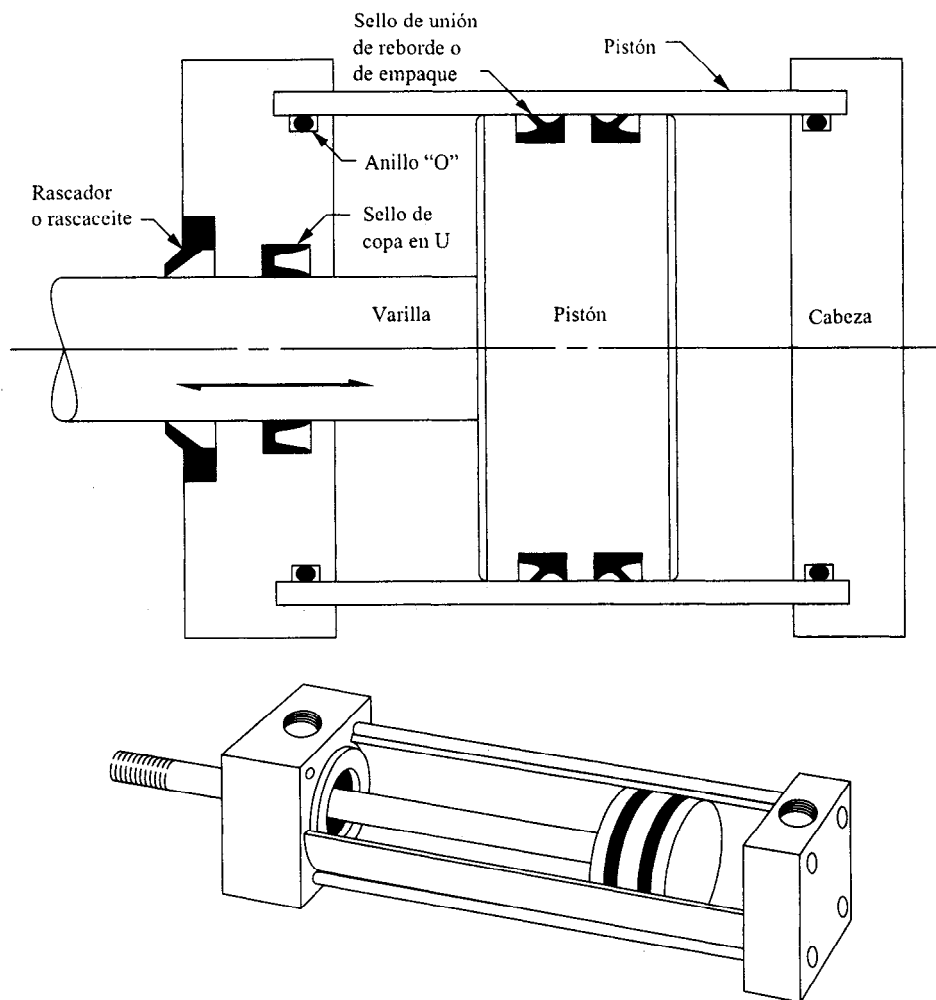
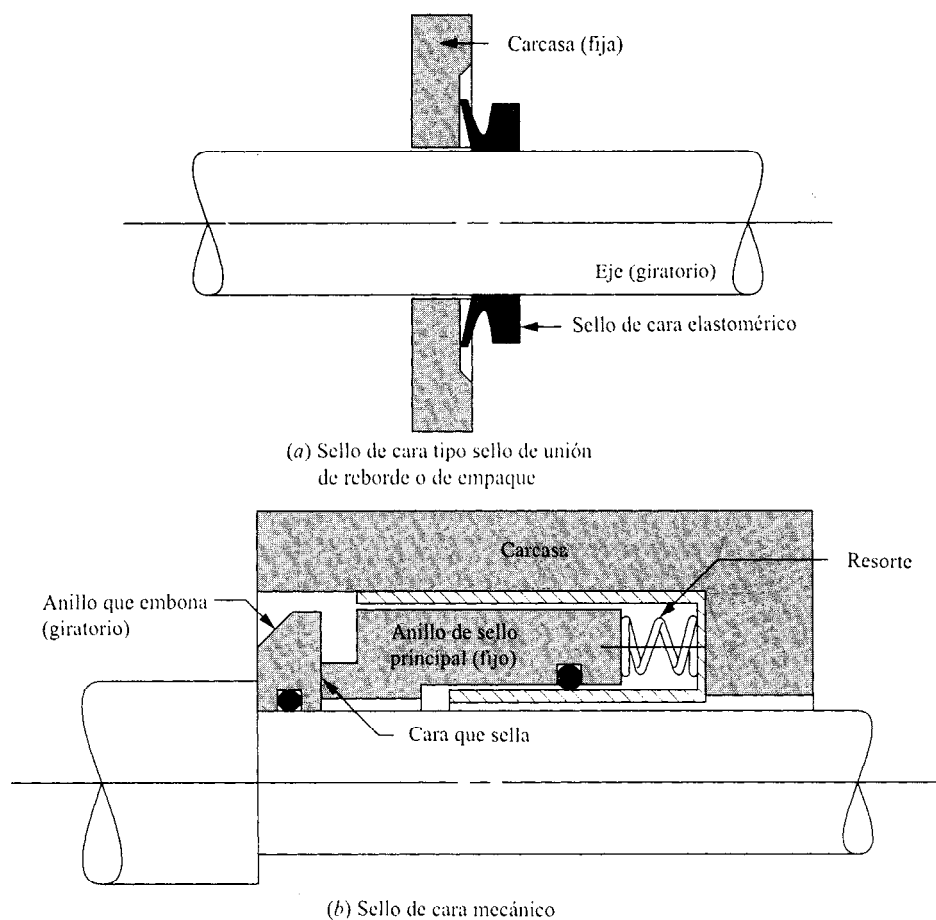


Figura 10-34 Sellos de unión de reborde o de empaque, sello de copa en U, rascadores o rascaceite y anillos "O" que se utilizan en un actuador hidráulico

### Elastómeros

Sellos flexibles, como los anillos "O", anillos "T" y sellos de unión de reborde o de empaque que casi siempre se fabrican con elastómeros sintéticos como:

Neopreno	Butilo	Nitrilo (Buna <i>N</i> )
Fluorocarbono	Silicona	Fluorosilicona
Butadieno	Poliéster	Etileno propileno
Polisulfuro	Poliuretano	Epiclorodrina
Poliacrilato	PNF (Fluoroelastómero fosfonitrílico)	



**Figura 10-35 Sellos de cara**

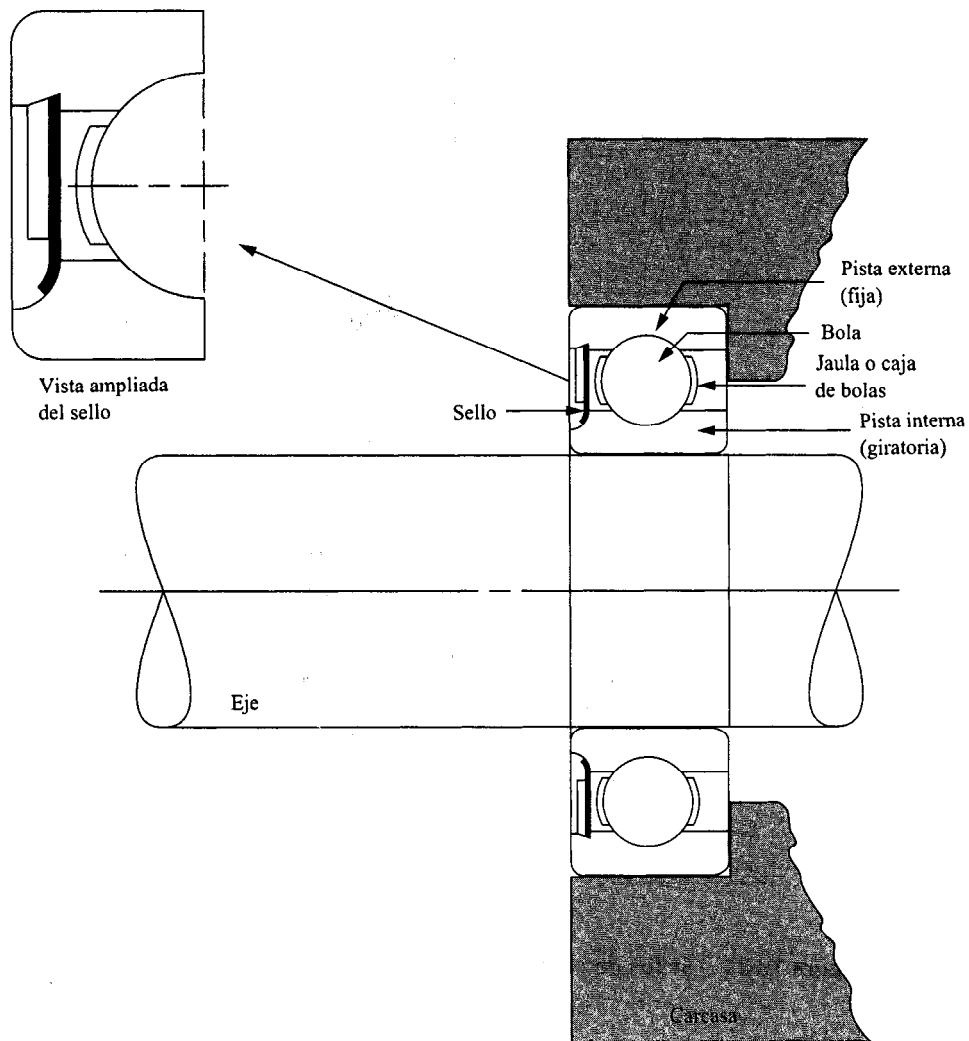
Muchas fórmulas patentadas dentro de esta clasificación general están disponibles en forma de marcas comerciales de productores de sellos o empaques y fabricantes de plásticos.

Las propiedades que se requieren en una instalación particular limitarán la selección de posibles materiales. La lista siguiente proporciona algunas de las necesidades primordiales para los sellos y algunos de los materiales que satisfacen esas especificaciones.

*Resistencia al clima:* silicón, fluorosilicón, fluorocarbono, etileno propileno, poliuretano, polisulfuro, poliéster, neopreno, epiclorohidrina, PNF.

*Resistencia a fluidos derivados del petróleo:* poliacrilato, poliéster, PNF, nitrilo, polisulfuro, poliuretano, fluorocarbono, epiclorohidrina.

*Resistencia al ácido:* fluorocarbono.



**Figura 10-36 Sello o empaque para cojinete de bolas**

*Operación a altas temperaturas:* etileno propileno, fluorocarbono, poliacrilato, silicón, PNF.

*Operación a temperaturas frías:* silicón, fluorosilicón, etileno propileno, PNF.

*Resistencia a esfuerzos por tracción:* butadieno, poliéster, poliuretano.

*Resistencia a la abrasión:* butadieno, poliéster, poliuretano.

*Impermeabilidad:* butilo, poliacrilato, polisulfuro, poliuretano.



## Materiales rígidos

Los sellos de cara y las partes de otros sistemas de sellado contra las cuales sellan los elastómeros, requieren de materiales rígidos capaces de soportar la acción de deslizamiento y que sean compatibles con el ambiente que circunda al sello. Algunos materiales rígidos comunes que se emplean en sistemas de sellos se describen en la lista siguiente:

*Metales:* acero al carbón, acero inoxidable, hierro fundido, aleaciones de níquel, bronce, acero para herramientas.

*Plásticos:* Nylon, politetrafluoroetileno lleno (PFTE), poliamida.

*Carbono, cerámicas, carburo tungsteno.*

*Chapas:* cromo, cadmio, estaño, níquel, plata.

*Compuestos para aspersión mediante flama*

## Empaques

Los empaques para sellar ejes, varillas, vástagos de válvulas y aplicaciones similares se fabrican de una amplia variedad de materiales, entre los que se incluyen cuero, algodón, lino, plásticos de distinto tipo, alambre de cobre o aluminio enrollado o trenzado, tela laminada y materiales elastoméricos y grafito flexible.

## Juntas

Los materiales más comunes con los que se fabrican juntas son el corcho, compuestos de corcho y hule, hule relleno, papel, plásticos elásticos o flexibles y espumas.

## Ejes

Cuando se requieren sellos radiales de unión de reborde o de empaque alrededor de flechas o ejes, por lo general estos últimos son de acero. Deben endurecerse a HRC 30 para que resistan rayaduras superficiales. La tolerancia en cuanto al diámetro del eje en el cual se van a apoyar los sellos debe apegarse a las especificaciones siguientes para que el sello de cara esté en condición de adaptarse a las variaciones:

<u>Diámetro de la flecha (pulg)</u>	<u>Tolerancia (pulg)</u>
$D \leq 4.000$	$\pm 0.003$
$4.000 < D \leq 6.000$	$\pm 0.004$
$D > 6.000$	$\pm 0.005$

La superficie del eje y de cualquier área a través de las cuales los sellos tenga que pasar cuando se instale, debe estar libre de rebordes cortantes para evitar que se rompa el sello. Se sugiere un acabado superficial de 10 a 20  $\mu$ pulg. con lubricación adecuada para asegurar un pleno contacto y reducir la fricción entre el sello y la superficie del eje.

## BIBLIOGRAFIA

1. American Gear Manufacturers Association. *Nomenclature for Flexible Couplings*, AGMA 510.03-1984. Alexandria, Virginia: American Gear Manufacturers Association, 1984.
2. American Gear Manufacturers Association. *Bores and Keyways for Flexible Couplings*. ANSI/AGMA 9002-A86. Alexandria, Virginia: American Gear Manufacturers Association, 1986.
3. American Gear Manufacturers Association. *Lubrication of Flexible Couplings*. ANSI/AGMA 9001-A086. Alexandria Virginia: American Gear Manufacturers Association, 1986.
4. American National Standards Institute. *Involute Splines*. ANSI B92.1-1980. Nueva York: American National Standards Institute, 1970.
5. American National Standards Institute. *Metric Module Involute Splines*. ANSI B92.2-1980. Nueva York: American National Standards Institute, 1980.
6. American Society of Mechanical Engineers. *Keys and Keyseats*. ANSI B17.1-1967 (confirmado en 1973). Nueva York: American Society of Mechanical Engineers, 1973.
7. American Society of Mechanical Engineers. *Woodruff Keys and Keyseats*. ANSI B17.2-1967. Nueva York: American Society of Mechanical Engineers, 1967.
8. Lebeck, Alan O. *Principles and Design of Mechanical Face Seals*. Nueva York: John Wiley & Sons, 1991.
9. Oberg Erik, et. al. *Machinery's Handbook*, 23ª edición. Nueva York: Industrial Press, 1988.
10. Penton Publishing Co. *Machine Design Magazine Power and Motion Control Volume*, Vol. 61, No. 12, Cleveland, Ohio: Penton Publishing Co., junio de 1989.

## PROBLEMAS

Para cada conjunto de datos que se proporciona a continuación, calcule la geometría de cuña que se requiere: longitud, ancho o espesor y altura. Utilice acero AISI 1020 extruido en frío para las cuñas si se puede lograr un diseño satisfactorio. De lo contrario, utilice un material más resistente. Suponga que el material de la cuña resulta poco resistente cuando lo compara con el material de la pieza con que embona, a menos que se especifique otra cosa.

1. Especifique una cuña para un engrane que se va a montar en un eje cuyo diámetro es 2.00". El engrane transmite 21,000 lb-pulg de torque y tiene una longitud de maza de 4.00".
2. Especifique una cuña para un engrane que soporta 21,000 lb-pulg de torque si se monta en un eje que tiene 3.60" de diámetro. La longitud de maza del engrane es 4.00".
3. Una polea acanalada para banda en forma de V transmite 1,112 lb-pulg de torque a un eje que tiene 1.75" por diámetro. La polea se fabrica con hierro fundido ASTM clase 20 y tiene una longitud de maza de 1.75".
4. Una rueda dentada de cadena transmite 110 hp a un eje a una velocidad de giro de 1,700 rpm. El diámetro interno de la rueda dentada tiene 2.50" de diámetro. La longitud de la maza es 3.25".
5. Especifique una ranura que tenga un ajuste *B* para cada una de las aplicaciones en los problemas 1 al 4.
6. Diseñe un perno cilíndrico para que transmita la potencia en el problema 4. Pero diseñelo de manera que falle en presencia de esfuerzo de corte si la potencia excede de 220 hp.
7. Especifique una cuña para la rueda dentada y el engranaje de tornillo sin fin del problema ilustrativo 9-4. Observe las especificaciones para los diámetros finales del eje al final del problema.
8. Describa una cuña Woodruff no. 204.
9. Describa una cuña Woodruff no. 1628.
10. Elabore un dibujo detallado de una conexión mediante cuña Woodruff entre un eje y la maza de un engrane. El eje tiene 1.500" de diámetro. Utilice una cuña Woodruff número 1210. Determine las dimensiones del eje y de la maza.

11. Repita el problema 10, utilizando una cuña Woodruff en un eje que tiene 0.500" de diámetro.
12. Repita el problema 10, utilizando una cuña Woodruff en un eje que tiene 3.250" de diámetro.
13. Calcule el diámetro que puede ser transmitido por la cuña del problema 10 con base en esfuerzo de corte solamente, si la cuña se fabrica con acero 1020 extruido en frío cuyo factor de diseño es  $N = 3$ .
14. Repita el problema 13 para la cuña del problema 11.
15. Repita el problema 13 para la cuña del problema 12.
16. Trace un dibujo de una conexión con cuatro ranuras que tenga un diámetro mayor de 1.500" y un ajuste *A*. Muestre las dimensiones críticas.
17. Trace un dibujo de una conexión con 10 ranuras que tenga un diámetro mayor de 3.500" y un ajuste *B*. Muestre las dimensiones críticas.
18. Trace un dibujo de una conexión con 16 ranuras que tenga un diámetro mayor de 2.500" y un ajuste *C*. Muestre las dimensiones críticas.
19. Calcule la capacidad de torque de las ranuras en los problemas 16, 17 y 18.
20. Describa la forma en que un tornillo de ajuste transmite torque si se utiliza en vez de una cuña. Analice las desventajas de tal disposición.
21. Describa como se utilizaría un ajuste de prensa para asegurar una pieza que transmite potencia en un eje.
22. Describa las diferencias principales entre coples rígidos y coples flexibles según afectan a las tensiones en los ejes con los que se conectan.
23. Analice una desventaja importante de utilizar una sola junta universal para conectar dos ejes con desalineación angular.
24. Describa cinco formas de ubicar de manera positiva piezas que transmiten potencia en un eje.
25. Describa tres situaciones en las que se utilicen sellos en el diseño de maquinaria.
26. Enumere ocho parámetros que deban tenerse en cuenta al elegir un tipo de sello y al especificar un diseño en particular.
27. Mencione tres medios a los que se puede recurrir para sellar un recipiente presurizado bajo condiciones estáticas.
28. Indique tres métodos para sellar un recipiente sellado en tanto se permite movimiento relativo de alguna pieza.
29. Señale tres tipos de sellos que se utilizan en varillas o pistones recíprocos.
30. Mencione tres tipos de sellos que se utilicen en ejes giratorios.
31. Describa el método por el cual se sella un cojinete de bolas para evitar el contacto con sustancias contaminantes.
32. Describa un sello o empaque tipo anillo "O" y elabore un boceto de su instalación.
33. Describa un sello o empaque tipo anillo "T" y elabore un boceto de su instalación.
35. Describa un sello o empaque de diafragma y el tipo de situación en la que debe utilizarse.
36. Describa métodos adecuados para sellar los lados de un pistón contra las paredes del cilindro de un actuador hidráulico.
37. Describa la función de un rascador o rascaceite en la varilla de un pistón.
38. Haga una descripción de las principales piezas de un sello de cara mecánico.
39. Haga mención, de seis tipos de elastómeros que por lo regular se utilizan para fabricar sellos.
40. Mencione al menos 3 tipos de elastómeros que se recomiendan para utilizarse cuando existe exposición a factores climáticos.
41. Mencione al menos 3 tipos de elastómeros que se recomiendan para utilizarse cuando existe exposición a fluidos derivados del petróleo.
42. Mencione cuando menos 3 tipos de elastómeros que se recomiendan para utilizarse cuando existe exposición a temperaturas frías.
43. Mencione al menos 3 tipos de elastómeros que se recomiendan para utilizarse cuando existe exposición a altas temperaturas.
44. El uso de un sello implica las condiciones siguientes: exposición a fluidos derivados del petróleo a altas temperaturas; impermeabilidad. Especifique un elastómero adecuado para el sello.
45. El uso de un sello implica las condiciones siguientes: exposición a altas temperaturas y a factores climáticos; impermeabilidad; alta resistencia y resistencia a la abrasión. Especifique un elastómero adecuado para el sello.
46. Haga una descripción de los detalles de diseño adecuado de un eje donde los sellos elastoméricos entran en contacto con él.

---

# 11 Ruedas dentadas de talla recta

---

- 11-1 Objetivos de este capítulo
  - 11-2 Geometría de engranes: forma de diente evolvente
  - 11-3 Nomenclatura de engranes y características de los dientes de los engranes
  - 11-4 Interferencia
  - 11-5 Trenes de engranes
  - 11-6 Número de tensión permisible
  - 11-7 Materiales para engranes
  - 11-8 Fabricación de engranes
  - 11-9 Calidad de engranes
  - 11-10 Fuerzas en los dientes de los engranes
  - 11-11 Tensiones en los dientes de los engranes
  - 11-12 Selección de material para engranes con base en la tensión por flexión
  - 11-13 Resistencia a la corrosión de dientes de engranes
  - 11-14 Selección de material para engranes con base en la tensión por contacto
  - 11-15 Diseño de engranes de talla recta o cilíndricos
  - 11-16 Diseño de engranes para el sistema de coeficiente métrico o módulo métrico
  - 11-17 Diseño de engranes asistido por computadora
  - 11-18 Consideraciones prácticas para engranes e interfases con otros elementos o piezas
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

Al inicio de los capítulos 8 y 9, al lector se le pidió que diseñara un reductor de velocidad tipo engrane, cuyo diseño conceptual se muestra en la figura 8-1. Consulte esa figura de nuevo. En el capítulo 9 tuvo oportunidad de conocer métodos para diseñar ejes de manera que soporten piezas o elementos que transmiten potencia, como son los engranes. En el capítulo 10 estudió cómo especificar y diseñar cuñas para conectar engranes con ejes o flechas. Ahora, se le pide que diseñe los propios engranes. Observe que en el reductor de velocidad hay cuatro engranes que actúan juntos como un *tren*. En la parte superior izquierda, un dispositivo de entrada, en este caso un motor eléctrico, transmite potencia a un dispositivo de entrada y luego al primer engrane del tren. El engrane 1 impulsa al engrane 2 en el eje intermedio, por tanto hace que éste gire. El engrane 2 es, casi siempre, más grande que el 1, y gira a una velocidad más baja, como se explicará más adelante en este capítulo. El tercer engrane en el tren se conecta, por medio de una cuña, al mismo eje que el engrane 2 y, en consecuencia, gira a la misma velocidad. El engrane 3 impulsa al número 4 con otra reducción de velocidad. El engrane 4 se encuentra conectado mediante una cuña, al eje de salida que transmite la potencia a una máquina impulsora con la que embona a una velocidad más baja que el eje de entrada sin embargo, como corresponde, con un torque más alto.

El lector, como responsable del diseño de este reductor de velocidad, decidió utilizar engranajes cilíndricos o rectos en el reductor. ¿Qué decisiones de diseño deben tomarse para completar las especificaciones de los cuatro engranes? La lista siguiente enumera algunos de los parámetros importantes que es importante especificar:

El número de dientes en todos los engranes.

La forma de los dientes.

El tamaño de los dientes, según lo indica el paso.

El ancho o espesor de la cara de los dientes.

El material con que deben fabricarse los engranes.

El tratamiento térmico que debe recibir el material del que se fabrican los engranes.

La dureza de la cara de los dientes de los engranes.

El estilo y las dimensiones de los huecos entre los dientes y de la maza.

El grado de precisión de los dientes de los engranes.

Los medios para conectar el engrane con el eje.

Los métodos para ubicar el engrane de manera axial sobre el eje.

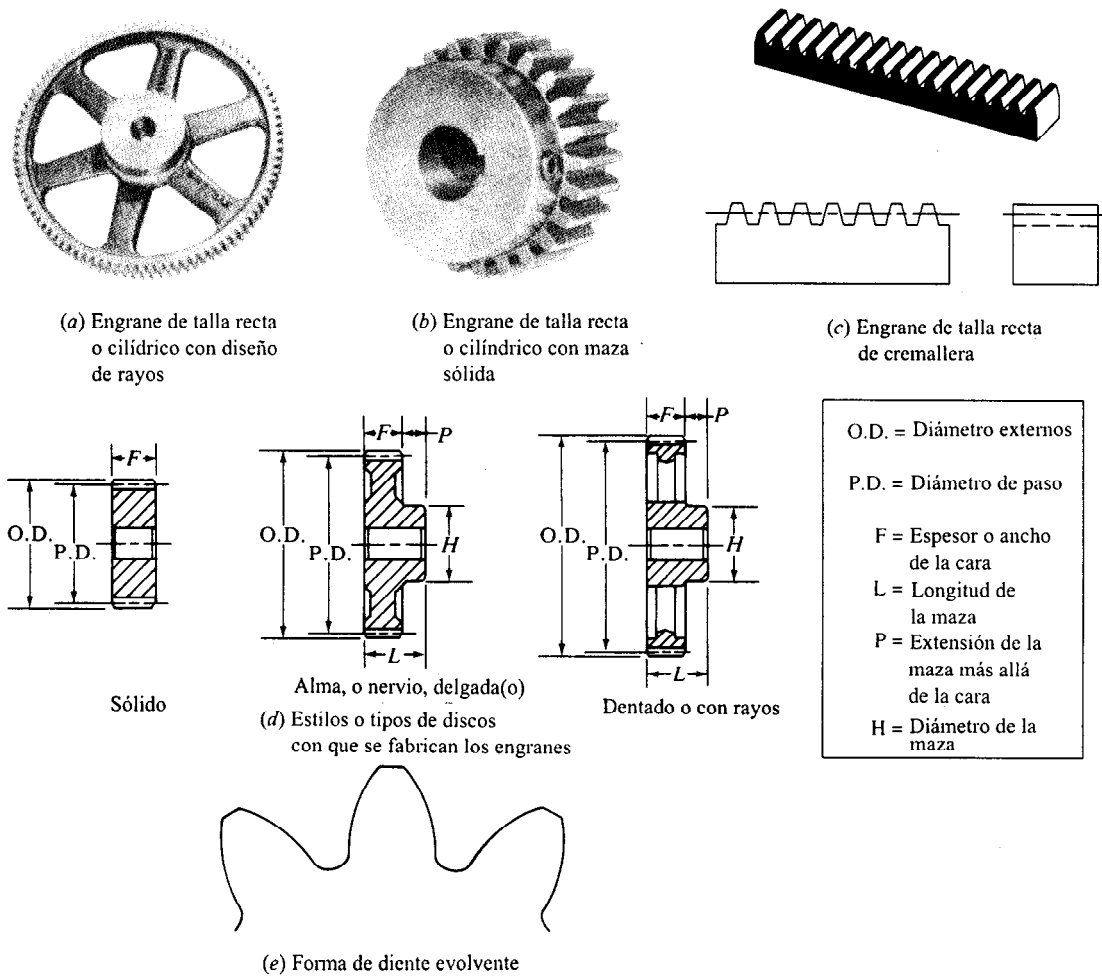
Para tomar decisiones confiables en cuanto a estos parámetros, el lector debe comprender la geometría especial de los engranes de talla recta, rectos o cilíndricos, ser capaz de calcular las fuerzas que se ejercen sobre los dientes, de calcular las dimensiones adecuadas para dientes de engranes de manera que se limite el esfuerzo o la tensión por flexión a niveles aceptables, además de especificar materiales adecuados y condiciones de tratamiento térmico para permitir que los dientes de los engranes resistan a la corrosión en sus caras, lo cual conduciría, en última instancia, a fallas.

■ ■ ■

### 11-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Los engranes son ruedas cilíndricas dentadas que se emplean para transmitir movimiento y potencia desde un eje o flecha giratorio a otro. Los dientes de un engrane impulsor se insertan, enlazándose con precisión, en los espacios entre los dientes del engrane que es impulsado. Los dientes impulsores empujan a los dientes que son impulsados, ejerciendo una fuerza perpendicular al radio del eje. Por consiguiente se transmite un torque y, debido a que el engrane está girando, también se transmite potencia.

Existen distintos tipos de engranes que son de uso común. Este capítulo describe los *engranajes de talla recta* que también se conocen como engranajes *cilíndricos o rectos* en los que los dientes son rectos y paralelos al eje de la flecha o eje que soporta al engrane. La figura 11-1 muestra fotografías de dos formas de engranes rectos o cilíndricos disponibles en el mercado, un engrane de cremallera, dibujos de las secciones transversales de tres estilos de discos



**Figura 11-1 Engranes de talla recta o cilíndricos (Browning Mfg., Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)**

para engranaje, y la forma de la sección transversal de los propios dientes, que se denomina *diente evolvente*. El nombre, evolvente, proviene del hecho de que los lados de los dientes son parte de una *curva evolvente* que se explicará en la sección 11-2.

La relativa sencillez de los engranajes cilíndricos o rectos y la facilidad con que pueden fabricarse e instalarse los hacen muy populares como piezas de transmisión de potencia en el diseño mecánico.

En este capítulo se hará una explicación de la geometría básica de los engranajes cilíndricos o rectos y de los métodos para utilizarlos en trenes para obtener las relaciones deseadas en cuanto a reducción de velocidad. Asimismo, se desarrollan los métodos para calcular las cargas y los esfuerzos o tensiones que se presentan en los dientes de este tipo de engranes. Se analiza la resistencia a la corrosión, porque utilizar con éxito los engranes exige no sólo que los engranes

no se rompan, sino también que conserven su geometría básica durante muchas horas, a veces hasta años, de operación. Los engranes deben instalarse sobre ejes para que transmitan potencia a la maquinaria que impulsan. Se analizan las fuerzas que se ejercen en el eje, junto con consideraciones prácticas de diseño que corresponden a los engranes y sus interfases con otros elementos mecánicos como cojinetes y carcasas.

### Objetivos específicos

Una vez que concluya este capítulo, el lector estará capacitado para realizar las operaciones que se mencionaron antes. Además, se habrá familiarizado con algunos estándares importantes que ha desarrollado la *American Gear Manufacturers Association*. Podrá utilizar el diseño asistido por computadora para realizar los cálculos que se necesitan para diseñar engranes.

## 11-2 GEOMETRIA DE ENGRANES: FORMA DE DIENTE EVOLVENTE

La forma de dientes para engranajes rectos o cilíndricos que más se utiliza es la evolvente a profundidad máxima. En la figura 11-1 observará su configuración característica.

La evolvente es un tipo de curva geométrica que pertenece al grupo de las que se denominan *curvas conjugadas*. Cuando dos de estos engranes se enlazan y giran se establece una *relación de velocidad angular constante* entre ellos: desde el momento en que entran en contacto entre sí hasta aquel en que se separan, la velocidad del engrane impulsor se encuentra en proporción constante respecto a la velocidad del engrane que es impulsado. La acción resultante de los dos engranes es muy suave. Si no fuera así, habría incremento y disminución de velocidad a lo largo de su acción conjunta y la aceleración resultante generaría vibración, ruido y oscilaciones de torsión peligrosas en el sistema.

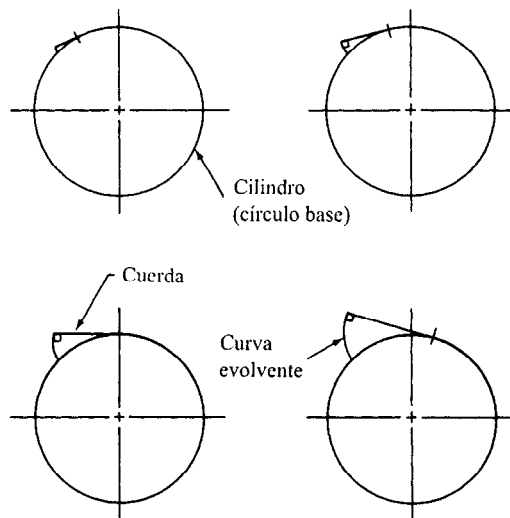
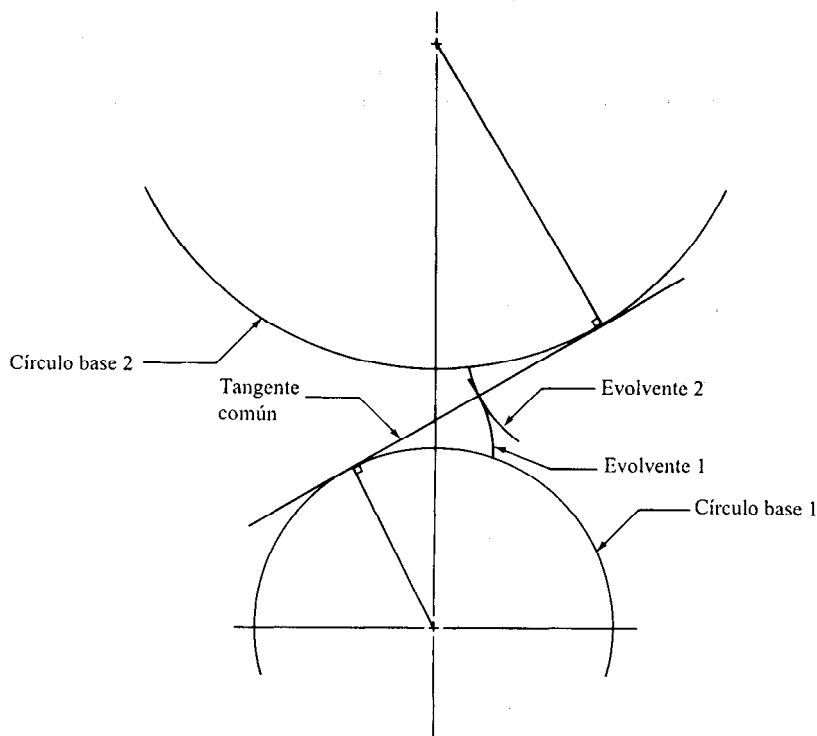


Figura 11-2 Generación gráfica de una curva evolvente

La curva evolvente puede visualizarse con facilidad tomando un cilindro y enredando una cuerda alrededor de su circunferencia. Ate un lápiz al extremo de la cuerda. Luego dibuje con el lápiz apretándolo contra el cilindro y mantenga la cuerda apretada. Retire el lápiz del cilindro en tanto mantiene la cuerda apretada. La curva que se traza es evolvente. La figura 11-2 es un boceto de este proceso.

La curva representada por el cilindro recibe el nombre de *círculo base*. Observe que en cualquier punto de la curva, la cuerda representa una línea tangente al círculo base y, al mismo tiempo, perpendicular al evolvente. Al dibujar otro círculo base a lo largo de la misma línea central en tal posición que la evolvente que resulta es tangente a la primera, como se ilustra en la figura 11-3, se demuestra que en el punto de contacto las dos líneas tangentes a los círculos base coinciden y permanecerán en la misma posición conforme gire el círculo base. Esto es lo que sucede cuando los dientes de dos engranes están enlazados.

Es un principio básico de la *cinética*, el estudio del movimiento, que si la línea que se dibuja perpendicular a las superficies de dos cuerpos que giran en el punto en que entran en contacto, siempre cruza la línea central entre los dos cuerpos en el mismo lugar, la relación de velocidad angular de los dos cuerpos será constante. Este es un enunciado de la *ley de los engranes*. Como se explicó antes, los dientes de engranes que se fabrican en forma evolvente obedecen a esta ley.



**Figura 11-3** Evolventes que coinciden



Desde luego, sólo aquella parte del diente de un engrane que entra en contacto con el diente con que enlaza necesita tener forma evolvente.

### 11-3 NOMENCLATURA DE ENGRANES Y CARACTERÍSTICAS DE LOS DIENTES DE LOS ENGRANES

Esta sección describe varias características de los dientes de engranajes cilíndricos o rectos en lo individual y de engranajes completos. Los términos y símbolos se utilizan de conformidad con las norma o estándares de la *American Gear Manufacturers Association* (AGMA). Para obtener definiciones más completas consulte la referencia bibliográfica [3]. La figura 11-4 muestra dibujos de dientes de engranajes rectos o cilíndricos y se indican los símbolos que corresponden a las diversas características. A continuación se explican estas características.

#### Diámetro de paso

La figura 11-5 muestra dientes de dos engranajes que se enlazan para demostrar las posiciones relativas de los dientes en diversas etapas de su acción conjunta. Una de las observaciones más importantes que pueden derivarse de la figura 11-5 es que a lo largo de su ciclo de acción conjunta, se describen dos círculos, uno de cada engrane, que permanecen tangentes. Estos se denominan *círculos de paso*. El diámetro del paso circular de un engrane es su *diámetro de paso*; el punto de tangencia es el *punto de paso*.

Cuando dos engranajes se enlazan, al más pequeño se le da el nombre de *piñón* y el de mayor tamaño es el *engrane*. Utilizaremos el símbolo  $D_p$  para indicar el diámetro de paso del piñón y el símbolo  $D_G$  corresponde al diámetro de paso del engrane. Para referirnos al número de dientes, se utilizará  $N_p$  para el piñón y  $N_G$  para el engrane.

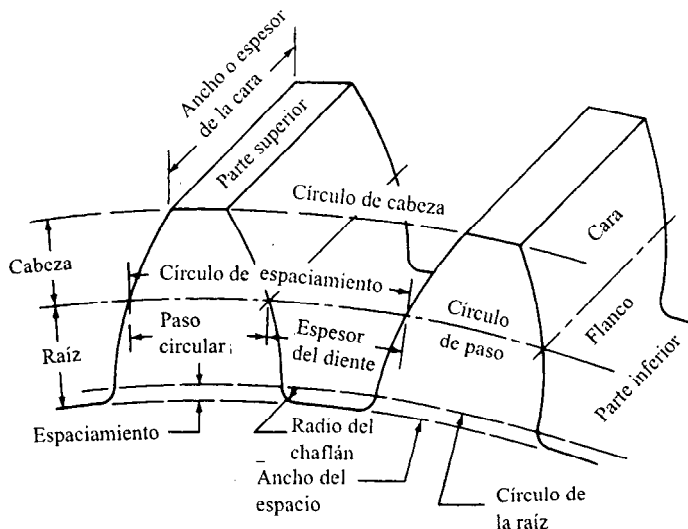


Figura 11-4 Características de los dientes de un engrane de talla recta o cilíndrico

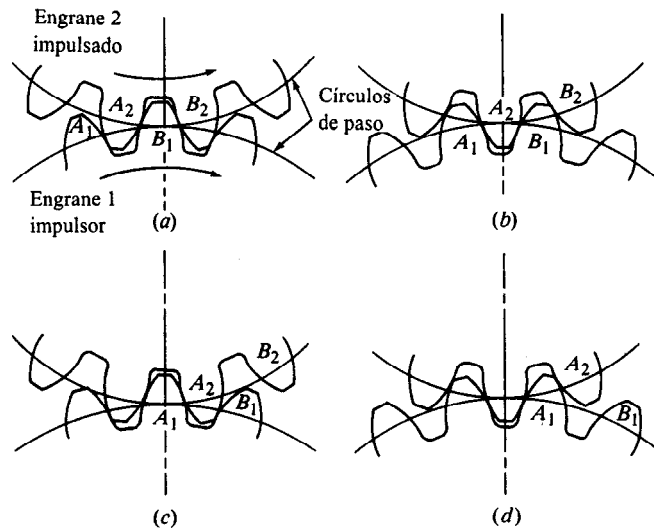


Figura 11-5 Ciclo de acción conjunta de los dientes de los engranes

Observe que el diámetro de paso se encuentra en algún lugar entre la altura del engrane y, en consecuencia, no es posible medir su diámetro directamente. Debe calcularse a partir de otras características del engrane que se conocen; este cálculo depende de que se comprenda el concepto de paso.

## Paso

El espaciamiento o separación entre dientes adyacentes y el tamaño de ellos se controlan mediante el paso de los dientes. Por lo regular, se utilizan tres tipos de sistemas de designación de paso: paso circular, paso diametral y el módulo métrico.

### Paso circular, $p$

La distancia entre un punto en un diente de un engrane y el paso circular a un punto correspondiente en el diente adyacente siguiente, medida a lo largo del paso circular, es el *paso circular*. Observe que es un arco de una longitud, casi siempre en pulgadas. El valor del paso circular puede calcularse tomando la circunferencia del paso circular y dividiéndola en un número de partes iguales que corresponde al número de dientes en el engrane. Si se utiliza  $N$  para el número de engranes.

$$p = \pi D / N \quad (11-1)$$

Observe que el tamaño de los dientes se incrementa conforme aumenta el paso circular porque hay un paso circular más grande para el mismo número de dientes. Observe también que los tamaños básicos de los dientes de engranes que embona, deben ser los mismos para que se

**Tabla 11-1 Pasos circulares estándar (pulgadas)**

10.0	7.5	5.0
9.5	7.0	4.5
9.0	6.5	4.0
8.5	6.0	3.5
8.0	5.5	

enlacen en forma adecuada. La observación anterior conlleva a una regla muy importante: *el paso de dos engranes que se enlazan deben ser idénticos*. Esto debe ser verdadero ya sea que el paso se indique mediante el paso circular, el paso diametral o el módulo métrico. Así, la ecuación (11-1) puede escribirse en términos ya sea del diámetro del piñón, o bien, del diámetro del engrane

$$p = \pi D_G / N_G = \pi D_P / N_P \quad (11-2)$$

En la actualidad, rara vez se utiliza el paso circular. A veces conviene utilizar este sistema cuando hay que fabricar engranes de gran tamaño fundiéndolos. El arreglo del patrón para la fundición se facilita trazando la cuerda del arco de longitud del paso circular. También, en algunas máquinas y líneas de productos de maquinaria por tradición se han utilizado engranes con paso circular y se siguen empleando. La tabla 11-1 enumera los pasos circulares estándar que se sugieren para dientes de engranes de gran tamaño.

### Paso diametral, $P_d$

El sistema de paso que más se utiliza hoy día es el *sistema de paso diametral*, el número de dientes por pulgada de diámetro de paso. Su definición básica es

$$P_d = N_G / D_G = N_P / D_P \quad (11-3)$$

Como tal, tiene unidades de pulgada<sup>-1</sup>. Sin embargo, rara vez se reportan las unidades y se hace mención a los engranes, por ejemplo, como de paso 8 o paso 20. Una de las ventajas del sistema de paso diametral es que existe una lista establecida de pasos estándar, y en su mayor parte, tienen valores en números enteros. La tabla 11-2 enumera los pasos estándar que se sugieren, ahí los de 20 y por arriba de este valor se denomina de *paso fino* y a los menores de 20 se les asigna la denominación *paso grueso*.

Se dispone de otros valores intermedios, pero la mayoría de los fabricantes producen engranes que entran en esta lista de pasos. En cualquier caso, se sugiere verificar la disponibilidad antes de especificar un paso en última instancia. En las soluciones de los problemas que se incluyen en este libro, se espera que, de ser posible, se utilice uno de los pasos que se enumeran en la tabla 11-2.

Como se estableció antes, el paso de los dientes de los engranes determina su tamaño, y dos engranes que embonan deben tener el mismo paso. La figura 11-6 muestra los perfiles de algunos de los pasos diametrales estándar para dientes de engranes, dibujados a escala real. Es decir, el lector puede trazar un engrane específico en la página, comparar su tamaño con el del dibujo y

Tabla 11-2 Pasos diametrales estándar (diente/pulgada)

<i>Paso grueso</i> ( $P_d < 20$ )				<i>Paso fino</i> ( $P_d \geq 20$ )	
1	2	5	12	20	72
1.25	2.5	6	14	24	80
1.5	3	8	16	32	96
1.75	4	10	18	48	120
				64	

obtener un buen estimado del paso de los dientes. Observe que conforme se incrementa el valor numérico del paso diametral disminuye el tamaño del diente y viceversa.

A veces es necesario convertir de paso diametral a paso circular o viceversa. Sus definiciones proporcionan un método sencillo para hacer esto. Al despejar el paso diametral en ambas ecuaciones (11-1) y (11-3), se obtiene

$$D = Np/\pi$$

$$D = N/P_d$$

Al igualar estas dos se obtiene

$$N/P_d = Np/\pi \quad \text{o} \quad P_d p = \pi \quad (11-4)$$

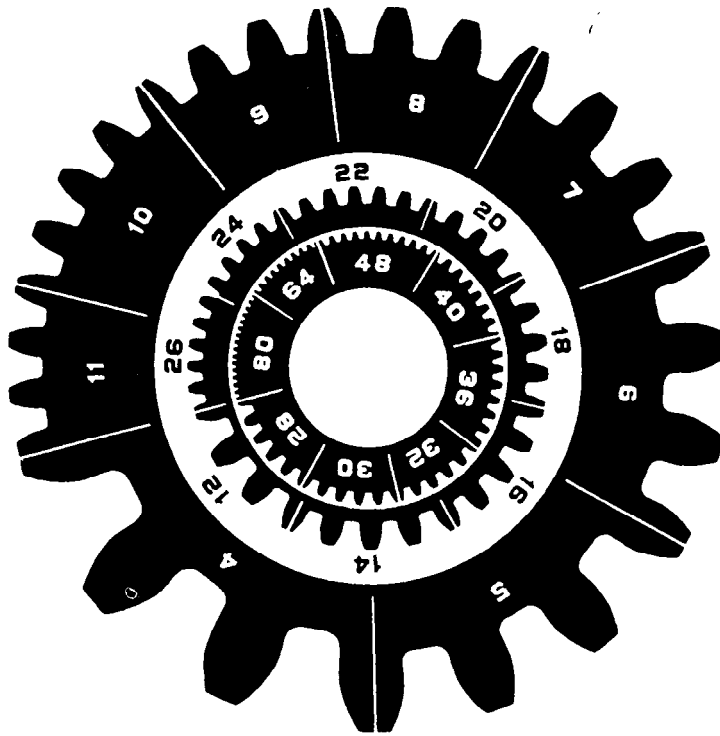
A partir de esta ecuación, el paso circular equivalente para un engrane que tiene un paso diametral de 1 es  $p = \pi/1 = 3.1416$ . Al consultar las tablas 11-1 y 11-2 observe que los pasos circulares que se enumeran son para dientes de engranes más grandes, que se prefieren cuando el paso diametral es menor que 1. El paso diametral se prefiere para tamaños que equivalen a paso 1 o más pequeño.

### Sistema de módulo métrico

En el sistema de unidades SI, el *milímetro* es la unidad de longitud común. El paso de los engranes en el sistema métrico se basa en esta unidad y se le designa como *módulo*,  $m$ . El módulo de un engrane se encuentra al dividir el diámetro de paso del engrane en milímetros entre el número de dientes. Es decir,

$$m = D_G/N_G = D_P/N_P \quad (11-5)$$

Rara vez surge la necesidad de convertir del sistema de módulo al sistema de paso diametral. Sin embargo, es importante tener sensibilidad en cuanto al tamaño de los dientes del engrane.



**Figura 11-6** Tamaños de dientes de engranes como función del paso diametral (Barber-Colman Company, Loves Park, Ill.)

Debido a que en este momento la gente está más familiarizada con los pasos diametrales estándar, como se ilustra en la figura 11-6, desarrollaremos la relación entre  $m$  y  $P_d$ . A partir de sus definiciones, las ecuaciones (11-3) y (11-5), se puede afirmar que

$$m = 1/P_d$$

No obstante, recuerde que en el paso diametral se utiliza la unidad de pulgadas ("), y en el módulo se recurre al milímetro (mm). En consecuencia, hay que usar el factor de conversión de 25.4 milímetros por pulgada.

$$m = \frac{1}{P_d \text{ pulg}^{-1}} \cdot \frac{25.4 \text{ mm}}{\text{pulg}}$$

Esto se reduce a

$$m = 25.4/P_d \quad (11-6)$$

Tabla 11-3 Módulos o coeficientes estándar

Módulo (mm)	Equivalente $P_d$	$P_d$ estándar más cercano (dientes/pulgada)
0.3	84.667	80
0.4	63.500	64
0.5	50.800	48
0.8	31.750	32
1	25.400	24
1.25	20.320	20
1.5	16.933	16
2	12.700	12
2.5	10.160	10
3	8.466	8
4	6.350	6
5	5.080	5
6	4.233	4
8	3.175	3
10	2.540	2.5
12	2.117	2
16	1.587	1.5
20	1.270	1.25
25	1.016	1

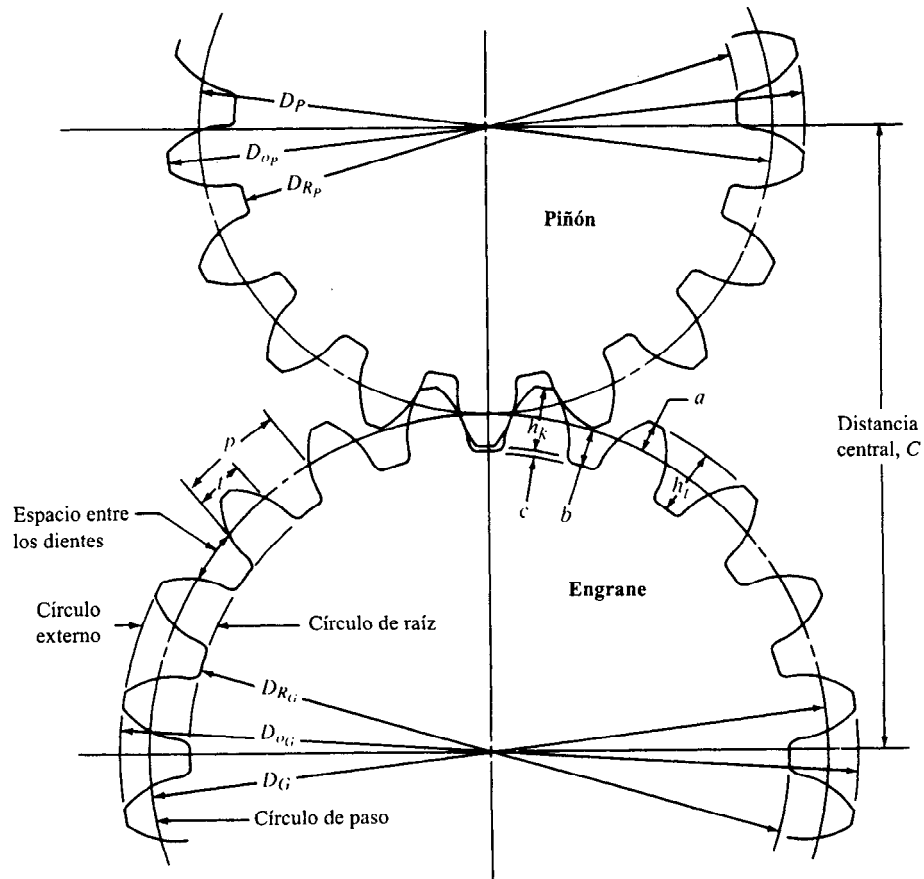
Por ejemplo, si un engrane tiene un paso diametral de 10, el módulo equivalente es

$$m = 25.4/10 = 2.54 \text{ mm}$$

Este no es un valor estándar para módulo, pero está cerca del valor estándar de 2.5. Por consiguiente, puede llegarse a la conclusión de que un engrane de paso 10 tiene un tamaño similar al de un engrane cuyo módulo es 2.5. La tabla 11-3 proporciona módulos estándar seleccionados con sus pasos diametrales equivalentes.

### Características de dientes de engranes

En el diseño y la inspección de dientes de engranes es necesario conocer numerosas características especiales. La figura 11-4, que se presentó antes, y la figura 11-7, que muestra segmentos de dos engranes enlazados en acción conjunta, identifican estas características. A continuación, se definen; la tabla 11-4 proporciona las relaciones que se requieren para calcular



**Figura 11-7 Características de un par de engranes**

sus valores. Observe que gran parte de tienen que ver con el paso diametral, lo cual ilustra otra vez que el tamaño físico de un diente de un engrane es determinado por su paso diametral.

**Cabeza (a).** La distancia radial del círculo de paso a la parte exterior de un diente.

**Raíz o pie (b).** La distancia radial del círculo de paso a la parte inferior del espacio entre dientes.

**Espaciamiento (c).** La distancia radial de la parte superior de un diente a la parte inferior del espacio entre dientes del engrane que embona cuando está accionado por completo. Observe:

$$c = b - a \quad (11-7)$$

**Tabla 11-4 Fórmulas para características de dientes de los engranes para un ángulo de presión a 20°**

Característica	Símbolo	Sistema evolvente de profundidad total		Sistema de módulo métrico
		Paso grueso ( $P_d < 20$ )	Paso fino ( $P_d \geq 20$ )	
Cabeza	$a$	$1/P_d$	$1/P_d$	$1.00m$
Raíz	$b$	$1.25/P_d$	$1.200/P_d + 0.002$	$1.25m$
Espaciamento	$c$	$0.25/P_d$	$0.200/P_d + 0.002$	$0.25m$

**Diámetro exterior ( $D_o$ ).** El diámetro del círculo que encierra la parte exterior de los dientes del engrane. Observe que

$$D_o = D + 2a \quad (11-8)$$

Observe también que tanto el diámetro de paso,  $D$ , como la cabeza,  $a$ , se definen en términos del paso dioametal,  $P_d$ . Una vez que se realizan estas sustituciones, se obtiene una forma muy útil de la ecuación para diámetro exterior:

$$D_o = \frac{N}{P_d} + 2 \frac{1}{P_d} = \frac{N + 2}{P_d} \quad (11-9)$$

En el sistema de módulo métrico, se puede obtener una ecuación similar:

$$D_o = mN + 2m = m(N + 2) \quad (11-10)$$

**Diámetro de la raíz ( $D_R$ ).** El diámetro del círculo que contiene la parte inferior del espacio del diente; a este círculo se le llama *círculo de raíz*. Observe que:

$$D_R = D - 2b \quad (11-11)$$

**Profundidad total ( $h_t$ ).** La distancia radial desde la parte superior de un diente hasta la parte superior del espacio del diente. Observe que:

$$h_t = a + b \quad (11-12)$$

**Profundidad de trabajo ( $h_k$ ).** La distancia radial a la que se proyecta un engrane de un diente hacia el espacio del diente del engrane con el que enlaza. Observe que:

$$h_k = a + a = 2a \quad (11-13)$$



y

$$h_t = h_k + c \quad (11-14)$$

**Espesor de diente ( $t$ ).** La longitud de arco, medida en el círculo de paso, de un lado del diente hasta el otro lado. A veces, a esto se le llama *espesor circular* y tiene el valor teórico de la mitad del paso circular. Es decir,

$$t = p/2 = \pi/2 P_d \quad (11-15)$$

**Espacio de diente.** La longitud de arco, medida en el círculo de paso, del lado derecho de un diente al lado izquierdo del diente siguiente. En teoría, el espacio de diente es igual al espesor del diente. Pero, por razones prácticas, el espacio de diente se hace más grande (véase contragolpe).

**Contragolpe.** Si el espesor de diente se hace idéntico, en cuanto a valor, al espacio de diente, como lo es en teoría, la geometría de diente tendrá que ser absolutamente precisa para que operen los dientes, y no habrá espacio disponible para la lubricación de las superficies de los dientes. A fin de remediar estos problemas, los engranes prácticos se fabrican con el espacio de diente un poco más grande que el espesor de diente, a la diferencia se le llama *contragolpe*. Para obtenerlo, la cortadora con que se fabrican los dientes del engrane se puede introducir con mayor profundidad que el valor teórico en el espacio entre dientes en cualquiera de los engranes, o bien en ambos. Como alternativa, el contragolpe se puede generar ajustando la distancia central a un valor mayor que el teórico.

La magnitud del contragolpe depende de la precisión que se desea tener en el par de engranes y del tamaño y paso de los engranes. En realidad, es una decisión de diseño, que equilibra el costo de la producción con el rendimiento que se pretende. La AGMA proporciona, en sus estándares, sugerencias en cuanto al contragolpe. Referencia bibliográfica [5]. La tabla 11-5 señala rangos recomendados para varios valores de paso.

**Espesor o ancho de la cara ( $F$ ).** El espesor del diente medido en forma paralela al eje del engrane.

**Chaflán.** El arco que une el perfil evolvente de un diente con la raíz del espacio de diente.

**Cara.** La superficie de un diente de un engrane a partir del círculo de paso hasta el círculo externo del engrane.

**Flanco.** La superficie de un diente de un engrane a partir del círculo de paso hasta la raíz del espacio del diente, incluyendo el chaflán.

**Distancia central ( $C$ ).** La distancia desde el centro del piñón al centro del engrane; la suma de los radios de paso de los dos engranes enlazados. Es decir, como el radio = diámetro/2:

$$C = D_G/2 + D_P/2 = (D_G + D_P)/2 \quad (11-16)$$

Tabla 11-5 Contragolpe mínimo que se requiere para engranes de paso grueso

<i>A. Sistema de paso diametral (contragolpe en pulgadas)</i>					
<i>Distancia central, C (en pulgadas)</i>					
$P_d$	2	4	8	16	32
18	0.005	0.006	—	—	—
12	0.006	0.007	0.009	—	—
8	0.007	0.008	0.010	0.014	—
5	—	0.010	0.012	0.016	—
3	—	0.014	0.016	0.020	0.028
2	—	—	0.021	0.025	0.033
1.25	—	—	—	0.034	0.042

<i>B. Sistema de módulo métrico (contragolpe en milímetros)</i>					
<i>Distancia central, C (mm)</i>					
$m$	50	100	200	400	800
1.5	0.13	0.16	—	—	—
2	0.14	0.17	0.22	—	—
3	0.18	0.20	0.25	0.35	—
5	—	0.26	0.31	0.41	—
8	—	0.35	0.40	0.50	0.70
12	—	—	0.52	0.62	0.82
18	—	—	—	0.80	1.00

Fuente: se tomó del estándar AGMA 2002-B88, *Especificación y medición de espesor de diente*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.

Observe asimismo que ambos diámetros de paso pueden expresarse en términos del paso diametral:

$$C = \frac{1}{2} \left[ \frac{N_G}{P_d} + \frac{N_P}{P_d} \right] = (N_G + N_P)/2P_d \quad (11-17)$$

Se sugiere que la ecuación (11-17) se utilice para distancia central porque todos los términos son, por lo regular, números completos, lo que ofrece mayor precisión en los cálculos. De ello puede obtenerse una ecuación similar en el sistema de módulo

$$C = (D_G + D_P)/2 = (mN_G + mN_P)/2 = [(N_G + N_P)m]/2 \quad (11-18)$$

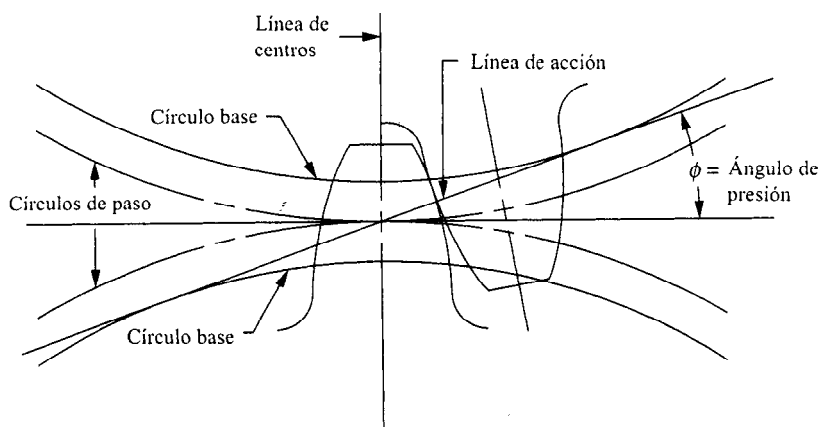


Figura 11-8 Ángulo de presión

### Ángulo de presión

La figura 11-8 ilustra el *ángulo de presión*: el ángulo entre la tangente a los círculos de paso y la línea que se traza en forma normal, es decir perpendicular, a la superficie del diente del engrane. En ocasiones a la línea normal se le asigna la denominación de *línea de acción*. Cuando dos dientes están enlazados y transmitiendo potencia, la fuerza que se transfiere de los dientes del disco impulsor a los del diente que es impulsado actúa en un sentido a lo largo de la línea de acción. A su vez, la forma real de los dientes del engrane depende del ángulo de presión, como se ilustra en la figura 11.9. Los dientes en la figura se dibujaron de acuerdo con las proporciones para un engrane de 20 dientes paso 5 que tiene un diámetro de paso de 4.000".

Los tres dientes tienen el mismo espesor de diente porque, como se estableció en la ecuación (11-15) el espesor en la línea de paso depende sólo del paso. La diferencia entre los dientes que

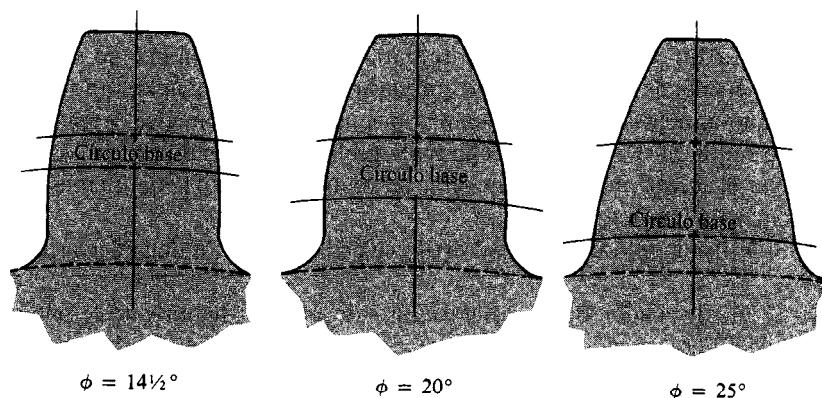


Figura 11-9 Forma de diente evolvente a profundidad máxima para distintos ángulos de presión

se ilustran se debe a los distintos ángulos de presión porque el ángulo de presión determina el tamaño del círculo base. Recuerde que el círculo base es el círculo a partir del cual se genera la curva evolvente. La línea de acción es siempre tangente al círculo base. Por consiguiente, el tamaño del círculo base se encuentra a partir de

$$D_b = D \cos \phi \quad (11-19)$$

Los fabricantes de engranes establecen valores estándar del ángulo de presión y los ángulos de presión de dos engranes enlazados en acción conjunta deben ser iguales. Los ángulos de presión actuales son  $14\frac{1}{2}^\circ$ ,  $20^\circ$  y  $25^\circ$ , como se ilustra en la figura 11-9. En realidad, se considera que la forma de diente de  $14\frac{1}{2}^\circ$  es obsoleta. Si bien aún se encuentra en el mercado, debe evitarse en diseños nuevos. Al momento, la forma de  $20^\circ$  es la más común en el mercado. Las ventajas y desventajas de los distintos valores de ángulo de presión se relacionan con la resistencia de los dientes, la presencia de interferencias y la magnitud de las fuerzas que se ejercen sobre los dientes. A continuación se estudia la interferencia. El resto de los aspectos se analizan más adelante en este capítulo.

#### 11-4 INTERFERENCIA

Para ciertas combinaciones de números de dientes en un engrane se presenta interferencia entre la punta del diente en el piñón y el chaflán o raíz del diente en el engrane. Es obvio que esto no puede tolerarse porque los engranes no coincidirían. La probabilidad de que se presente interferencia es mayor cuando un piñón pequeño impulsa a un engrane grande, el peor de los casos sería aquel en que un piñón pequeño impulsa a un *rack*. Un *rack* es un engrane con una línea de paso recta y puede ser considerado como un engrane con un diámetro de paso infinito.

Es responsabilidad del diseñador asegurar que no se presente interferencia en una aplicación en particular. La forma más segura de hacer esto es controlar el número mínimo de dientes en el piñón conforme a los valores límite que se muestran a la izquierda en la tabla 11-6. Con este número de dientes, o uno mayor, no habrá interferencia con una cremallera ni con cualquier otro engrane. Aquel diseñador que pretenda utilizar un número de dientes menor que el que se enumera puede utilizar un plano gráfico auxiliar para probar la combinación de piñón y engrane en cuanto a interferencia. Los textos especializados en cinética proporcionan el procedimiento que se requiere. La parte derecha de la tabla indica el número máximo de dientes de engranes que el lector puede utilizar para un número particular de dientes de piñón para evitar la presencia de interferencia [15].

Si utiliza la información que se ofrece en la tabla 11-6 llegará a las conclusiones siguientes:

1. Si un diseñador desea estar seguro de que no habrá interferencia entre dos engranes cualquiera cuando utilice el sistema evolvente de profundidad máxima con  $14\frac{1}{2}^\circ$ , el piñón del par de engranes no debe tener menos de 32 dientes.
2. Para el sistema evolvente de profundidad total a  $20^\circ$ , si utiliza no menos de 18 dientes asegurará que no se genere interferencia.

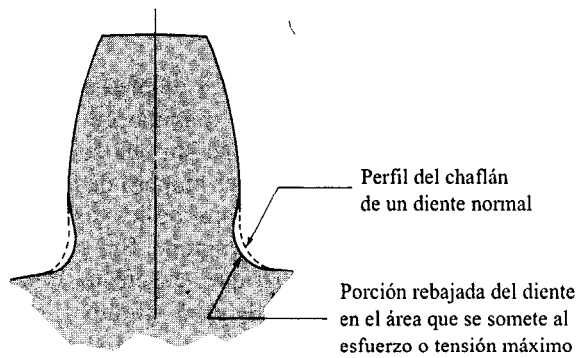
3. Para el sistema evolvente de profundidad total a  $25^\circ$ , si usa no menos de 12 dientes asegurará que no exista interferencia.
4. En caso que el diseñador pretenda utilizar menos de 18 dientes en un piñón que tiene dientes de profundidad total a  $20^\circ$ , existe un número máximo en cuanto al número de dientes que pueden utilizarse en el engrane que embona sin que se genere interferencia. Para 17 dientes en el piñón, se puede emplear cualquier número de dientes en el engrane hasta 1,309, un número en extremo alto. La mayor parte de los sistemas impulsores de engrane no utilizan más de 200 dientes en cualquier engrane. Sin embargo, un piñón de 17 *dientes* tendrá interferencia con una *cremallera* que, en efecto es un engrane cuyo número de engranes es infinito o tiene un diámetro de paso infinito.
5. Un engrane de 16 dientes requiere de un engrane que tenga 101 o menos dientes, lo que produce una relación de velocidad máxima de  $101/16 = 6.31$ .
6. Un piñón de 15 dientes requiere de un engrane que tenga 45 dientes o menos, con los que se obtiene una relación de velocidad máxima de  $45/15 = 3$ .
7. Un piñón de 14 dientes necesita un engrane que tenga 26 dientes o menos, lo cual da una relación de velocidad máxima de  $26/14 = 1.85$ .
8. Un piñón con 13 dientes necesita de un engrane que tenga 16 o menos dientes, de lo cual se obtiene una relación de velocidad máxima de  $16/13 = 1.23$ .

Como se hizo notar antes, se considera que el sistema de  $14\ 1/2^\circ$  es obsoleto. La información de la tabla 11-6 señala una de las desventajas más importantes en ese sistema: su potencial para originar interferencias.

Si un diseño que se propone se encuentra con interferencia, existen varios métodos para lograr que funcione. No obstante, hay que tener cuidado porque cambia la forma de los dientes o la alineación de los engranes que embonan, lo que da origen a que el análisis en cuanto a esfuerzo o tensión y desgaste sea poco preciso.

**Tabla 11-6 Número de dientes en el piñón para asegurar que no exista interferencia**

<i>Para un piñón que se enlaza con una cremallera</i>		<i>Para un piñón de profundidad total a <math>20^\circ</math> que se enlaza con un engrane</i>	
<i>Forma de diente</i>	<i>Número mínimo de dientes</i>	<i>No. de dientes del piñón</i>	<i>No. máx. de dientes en los engranes</i>
Evolvente, profundidad total, $14\ 1/2^\circ$	32	17	1309
Evolvente, profundidad total, $20^\circ$	18	16	101
Evolvente, profundidad total, $25^\circ$	12	15	45
		14	26
		13	16



**Figura 11-10** Cómo se rebaja el diente de un engrane

Con esto en mente, el diseñador puede pensar en reducir dimensiones, modificar la cabeza en el piñón o en el engrane, o bien, modificar la distancia central.

*Reducir dimensiones* es el proceso de cortar el material en el chaflán o raíz del diente del engrane, lo que alivia, en consecuencia, la interferencia. La figura 11-10 muestra el resultado de reducir dimensiones. Resulta evidente que este proceso debilita los dientes; este aspecto se analiza en una sección subsecuente, la relativa a tensiones o esfuerzos que se generan en los dientes de engranes.

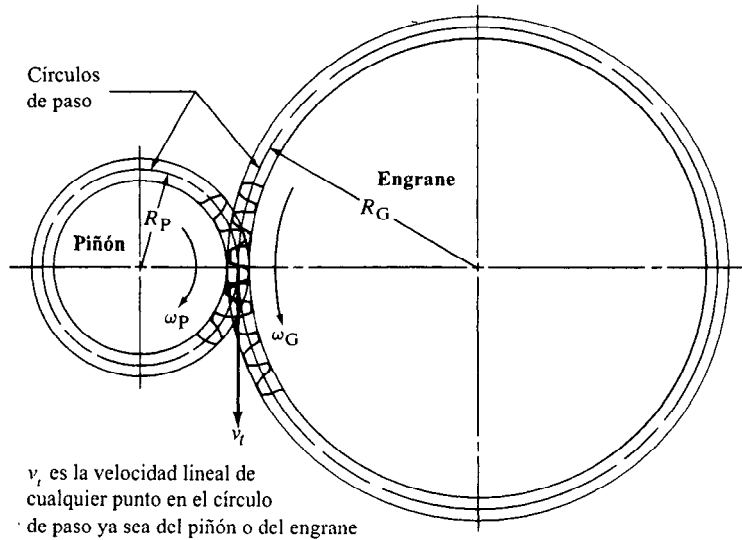
El problema de la interferencia puede atenuarse incrementando la cabeza del piñón en tanto se disminuye la cabeza del engrane. La distancia central puede permanecer igual que su valor teórico para el número de dientes en el par. Pero los engranes resultantes no son, desde luego, estándar [10]. Es posible hacer el piñón de un par de engranes más grande de lo estándar, mientras el engrane conserva su tamaño estándar, si se alarga la distancia central [9].

## 11-5 TRENES DE ENGRANES

Un *tren de engranes* es un par o más de engranes que operan juntos para transmitir potencia. Por lo general, hay un cambio de velocidad de un engrane al siguiente debido a los tamaños distintos de los engranes que se enlazan. El elemento fundamental del cambio en la relación de velocidad total en un tren de engranes, es la relación de velocidad entre dos engranes en un solo par.

### Relación de velocidad

La *relación de velocidad* ( $V/R$ ) se define como la relación de la velocidad de giro del engrane de entrada con la velocidad del engrane de salida de un solo par de engranes. Para desarrollar la ecuación para calcular la relación de velocidad, es útil observar la acción de dos engranes enlazados, como ilustra la figura 11-11. La acción es equivalente a la acción de dos ruedas que giran entre sí sin que se presente deslizamiento, con los diámetros de las dos ruedas iguales a



**Figura 11-11 Dos engranes enlazados**

los diámetros de paso de los dos engranes. Recuerde que cuando dos engranes están enlazados, sus círculos de paso son tangentes y que, como es obvio, los dientes de los engranes evitan cualquier deslizamiento.

Como se ilustra en la página 11-11, sin deslizamiento no hay movimiento relativo entre los dos círculos de paso en el punto de paso, en consecuencia, la velocidad lineal de un punto en cualquiera de los círculos de paso es igual. Utilizaremos el símbolo  $v_t$  para esta velocidad. La velocidad lineal de un punto que está girando a una distancia  $R$  respecto a su centro de rotación, y gira con una velocidad angular,  $\omega$ , se encuentra a partir de

$$v_t = R\omega \quad (11-20)$$

Al utilizar el subíndice  $P$  para el piñón y  $G$  para el engrane, en cuanto a dos engranes enlazados,

$$v_t = R_P\omega_P \quad \text{y} \quad v_t = R_G\omega_G$$

Este conjunto de ecuaciones indica que la velocidad de la línea de paso del piñón y del engrane son la misma. Al igualar estas dos y despejando para  $\omega_P/\omega_G$  se obtiene nuestra definición para la relación de velocidad,  $VR$ :

$$VR = \omega_P/\omega_G = R_G/R_P$$

En general, conviene expresar la relación de velocidad en términos de los diámetros de paso, las velocidades de giro, o los números de dientes de los engranes que se enlazan.

Recuerde que

$$R_G = D_G/2$$

$$R_P = D_P/2$$

$$D_G = N_G/P_d$$

$$D_P = N_P/P_d$$

$n_P$  = Velocidad de rotación del piñón (en rpm)

$n_G$  = Velocidad de rotación del engrane (en rpm)

Así, la relación de velocidad puede definirse de cualquiera de las formas siguientes

$$VR = \frac{\omega_P}{\omega_G} = \frac{n_P}{n_G} = \frac{R_G}{R_P} = \frac{D_G}{D_P} = \frac{N_G}{N_P} = \frac{\text{velocidad}_P}{\text{velocidad}_G} = \frac{\text{tamaño}_G}{\text{tamaño}_P} \quad (11-21)$$

Casi todos los impulsores de engrane son *reductores de velocidad*, esto es, la velocidad de salida es más baja que la velocidad de entrada. Esto da por resultado una relación de velocidad mayor que 1. Si se desea un *aumentador de velocidad*, entonces  $VR$  es menor que 1. Debe observarse que no todos los libros y artículos utilizan la misma definición para la relación

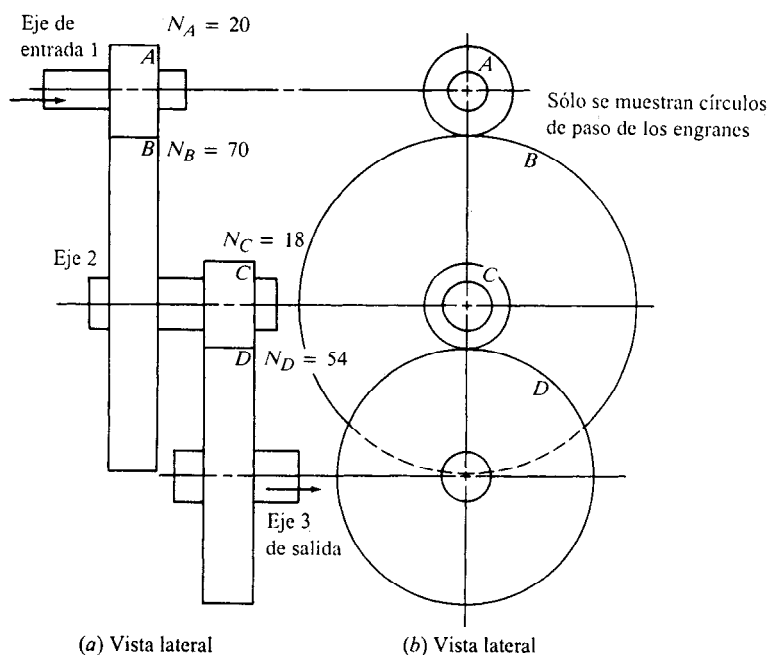


Figura 11-12 Tren de engranes de doble reducción



de velocidad. Algunos la definen como la relación de la velocidad de salida con la velocidad de entrada, lo contrario de nuestra definición. Se piensa en el uso de  $VR$  mayor que 1 para el reductor, esto es la mayor parte del tiempo, es más conveniente.

### Valor del tren

Cuando se enlazan más de dos engranes, el término *valor de tren* ( $TV$ ) se refiere a la relación de la velocidad de entrada (para el primer tren del engrane) con la velocidad de salida (el último tren en el engrane). De nuevo,  $TV$  será mayor que 1 para un reductor y menor que 1 para un aumentador.

Por definición, el *valor de tren* es el producto de los valores de  $VR$  para cada par de engranes en el tren. En esta definición, un par de engranes es cualquier conjunto de dos engranes con un engrane impulsor y uno que le sigue, es decir un engrane que es impulsado.

Por ejemplo, considere el tren de engranes que se describe en la figura 11-12. La entrada es mediante el eje que soporta al engrane  $A$ . El engrane  $A$  impulsa al  $B$ . El engrane  $C$  está en el mismo eje con el engrane  $B$  y gira a la misma velocidad. El engrane  $C$  impulsa al engrane  $D$ , que está conectado al eje de salida. Entonces,  $A$  y  $B$  constituyen el primer par de engranes, y los engranes  $C$  y  $D$  constituyen el segundo par

$$VR_1 = n_A/n_B$$

$$VR_2 = n_C/n_D$$

El valor del tren es

$$TV = (VR_1)(VR_2) = \frac{n_A}{n_B} \frac{n_C}{n_D}$$

Sin embargo, como están en el mismo eje,  $n_B = n_C$  y la ecuación previa se reduce a

$$TV = n_A/n_D$$

Esto es la velocidad de entrada dividida entre la velocidad de salida, la definición básica del valor de tren. Este proceso puede ampliarse a cualquier número de etapas de reducción en un tren de engranes. Recuerde que cualquiera de las formas para relación de velocidad que se ilustran en la ecuación (11-21) puede utilizarse para calcular el valor de tren. En diseño, a menudo es más conveniente expresar la relación de velocidad en términos del número de dientes en cada engrane porque deben ser números enteros. Luego, una vez que se ha definido el paso diametral o módulo, es posible determinar los valores de los diámetros o radios.

El sentido de rotación puede calcularse mediante la observación, haciendo notar que hay un sentido inverso para cada par de engranes externos.

El término *valor de tren positivo* se empleará para hacer mención a uno en el que los engranes de entrada y salida giran en el mismo sentido. Por el contrario, si giran en sentido opuesto, el valor de tren será negativo.

**Ejemplo ilustrativo 11-1.** Para el tren de engranes que se ilustra en la figura 11-12, si el eje de entrada gira a 1,750 rpm en el sentido de las manecillas del reloj, calcule la velocidad de giro del eje de salida y el sentido en que gira.

**Solución.** Podemos encontrar la velocidad de salida si calculamos el valor de tren

$$TV = n_A / n_D = \text{velocidad de entrada/velocidad de salida}$$

Así,

$$n_D = n_A / TV$$

Pero

$$TV = (VR_1)(VR_2) = \frac{N_B}{N_A} \frac{N_D}{N_C} = \frac{70}{20} \frac{54}{18} = \frac{3.5}{1} \frac{3.0}{1} = \frac{10.5}{1} = 10.5$$

Ahora

$$n_D = n_A / TV = (1\,750 \text{ rpm}) / 10.5 = 166.7 \text{ rpm}$$

El eje *A* gira en el sentido de las manecillas del reloj; el eje *B* gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj.

El eje *C* rota en sentido contrario al de las manecillas del reloj; el eje *D* gira en el sentido de las manecillas del reloj.

Por tanto, el tren que se muestra en la figura 11-12 es un tren positivo.

**Ejemplo ilustrativo 11-2.** Determine el valor de tren para el tren que se muestra en la figura 11-13. Si el eje que soporta al engrane *A* gira a 1,750 rpm, en el sentido de las manecillas del reloj, calcule la velocidad y el sentido en que gira el eje que soporta al engrane *E*.

**Solución.** Observe primero el sentido del giro. Recuerde que un par de engranes se define como dos engranes cualquiera que se enlazan, es decir actúan en forma conjunta, un engrane impulsor y el engrane que le sigue, es decir, el que es impulsado, en realidad hay tres pares de engranes.

El engrane *A* impulsa al *B*: *A* en el sentido de las manecillas del reloj; *B* en sentido contrario al de las manecillas del reloj.

El engrane *C* impulsa al engrane *D*: *C* en sentido contrario al de las manecillas del reloj; *D* en el sentido de las manecillas del reloj.

El engrane *D* impulsa al engrane *E*: *D* en el sentido de las manecillas del reloj *E* en sentido contrario al de las manecillas del reloj.

Como los engranes *A* y *E* giran en sentidos opuestos, el valor de tren es negativo. Ahora

$$TV = -(VR_1)(VR_2)(VR_3)$$

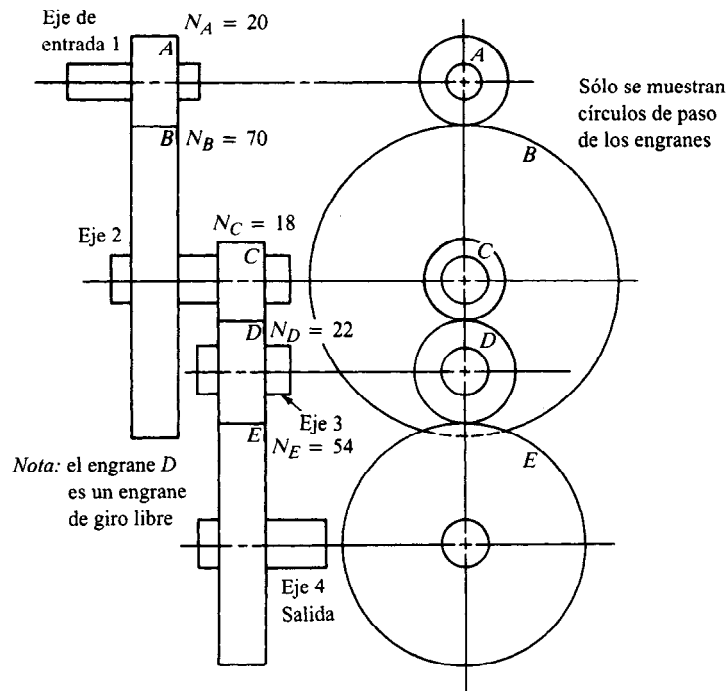


Figura 11-13 Tren de doble reducción con un engrane de giro libre. El engrane *D* es de giro libre

En términos del número de dientes

$$TV = - \frac{N_B N_D N_E}{N_A N_C N_D}$$

Observe que el número de dientes en el engrane *D* aparece tanto en el numerador como en el denominador y, por tanto, puede cancelarse. Así, el valor de tren se convierte en

$$TV = - \frac{N_B}{N_A} \cdot \frac{N_E}{N_C} = - \frac{70}{20} \cdot \frac{54}{18} = - \frac{3.5}{1} \frac{3.0}{1} = -10.5$$

El engrane *D* se denomina como *rueda loca o guía*; como se demostró, no surte efecto alguno en el valor de tren, pero genera una inversión de sentido. Así, la velocidad de salida se encuentra a partir de

$$TV = n_A/n_E$$

$$n_E = n_A/TV = (1\,750 \text{ rpm})/(-10.5) = -166.7 \text{ rpm} \quad \text{sentido contrario al de las manecillas del reloj}$$

11-6 NUMERO DE TENSION PERMISIBLE

Más adelante, en este capítulo, se presentan procedimientos de diseño en los que se consideran dos formas de fallas en engranes.

Un diente de un engrane actúa como una viga cantilever en cuanto a que resiste a la fuerza que sobre él ejerce el diente que embona. El punto de mayor tensión por esfuerzo de flexión por tracción es en la raíz del diente donde la curva evolvente se integra con el chaflán. La AGMA ha desarrollado un conjunto de *números de tensión por esfuerzo de flexión permisibles*, que se denominan como  $s_{at}$ , los cuales se comparan con los niveles de tensión por contacto que se calcularon en el diente para calificar el grado de aceptabilidad de un diseño.

Una segunda, e independiente, forma de falla es la corrosión de la superficie de los dientes, por lo regular cerca de la línea de paso, donde se generan tensiones muy altas debidas al contacto. En teoría, la transferencia de fuerza del diente que impulsa hacia el que es impulsado, tiene lugar a lo largo de una línea de contacto debido a la acción de dos curvas convexas entre sí. La aplicación sucesiva de estas altas tensiones debidas al contacto es susceptible de provocar un tipo de falla por fatiga de la superficie que da por resultado fracturas a nivel local y una pérdida real de material, que se denomina *corrosión*. La AGMA ha desarrollado un conjunto de números de tensión permisible debida al contacto, que se denomina como  $s_{ac}$ , que se comparan con niveles calculados de tensión debida al contacto en los dientes para especificar la aceptabilidad de un diseño.

Los datos representativos para  $s_{at}$  y  $s_{ac}$  se proporcionan en la sección siguiente para información general y para que se utilicen en los problemas que se presentan en este libro. En los estándares de la AGMA que se enumeran al final del capítulo [4-7], se proporciona información más extensa

11-7 MATERIALES PARA ENGRANES

Los engranes pueden fabricarse de una variedad de materiales muy extensa para obtener las propiedades adecuadas para el uso que se les va a dar. Desde el punto de vista de diseño mecánico, la resistencia y la durabilidad, es decir la resistencia al desgaste, son las propiedades más importantes. Sin embargo, en general, el diseñador deberá considerar la capacidad para fabricar el engrane, tomando en cuenta todos los procesos de fabricación que intervienen desde la preparación del disco para el engrane pasando por la formación de los dientes del engrane hasta el ensamble final de éste en una máquina. Otras consideraciones que deben ponderarse son peso, aspecto, resistencia a la corrosión, ruido y, desde luego, costo.

Materiales para engranes de acero

Aceros endurecidos directamente

Los aceros para impulsores de herramientas mecánicas y muchos tipos de reductores de velocidad y transmisiones para trabajo entre medio y pesado, por lo regular, se fabrican de acero al medio carbón. Entre la amplia gama de aceros al carbón y aceros con aleación que se utilizan están:

AISI 1020	AISI 1040	AISI 1050
AISI 3140	AISI 4140	AISI 4150
AISI 4340	AISI 6150	AISI 8650

Muchos de estos materiales se incluyen en los apéndices A-3 y A-4, que proporcionan las propiedades para varios tratamientos térmicos específicos utilizando la técnica de *endurecimiento directo*. Se sugiere que el lector repase el análisis del tratamiento térmico que forma parte del capítulo 2.

La tabla 11-7 muestra información del estándar AGMA 2001-B88 para el número de tensión por flexión permisible,  $s_{at}$ , y el número de tensión o esfuerzo por contacto,  $s_{ac}$ , que puede tolerarse para aceros que presentan la condición de endurecimiento directo. Observe que sólo se necesita conocer la dureza superficial debido a la relación directa entre dureza y la resistencia a la tensión por esfuerzo de tracción de los aceros. Puede utilizar cualquiera de las aleaciones que recién enumeramos, suponiendo que se les haya dado el tratamiento térmico adecuado para obtener la dureza que se pretende. El símbolo HB se emplea para indicar el número de dureza de Brinell. Observe que en lugar de ello con frecuencia se utiliza la abreviatura BHN.

La tabla 11-7 enumera valores para dos grados de acero, grado 1 y grado 2. Los grados difieren en cuanto al grado de control de la microestructura, la limpieza de la composición con que se lleva a cabo la aleación, tratamiento térmico previo, pruebas no destructivas que se realizaron, valores de dureza en el núcleo y otros factores. Para conocer más detalles, consulte la norma o estándar AGMA 2001-B88.

Los materiales de grado 2 se controlan en forma más estricta y se permiten niveles de tensión más altos de entre 10% a 30% aproximadamente. Sin embargo, requieren de un alto grado de diligencia en el proceso real de producción y en técnicas de inspección. Como un enfoque conservador, *para las soluciones a los problemas que se presentan en ese libro, utilizaremos material de grado 1 a menos que se especifique otra cosa.*

Las figuras 11-14 y 11-15 son gráficas de  $s_{at}$  y  $s_{ac}$  contra número de dureza Brinell, HB. Se muestran curvas tanto para el grado 1 como para el 2, pero, sobre todo, se utilizará el grado 1.

**Tabla 11-7** Números de tensión permisibles para materiales de acero endurecidos directamente con los que se fabrican engranes

Dureza en la superficie (HB)	Número de esfuerzo o tensión por flexión permisible				Número de tensión debida al contacto permisible			
	Grado 1		Grado 2		Grado 1		Grado 2	
	(Ksi)	(MPa)	(Ksi)	(MPa)	(Ksi)	(MPa)	(Ksi)	(MPa)
Up to 180	25	170	33	230	85	590	95	660
240	31	210	41	280	105	720	115	790
300	36	250	47	325	120	830	135	930
360	40	280	52	360	145	1000	160	1100
400	42	290	56	390	155	1100	170	1200

Fuente: Se tomó del estándar AGMA-2001-B88 *Factores fundamentales para calificación y métodos de cálculo para dientes evolutivos de engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.

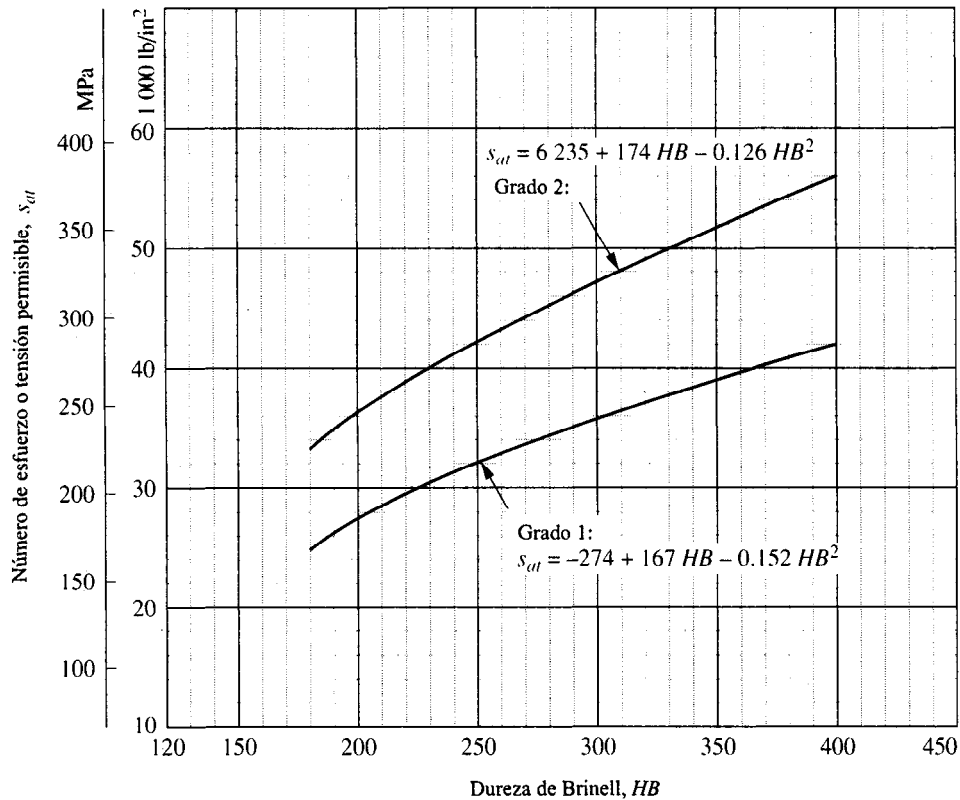


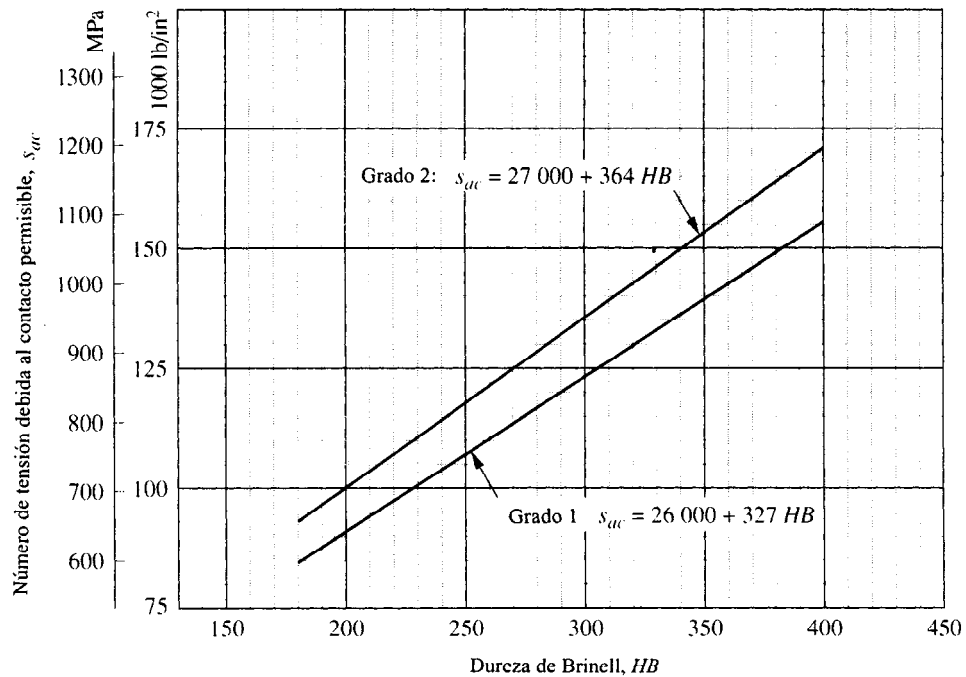
Figura 11-14 Número de esfuerzo o tensión permisible para engranes de acero,  $s_{at}$ . (Se tomó del estándar AGMA 2001-B88, *Factores fundamentales para calificación y métodos de cálculo para dientes evolventes de engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Alexandria, Va. 22314.)

### Aceros endurecidos en forma superficial

El endurecimiento mediante flama, endurecimiento por inducción, la carburización y la nitruración son procesos que se emplean para obtener una alta dureza en la capa superficial de los dientes de un engrane. Véase la figura 2.8 y el análisis correspondiente en la sección 2-4. Estos procesos proporcionan valores de dureza superficial de 50 a 64 HRC (Rockwell C) y, en consecuencia, altos valores de  $s_{at}$  y  $s_{ac}$ , como se ilustra en la tabla 11-8. A continuación procedemos a hacer análisis especiales para cada uno de los tipos de endurecimiento superficial.

### Dientes de engranes endurecidos mediante flama y por inducción

Recuerde que estos procesos implican el calentamiento a nivel local de la superficie del engrane por medio de flamas, generadas por gas, a altas temperaturas o mediante bobinas de inducción



**Figura 11-15** Número de tensión debida al contacto permisible,  $s_{ac}$  para engranes de acero (Se tomó del estándar AGMA-2001-B88 *Factores fundamentales para calificación y métodos de cálculo para dientes evolventes de engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Alexandria, Va. 22314.)

eléctrica. Al controlar el tiempo y la entrada de energía, es posible controlar la profundidad del calentamiento y la profundidad de la superficie que se obtiene como resultado. Es fundamental que el calentamiento tenga lugar alrededor de todo el diente para que se obtenga la superficie dura en la cara del diente y en las áreas del chaflán y de la raíz para poder utilizar los valores de tensión que se enumeran en la tabla 11-8. Esto quizá requiera un diseño especial para la forma de la flama o el calentador por inducción.

Las especificaciones para dientes de engranes de acero endurecidos por flama o por inducción exigen una dureza resultante de HRC 50 a 54. Debido a que estos procesos recurren a la capacidad inherente de los aceros para ser endurecidos, debe especificar un material que pueda endurecerse a estos niveles. Por lo regular, se especifican aceros con aleaciones al medio carbón, aproximadamente de 0.40% a 0.60% de carbón. En los apéndices A-3 y A-4 se enumeran algunos materiales adecuados.

### Carburización

La carburización produce una dureza superficial en el rango de 55 a 64 HRC y da por resultado una de las durezas más considerables de uso común para engranes. En el apéndice A-5 se

**Tabla 11-7 Números de tensión permisibles para materiales de acero endurecidos en la superficie con los que se fabrican engranes**

<i>Dureza en la superficie</i>	<i>Número de esfuerzo o tensión por flexión permisible</i>				<i>Número de tensión debida al contacto permisible</i>			
	<i>Grado 1</i>	<i>Grado 2</i>	<i>Grado 1</i>	<i>Grado 2</i>	<i>Grado 1</i>	<i>Grado 2</i>	<i>Grado 1</i>	<i>Grado 2</i>
	(Ksi)	(MPa)	(Ksi)	(MPa)	(Ksi)	(MPa)	(Ksi)	(MPa)
Endurecido por flama o por inducción								
50 HRC	45	310			170	1200	190	1300
54 HRC			55	380	175	1200	195	1300
Carburizado y endurecido en la superficie								
55-64 HRC	55	380			180	1250		
58-64 HRC			65	450			225	1560
Nitrurado AISI 4140:								
84.5 15N	34	230	45	310	155	1100	180	1250
Nitrurado AISI 4340:								
83.5 15N	36	250	47	325	150	1050	175	1200
Nitrurado 135M: <sup>a</sup>								
90.0 15N	38	260	48	330	170	1170	195	1350
Nitrurado N: <sup>a</sup>								
90.0 15N	40	280	50	345	195	1340	205	1410

<sup>a</sup>Nitrurado es una familia de aceros patentados que contienen 1.0 aproximadamente de aluminio que promueve la formación de aceros duros

Fuente: Se tomó del estándar AGMA-2001-B88 *Factores fundamentales para calificación y métodos de cálculo para dientes evolutivos de engranes de talle recta o cilíndricos y helicoidales*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.

enumeran algunos aceros carburizados especiales. La figura 11-16 muestra las sugerencias de AGMA en cuanto al espesor de la superficie para dientes de acero carburizados. La profundidad efectiva para la superficie endurecida se define como la profundidad a partir de la superficie hasta el punto en el que la dureza ha alcanzado los 50 HRC.

### Nitruración

Mediante la nitruración se obtiene una superficie *muy dura pero muy delgada*. Se especifica para aplicaciones en las que las cargas son ligeras y se conocen bien. La nitruración se debe evitar cuando es probable que se presenten cargas o choques excesivos porque la superficie no es lo suficiente resistente o no está bien apoyada para resistir tales cargas. Debido a lo delgado de la capa superficial, la escala Rockwell 15N se emplea para especificar la dureza. La figura 11-17 muestra las recomendaciones o sugerencias de AGMA para la profundidad superficial de engranes nitrurados, la cual se define como la profundidad por abajo de la superficie a la cual la dureza ha disminuido hasta un 110% de la dureza en el núcleo de los dientes.





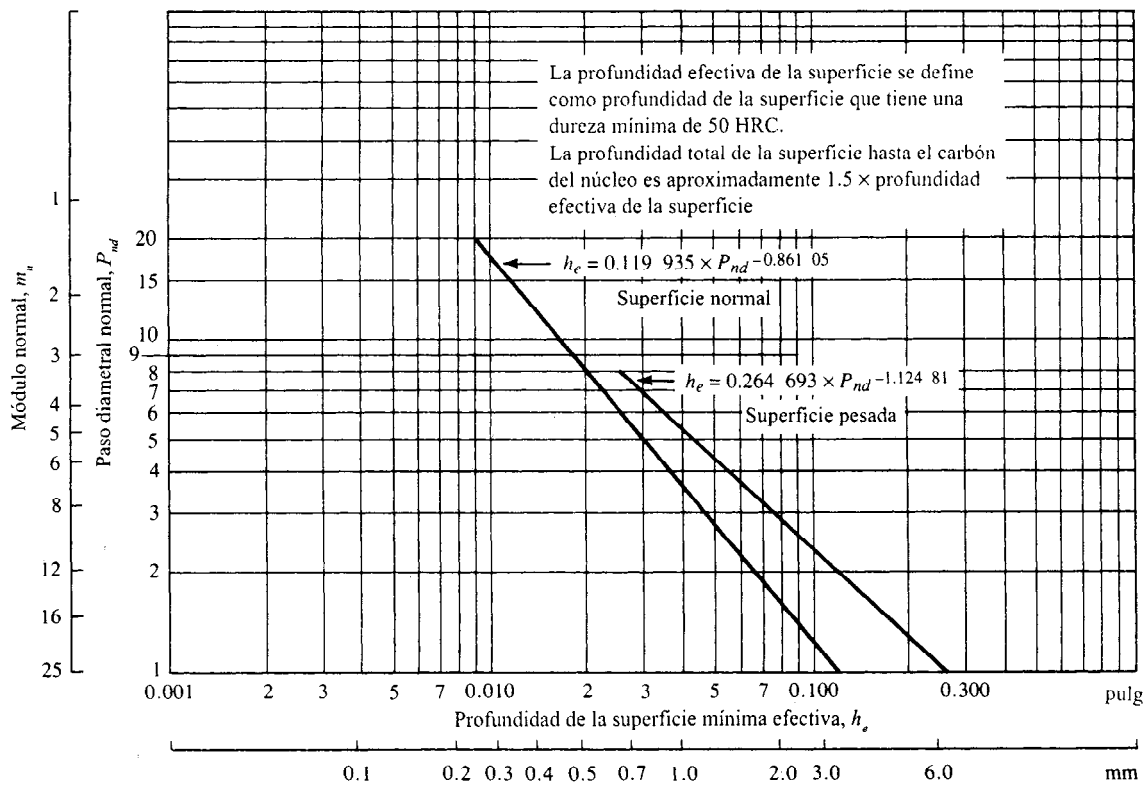
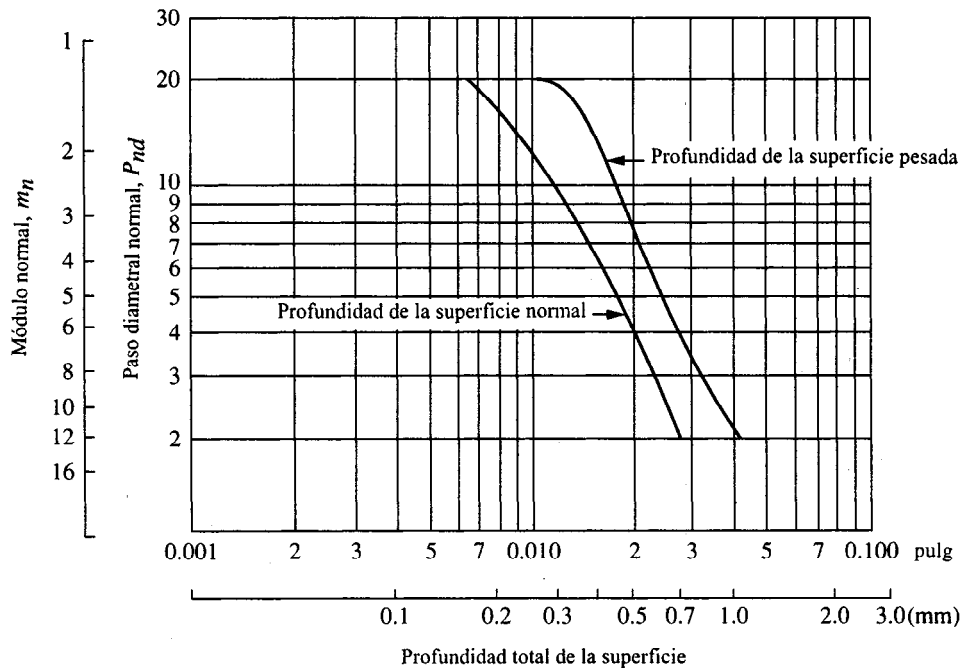


Figura 11-16 Profundidad efectiva de la superficie para engranes carburizados,  $h_e$ . (Se tomó del estándar AGMA-2001-B88 *Factores fundamentales para calificación y métodos de cálculo para dientes evolventes de engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Alexandria, Va. 22314.)

## Hierro y bronce como materiales para fabricar engranes

### Hierros fundidos

Tres tipos de hierro que se emplean para fabricar engranes son: hierro gris fundido, hierro nodular (en ocasiones se le da el nombre de *hierro dúctil*) y hierro maleable. La tabla 11-9 proporciona los grados ASTM comunes que se utilizan junto con sus números correspondientes de tensión por flexión permisibles y números de tensión por contacto. Recuerde que el acero gris flexible es quebradizo, por tanto, hay que tener cuidado cuando sea probable que se presente carga por choque. A su vez, las formas que tienen más alta resistencia de los otros hierros tienen baja ductilidad. El hierro dúctil austemperado se está utilizando en algunas aplicaciones importantes en la industria automotriz. Sin embargo, los números de tensión permisible estandarizados aún no se han especificado.



**Figura 11-17** Profundidad recomendada de la superficie para engranes nitrurizados,  $h_c$  (Se tomó del estándar AGMA-2001-B88 *Factores fundamentales para calificación y métodos de cálculo para dientes evolventes de engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Alexandria, Va. 22314.)

### Bronces

Por lo regular, para fabricar engranes se utilizan cuatro tipos de bronce: bronce con fósforo o estaño, bronce con manganeso, bronce con aluminio y bronce con sílice. El latón amarillo también se utiliza. Casi todos los bronce son fundidos, sin embargo, se puede disponer de algunos forjados. La resistencia a la corrosión, buenas propiedades en cuanto a desgaste y coeficientes de fricción bajos son algunas razones para optar por los bronce para fabricar engranes. La tabla 11-9 muestra números de tensión permisibles para dos aleaciones de bronce.

### Materiales plásticos para engranes

Los plásticos se desempeñan bien en aplicaciones donde se desea peso ligero, operación silenciosa, baja fricción, resistencia a la corrosión aceptable y buenas propiedades en cuanto a desgaste. Debido a que las resistencias son significativamente más bajas que las de casi todos los materiales metálicos para fabricar engranes, los plásticos se emplean en dispositivos que se someten a cargas, en alguna medida, ligeras. A menudo, los materiales plásticos pueden

Tabla 11-9 Números de tensión o esfuerzo permisibles para engranes de hierro y de bronce

Designación del material	Dureza en la superficie (HB)	No. de tensión por flexión permisible		No. de tensión por contacto permisible	
		(Ksi)	(MPa)	(Ksi)	(MPa)
Hierro gris fundido—ASTM A48					
Clase 20	—	5	35	50	340
Clase 30	175	8.5	59	65	450
Clase 40	200	13	90	75	520
Hierro nodular (dúctil)—ASTM A536					
60-14-18	140	22	150	77	530
80-55-06	180	22	150	77	530
100-70-03	230	27	180	92	630
120-90-02	270	31	210	103	710
Hierro maleable—ASTM A220					
45007	165	10	70	72	500
50005	180	13	90	78	540
53007	195	16	110	83	570
80002	240	21	145	94	650
Estaño con bronce—UNS No. 90700— $s_{u_{min}} = 40$ Ksi (275 MPa)					
Bronce 2 (original)		5.7	40	30	200
Aluminio con bronce—UNS No. 95400— $s_{u_{min}} = 90$ Ksi (620 MPa)					
ALBR 3 (original)		23.6	160	65	450

Fuente: Se tomó del estándar AGMA-2001-B88 *Factores fundamentales para calificación y métodos de cálculo para dientes evolventes de engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.

moldearse para darles su forma final sin el maquinado subsecuente lo cual representa ventajas en lo relativo a costos. Algunos de los materiales plásticos que se utilizan para fabricar engranes son:

Fenólico	Poliamida	Sulfuro de polifenileno
Policarbonato	Poliéster	Poliuretano
Acetal	Nylon	Elastómero de poliéster
Estireno-acrilonitrilo (SAN)		
Acrilonitrilo-butadieno-estireno (ABS)		

Estos y otros plásticos pueden fabricarse mediante muchas fórmulas y pueden rellenarse con gran variedad de productos de relleno para mejorar resistencia al desgaste, resistencia al impacto, límite de temperatura, moldeabilidad y otras propiedades. Por tanto, las resistencias

**Tabla 11-10 Esfuerzo o tensión por flexión permisible aproximado en dientes de engranes de plástico**

<i>Material</i>	<i>Tensión por flexión permisible aproximado, (Ksi, MPa)</i>	
	<i>Sin relleno</i>	<i>Relleno con vidrio</i>
ABS	3 (21)	6 (41)
Acetal	5 (34)	7 (48)
Nylon	6 (41)	12 (83)
Policarbonato	6 (41)	9 (62)
Polyester	3.5 (24)	8 (55)
Poliuretano	2.5 (17)	—

Fuente: *Plastic Gearing*, Manchester, Conn.: ABA/PGT Publishing, 1976.

estándar tolerables no se han publicado. La tabla 11-10 muestra algunos datos seleccionados. Es necesario consultar a los proveedores de materiales plásticos y las compañías que se especializan en fabricación de engranes de plástico respecto a las consideraciones especiales en el uso de engranes de plástico.

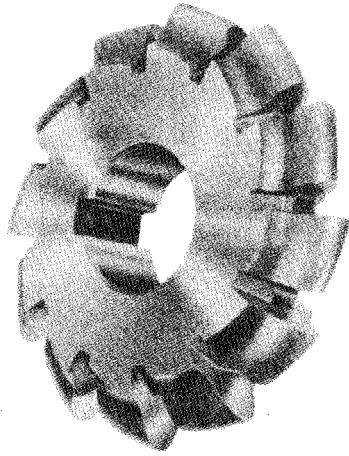
## 11-8 FABRICACION DE ENGRANES

El análisis de la fabricación de engranes se iniciará con el análisis del disco con que se va a fabricar el engrane. Los engranes pequeños casi siempre se fabrican de una barra o una barra forjada, la maza, el alma, los rayos y la corona se maquinan hasta que alcanzan, o casi alcanzan, sus dimensiones finales antes que se fabriquen los dientes de los engranes. El ancho o espesor de la cara y el diámetro externo de los dientes de los engranes también se fabrican en esta etapa. Otros discos para engranes pueden ser forjados, fundidos en arena o fundidos en troquel o dado para obtener la forma básica antes del maquinado. Pocos engranes que sólo requieren de una precisión moderada pueden fundirse en un dado o un troquel con los dientes virtualmente en su forma final.

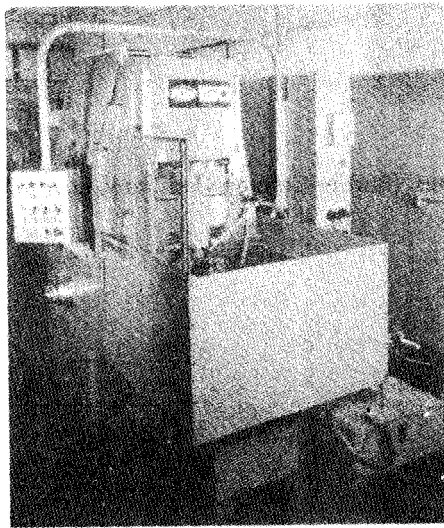
Los engranes de gran tamaño a menudo se fabrican a partir de componentes. La corona y la parte en la que se maquinan los dientes pueden rolarse a partir de una barra plana hasta darles forma de anillo y luego se sueldan. Después el alma o los rayos y la maza se sueldan dentro del anillo. Los engranes muy grandes se pueden fabricar en segmentos y el ensamble final de éstos se hace soldándolos o mediante afianzadores mecánicos.

Los métodos populares para maquinar los engranes de los dientes son la cortadora rotatoria para dar forma, el cepillo, y la fresadora, como se muestra en las figuras 11-18, 11-19, 11-20 y 11-21.

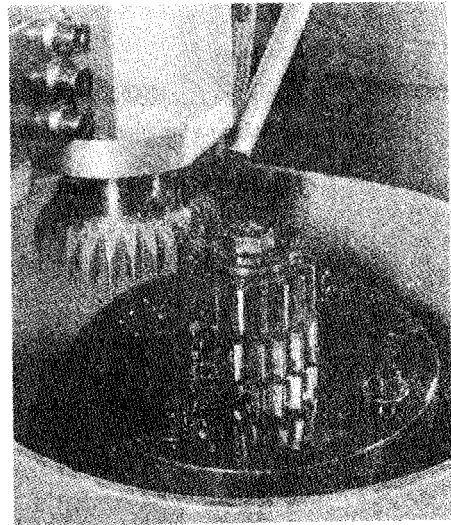
En el *corte rotatorio para dar forma*, una cortadora giratoria tiene la forma del espacio para diente que se utiliza y cada espacio se corta por completo antes el disco para que el engrane gire hasta la posición del espacio siguiente adyacente. Este método casi siempre se utiliza para engranes de gran tamaño y para lograr resultados precisos hay que tener mucho cuidado.



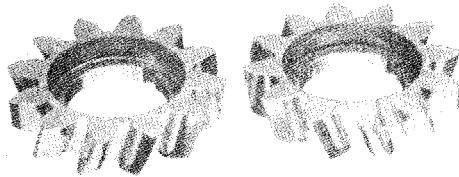
**Figura 11-18 Fresado de engranes (Illinois Tool Works, Chicago, Ill.)**



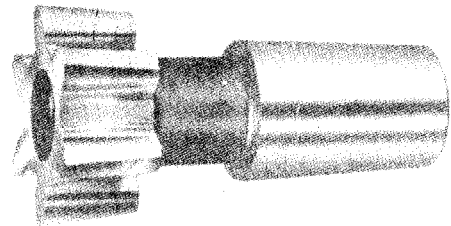
(a) Cepillo Barber-Colman para engranes



(b) Vista cercana del corte circular rotatorio para dar forma a los engranes

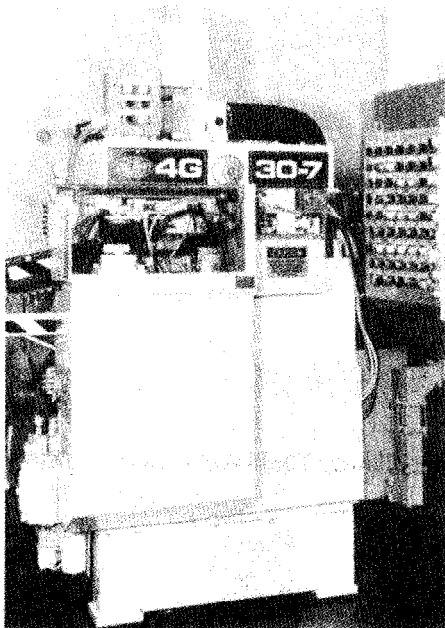


(c) Cortadoras de cepillo para engranes de espiguilla

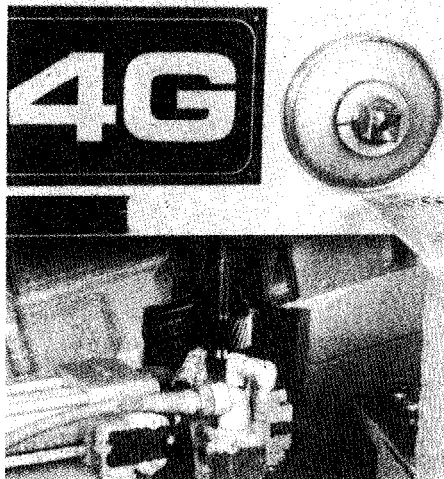


(d) Cortadora de cepillo para engranes de talla recta o cilíndrica

**Figura 11-19 Cepillado de engranes. (Barber-Colman Company, Loves Park, Ill.), (a, b) (Illinois Tools Works, Chicago Ill.), (c, d)**

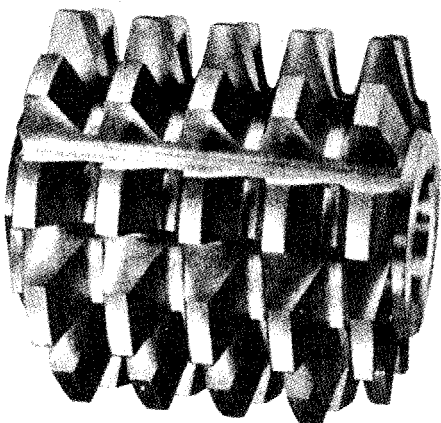


(a) Máquina fresadora para engranes

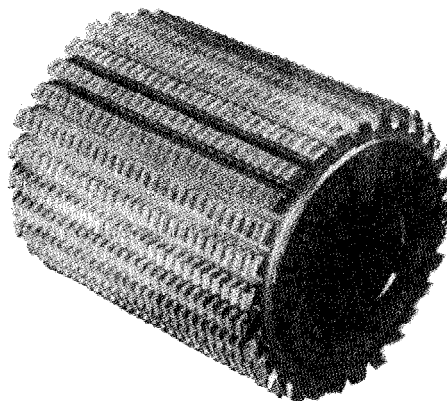


(b) Vista cercana del proceso de fresado de engranes

**Figura 11-20 Fresado de engranes. (Barber-Colman Company, Loves Park, Ill.)**



(a) Fresa madre para engranes de paso pequeño que tienen dientes grandes



(b) Fresa madre para engranes de paso grande que tienen dientes pequeños

**Figura 11-21 Fresas para engranes. (a-Illinois Tool Works, Chicago, Ill.) (b-Barber-Colman Company, Loves Park, Ill.)**

El *cepillado* es un proceso en el cual la cortadora actúa en forma recíproca, por lo general en un mandril, husillo o eje vertical. Conforme hace ciclos recíprocos la cortadora que da forma, o cepillo, gira y es alimentada hacia el disco para engrane. Por tanto, casi siempre la forma de diente evolvente se genera de manera gradual. Este proceso se utiliza con regularidad para engranes internos.

El *fresado* es un proceso similar al corte rotatorio para dar forma excepto que la pieza que se trabaja, el disco del que se va a fabricar el engrane, y la cortadora, es decir la fresa, giran en forma coordinada. Aquí también, la forma del diente se genera en forma gradual, a medida que la fresa es alimentada hacia el disco del engrane.

Los dientes de los engranes se terminan con más precisión después del corte rotatorio, el cepillado o el fresado por medio de los procesos de lijar, rebajar y rectificar. Si bien son procesos secundarios, resultan costosos y sólo debe recurrirse a ellos donde la operación requiere una alta precisión en la forma de los dientes y su espaciamiento.

## 11-9 CALIDAD DE ENGRANES

La calidad en engranes es la precisión de los dientes de los engranes en lo individual y la precisión con la que dos engranes giran uno respecto al otro. Los factores que casi siempre se cuantifican para determinar la calidad son los siguientes

Carrera: una medida de la excentricidad y de la falta de redondez

Espaciamiento diente a diente: la diferencia en espaciamiento entre puntos correspondientes en dientes adyacentes.

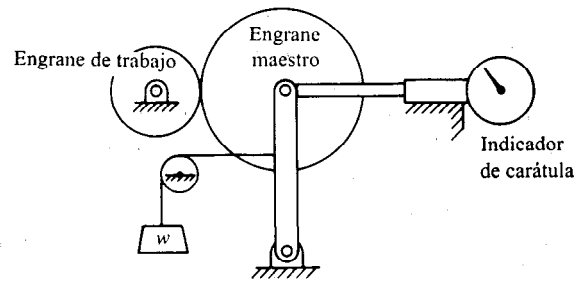
Perfil: variación en el perfil real de los dientes respecto a perfil teórico preciso.

El *error compuesto* se mide en un dispositivo especial, que se muestra en la figura 11-22(a), que ubica el engrane que se somete a prueba en enlazamiento muy ajustado o apretado con un engrane maestro cuya precisión se conoce. Se hace que los dos engranes giren mientras están enlazados en la forma que se describió y el centro de un engrane se encuentra en libertad de moverse. La variación en distancia central para una revolución completa del engrane objeto de la prueba se registra. La figura 11-21(b) muestra un registro común donde se indican tanto el *error compuesto diente a diente* como el *error compuesto total*. Por lo consiguiente, el error compuesto es una medida de los efectos combinados de varios tipos de errores en los dientes de engranes.

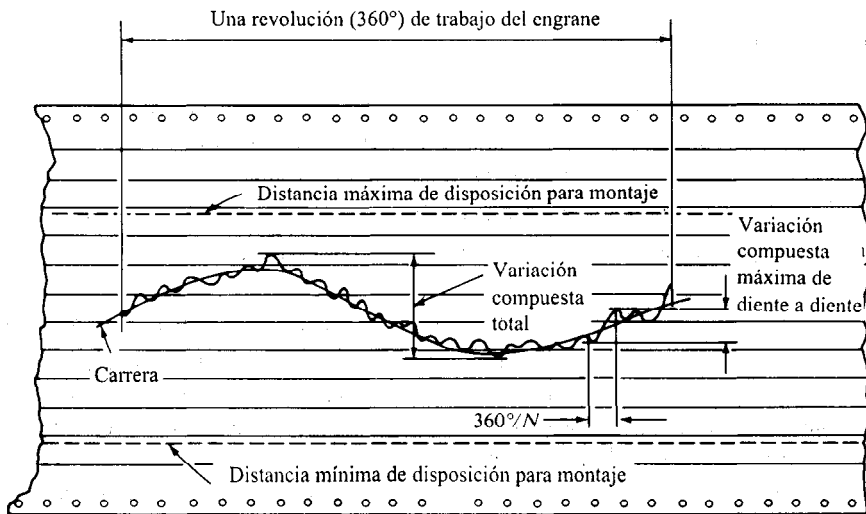
La cantidad permisible de variación de la forma real de los dientes respecto a su forma teórica, o el error compuesto, se especifica al definir un número de calidad AGMA. En el estándar AGMA 2000-A88, se incluyen tablas detalladas que proporcionan las tolerancias para muchas características. Los números de calidad van del 5 al 15 y la precisión aumenta en forma progresiva. Las tolerancias reales son una función del paso diametral de los dientes de los engranes y del diámetro de paso del engrane. La tabla 11-11 muestra información representativa para la tolerancia compuesta total para varios números de calidad.

### Números de calidad que se recomiendan

Esta información debe darle a conocer la precisión que por lo regular se ejerce en la fabricación e instalación de engranes. El diseño de todo el sistema de engranes, incluso los ejes, cojinetes y la carcasa deben apegarse a esta precisión.



(a) Diagrama esquemático de un accesorio de engrane giratorio típico



(b) Gráfica de errores en dientes de engranes en un engrane común con un engrane especificado en un accesorio giratorio

**Figura 11-22 Registro de errores en la geometría de engranes.** (Se tomó del estándar AGMA 2000-A88, *Manual de clasificación e inspección de engranes, tolerancias y métodos de medición para engranes de talla recta o cilíndricos y engranes helicoidales (Incluyendo equivalentes métricos)*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314).

Desde luego, el sistema no debe fabricarse con mayor precisión de la necesaria debido al costo. Por esta razón los fabricantes sugieren números de calidad que ofrecerán un rendimiento satisfactorio a un costo razonable para gran variedad de aplicaciones. La tabla 11-12 enumera varias de estas recomendaciones o sugerencias.

En la tabla 11-12 se muestran asimismo las sugerencias para números de calidad respecto a impulsores de herramientas mecánicas. Como este es un rango en extremo extenso de



Tabla 11-11 Valores seleccionados para tolerancia compuesta total

Número de calidad AGMA	Paso diametral P <sub>d</sub>	Número de dientes de los engranes				
		20	40	60	100	200
Q5	2	0.026 0	0.029 0	0.032 0	0.035 0	0.041 0
	8	0.012 0	0.013 0	0.014 0	0.015 0	0.017 0
	20	0.007 4	0.008 0	0.008 5	0.009 2	0.010 0
	32	0.006 0	0.006 4	0.006 8	0.007 3	0.008 0
Q8	2	0.009 4	0.011 0	0.012 0	0.013 0	0.015 0
	8	0.004 3	0.004 7	0.005 0	0.005 5	0.006 2
	20	0.002 7	0.002 9	0.003 1	0.003 4	0.003 7
	32	0.002 2	0.002 3	0.002 5	0.002 7	0.002 9
Q10	2	0.004 8	0.005 4	0.005 9	0.006 6	0.007 6
	8	0.002 2	0.002 4	0.002 6	0.002 8	0.003 2
	20	0.001 4	0.001 5	0.001 6	0.001 7	0.001 9
	32	0.001 1	0.001 2	0.001 3	0.001 4	0.001 5
Q12	2	0.002 5	0.002 8	0.003 0	0.003 4	0.003 9
	8	0.001 1	0.001 2	0.001 3	0.001 4	0.001 6
	20	0.000 71	0.000 77	0.000 81	0.000 87	0.000 97
	32	0.000 57	0.000 60	0.000 64	0.000 69	0.000 76
Q14	2	0.001 3	0.001 4	0.001 5	0.001 7	0.002 0
	8	0.000 57	0.000 62	0.000 67	0.000 73	0.000 82
	20	0.000 36	0.000 39	0.000 41	0.000 45	0.000 50
	32	0.000 29	0.000 31	0.000 33	0.000 35	0.000 39

Fuente: Se tomó del estándar AGMA 2000-A88, *Manual de clasificación e inspección de engranes, tolerancias y métodos de medición para engranes de talla recta o cilíndricos y engranes helicoidales (Incluyendo equivalentes métricos)*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.

aplicaciones particulares, los números de calidad que se sugieren se relacionan con la *velocidad de línea de paso* que se define como la velocidad lineal en un punto del círculo de paso del engrane. Véase la figura 11-11. Las relaciones convenientes para velocidad de línea de paso son:

$$v_t = \pi D_G n_G / 12 = \pi D_P n_P / 12 \quad (11-22)$$

donde  $v_t$  = velocidad de línea de paso en pies por minuto (pies por minuto)

$n_G$  = velocidad de giro del engrane (rpm)

$n_P$  = velocidad de giro del piñón (rpm)

$D_G$  = diámetro de paso del engrane (en pulgadas)

$D_P$  = diámetro de paso del piñón (en pulgadas)

Tabla 11-12 Números de calidad AGMA que se sugieren

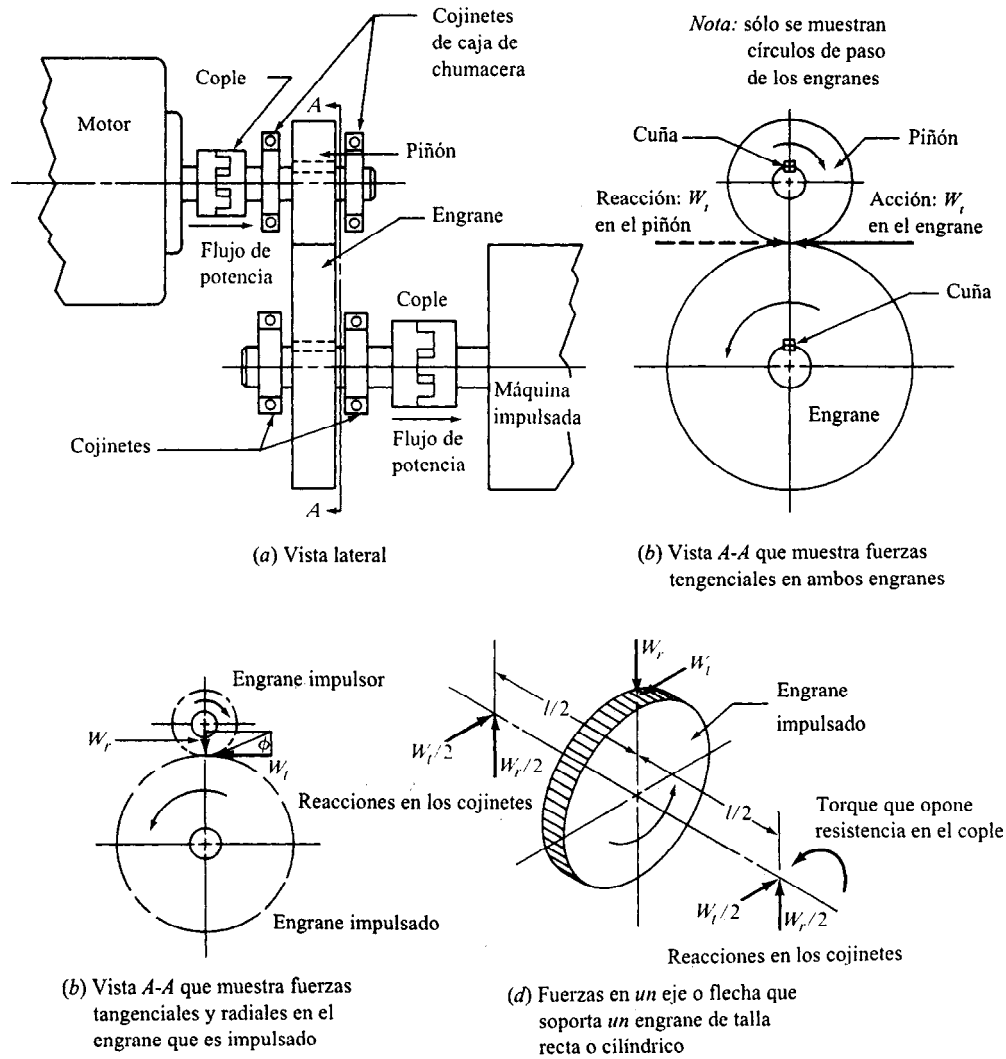
<i>Aplicación</i>	<i>Número de calidad</i>	<i>Aplicación</i>	<i>Número de calidad</i>
Impulsor de malacate para mezcladora de cemento	3-5	Taladro eléctrico pequeño	7-9
Horno para secar cemento	5-6	Lavadora de ropa	8-10
Impulsores para fresadoras de acero	5-6	Prensa para imprimir	9-11
Cosechadora de granos	5-7	Mecanismo de computadora	10-11
Grúas	5-7	Transmisión automotriz	10-11
Prensa de punzón	5-7	Impulsor para antena de radar	10-12
Transportador para minería	5-7	Impulsor de propulsión marina	10-12
Máquina para fabricar cajas de papel	6-8	Impulsor para motor de avión	10-13
Mecanismo para medir gas	7-9	Giroscopo	12-14
<i>Impulsores para herramientas mecánicas e impulsores para otros sistemas mecánicos de alta calidad</i>			
<i>Velocidad de línea de paso (pies/min)</i>	<i>Número de calidad</i>	<i>Velocidad de línea de paso (m/s)</i>	
0-800	6-8	0-4	
800-2 000	8-10	4-11	
2 000-4 000	10-12	11-22	
Over 4 000	12-14	Over 22	

## 11-10 FUERZAS EN LOS DIENTES DE LOS ENGRANES

Para comprender el método para calcular las tensiones o esfuerzos que se generan en dientes de engranes, es útil considerar la forma en que la potencia es transmitida por un sistema de engranes. Considere el par de engranes de reducción única simple que se ilustra en la figura 11-23. La potencia se recibe del motor mediante el eje de entrada que gira a la velocidad del motor. Por tanto, existe un torque en el eje que puede calcularse mediante la ecuación siguiente

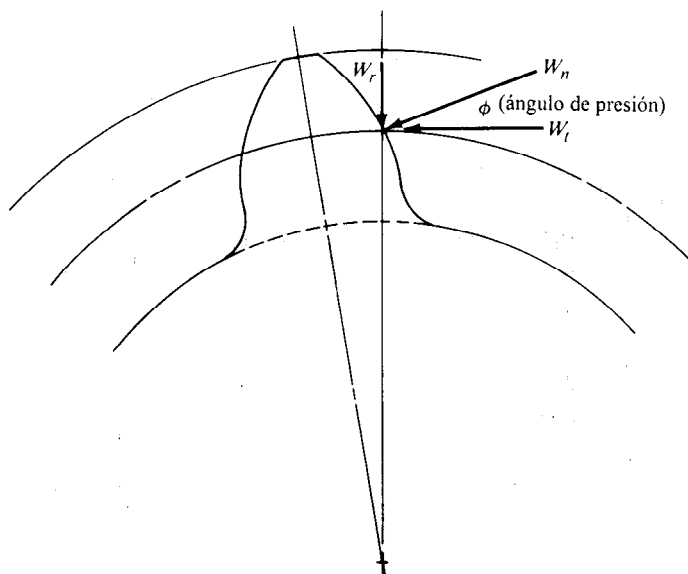
$$\text{Torque} = \text{potencia/velocidad de giro}$$

El eje o flecha de entrada transmite la potencia del cople al punto en el que se monta el piñón. La potencia es transmitida del eje al piñón mediante la cuña. Los dientes del piñón impulsan a los dientes del engrane y por tanto transmiten la potencia al engrane. Sin embargo, de nuevo, la transmisión de potencia en realidad tiene que ver con la aplicación de un torque durante el giro o rotación a una velocidad específica. El torque es el producto de las fuerzas que actúan en forma tangente al círculo de paso del piñón por el radio de paso del piñón. Utilizaremos el símbolo  $W_t$  para indicar la *fuerza tangencial*. Como se describió,  $W_t$  es la fuerza ejercida por los dientes del piñón sobre los dientes del engrane. Pero si los engranes están girando a una



**Figura 11-23** Flujo de potencia a través de un par de engranes

velocidad constante y transmiten un nivel de potencia uniforme, el sistema está en equilibrio. Por tanto debe haber una fuerza tangencial igual y opuesta que de nuevo ejercen los dientes del engrane en los dientes del piñón. Esta es una aplicación del principio de acción y reacción. Para completar la descripción del flujo de potencia la fuerza tangencial en los dientes del engrane genera un torque en el engrane igual al producto de  $W_t$  por el radio de paso del engrane. Debido a que  $W_t$  es el mismo en el piñón y el engrane, pero el radio de paso del engrane es más grande que el del piñón, el torque en el engrane, es decir el torque de salida, es mayor que el torque de entrada. No obstante, observe que la potencia transmitida es la misma o un poco



**Figura 11-24** Fuerzas que actúan en los dientes de engranes

menos debido a las ineficiencias mecánicas. Así, la potencia fluye del engrane a través de la cuña hacia el eje de salida y por último a la máquina que es impulsada.

A partir de esta descripción del flujo de potencia, puede observarse que los engranes transmiten potencia al ejercer una fuerza, mediante los dientes impulsores sobre los dientes que son impulsados, en tanto la fuerza de reacción actúa de regreso sobre los dientes del engrane impulsor. La figura 11-24 muestra un solo diente de engrane con la fuerza tangencial  $W_t$  actuando sobre él. Sin embargo esta no es la fuerza total que actúa sobre el diente. Debido a la forma evolvente del diente, la fuerza total que es transferida de un diente al diente con el que embona actúa en forma normal respecto al perfil evolvente. Esta acción se ilustra como  $W_n$ . La fuerza tangencial,  $W_t$ , es, en realidad, el componente horizontal de la fuerza total. Para completar la descripción, observe que hay un componente vertical de la fuerza total que actúa, de manera radial, sobre el diente del engrane, lo cual se indica mediante  $W_r$ .

El cálculo de fuerzas se inicia, casi siempre, con  $W_t$  porque se basa en la información que se proporciona para la potencia y la velocidad. En general potencia es igual a fuerza por velocidad. En engranes, como se ilustra en la figura 11-23, la fuerza transmitida,  $W_t$ , actúa en la línea de paso a una velocidad  $v_t$ . Si  $P$  está en caballos de potencia y  $v_t$  en pies por minuto

$$W_t = 33\,000(P)/v_t \text{ lb}$$

Como alternativa, el torque en el piñón puede calcularse a partir de

$$T_P = 63\,000(P)/n_P \text{ lb}\cdot\text{''}$$

Así, como  $T_p = W_t(D_p/2)$ ,

$$W_t = T_p/(D_p/2)$$

Estos valores pueden calcularse para el engrane mediante sustituciones adecuadas. Recuerde que la velocidad de línea de paso es la misma para el piñón y el engrane. Y las cargas transmitidas en el piñón y el engrane son las mismas, a excepción de que actúan en sentidos opuestos.

La fuerza normal,  $W_n$  y la fuerza radial,  $W_r$ , pueden calcularse a partir de la  $W_t$  que se conoce utilizando las relaciones de triángulo correctas evidentes en la figura 11-24.

$$W_r = W_t \tan \phi$$

$$W_n = W_t / \cos \phi$$

donde  $\phi$  es el ángulo de presión correspondiente a la forma del diente.

Además de generar las tensiones en los dientes del engrane, estas fuerzas actúan sobre el eje. Y para mantener el equilibrio, los cojinetes que soportan al eje deben proporcionar las reacciones. La figura 11-23(d) muestra el diagrama a cuerpo libre del eje de salida del reductor.

## 11-11 TENSIONES EN LOS DIENTES DE LOS ENGRANES

El análisis de las tensiones de los dientes de los engranes se facilita al considerar los componentes de la fuerza ortogonal,  $W_t$  y  $W_n$ , como se muestra en la figura 11-24.

La fuerza tangencial,  $W_t$ , genera un momento de flexión en los dientes del engrane similar a la que se genera en una viga cantilever. La tensión por flexión resultante es máxima en la base de los dientes en el chaflán que une al perfil evolvente con la parte inferior del espacio entre dientes. Tomando en cuenta la geometría detallada del diente, Wilfred Lewis desarrolló la ecuación para la tensión en la base del perfil evolvente, que ahora se conoce como la *ecuación de Lewis*.

$$\sigma_t = \frac{W_t P_d}{F Y} \quad (11-23)$$

En la ecuación de Lewis,  $W_t$ , es la fuerza tangencial,  $P_d$  es el paso diametral del diente,  $F$  es el espesor de la cara del diente, y  $Y$  es el *factor de la forma de Lewis*, que depende de la forma del diente, el ángulo de presión, el paso diametral, el número de dientes en el engrane, y el lugar en el que ejerce su acción  $W_t$ .

En tanto presenta la base teórica para el análisis de tensiones de los dientes de engranes, la ecuación de Lewis debe modificarse para el diseño y el análisis prácticos. Una limitación importante es que no toma en cuenta la concentración de tensión que existe en el chaflán del diente. La figura 11-25 es una fotografía de un análisis de tensión fotoelástica de un modelo de diente de engrane. Indica una concentración de tensión en el chaflán que se encuentra en la raíz del diente al igual que como una alta tensión o esfuerzo por contacto en la superficie que embona (la tensión o esfuerzo por contacto se analiza en la sección que sigue). Comparar la

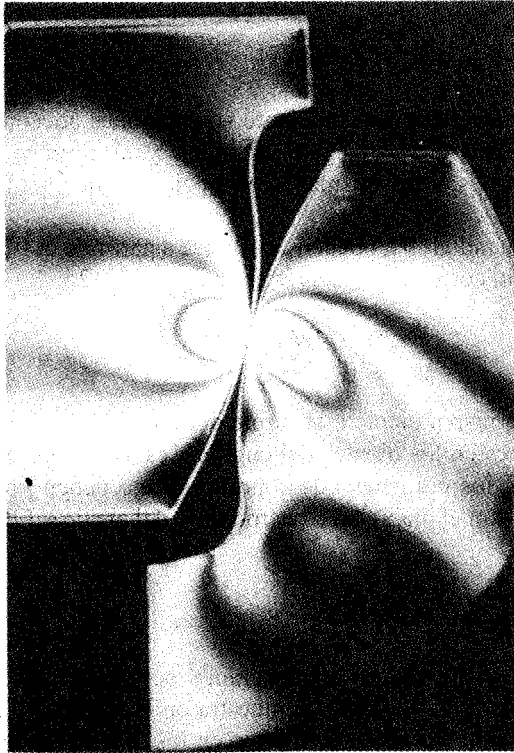


Figura 11-25 Estudio fotoelástico de dientes de engranes bajo carga (Measurements Inc., Raleigh, Carolina del Norte)

tensión real en la raíz con la que se predice mediante la ecuación de Lewis permite determinar el factor de concentración de tensión,  $K_t$ , para el área del chaflán. Al colocar esto en la ecuación (11-23) se obtiene

$$\sigma_t = \frac{W_t P_d K_t}{F Y} \quad (11-24)$$

El valor para el factor de concentración depende de la forma de los dientes, la forma y el tamaño del chaflán en la raíz del diente, y el punto de aplicación de la fuerza en el diente. Observe que el valor del factor de la forma de Lewis,  $Y$ , también depende de la geometría de los dientes. Por tanto, los dos factores se combinan en un solo término, el *factor de geometría*,  $J$ , donde  $J = Y/K_t$ . El valor de  $J$ , desde luego, también varía con la ubicación del punto de aplicación de la fuerza en el diente porque  $Y$  y  $K_t$  lo hacen.

La figura 11-26 muestra gráficas que dan los valores para el factor de geometría de dientes evolventes de profundidad máxima a 20° y 25°. El valor más seguro para utilizarse es aquel que corresponde a la carga que se aplica en la punta del diente. Sin embargo, este valor es totalmente conservador porque hay cierta carga que es compartida por otros dientes en el momento en que la carga se aplica en un principio sobre la punta de un diente. La carga crítica en un diente en particular se genera cuando la carga está en el punto más alto de contacto con un solo diente, cuando el diente soporta toda la carga. Las curvas de la parte superior en la figura 11-26 proporcionan los valores de  $J$  correspondientes a esta condición.

Al utilizar el factor de geometría,  $J$ , en la ecuación se obtiene

$$\sigma_t = \frac{W_t P_d}{FJ} \quad (11-25)$$

Las gráficas de la figura 11-26 se tomaron del estándar AGMA 218.01 original al que le han sucedido dos nuevos estándares: AGMA 2001-B88, *Factores fundamentales de calificación y métodos de cálculo para dientes de engranes cilíndricos o rectos y helicoidales*, septiembre de 1988, y AGMA 908-B89, *Factores de geometría para determinar la resistencia a la corrosión y la resistencia a la corrosión de dientes de engranes cilíndricos o rectos, helicoidales y de espiguilla*, abril de 1989. El estándar 908-B89 incluye un método analítico para calcular el factor de geometría,  $J$ . Pero los valores para  $J$  no cambian respecto al estándar original. En lugar de presentar gráficas, el nuevo estándar reporta valores para  $J$  que corresponden a una variedad de dientes en las tablas. Las gráficas del estándar original se muestran en la figura 11-26, por consiguiente, el lector puede visualizar la variación de  $J$  con el número de dientes en el piñón y en el engrane.

Observe, asimismo, que en la figura 11-26 se incluyen los factores  $J$  solo para dos formas de diente, y que los valores sólo son válidos para esas formas. Los diseñadores deben asegurar que los factores  $J$  para la forma de diente que en realidad se utiliza, incluso la forma del chaflán, se incluyen en el análisis de tensiones.

A la ecuación (11-25) se le puede dar el nombre de *ecuación de Lewis modificada*. Otras modificaciones de la ecuación son sugeridas por la AGMA en el estándar 2001-B88 para el diseño práctico con el fin de que se considere la variedad de condiciones que pueden encontrarse durante el servicio. En este libro se utilizará la ecuación de diseño siguiente.

$$\sigma_t = \frac{W_t P_d}{FJ} \frac{K_a K_s K_m K_B}{K_v} \quad (11-26)$$

donde  $K_a$  = factor de aplicación para la resistencia a la flexión

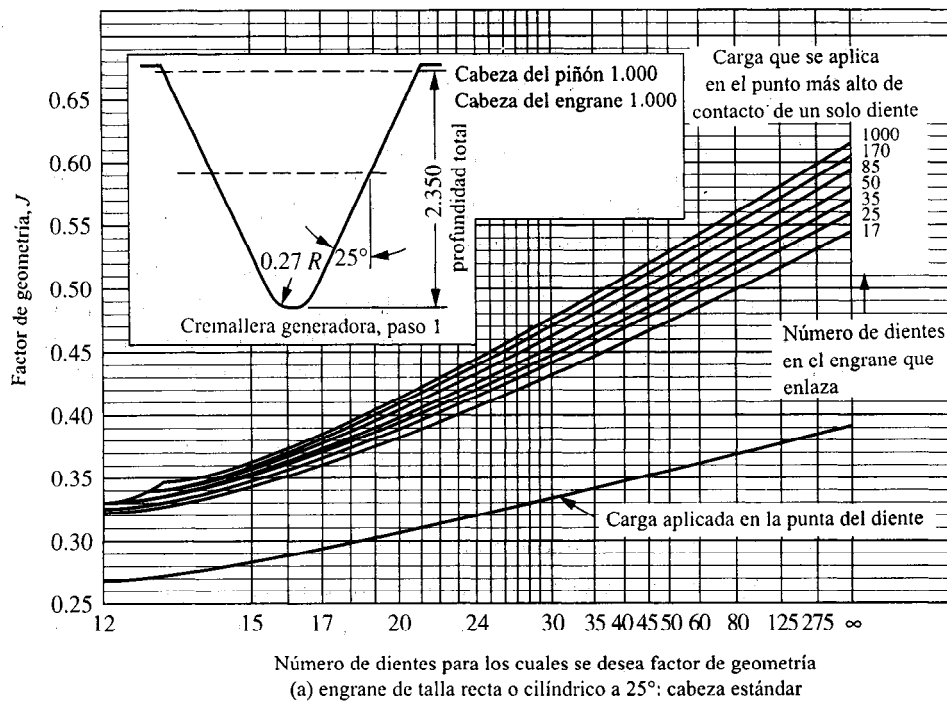
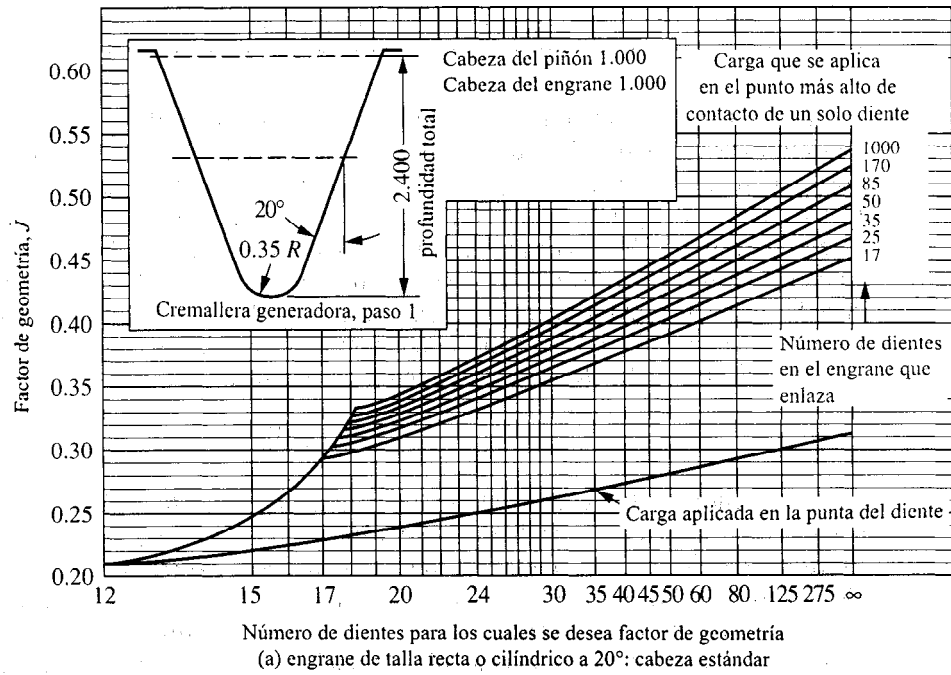
$K_s$  = factor de tamaño para la resistencia a la flexión

$K_m$  = factor de distribución de carga para la resistencia a la flexión

$K_B$  = factor de espesor de la corona

$K_v$  = factor de dinámica para la resistencia a la flexión

A continuación se examinan métodos para especificar valores para estos factores.



**Figura 11-26 Factor de geometría,  $J$ .** (Se tomó del *Estándar AGMA para calificar la resistencia a la corrosión y la resistencia a la flexión para dientes evolventes de engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales*, AGMA 218-01, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.)



### Factor de aplicación, $K_a$

Los factores de aplicación consideran la posibilidad de que las variaciones de carga, vibraciones, el choque, los cambios de velocidad y otras condiciones particulares en una aplicación puedan dar por resultado picos de carga que excedan a  $W_t$  cuando se aplican a los dientes de los engranes durante la operación. Es necesario analizar con cuidado las condiciones reales, y el estándar AGMA 2001-B88 no proporciona valores específicos para  $K_a$ . La referencia bibliográfica [10] proporciona algunos valores que se sugieren y muchas industrias han establecido valores adecuados con base en la experiencia.

Para las soluciones de los problemas que se presentan en este libro, utilizaremos los valores que se presentan en la tabla 11-13. Las consideraciones principales son la naturaleza *tanto* de la fuerza de poder impulsora como de la máquina que es impulsada. Un factor de aplicación de 1.00 se utilizará para un motor eléctrico, el cual trabaja con suavidad que impulsa a un generador, que también trabaja con suavidad, mediante un reductor de velocidad tipo engrane. La presencia de condiciones más bruscas o ásperas exigiría un valor de  $K_a$  mayor que 1.00. En el caso de fuentes de poder utilizaremos los siguientes:

*Uniforme*: motor eléctrico o turbina a gas de velocidad constante

*Choque ligero*: turbina de agua, impulsor de velocidad variable

*Choque moderado*: motor de cilindros múltiples

Los siguientes son algunos ejemplos de la brusquedad o aspereza con que operan las máquinas que son impulsadas:

*Uniforme*: generador que funciona en forma constante

*Choque ligero*: ventiladores y bombas centrífugas de baja velocidad, agitadores de líquidos, generadores de operación variable, transportadores que soportan cargas uniformes, bombas giratorias de desplazamiento positivo

*Choque moderado*: bombas centrífugas de alta velocidad, bombas recíprocas y compresoras, transportadores para trabajo pesado, impulsores para herramientas mecánicas, mezcladoras de concreto, maquinaria textil, molidoras para carne, sierras

*Choque severo*: trituradoras de piedra, impulsores de prensa punzonadora o de punzón, pulverizadoras, fresas procesadoras, molinos a tambor, trituradoras de madera, cribas vibratorias, volteadores para vagones de ferrocarril

**Tabla 11-13 Factores de aplicación sugeridos,  $K_a$**

Fuente de poder	Máquina que es impulsada			
	<i>Uniforme</i>	<i>Choque ligero</i>	<i>Choque moderado</i>	<i>Choque pesado</i>
Uniforme	1.00	1.25	1.50	1.75
Choque ligero	1.20	1.40	1.75	2.25
Choque moderado	1.30	1.70	2.00	2.75

**Factor de tamaño,  $K_s$** 

La AGMA indica que el factor de tamaño puede considerarse como 1.00 para la mayor parte de los engranes. Pero para engranes con dientes de gran tamaño o que tienen espesores de cara considerables, se sugiere utilizar un valor mayor que 1.00. La referencia bibliográfica [10] sugiere un valor de 1.00 para pasos diametrales de 5 o mayores o módulo métrico de 5 o más pequeño. Para dientes más grandes pueden utilizarse los valores que se muestran en la tabla 11-14.

**Factor de distribución de carga,  $K_m$** 

El cálculo del factor de carga se basa en muchas variables en el diseño de los propios engranes así como en los ejes, cojinetes, carcasas, y la estructura en la que se instala el impulsor de engrane. Por tanto es uno de los factores más difíciles de especificar. Se requiere de mucho trabajo analítico y experimental para calcular los valores de  $K_m$ .

Si la intensidad de la carga en todas las partes de todos los engranes en contacto en un momento particular es uniforme, el valor de  $K_m$  será 1.00. Sin embargo, rara vez se presenta este caso. Cualquiera de los factores siguientes pueden provocar desalineación en el diente del piñón en relación a los del engrane:

1. Dientes de los engranes poco precisos
2. Desalineación en los ejes que soportan engranes
3. Deformaciones elásticas de los engranes, ejes, cojinetes, carcasas y estructuras de apoyo
4. Espaciamientos entre los ejes y los engranes, los ejes y los cojinetes, o los cojinetes y la carcasa
5. Distorsiones térmicas durante la operación
6. Coronas o alivios en los extremos de los dientes de los engranes

El estándar AGMA 2001-B88 presenta análisis extensos de los dos métodos para calcular valores correspondientes a  $K_m$ . Uno es empírico y considera engranes de hasta 40" (1,000 mm) de ancho. El otro método es analítico y considera la rigidez y la masa de engranes individuales

**Tabla 11-14 Factores de tamaño que se sugieren,  $K_s$**

<i>Paso diametral, <math>P_d</math></i>	<i>Módulo métrico, m</i>	<i>Factor de tamaño, <math>K_s</math></i>
$\geq 5$	$\leq 5$	1.00
4	6	1.05
3	8	1.15
2	12	1.25
1.25	20	1.40

y de los dientes de engranes así como el desajuste total entre dientes que embonan. No ahondaremos en detalles. Sin embargo, enseguida se proporcionan parámetros generales:

1. Dientes precisos (un número de alta calidad)
2. Espesores o anchos de cara estrechos
3. Engranés centrados entre los cojinetes (montajes a horcajadas)
4. Espacios de ejes cortos entre cojinetes
5. Diámetros de ejes grandes
6. Carcasas rígidas, poco flexibles
7. Alta precisión y espaciamientos pequeños en todos los componentes del impulsor

La figura 11-27 proporciona valores correspondientes a  $K_m$  para utilizarlos en este libro. Representan prácticas comunes de diseño, pero no resultan confiables en aplicaciones críticas. La gráfica de la parte superior se aplica a engranes abiertos en los que los cojinetes que soportan a los ejes se montan en elementos estructurales de la máquina. En tales instalaciones es probable que se generen desalineaciones relativamente grandes. La gráfica de en medio corresponde a unidades de engranes compactadas cuyo nivel de calidad comercial es general. La carcasa ofrece mayor rigidez y control en cuanto a la alineación y la distorsión de los ejes que soportan a los engranes a diferencia de los de engranes abiertos. La gráfica de la parte inferior se aplica a unidades de engranes de precisión en los que se tiene especial cuidado para controlar tolerancias a bajos niveles y proporcionar rigidez al sistema.

Observe además que cada gráfica en la figura 11-27 incluye tres curvas que representan tres relaciones de espesor de cara respecto al diámetro de paso ( $F/D$ ) para el piñón del par de engranes. Casi todos los diseños darán por resultado un valor de  $F/D$  de 1.00 o menos. Las unidades de trabajo muy pesado o aquellas aplicaciones en las que el espacio radial es limitado pueden tener relaciones  $F/D$  más grandes. En el diseño de tales unidades se requiere prestar especial atención a la precisión, rigidez, alineación y control térmico. A su vez, en particular para engranes helicoidales, a veces se hacen ajustes en la geometría de los dientes para compensar deformaciones que se proyectaron bajo condiciones de carga.

### Factor de espesor de la corona, $K_B$

El análisis básico que se utilizó para desarrollar la ecuación de Lewis supone que los dientes de los engranes se comportan como un cantilever que se conecta con una estructura de apoyo perfectamente rígida en su base. Si la corona del engrane es muy delgada, puede deformarse y provocar que el punto de tensión máxima cambie del área del chaflán de los dientes del engrane a un punto dentro de la corona.

La figura 11-28 puede utilizarse para estimar el grado de influencia del espesor de la corona. El parámetro geométrico clave se denomina *relación de respaldo o apoyo*,  $m_B$ , donde

$$m_B = t_R/h_t$$

$t_R$  = espesor de la corona

$h_t$  = profundidad total de los dientes del engrane

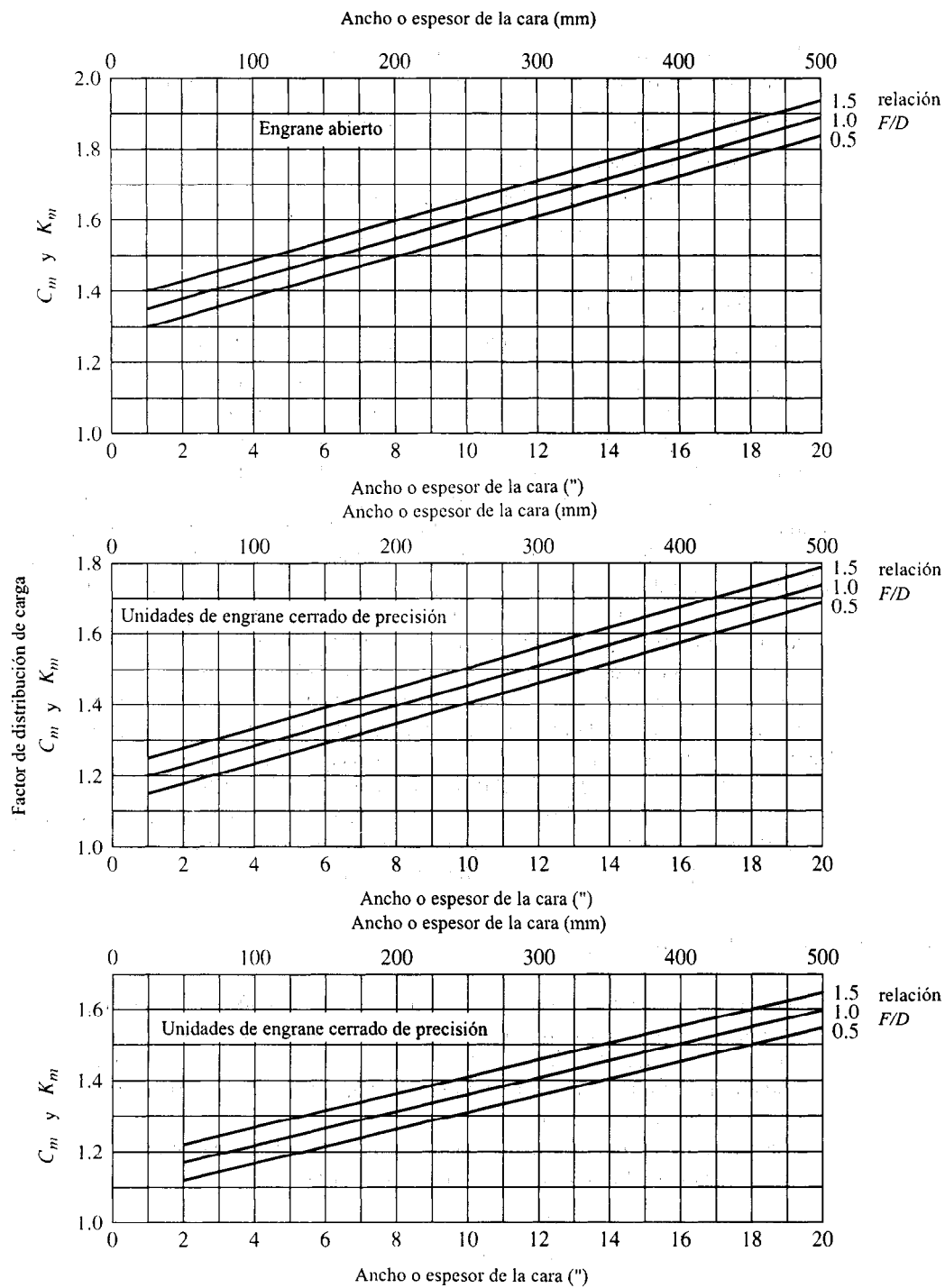
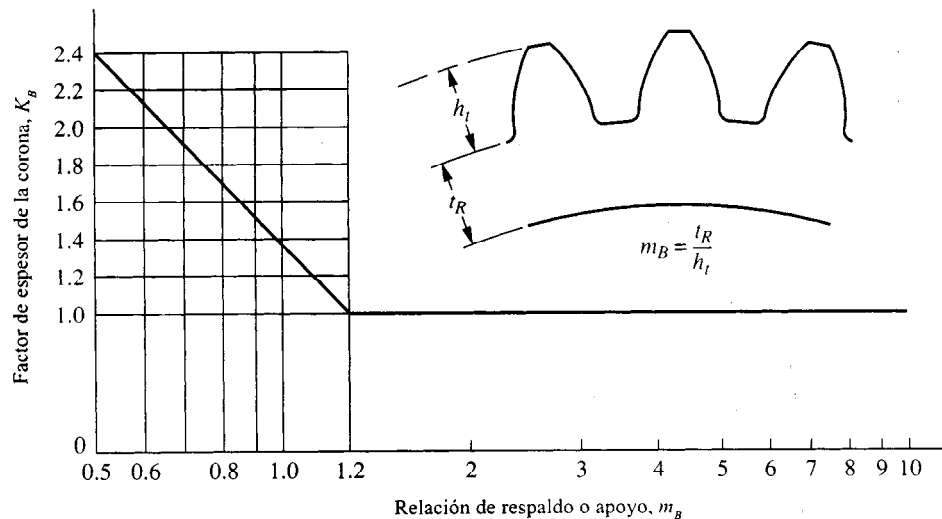


Figura 11-27 Factor de distribución de carga,  $K_m$  y  $C_m$



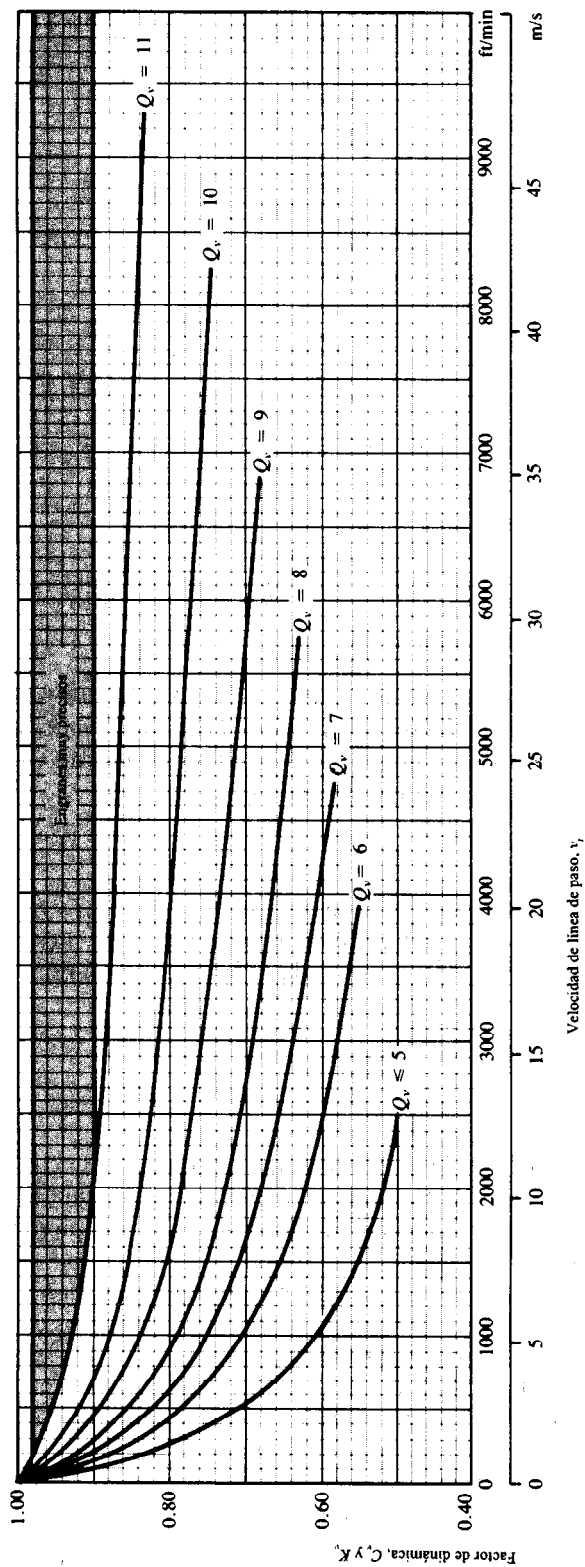
**Figura 11-28** Factor de espesor de la corona,  $K_B$ . (Se tomó del estándar AGMA-2001-B88 *Factores fundamentales para calificación y métodos de cálculo para dientes evolventes de engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.)

Para  $m_B > 1.2$  la corona es lo suficiente resistente y rígida para soportar los dientes y  $K_B = 1.0$ . El factor  $K_B$  también puede utilizarse en las cercanías de un cuñero donde se presenta un pequeño espesor de metal entre la parte superior del cuñero y la parte inferior del espacio del diente.

### Factor de dinámica, $K_v$

El factor de dinámica considera el hecho de que la carga es asumida por un diente con cierto grado de impacto y que la carga real a la que se somete el diente es mayor que la carga transmitida sola. El valor de  $K_v$  depende de la precisión del perfil del diente, de sus propiedades elásticas y de la velocidad con los dientes que entran en contacto.

La figura 11-29 muestra una gráfica de los valores AGMA que se sugieren para  $K_v$ , donde los números de  $Q_v$  son los números de calidad AGMA que se mencionaron antes. Los engranes en el diseño mecánico común caerán en las clases que representan las curvas 5, 6 o 7, las cuales corresponden a ejes que se fabrican fresando o mediante cepillo-limador con herramientas que van de promedio a buenas. Si a los dientes se les da un acabado lijándolos o rebajándolos para mejorar la precisión del perfil de diente y el espaciado, debe utilizarse la curva 8, 9, 10 u 11. Bajo condiciones muy especiales donde se utilizan dientes de alta precisión en aplicaciones en las que hay escasa oportunidad de que se desarrollen cargas dinámicas externas, pueden utilizarse



Curva 5:

$$C_v = K_v = \frac{50}{50 + \sqrt{v_t}} \quad \text{Unidades del sistema inglés}$$

$$C_v = K_v = \frac{50}{50 + \sqrt{200v_t}} \quad \text{Unidades del sistema SI}$$

$$v_{t_{\max}} = [A + (Q_v - 3)]^2 \quad \text{Unidades del sistema inglés}$$

$$v_{t_{\max}} = \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200} \quad \text{Unidades del sistema SI}$$

donde

$v_{t_{\max}}$  = Punto extremo de las curvas de  $C_v$  y  $K_v$ , pies/min (m/s)

Curvas 6 a la 11:

$$C_v = K_v = \left( \frac{A}{A + \sqrt{v_t}} \right)^B \quad \text{Unidades del sistema inglés}$$

$$C_v = K_v = \left( \frac{A}{A + \sqrt{200v_t}} \right)^B \quad \text{Unidades del sistema SI}$$

donde

$$A = 50 + 56 (1.0 - B)$$

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{0.667}}{4}$$

$Q_v$  = Número de nivel de precisión de la transmisión

Figura 11-29 Factor de dinámica,  $C_v$  y  $K_v$ . (Se tomó del Estándar AGMA-2001-B88 Factores fundamentales para calificación y métodos de cálculo para dientes evolventes de engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314).

las áreas sombreadas. Si los dientes se cortan mediante corte rotatorio, deberá utilizar factores más bajos que los que se encontraron en la curva 5. Observe que en calidad 5 no deben utilizarse engranes a velocidades de paso de línea por arriba de 2,500 pies/min. Es necesario comprender que los factores dinámicos son aproximados. Para aplicaciones donde las condiciones son severas, en particular operaciones por arriba de 4,000 pies/min, hay que utilizar métodos que tomen en cuenta las propiedades del material, la masa y la inercia de los engranes y el error real en la forma de los dientes para hacer una proyección de la carga dinámica [10, 11, 17].

**Problema ilustrativo 11-3.** Calcule el esfuerzo o tensión que se espera debido a la flexión en el piñón *A* y el engrane *B* del primer par de engranes en la figura 11-12. El piñón *A* gira a 1,750 rpm, impulsado directamente por un motor eléctrico. La máquina impulsada es una sierra industrial que requiere de 25 hp. La unidad de engranes es cerrada o compactada y se fabricó de conformidad con los estándares comerciales. La información que se indica enseguida se utiliza en los engranes:

$$N_P = 20, \quad N_G = 70, \quad P_d = 8, \quad F = 1.50" \quad Q_v = 6$$

Los dientes de los engranes son evolventes de profundidad total a 20°.

Los discos con que se fabrican los engranes son sólidos

**Solución.** Para calcular la tensión o esfuerzo que se espera se recurre a la ecuación (11-26)

$$\sigma_t = \frac{W_t P_d}{F J} \frac{K_a K_s K_m K_B}{K_v} \quad (11-26)$$

Primero, se pueden utilizar los principios de la sección 11-9 para calcular la carga transmitida en los dientes de los engranes

$$D_P = N_P / P_d = 20 / 8 = 2.500"$$

$$v_t = \pi D_P n_P / 12 = \pi (2.5)(1\,750) / 12 = 1\,145 \text{ pies/min}$$

$$W_t = 33\,000(P) / v_t = (33\,000)(25) / (1\,145) = 720 \text{ lb}$$

De la figura 11-26 se encuentra que,  $J_P = 0.335$  y  $J_G = 0.420$ .

El factor de aplicación se encuentra a partir de la tabla 11-13. Para un motor que trabaja con suavidad, en forma uniforme impulsando una sierra industrial que genera un choque moderado,  $K_a = 1.50$  es un valor razonable.

El factor de tamaño,  $K_s = 1.00$  porque los dientes de engrane con  $P_d = 8$  son relativamente pequeños. Véase la tabla 11-14.

El factor de distribución de carga,  $K_m$  puede encontrarse a partir de la figura 11-27 para impulsores de engrane cerrados. Para este diseño

$$F/D = 1.50/2.50 = 0.60$$

Entonces  $K_m = 1.20$  aproximadamente.

El factor de espesor de la corona,  $K_b$  puede considerarse como 1.00 porque los engranes deben fabricarse con discos sólidos.

El factor de dinámica puede leerse en la figura 11-29. Para  $v_t = 1,145$  pies/min y  $Q_v = 6$ ,  $K_v = 0.69$ .

Ahora, la tensión puede calcularse a partir de la ecuación (11-26). Primero calcularemos la tensión o esfuerzo que se genera en el piñón.

$$\sigma_{IP} = \frac{(720)(8)}{(1.50)(0.335)} \frac{(1.50)(1.0)(1.2)(1.0)}{0.69} = 29\,900 \text{ psi}$$

Observe que todos los factores en la ecuación de esfuerzo o tensión son los mismos para el engrane a excepción del valor del factor de geometría,  $J$ . Así, la tensión en el engrane puede calcularse a partir de :

$$\sigma_{IG} = \sigma_{IP}(J_P/J_G) = (29\,900)(0.335/0.420) = 23\,850 \text{ psi}$$

La tensión en los dientes del piñón siempre será más alta que la tensión en los dientes del engrane porque el valor de  $J$  se incrementa conforme aumenta el número de dientes.

## 11-12 SELECCION DE MATERIAL PARA ENGRANES CON BASE EN LA TENSION POR FLEXION

Para una operación segura es responsabilidad del diseñador especificar un material que tenga una tensión por flexión permisible mayor que el esfuerzo o tensión que se calculó debido a flexión a partir de la ecuación (11-26). Recuerde que en la sección 11-6, se proporcionaron los números de tensión permisible,  $s_{at}$ , para una gran variedad de materiales que por lo común se emplean para fabricar engranes. Así, es necesario que,

$$\sigma_t < s_{at}$$

Estos datos son válidos para las condiciones siguientes:

Temperatura menor que 250°F

Hasta  $10^7$  ciclos de carga en los dientes

Confiabilidad de 99%

### Ajuste de $s_{at}$ para vida útil y confiabilidad

Si se desea una vida útil distinta a  $10^7$  ciclos de carga o una confiabilidad diferente que 99%, el criterio de elección de un material se convierte en

$$\sigma_t < s_{at}(K_L/K_R)$$



Utilice los siguientes valores para  $K_L$  [4].

Número de ciclos de carga, $N$	$K_L$
$10^7$	1.00
$10^8$	0.92
$10^9$	0.87
$10^{10}$	0.80

Utilice los siguientes valores para  $K_R$  [4].

Confiabilidad que se requiere	$K_R$
0.90	0.85
0.99	1.00
0.999	1.25
0.9999	1.50

**Problema ilustrativo 11-4.** Especifique materiales adecuados para el piñón y el engrane del problema ilustrativo 11-3.

**Solución.** En el problema ilustrativo 11-3 se encontró que

$$\sigma_{IP} = 29\,900 \text{ psi}, \quad \sigma_{IG} = 23\,850 \text{ psi}$$

Suponiendo que las condiciones estándar de vida útil,  $10^7$ , y de confiabilidad, 99%, son aceptables, podemos remitirnos a la sección 11-6 para materiales adecuados. Estos niveles de tensión o esfuerzo están en el rango para el cual casi siempre se utiliza acero. De la figura 11-14, utilizando acero grado 1, encontrar que el piñón debe tener una dureza de 225 HB cuando menos, y la dureza del engrane debe ser de 180 HB. El apéndice A-4-1 es una gráfica de las propiedades que se esperan del acero AISI 1040 para una gran variedad de condiciones de tratamiento térmico. Podría especificarse que:

Material para piñón: AISI 1040 WQT 1100; 225 HB mínimo

Material para engrane: AISI 1040 WQT 1300; 180 HB mínimo

**Solución alterna.** Si se desean una vida útil de  $10^9$  y una confiabilidad de 0.9999, el número de tensión por flexión permisible se convierte en

$$s'_{at} = s_{at}(K_L/K_R)$$

Para fines de diseño, es equivalente traspasar los factores de vida útil y de confiabilidad a la tensión por flexión calculada. Es decir,

$$\sigma'_t = \sigma_t(K_R/K_L)$$

Para este problema  $K_R = 1.50$  y  $K_L = 0.87$ . En consecuencia,

$$\sigma'_{tP} = (29\,900 \text{ psi})(1.50/0.87) = 51\,550 \text{ psi}$$

$$\sigma'_{tG} = (23\,850 \text{ psi})(1.50/0.87) = 41\,120 \text{ psi}$$

Para el piñón, el acero de grado 1, en la condición de endurecimiento directo no es adecuado porque la tensión es más alta que se recomienda para dureza de superficie es de 400 HB, como puede observarse en la figura 11-14.

Se pueden considerar dos opciones. Primero, se puede especificar un acero de grado 2, con su calidad y costo más altos. La figura 11-14 indica que una dureza de 350 HB aproximadamente en acero de grado 2 tendrá un valor correspondiente a  $s_{at}$  de 52,000 lo cual excede el valor que se necesita. El engrane puede fabricarse con un acero de grado 2 y dureza de 250 HB. El apéndice A-4-1 se puede utilizar de nuevo para especificar un acero adecuado.

Material para el piñón: AISI 1040 WQT, grado 2, 350 HB mínimo

Material para el engrane: AISI 1040 WQT, grado 2, 250 HB mínimo

La segunda opción es fabricar el piñón de un acero grado 1 que se endurece en la superficie mediante carburización. Al consultar la tabla 11-8, se puede observar que  $s_{at} = 55,000$  psi para acero carburizado grado 1 con una dureza superficial de entre 55 y 64 HRC. El engrane también se puede carburizar o se puede endurecer directamente hasta 400 HB, con lo que se obtiene  $s_{at} = 42\,000$  psi (figura 11-14). Utilice el apéndice A-5 para seleccionar aceros carburizados. Una posibilidad es:

Materiales para el piñón y el engrane: AISI 4118 DOQT 450, carburizado, endurecido en la superficie, 56 HRC mínimo.

## 11-13 RESISTENCIA A LA CORROSION DE DIENTES DE ENGRANES

Los dientes de engranes deben asegurarse contra fallas por fractura, y también deben ser capaces de operar durante su vida útil que se desea sin que exista corrosión significativa de la forma del diente. La corrosión es el fenómeno en el cual pequeñas partículas se eliminan de la superficie de los dientes debido a las altas fuerzas de contacto que se presentan entre los dientes de engranes. En realidad la corrosión es la falla por fatiga en la superficie de los dientes. Una operación prolongada después que ha ocurrido corrosión provoca que la forma de los dientes se modifique en forma asombrosa, lo cual origina ruido y vibración. Por tanto el proceso de diseño busca evitar que se inicie la corrosión.

La propiedad más importante de los dientes de engranes que proporciona resistencia a la corrosión es la dureza de la superficie de los dientes. Cuanto más dura sea la superficie, más alta es la resistencia a la corrosión del material. La fuerza que ejerce el diente impulsor sobre el diente que es impulsado, y la reacción consecuente sobre el diente impulsor, en teoría, se aplica a la línea de contacto entre los perfiles de los dientes. En realidad, como consecuencia de la elasticidad del material con que se fabrican los dientes, la fuerza se difunde sobre un área rectangular pequeña. La tensión resultante se concentra en gran medida alrededor del área en que se aplica la fuerza y se le da el nombre de *tensión por contacto* o *esfuerzo de Hertz*.

El desarrollo de la ecuación que corresponde a la tensión por contacto en los dientes de los engranes se basa en el análisis de dos cilindros que se someten a la acción de una carga radial. Los radios de los cilindros se considera que son los radios de curvatura de las formas evolventes de los dientes que embona en el punto de contacto. La carga en los dientes es la carga normal total, que se encuentra a partir de

$$W_N = W_t / \cos \phi \quad (11-27)$$

donde  $W_N$  = carga que actúa en forma normal respecto a la superficie de los dientes

$W_t$  = carga transmitida que actúa en forma tangencial respecto a la línea de paso

$\phi$  = ángulo de presión

El esfuerzo de Hertz por contacto resultante debido a esta carga es [2]

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{W_t}{FD_P} \frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_P^2}{E_P} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \frac{1}{\frac{\cos \phi \sin \phi}{2} \frac{m_G}{m_G + 1}}} \quad (11-28)$$

donde, además de los términos que ya se definieron

$D_P$  = diámetro de paso del piñón

$\nu_P$  = razón de Poisson para el material con que está hecho el piñón

$\nu_G$  = razón de Poisson para el material con que está hecho el engrane

$E_P$  = módulo de elasticidad para el material con que está hecho el piñón

$E_G$  = módulo de elasticidad para el material con que está hecho el engrane

$m_G$  = relación de engrane =  $N_G / N_P$

El segundo término abajo del radical depende de las propiedades del material y se le da el nombre de *coeficiente elástico*,  $C_p$ , esto es

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi[(1 - \nu_P^2)/E_P + (1 - \nu_G^2)/E_G]}} \quad (11-29)$$

Para materiales de uso común en engranes, el valor de  $C_p$  se puede encontrar en la tabla 11-15.

Tabla 11-15 Coeficiente elástico,  $C_p$ 

Material para el piñón	Módulo de elasticidad, $E_p$ , lb/pulg <sup>2</sup> (MPa)	Material para fabricar engranes y módulo de elasticidad, $E_G$ , lb/pulg <sup>2</sup> (MPa)					
		Acero $30 \times 10^6$ ( $2 \times 10^5$ )	Hierro maleable $25 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	Hierro nodular $24 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	Hierro fundido $22 \times 10^6$ ( $1.5 \times 10^5$ )	Bronce con aluminio $17.5 \times 10^6$ ( $1.2 \times 10^5$ )	Bronce con estaño $16 \times 10^6$ ( $1.1 \times 10^5$ )
Acero	$30 \times 10^6$ ( $2 \times 10^5$ )	2 300 (191)	2 180 (181)	2 160 (179)	2 100 (174)	1 950 (162)	1 900 (158)
Hierro maleable	$25 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	2 180 (181)	2 090 (174)	2 070 (172)	2 020 (168)	1 900 (158)	1 850 (154)
Hierro nodular	$24 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	2 160 (179)	2 070 (172)	2 050 (170)	2 000 (166)	1 880 (156)	1 830 (152)
Hierro fundido	$22 \times 10^6$ ( $1.5 \times 10^5$ )	2 100 (174)	2 020 (168)	2 000 (166)	1 960 (163)	1 850 (154)	1 800 (149)
Bronce con aluminio	$17.5 \times 10^6$ ( $1.2 \times 10^5$ )	1 950 (162)	1 900 (158)	1 880 (156)	1 850 (154)	1 750 (145)	1 700 (141)
Bronce con estaño	$16 \times 10^6$ ( $1.1 \times 10^5$ )	1 900 (158)	1 850 (154)	1 830 (152)	1 800 (149)	1 700 (141)	1 650 (137)

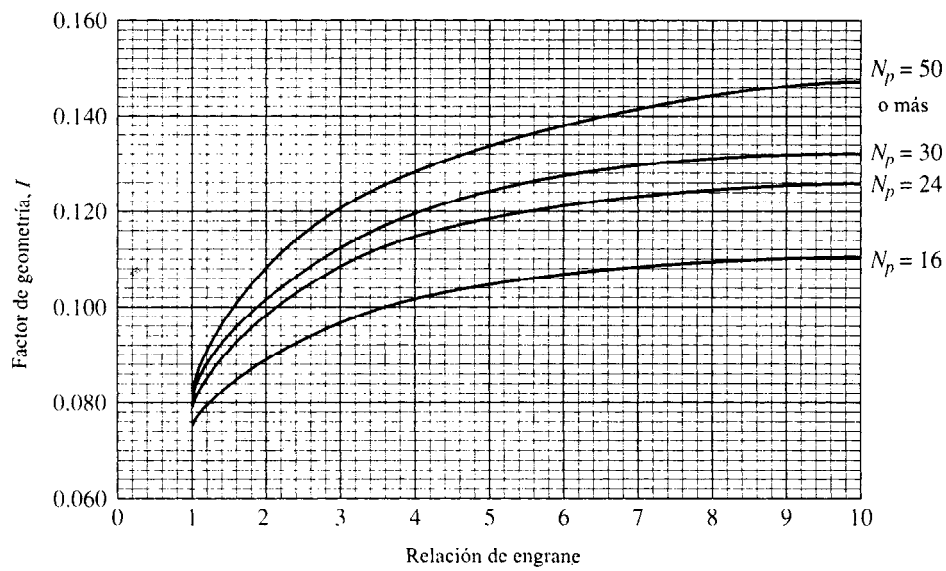
Nota: razón de Poisson = 0.30; las unidades para  $C_p$  son (lb/pulg<sup>2</sup>)<sup>0.5</sup> o (MPa)<sup>0.5</sup>.

Fuente: Se tomó del estándar AGMA-2001-B88, *Factores fundamentales para calificación y métodos de cálculo para dientes evolventes de engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.

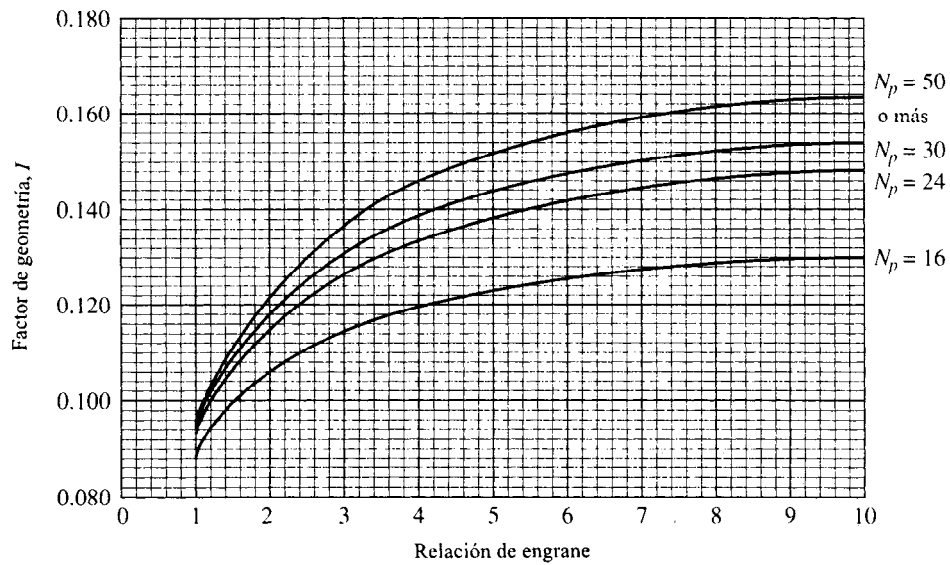
El denominador del último término bajo el radical en la ecuación (11-28) se denomina *factor de geometría*,  $I$ , y depende de la geometría del diente y de la relación de engrane. Los valores pueden encontrarse a partir de la figura 11-30.

Las gráficas en la figura 11-30 se tomaron del estándar AGMA 218.01 original al que le han sucedido dos estándares nuevos: AGMA 2001-B88, *Factores fundamentales de calificación y métodos de cálculo para dientes evolventes de engranes cilíndricos o rectos y helicoidales*, septiembre de 1988, y AGMA 908-B89, *Factores de geometría para determinar la resistencia a la corrosión y la resistencia a la flexión de dientes de engranes cilíndricos o rectos, helicoidales y de espiguilla*, abril de 1989. El estándar 908-B89, incluye un método analítico para calcular el valor de geometría  $I$ . Sin embargo, los valores de  $I$  no registran cambio alguno respecto al estándar original. En lugar de gráficas, el nuevo estándar reporta valores que corresponden a  $I$  para una gran variedad de formas de dientes en las tablas. Las gráficas del estándar original se muestran en la figura 11-30 de manera que el lector puede visualizar la variación de  $I$  con el número de dientes en el piñón y en el engrane.

Observe, además, que en la figura 11-30 sólo se incluyen factores de  $I$  para dos formas de dientes y que los valores sólo son válidos para esas formas. Los diseñadores deben asegurar que los factores de  $I$  para la forma de los dientes que en realidad se emplean se incluyan en el análisis de tensión por contacto.



(a) ángulo de presión a  $20^\circ$  (diente de profundidad total  $\approx 1/P_d$ )



(a) ángulo de presión a  $20^\circ$  (diente de profundidad total  $\approx 1/P_d$ )

**Figura 11-30** Factor de geometría,  $I$ , de piñón cilíndrico o de talla recta externo, para distancias centrales estándar. Todas las curvas son para el punto más bajo de contacto de un solo diente en el piñón. (Se tomó del *Estándar AGMA para calificar la resistencia a la corrosión y la resistencia a la flexión de dientes evolventes de engranes cilíndricos o de talla recta y helicoidales*, AGMA 218.01, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.)

Al sustituir  $C_p$  e  $I$  en la ecuación (11-28) se obtiene

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{W_t}{FD_p I}} \quad (11-30)$$

Al igual que en la ecuación para tensión por flexión en dientes de engranes, un factor de aplicación,  $C_a$ , un factor de tamaño,  $C_s$ , un factor de dinámica,  $C_v$ , y un factor de distribución de carga,  $C_m$ , deben incluirse en la ecuación de tensión por contacto. La ecuación (11-30) se convierte en

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{C_a C_s C_m W_t}{C_v F D_p I}} \quad (11-31)$$

Esta es la forma de la ecuación de tensión por contacto que utilizaremos en la solución de problemas. Los factores para el factor de aplicación,  $C_a$ , el factor de tamaño,  $C_s$ , el factor de distribución de carga,  $C_m$ , y el factor de dinámica,  $C_v$ , pueden considerarse como iguales que los factores correspondientes para el análisis de tensión o esfuerzo por tensión,  $K_a$ ,  $K_s$ ,  $K_m$ , y  $K_v$ , en las secciones previas. Un factor adicional,  $C_f$ , que corresponde a acabado superficial, está siendo considerado por la AGMA para incluirlo en la ecuación de tensión por contacto. Hasta ahora, aún no se han especificado valores en cuanto a  $C_f$ .

**Problema ilustrativo 11-5.** Calcule la tensión por contacto que se espera en el par de engranes que se describe en la ecuación 11-3.

**Solución.** A continuación se presenta un resumen de datos del problema ilustrativo 11-3.

$$\begin{aligned} N_P &= 20, & N_G &= 70, & F &= 1.50" & W_t &= 720 \text{ lb}, & D_P &= 2.500" \\ K_a &= 1.50, & K_s &= 1.00, & K_m &= 1.20, & K_v &= 0.69 \end{aligned}$$

Los dientes de los engranes son evolventes de profundidad total a  $20^\circ$ . También necesitamos el factor de geometría para la resistencia a la corrosión,  $I$ . De la figura 11-30(a) a una relación de engrane de  $m_G = N_G/N_P = 70/20 = 3.50$  y para  $N_P = 20$ , leemos que  $I = 0.108$  aproximadamente.

El análisis de diseño para resistencia a la flexión indicó que deben utilizarse dos engranes de acero. Así, partiendo de la tabla 11-15, encontramos que  $C_p = 2,300$ . Por consiguiente la tensión por contacto es

$$\begin{aligned} \sigma_c &= C_p \sqrt{\frac{C_a C_s C_m W_t}{C_v F D_p I}} = 2\,300 \sqrt{\frac{(1.50)(1.0)(1.20)(720)}{(0.69)(1.50)(2.50)(0.108)}} \\ \sigma_c &= 156\,630 \text{ psi} \end{aligned}$$

## 11-14 SELECCION DE MATERIAL PARA ENGRANES CON BASE EN LA TENSION POR CONTACTO

Debido a la corrosión resultante de la tensión por contacto, distinto a la falla de un diente causada por flexión, debe hacerse una especificación independiente para materiales adecuados en cuanto al piñón y el engrane. En general, el diseñador debe especificar un material que tenga un número de tensión debida al contacto permisible,  $s_{ac}$ , mayor que la tensión debida al contacto que se calculó,  $\sigma_c$ , esto es,

$$\sigma_c < s_{ac}$$

Los valores para  $s_{ac}$  para varios materiales se proporcionaron en la sección 11-6 los cuales son válidos hasta para  $10^7$  ciclos de carga con una confiabilidad de 99% si la temperatura del material se encuentra por abajo de los  $250^\circ$ . Para diferentes expectativas en cuanto a vida útil y confiabilidad se agregan otros factores:

$$\sigma_c > s_{ac}(K_L/K_R)$$

El factor de confiabilidad,  $K_R$ , es el mismo que el que se asigna a esfuerzo por flexión,  $C_R$ , que se especifica en la sección 11-12. Los valores para el factor de vida útil que se toman de la referencia bibliográfica [4] son:

Número de ciclos de carga, $N$	$K_L$
$10^7$	1.00
$10^8$	0.88
$10^9$	0.78
$10^{10}$	0.69

**Problema ilustrativo 11-6.** Especifique materiales adecuados para el piñón y el engrane del problema ilustrativo 11-5, con base en la tensión debida al contacto.

**Solución.** En el problema ilustrativo 11-5 se encontró que la tensión debida al contacto que se espera es  $\sigma_c = 156,630$  psi. Suponiendo que las condiciones estándar de vida útil, es decir  $10^7$  ciclos, y la confiabilidad, o sea 99%, son aceptables, podemos consultar la figura 11-15 para aceros endurecidos adecuados. Encontramos que una dureza de 400 HB en un acero grado 1 satisfacerá, apenas, la tensión permisible que la situación exige. Observe que esto se aplica tanto al piñón como al engrane pues ambos registran la misma tensión debida al contacto. Observe asimismo que esta dureza es significativamente más alta que la que se requiere con base en la resistencia a la flexión en el problema ilustrativo 11-4. Ahí se demostró que un acero grado 1 con 225 HB, cuando menos, resultaría satisfactorio. Esto ocurre muy a menudo, lo cual indica que la resistencia a la corrosión es casi siempre el factor determinante de los requerimientos relativos al material y no la resistencia a la flexión.

Para los engranes que tienen una dureza superficial de, al menos, 400 HB, podrían especificarse muchos materiales distintos. Uno de los posibles es AISI 1040 el cual se muestra en el apéndice A-4 que se utilizó antes. Podría especificarse:

Material tanto para el piñón como para el engrane: AISI 1040 WQT 700 400 HB mínimo

Otras opciones consistirían en utilizar un material de grado 2 con una dureza de 350 HB aproximadamente (figura 11–15) o un material endurecido en la superficie cuya dureza superficial sea 50 HRC, por lo menos (tabla 11–18).

---

## 11–15 DISEÑO DE ENGRANES DE TALLA RECTA O CILINDRICOS

En los diseños que tienen que ver con impulsores de engrane, por lo regular se conocen las velocidades de giro que se requieren para el piñón y el engrane y la cantidad de potencia que debe transmitir el impulsor. Estos factores se conocen a partir de la aplicación. También, es necesario comprender las condiciones ambientales y las de operación a las que se someterá el impulsor. Es en especial importante conocer el tipo de dispositivo impulsor y la máquina que es impulsada, para estar en posición de juzgar el valor adecuado para el factor de aplicación.

El diseñador debe decidir el tipo de engranes que va a utilizar, la forma en que se disponen en sus ejes, los materiales, incluyendo el tratamiento térmico al que se les somete, y su geometría, el número de dientes, el paso diametral, los diámetros de paso, la forma de los dientes, el espesor de la cara y los números de calidad.

Esta sección presenta un procedimiento de diseño que toma en cuenta la resistencia a la fatiga por flexión de los dientes de los engranes y la resistencia a la corrosión, lo cual recibe el nombre de *durabilidad superficial*. Este procedimiento hace uso extensivo de las ecuaciones de diseño que se presentaron en las secciones anteriores del capítulo y de las tablas de las propiedades de los materiales que se incluyen en los apéndices del A–3 al A–5, A–8 y A–12.

Debe comprenderse que no existe una solución óptima para el diseño de un engrane, es posible realizar varios diseños que resultan satisfactorios. El criterio del lector, su creatividad, así como las necesidades específicas de la aplicación afectarán en grado considerable el diseño final que se seleccione. El propósito aquí es poner a disposición del lector los medios para enfocar el problema de manera que se genere un diseño razonable.

### Objetivos de diseño

Enseguida se enumeran los objetivos generales de un diseño. El impulsor resultante debe

- Ser compacto y pequeño

- Operar con suavidad y en silencio

- Tener una larga vida útil

- Ser bajo en costos

- Ser fácil de fabricar

- Ser compatible con las demás piezas del sistema, como cojinetes, ejes, la carcasa, el impulsor y la máquina que es impulsada



### Procedimiento de diseño

El procedimiento de diseño tiene, por objetivo principal, la determinación o cálculo de un impulsor de engrane seguro y duradero. Las que se mencionan a continuación son las partes principales del procedimiento.

1. Se propone una geometría que satisfaga la relación de velocidad que se necesita y los límites en su aplicación, como distancia central y tamaño físico.
2. Se hace una selección tentativa del material que se va a utilizar, por ejemplo, acero o hierro fundido.
3. Se elige un paso diametral para realizar pruebas. Debido a su considerable impacto en la resistencia, la resistencia a la corrosión y la geometría, la elección del paso diametral es de importancia crítica. Las partes restantes del procedimiento se orientan a confirmar que es posible llevar a feliz término el diseño, de lo contrario, los resultados serán de utilidad en la selección de otro paso para llevar a cabo pruebas.
4. Se calculan las cargas, el espesor o ancho de la cara y los factores de diseño.
5. Se calcula el esfuerzo o tensión por flexión a que se someten los dientes del piñón. Si el valor que resulta es satisfactorio, se continúa con el proceso. De otra manera, se selecciona un nuevo paso o una geometría revisada.
6. Se calcula la tensión o esfuerzo debida al contacto en la superficie de los dientes y se determinan las propiedades que se requieren en cuanto al material para asegurarse contra la corrosión.
7. Se hacen las especificaciones finales correspondientes a los materiales con que se van a fabricar el piñón y el engrane para satisfacer los requisitos relativos a resistencia y desgaste.

Los detalles de los pasos de los que consta el diseño de engranes de talla recta o cilíndricos se mostrarán en un problema ilustrativo. No es raro que se realicen varias pruebas antes de establecer un diseño. Si el proceso se prepara en una computadora o en una calculadora programable es posible realizar pruebas sucesivas con rapidez (véase la sección 11-17).

### Parámetros de diseño

La figura 11-31 muestra una gráfica de la capacidad de potencia de un par de engranes de acero contra la velocidad de giro del piñón, y se ilustran varios valores de paso diametral. La dureza del piñón y del engrane que se emplean para estas curvas se encuentran en el rango medio de los posibles valores para el acero (300 HB aproximadamente). Esto debe darle al lector una idea por dónde empezar; pero debe observar que las curvas suponen una carga uniforme, ( $K_a = 1.0$ ), y una buena alineación, ( $K_m = 1.0$ ). Si su aplicación tiene valores más altos para cualquiera de los factores, el conjunto completo de curvas se desplaza hacia abajo. Es decir, tendrá que elegir un valor para paso diametral más bajo de lo que se indica en la gráfica.

El ancho o espesor de la cara,  $F$ , se puede especificar una vez que se ha elegido el paso diametral. Si bien es posible utilizar una amplia gama de espesores de cara los límites que se indican enseguida se utilizan para impulsores de engrane mecánicos a nivel general:

$$\begin{aligned} 8/P_d < F < 16/P_d \\ \text{Valor nominal de } F &= 12/P_d \end{aligned} \quad (11-32)$$

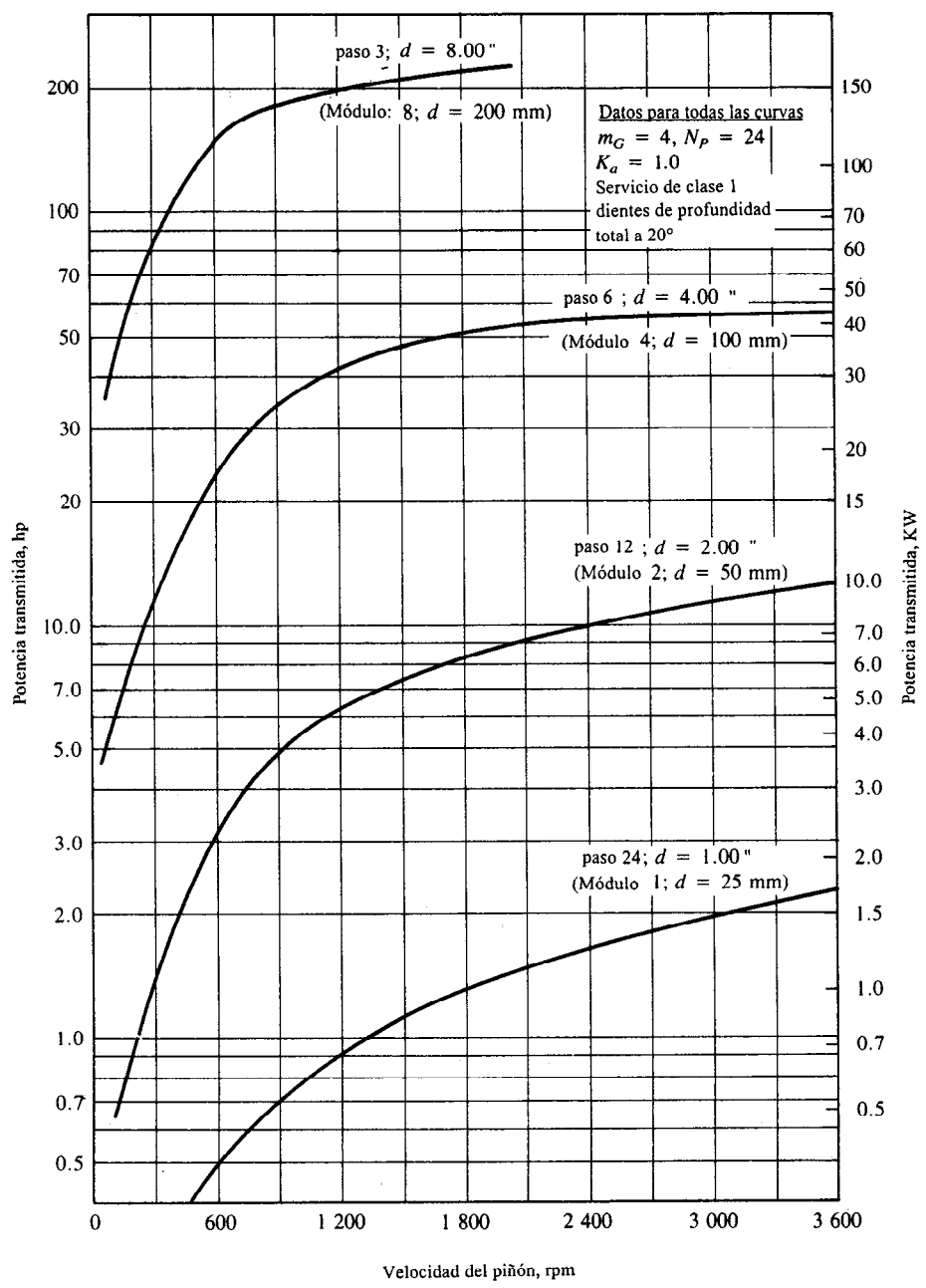


Figura 11-31 Potencia contra velocidad del piñón

A su vez, por lo regular, el espesor de la cara no es mayor que el diámetro de paso del piñón. Se le asigna un valor límite al ancho de la cara para reducir a su mínima expresión los problemas de alineación. Un espesor de cara en extremo ancho incrementa la oportunidad de que la carga en la cara de los dientes sea menor que la total. Cuando el espesor o ancho de la cara es menor que el límite inferior de la ecuación (11-32), es probable que se logre un diseño más compacto con un paso distinto.

Las relaciones siguientes deben ayudar a determinar qué cambios debe hacer en sus estimaciones de diseño antes de realizar el primer conjunto de operaciones.

Disminuir el valor numérico del paso diametral da por resultado dientes de mayor tamaño y por lo general esfuerzos o tensiones de menor magnitud. A su vez, el valor más bajo del paso por lo regular significa un espesor de la cara más grande, lo que disminuye la tensión e incrementa la durabilidad de la superficie.

Al incrementar el diámetro del piñón disminuye la carga transmitida y por lo general reduce los esfuerzos y mejora la durabilidad de la superficie.

Al incrementar el espesor o ancho de la cara disminuye la tensión y mejora la durabilidad de la superficie, pero, casi siempre, en menor medida que los cambios en paso o diámetro de paso como se analizó antes.

Los engranes con más dientes y de menor tamaño tienden a correr con más suavidad provocando menos ruido que los engranes que tienen más dientes y son más grandes.

Deben utilizarse valores estándar de paso diametral para facilitar la fabricación y reducir costos (véase la tabla 11-2).

Utilizar aceros con aleaciones altas y durezas superficiales más considerables da por resultado sistemas más compactos pero el costo será mayor.

Emplear engranes muy precisos, con dientes lijados o rebajados, da por resultado cargas dinámicas de menor magnitud y, por consiguiente, menores tensiones o esfuerzos así como mejoría en la durabilidad de la superficie, no obstante, el costo será más alto.

Por lo regular, el número de dientes en el piñón debe ser lo más reducido posible para hacer que el sistema sea compacto. Sin embargo, la posibilidad de que se presente interferencia es mayor con menos dientes. Verifique la tabla 11-6 para asegurar que no surgirá interferencia.

**Problema ilustrativo 11-7.** Un par de engranes de talla recta o cilíndricos con diente de profundidad total a  $20^\circ$  debe diseñarse como parte del impulsor para una cortadora de madera que se va a utilizar para obtener pulpa que se usará en una fábrica de papel. La fuente de poder es un motor eléctrico que impulsa al piñón a 1,750 rpm. El engrane debe girar a entre 460 y 465 rpm. Los engranes deben transmitir 3.0 hp. Se desea un diseño compacto pero en ningún caso la distancia central deberá exceder de 5.00".

Termine el diseño de manera que sea seguro con una vida útil previa a la fatiga terminal mayor de 10 millones de ciclos. Especifique el paso diametral, el número de dientes en el piñón y el engrane, los diámetros de paso del piñón y el engrane, el espesor o ancho de la cara y el material junto con el tratamiento térmico que se aplicó.

**Solución y proceso general de diseño.**

1. Calcule la relación nominal de velocidad.

En el punto medio del rango que se especifica en cuanto a velocidad de salida:

$$VR = n_P/n_G = (1\,750 \text{ rpm})/(462.5 \text{ rpm}) = 3.78$$

2. Especifique la geometría para el primer diseño que se somete a pruebas.

Empecemos por especificar el paso diametral y el número de dientes en el piñón. Si consulta la figura 11-31, al parecer, un paso diametral algo mayor que 12 funcionará bien. Sin embargo, recuerde que esas gráficas corresponden a cargas uniformes y una buena alineación. Este diseño, para una cortadora de madera, tiene un alto factor de aplicación y es probable que su grado de desalineación sea alto. En consecuencia, optemos por  $P_d = 12$ . Como deseamos un diseño compacto, elegiremos el menor número de dientes para el piñón que asegure que no habrá interferencia. A partir de la tabla 11-6, se puede utilizar  $N_p = 18$ .

Ahora, utilizando las ecuaciones básicas para geometría de par de engranes de las secciones 11-3 y 11-5:

$$N_G = N_P(VR) = (18)(3.78) = 68.04$$

Sin embargo, dado que  $N_G$  debe ser un número entero, use  $N_G = 68$ . La relación de velocidad final es  $VR = N_G/N_P = 68/18 = 3.778$ . La velocidad de salida real es  $n_G = n_P/VR = (1750 \text{ rpm})/(3.778) = 463 \text{ rpm}$ . Esto está dentro del rango que se especificó.

Calcule los diámetros de paso

$$D_P = N_P/P_d = 18/12 = 1.500 \text{ "}$$

$$D_G = N_G/P_d = 68/12 = 5.667 \text{ "}$$

Calcule la distancia central

$$C = (N_P + N_G)/(2P_d) = (18 + 68)/(24) = 3.583 \text{ "}$$

La geometría es aceptable.

3. Calcule la velocidad de línea de paso

$$v_t = \pi D_P n_P / 12 = [\pi(1.500)(1\,750)]/12 = 687 \text{ pies/min}$$

4. Calcule la carga transmitida para 3.0 hp.

$$W_t = 33\,000(P)/v_t = 33\,000(3.0)/687 = 144 \text{ lb}$$

5. Especifique un número de calidad. Consulte la tabla 11-12 a manera de guía. Para la cortadora de madera,
- $Q_v = 6$
- debe ser satisfactorio.

6. Determine el factor de dinámica,  $K_v$ , a partir de la figura 11-29. Para  $Q_v = 6$  y  $v_t = 687$  pies/min, encontramos  $K_v = 0.75$ .
7. Seleccione el factor de aplicación  $K_a$ . A partir de la tabla 11-13 con una fuente de poder uniforme, es decir un motor eléctrico, y una carga de choque pesada (la cortadora de madera), utilice  $K_a = 1.75$ .
8. Especifique un factor de tamaño,  $K_s$ , a partir de la tabla 11-14. Para  $P_d = 12$ ,  $K_s = 1.00$
9. Especifique el ancho o espesor de la cara  $F$  utilizando el valor nominal:

$$F = 12/P_d = 12/12 = 1.00 \text{ "}$$

10. Especifique un factor de distribución de carga,  $K_m$ , a partir de la figura 11-27.  
Para  $F = 1.00$ " y  $D_p = 1.50$ ",  $F/D_p = 0.667$ . El tipo de unidad de engrane debe ser especificada por el diseñador. En este caso, se utilizarán engranes abiertos que se apoyan en el armazón de la cortadora de madera. Después,  $K_m = 1.32$ , se encuentra a partir de la parte superior en la figura 11-27.
11. Especifique el factor de espesor de la corona,  $K_b$ , utilizando la figura 11-28.  
Como el piñón es pequeño, usaremos un disco sólido para fabricar el engrane, para el que  $K_b = 1.00$ .
12. Especifique la forma de diente que se empleará y determine los factores de geometría  $J_p$  y  $J_g$  a partir de la figura 11-26. En condiciones normales se optará por dientes evolventes de profundidad total a  $20^\circ$ . Seleccionemos esta forma para el impulsor de la cortadora de madera. Así,  $J_p = 0.325$  para  $N_p = 18$  y  $N_g = 68$ . También,  $J_g = 0.410$ .
13. Calcule la tensión por flexión que se espera en los dientes del piñón a partir de la ecuación (11-26).

$$\sigma_{tP} = \frac{W_t P_d}{F J_p} \frac{K_a K_s K_m K_b}{K_v} = \frac{(144)(12)}{(1.00)(0.325)} \frac{(1.75)(1.0)(1.32)(1.0)}{(0.750)}$$

$$\sigma_{tP} = 16\,400 \text{ psi}$$

14. Calcule la tensión por flexión que se espera en el engrane a partir de:

$$\sigma_{tG} = \sigma_{tP} (J_p/J_g) = (16\,400)(0.325/0.410) = 13\,000 \text{ psi}$$

15. Ajuste el número de tensión por flexión calculado si se pretende una confiabilidad diferente a 99% o un ciclo de vida útil distinto de  $10^7$  ciclos. Consulte la sección 11-12. Si es necesario calcule:

$$\sigma'_{tP} = \sigma_{tP} (K_R/K_L) \quad \text{y} \quad \sigma'_{tG} = \sigma_{tG} (K_R/K_L)$$

La confiabilidad y la vida útil estándar son satisfactorias para este problema. No es necesario hacer ajuste alguno.

16. Haga una ponderación general acerca de lo adecuado que resultan las tensiones por flexión que se calcularon. ¿Es posible especificar materiales razonables para que soporten los esfuerzos o tensiones con seguridad?

Verifique en la sección 11-6:

La figura 11-14: acero endurecido directamente

Tabla 11-7: acero endurecido directamente

Tabla 11-8: acero endurecido en la superficie

Tabla 11-9: hierro y bronce

Tabla 11-10: plásticos

Si los esfuerzos o tensiones son razonables, continúe con el análisis de tensión por contacto antes de especificar los materiales finales. Con frecuencia, la resistencia a la corrosión es el factor crítico en la selección del material.

En este problema de diseño las tensiones por flexión que se calcularon son seguras, pero resultan bajas para los aceros. Se podría considerar algunos materiales de hierro fundido. Sigamos adelante.

17. Calcule la tensión por contacto que se espera en la superficie de los dientes utilizando la ecuación (11-31):

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{C_a C_s C_m W_t}{C_v F D_p I}}$$

Esto exige que se tome una decisión en cuanto al tipo de material que se va a utilizar en general, de manera que sea posible calcular  $C_p$  a partir de la tabla 11-15.

En este problema, tentativamente optaremos por utilizar acero tanto para el piñón como para el engrane. Así  $C_p = 2,300$ . Se necesita también el factor de geometría  $I$  de la figura 11-30. Para  $m_G = 3.778$  y  $N_p = 18$ , el valor de  $I$  es 0.104 aproximadamente. A partir de pasos anteriores se puede emplear  $C_a = 1.75$ ,  $C_s = 1.00$ ,  $C_m = 1.32$ ,  $C_v = 0.75$ ,  $F = 1.00$ ",  $D_p = 1.50$ " y  $W_t = 144$  lb. Por consiguiente,

$$\sigma_c = 2\,300 \sqrt{\frac{(1.75)(1.0)(1.32)(144)}{(0.75)(1.00)(1.50)(0.104)}} = 122\,650 \text{ psi}$$

18. De ser necesario, aplique factores de confiabilidad y vida útil a la tensión debida al contacto que se calculó.

En este problema se utilizan valores estándar

19. Calcule la dureza que se requiere en cuanto a los materiales con que se fabrican el piñón y el engrane para asegurar una operación con seguridad *tanto* para la tensión debida a la flexión como para la tensión que se genera por el contacto.

En este problema, la tensión por contacto controla el diseño. A partir de la figura 11-15 encontramos que un acero de grado 1 con una dureza de 300 HB tendrá una tensión debida al contacto tolerable o permisible,  $s_{ac}$ , de 124 Ksi aproximadamente, un poco más grande que la tensión debida al contacto que se calculó.

20. Especifique materiales adecuados y sus correspondientes tratamientos térmicos para que se satisfagan los requisitos que se identificaron en los pasos 16 y 19.

Para este problema, es posible especificar cualquier acero susceptible de endurecerse hasta 300 HB. A partir del apéndice A-4-4 podemos especificar:

Tanto para el piñón como para engrane: AISI 4140 OQT 1100, 300 HB mínimo

### Resumen de los resultados del ejemplo ilustrativo 11-7

Potencia transmitida = 3.0 hp de un motor eléctrico.

Velocidad del piñón = 1,750 rpm; velocidad del engrane = 463 rpm.

relación de velocidad = 3.778.

Piñón:  $P_d = 12$ ;  $N_p = 18$ ;  $D_p = 1.500''$ ; espesor de la cara =  $F = 1.00''$

Engrane:  $P_d = 12$ ;  $N_g = 68$ ;  $D_g = 5.667''$ ; espesor de la cara =  $F = 1.00''$ .

Velocidad de la línea de paso =  $v_t = 687$  pies/min.

Carga transmitida =  $W_t = 144$  lb.

Número de calidad =  $Q_v = 6$ ; factor de dinámica =  $K_v = 0.75$ .

Factor de aplicación =  $K_a = 1.75$ ; factor de tamaño =  $K_s = 1.00$

Factor de distribución de carga =  $K_m = 1.32$ .

Factor de espesor de la corona =  $K_b = 1.00$ .

Factor de vida útil =  $K_L = 1.00$  para  $10^7$  ciclos.

Factor de confiabilidad =  $K_R = 1.00$  para confiabilidad de 99%.

Número de tensión o esfuerzo por flexión en el piñón =  $\sigma_{ip} = 16,400$  psi.

Número de tensión o esfuerzo por flexión en el engrane =  $\sigma_{ig} = 13,000$  psi.

Para el piñón y el engrane de acero: tensión debida al contacto =  $\sigma_c = 122,650$  psi

Dureza que se requiere en acero de grado 1 = 300 HB con base en la tensión por contacto permisible

Especificación de material: AISI 4140 OQT 1100, 300 HB mínimo

Se pueden utilizar otros materiales

## 11-16 DISEÑO DE ENGRANES PARA EL SISTEMA DE COEFICIENTE METRICO O MODULO METRICO

La sección 11-3 "nomenclatura de engranes y características de los dientes de los engranes" describe el sistema de módulo métrico o coeficiente métrico para engranes, así como su relación con el sistema de paso diametral. Conforme el proceso de diseño se desarrollaba en la sección 11-9, los datos correspondientes a análisis de tensión y análisis de durabilidad superficial se tomaron de tablas utilizando unidades del sistema inglés de medidas (pulgadas, libras, caballos de potencia, pies por minuto y Kilolibras por pulgada cuadrada). En las tablas se dispone también de datos para el sistema de módulo métrico en unidades de milímetros, newtons, kilowatts, metros por segundo, y megapascals. No obstante, para utilizar la información en SI hay que modificar algunas de las fórmulas.

El siguiente es un ejemplo ilustrativo en el que se utilizan unidades SI. El procedimiento es, virtualmente, el mismo que se utilizó para diseñar con unidades el sistema inglés de medidas. Se señalan aquellas fórmulas que se han convertido al sistema SI.

**Problema ilustrativo 11–8.** Hay que diseñar un par de engranes para que transmita 15.0 kilowatts (kW) de potencia a una moladora de carne de gran tamaño en una planta procesadora de carne. El piñón está conectado al eje de un motor eléctrico que gira a 575 rpm. El engrane debe operar a entre 270 y 280 rpm. La unidad de engrane será cerrada y de calidad comercial. Se utilizarán dientes evolventes, fresados, con número de calidad 5, de profundidad total a 20°, en el sistema de módulo métrico. La distancia central máxima debe ser de 200 mm. Especifique el diseño de los engranes.

**Solución.** La relación de velocidad nominal es

$$VR = 575/275 = 2.09$$

A partir de la figura 11–31,  $m = 4$  es un módulo adecuado para realizar pruebas. Así,

$$N_P = 18 \quad (\text{decisión de diseño})$$

$$D_P = N_P m = (18)(4) = 72 \text{ mm}$$

$$N_G = N_P VR = (18)(2.09) = 37.6 \quad (\text{utilice } 38)$$

$$D_G = N_G m = (38)(4) = 152 \text{ mm}$$

$$\text{Velocidad final de salida} = n_G = n_P(N_P/N_G)$$

$$n_G = 575 \text{ rpm} \times (18/38) = 272 \text{ rpm} \quad (\text{OK})$$

$$\text{Distancia central} = C = (N_P + N_G)m/2 \quad [\text{ecuación (11–18)}]$$

$$C = (18 + 38)(4)/2 = 112 \text{ mm} \quad (\text{OK})$$

En unidades SI, la velocidad de línea de paso en metros por segundo (m/s) es

$$v_t = \pi D_P n_P / (60\,000)$$

donde  $D_P$  está en mm y  $n_P$  en revoluciones por minuto (rpm). Por tanto

$$v_t = [(\pi)(72)(575)]/(60\,000) = 2.17 \text{ m/s}$$

En unidades SI, la carga transmitida,  $W_t$ , es la unidad de newtons (N). Si la potencia,  $P$ , está en kW, y  $v_t$  en m/s

$$W_t = 1\,000(P)/v_t = (1\,000)(15)/(2.17) = 6\,920 \text{ N}$$



En el sistema inglés de medidas, se sugirió que el ancho de la cara fuera  $F = 12/P_d$  " aproximadamente. Los valores SI equivalentes son  $F = 12(m)$  mm. Para este problema,  $F = 12(4) = 48$  mm. Se utilizará  $F = 50$  mm.

Otros factores se encuentran igual que antes.

$$K_s = K_B = 1.00$$

$$K_v = 0.74 \quad (\text{Figura 11-29})$$

$$K_a = 1.50 \quad (\text{Tabla 11-13})$$

$$K_m = 1.21 \quad (\text{Figura 11-27}) \quad (F/D_P = 50/72 = 0.69)$$

$$J_P = 0.315 \quad J_G = 0.380 \quad [\text{Figura 11-26(a)}]$$

Así la tensión o esfuerzo en el piñón se encuentra a partir de la ecuación (11-26) que se modifica al ser  $P_d = 1/m$ .

$$\sigma_{tP} = \frac{K_a W_t}{K_v} \frac{K_s K_B}{F m} \frac{K_m}{J_P} = \frac{(1.50)(6\,920)(1)(1)(1.21)}{(0.74)(50)(4)(0.315)} = 269 \text{ MPa}$$

Este es un nivel de tensión aceptable. La dureza que se requiere en el material de grado es HB 360, como se encuentra en la figura 11-14. Continúe con el diseño para desgaste.

$$C_s = 1.0$$

$$C_p = 191 \quad (\text{Tabla 11-15})$$

$$I = 0.092 \quad (\text{Figura 11-30})$$

$$C_v = K_v = 0.74$$

$$C_a = K_a = 1.50$$

$$C_m = K_m = 1.21$$

Tensión debida al contacto [ecuación (11-31)]:

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{C_a C_s C_m W_t}{C_v F D_P I}} = 191 \sqrt{\frac{(1.50)(1.0)(1.21)(6\,920)}{(0.74)(50)(72)(0.092)}} = 1\,367 \text{ MPa}$$

De la tabla 11-8 la dureza superficial que se requiere es HRC 58-64, superficie carburizada, grado 2.

Selección de materiales a partir del apéndice A-5 para aceros carburizados:

AISI 4320 SOQT 300;  $s_u = 1,500$  Mpa; elongación 13%

Endurecimiento superficial mediante carburización hasta HRC 58 mínimo

Profundidad de la superficie endurecida: 0.6 mm mínimo (figura 11-16)

## 11-17 DISEÑO DE ENGRANES ASISTIDO POR COMPUTADORA

El proceso de diseño de engranes que se describe en este capítulo ha sido escrito en un programa de computación que se muestra al terminar esta sección. La figura 11-32 es el diagrama de flujo. Enseguida después del listado se presenta una muestra de la salida, utilizando la información del problema ilustrativo 11-7. La correlación de los nombres de las variables con los términos que se utilizan en el proceso de diseño de engranes se indica en la lista siguiente.

P	Potencia transmitida por el par de engranes (hp)
N1	Velocidad de giro del piñón (rpm)
N2	Velocidad de giro del engrane (rpm)
R	Relación de velocidad del par de engranes
P1	Paso diametral
T1	Número de dientes en el piñón
T2	Número de dientes en el engrane
D1	Diámetro de paso del piñón (pulg)
D2	Diámetro de paso del engrane (pulg)
C	Distancia central (pulg)
V	Velocidad de la línea de paso del piñón o del engrane (pies/min)
W	Carga transmitida en el diente (lb)
FF1, F2, F3	Anchos de cara nominal mínimo y máximo que se sugieren respectivamente (pulg)
KV	Factor de dinámica, $K_v$ (las ecuaciones se proporcionan en la figura 11-29)
KA	Factor de aplicación, $K_a$ (tabla 11-13)
KM	Factor de distribución de carga, $K_m$ (figura 11-27)
KS	Factor de tamaño, $K_s$ (tabla 11-14)
KGB	Factor de espesor de la corona para engrane, $K_B$ (figura 11-28)
KPB	Factor de espesor de la corona para piñón, $K_B$ (figura 11-28)
KR	Factor de confiabilidad, $K_R$ (sección 11-12)
KL	Factor de vida útil $K_L$ (sección 11-12)
J1	Factor de geometría, $J_p$ , para el piñón (de la figura 11-26)
J2	Factor de geometría, $J_p$ , para el engrane (de la figura 11-26)
Q	Número de calidad AGMA
S1	Tensión o esfuerzo calculado en los dientes del piñón (psi)
S2	Tensión o esfuerzo calculado en los dientes del engrane (psi)
S3	Tensión debida al contacto en los dientes de los engranes calculada (psi)
S4	Resistencia a la tensión por esfuerzo de tracción que se requiere para el material con que se fabrica el piñón o el engrane
H1, H2, H3	Número de dureza de Brinell que se requiere
CP	Coefficiente elástico, $C_p$
E1, E2	Módulo o coeficiente de elasticidad para el piñón y el engrane (psi)
I1	Factor de geometría para durabilidad superficial (figura 11-30)

Las líneas 100 a 280 componen la introducción y exigen que el diseñador inserte la información básica, relativa, potencia y velocidad. Las primeras decisiones de diseño que toma

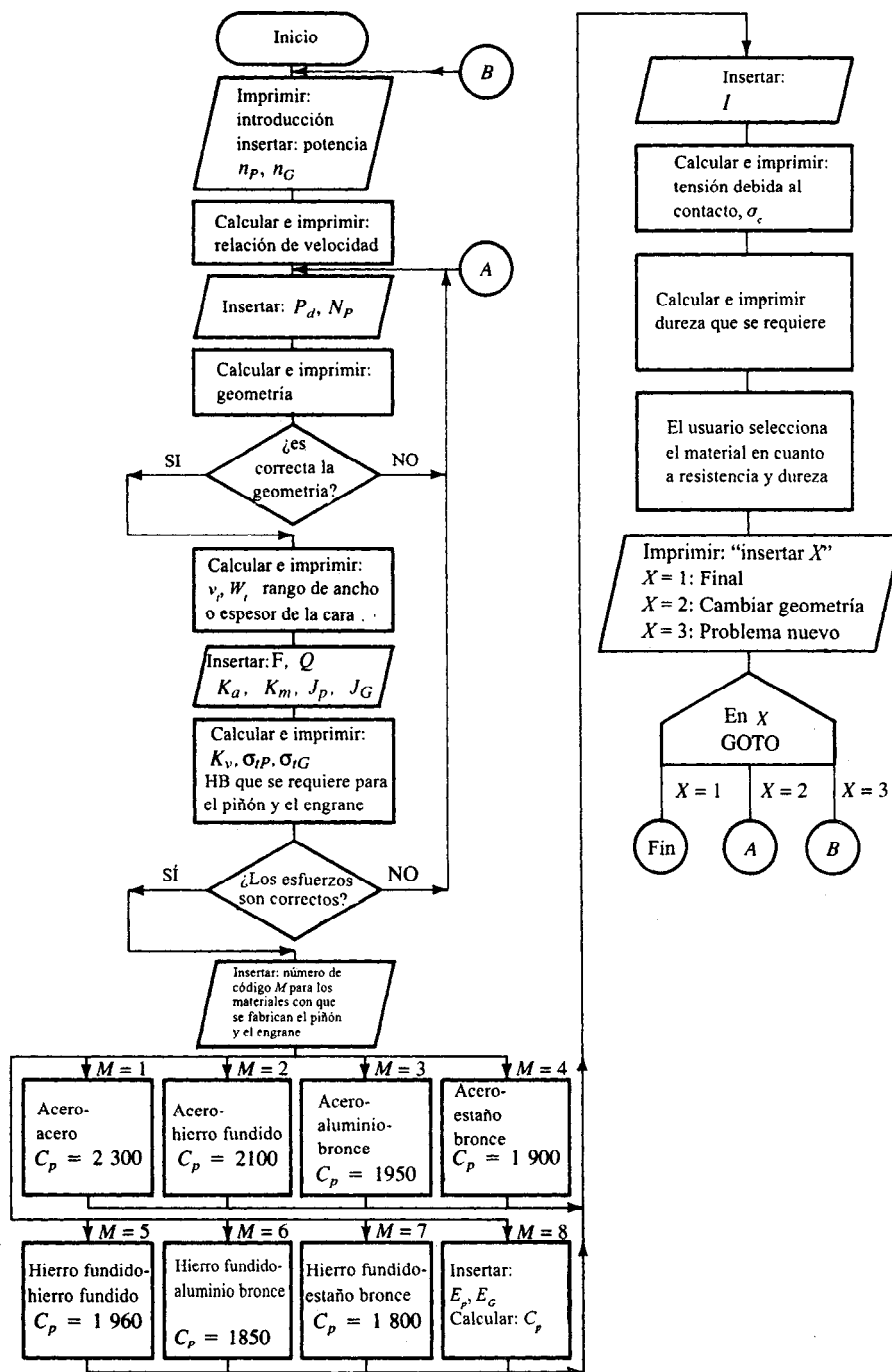


Figura 11-32 Proceso de diseño de engranes

el diseñador son los primeros valores para realizar pruebas del paso diametral y del número de dientes en el piñón. Recuerde que la figura 11-31 es un auxiliar para tomar estas decisiones.

Las líneas 290 a 450 calculan las distintas características geométricas a partir de los datos que se proporcionan y le permiten al diseñador evaluar qué tan adecuado es el diseño en esta etapa temprana. Si resulta poco satisfactorio, se pueden hacer nuevas elecciones en cuanto a  $P_d$  y  $N_p$ .

Luego se calculan valores para velocidad de línea de paso,  $v_t$ , y la carga transmitida,  $W_t$ . Se registra el número de calidad y después el factor de dinámica,  $K_v$ , se calcula a partir de las ecuaciones en la figura 11-29. La selección final del espesor de la cara corresponde al diseñador en la línea 770. Sin embargo, el programa calcula los parámetros y proporciona los valores nominal mínimo y máximo que se sugieren, como se explicó en la sección 11-15 y se calculó a partir de la ecuación (11-32).

Los distintos factores que modifican el análisis de la tensión por esfuerzo de flexión y de la tensión debida al contacto son calculadas o bien insertadas por el diseñador en los pasos 790 al 1080. Los factores de geometría se insertan en el programa en los pasos 1090 al 1120. Las líneas 1130 a 1480 realizan el cálculo de las tensiones en los dientes y la dureza requerida en cuanto a los materiales para el piñón y el engrane.

Las líneas 1230 a 1260 exigen una nota especial. Recuerde que después de calcular la tensión real en los dientes de los engranes del piñón, la resistencia al esfuerzo de tracción y la dureza del material que se requieren se calcula a partir de la figura 11-14. La necesidad que tiene el diseñador de buscar esta información se ha eliminado al generar una ecuación para la dureza del material requerida como una función de la tensión permisible. Después se hacen recomendaciones o sugerencias en cuanto a los materiales y sus propiedades con base en el nivel de tensión. Se consideran acero carburizado, aceros de grado 1 y grado 2, hierro, bronce y plásticos.

Las líneas 1500 a 2050 constituyen el análisis correspondiente a dureza superficial. Primero, líneas 1530 a 1620, el operador selecciona la selección de material para el piñón y el engrane. A partir de ello, se calcula el valor de  $C_p$  a partir de los valores que se proporcionan en la tabla 11-15. Aquí, en forma automática, se buscan muchos de los valores tabulados. No obstante, para casos especiales, las líneas 1710 a 1740 permiten calcular  $C_p$  si el operador inserta los valores del coeficiente o módulo de elasticidad.

Después que se registra o inserta el valor del factor de geometría para durabilidad de la superficie,  $I$ , se calcula la tensión debida al contacto. Las líneas 1850 a 2010 determinan la dureza superficial que se requiere para que soporte la tensión debida al contacto que se calculó, mediante la interpretación automática de la figura 11-15.

Por último, el programa ofrece varias opciones sobre cómo proceder. Si le satisface el diseño que acaba de terminar, el operador puede dar por concluido el programa. Si pretende hacer otros diseños para las mismas especificaciones o requisitos, el programa ha sido diseñado para que se ramifique hacia el punto donde se especifican el paso diametral y el número de dientes en el piñón. Para un nuevo conjunto de especificaciones, el programa retrocede hasta la línea 180 y permite que se inserten valores nuevos correspondientes a potencia y velocidades.

Con tal programa, el diseñador está en posibilidad de generar un nuevo diseño completo para realizar pruebas en 30 segundos aproximadamente, con un margen mínimo de error. Aquellas decisiones de diseño que requieren de ponderación y criterio las toma el diseñador, en tanto la computadora lleva a cabo cálculos y actividades repetitivas.

**Diseño de engranes: listado del programa**

```

100 PRINT "THIS PROGRAM ASSISTS IN THE DESIGN OF SPUR
    GEARS"
110 PRINT
120 PRINT " - - - DATA ARE REQUESTED AS NEEDED - - - "
130 PRINT
140 PRINT "THE INITIAL INPUT DATA REQUIRED ARE:"
150 PRINT "  POWER TRANSMITTED IN HORSEPOWER"
160 PRINT "  PINION SPEED IN RPM"
170 PRINT "  DESIRED GEAR SPEED IN RPM"
180 PRINT:PRINT
190 PRINT "INPUT: POWER, PINION SPEED, GEAR SPEED"
200 INPUT P,N1,N2
210 R = N1/N2
220 PRINT
230 PRINT "DESIRED VELOCITY RATIO =" ;R
240 PRINT
250 PRINT "INPUT: TRIAL DIAMETRAL PITCH"
260 INPUT P1
270 PRINT "INPUT: NUMBER OF TEETH IN THE PINION"
280 INPUT T1
290 D1 = T1/P1
300 T2 = INT(T1*R + .5)
310 D2 = T2/P1
320 C = (T1+T2)/(2*P1)
330 R = T2/T1
340 N2 = N1*T1/T2
350 PRINT:PRINT
360 PRINT " - - - GEOMETRY SUMMARY - - - "
370 PRINT
380 PRINT "DIAMETRAL PITCH=" ;P1
390 PRINT "PINION:  " ;T1;"TEETH      PITCH DIAMETER
    =" ;D1;"INCHES"
400 PRINT "GEAR:    " ;T2;"TEETH      PITCH DIAMETER
    =" ;D2;"INCHES"
410 PRINT "CENTER DISTANCE =" ;C;"INCHES"
420 PRINT "ACTUAL VELOCITY RATIO =" ;R
430 PRINT "ACTUAL GEAR SPEED =" ;N2;"RPM"
440 PRINT
450 PRINT "IF GEOMETRY IS OK, TYPE 1:  TYPE 2 TO TRY
    AGAIN"
460 INPUT G
470 PRINT
480 IF G <> 1 THEN 250
490 PRINT "GEOMETRY OK"
500 PRINT
510 V = 3.14159*D1*N1/12
520 W = 33000*P/V
530 PRINT "PITCH LINE SPEED =" ;V;"FT/MIN"
540 PRINT "TRANSMITTED LOAD =" ;W;"POUNDS"
550 PRINT
560 PRINT "INPUT: QUALITY NUMBER, Q"
570 PRINT "  MUST BE AN INTEGER FROM 5 TO 11"
580 INPUT Q
590 PRINT
600 IF Q = 5 THEN 680
610 IF Q < 5 THEN PRINT "Q IS TOO LOW":GOTO 560
620 IF Q > 11 THEN PRINT "Q IS TOO HIGH":GOTO 560
630 B = ((12-Q)^.667)/4

```

**Introducción**

**Insertar datos**

**Calcular geometría**

**Resultados de geometría**

**Decisión en cuanto a cómo continuar**

**Velocidad de línea de paso y carga transmitida**

**Insertar número de calidad y calcular  $K_v$**

Las líneas en el programa que solicitan se inserte información y las líneas en la salida que corresponden a los enunciados de entrada se señalan con una ►.

```

640 A = 50 + 56*(1-B)
650 VM = (A+(Q-3))^2
660 IF V > VM THEN PRINT "SPEED TOO HIGH FOR THIS
    Q":GOTO 560
670 KV = (A/(A+SQR(V)))^B:GOTO 690
680 KV = 50/(50+SQR(V))
690 PRINT "DYNAMIC FACTOR, KV =" ;KV
700 PRINT:PRINT
710 F1 = 12/P1
720 F2 = 8/P1
730 F3 = 16/P1
740 PRINT "ACCEPTABLE RANGE OF FACE
    WIDTH:";F2;"TO";F3;"IN."
750 PRINT "    NOMINAL FACE WIDTH =" ;F1;"IN."
760 PRINT "INPUT: SELECTED FACE WIDTH"
▶ 770 INPUT F
780 PRINT
790 PRINT "DETERMINE APPLICATION FACTOR, KA"
800 PRINT "FIND LOAD DISTRIBUTION FACTOR, KM, FOR F/D
    =" ;F/D1
810 PRINT "INPUT: KA AND KM"
▶ 820 INPUT KA,KM
830 PRINT
840 KS = 1:KGB = 1:KPB = 1:KR = 1:KL = 1
850 IF P1 > 5 THEN 890
860 PRINT "FIND SIZE FACTOR, KS, FOR DIAMETRAL PITCH
    =" ;P1
870 PRINT "INPUT: SIZE FACTOR, KS"
▶ 880 INPUT KS
890 PRINT "WILL THE PINION HAVE A THIN RIM? Y OR N?"
▶ 900 INPUT Z$
910 IF Z$ = "N" THEN 940
920 PRINT "INPUT: RIM THICKNESS FACTOR, KB"
▶ 930 INPUT KPB
940 PRINT "WILL THE GEAR HAVE A THIN RIM? Y OR N?"
▶ 950 INPUT Z$
960 IF Z$ = "N" THEN 990
970 PRINT "INPUT: RIM THICKNESS FACTOR, KB"
▶ 980 INPUT KGB
990 PRINT "IS DESIRED LIFE = 10^7 CYCLES? Y OR N?"
▶ 1000 INPUT Z$
1010 IF Z$ = "Y" THEN 1040
1020 PRINT "INPUT: LIFE FACTOR, KL"
▶ 1030 INPUT KL
1040 PRINT "IS DESIRED RELIABILITY = 0.99? Y OR N?"
▶ 1050 INPUT Z$
1060 IF Z$ = "Y" THEN 1090
1070 PRINT "INPUT: RELIABILITY FACTOR FACTOR, KR"
▶ 1080 INPUT KR
1090 PRINT "INPUT: GEOMETRY FACTOR, JP, FOR ";T1;"TEETH
    IN PINION"
▶ 1100 INPUT J1
1110 PRINT "INPUT: GEOMETRY FACTOR, JG, FOR ";T2;"TEETH
    IN GEAR"
▶ 1120 INPUT J2
1130 S1 = W*P1*KA*KS*KM*KPB*KR/(KV*KL*F*J1)
1140 PRINT:PRINT
1150 S2 = S1*(J1/J2)*(KGB/KPB)
1160 PRINT "** * BENDING STRESS IN PINION TEETH
    =" ;INT(S1);"PSI"

```

Espesor o ancho de la cara

Factores que se modifican

Inserciones de datos que hace el operador

Factores de geometría

Análisis de tensión o esfuerzo por flexión

```

1170 PRINT "* * BENDING STRESS IN GEAR TEETH
    =";INT(S2);"PSI"
1180 PRINT:PRINT
1190 IF S1>65000 THEN 1420
1200 IF S1>56000 THEN 1430
1210 IF S1<42000 THEN 1300
1220 PRINT "GRADE 2 STEEL OR CASE HARDENING REQUIRED"
1230 H1 = INT(690.5 - .5*SQR(2.105E+06 - 31.75*S1))
1240 PRINT "FOR GRADE 2 STEEL:"
1250 PRINT "    REQUIRED PINION CORE HARDNESS = HB ";H1
1260 H1 = INT(690.5 - .5*SQR(2.105E+06 - 31.75*S2))
1270 PRINT "    REQUIRED GEAR CORE HARDNESS = HB ";H1
1280 PRINT
1290 GOTO 1440
1300 IF S1>31000 THEN 1350
1310 PRINT "CONSIDER DUCTILE IRON, CAST IRON, OR
    BRONZE"
1320 PRINT
1330 IF S1>12000 THEN 1350
1340 PRINT "CONSIDER PLASTIC MATERIAL":PRINT
1350 PRINT "GRADE 1 STEEL MAY BE USED"
1360 H1 = INT(549.5 - .5*SQR(1.2E+06 - 26.32*S1))
1370 PRINT "FOR GRADE 1 STEEL:"
1380 PRINT "    REQUIRED CORE HARDNESS FOR PINION =
    HB";H1
1390 H1 = INT(549.5 - .5*SQR(1.2E+06 - 26.32*S2))
1400 PRINT "    REQUIRED CORE HARDNESS FOR GEAR = HB";H1
1410 GOTO 1440
1420 PRINT "STRESSES ARE TOO HIGH - REDESIGN":GOTO 1440
1430 PRINT "BOTH GEARS MUST BE CASE HARDENED,
    CARBURIZED"
1440 PRINT:PRINT
1450 PRINT "IF STRESSES ARE OK, TYPE 1; TYPE 2 TO TRY
    AGAIN"
1460 INPUT S
1470 IF S<>1 THEN 230
1480 PRINT "STRESSES ARE OK"
1490 PRINT
1500 PRINT "    - - - - -"
1510 PRINT "DESIGN FOR PITTING RESISTANCE NOW BEGINS"
1520 PRINT
1530 PRINT "WHAT MATERIALS ARE TO BE USED?"
1540 PRINT "    TYPE 1 FOR STEEL PINION, STEEL GEAR"
1550 PRINT "    TYPE 2 FOR STEEL PINION, CAST IRON
    GEAR"
1560 PRINT "    TYPE 3 FOR STEEL PINION, ALUM. BRONZE
    GEAR"
1570 PRINT "    TYPE 4 FOR STEEL PINION, TIN BRONZE
    GEAR"
1580 PRINT "    TYPE 5 FOR CAST IRON PINION, CAST IRON
    GEAR"
1590 PRINT "    TYPE 6 FOR CAST IRON PINION, ALUM.
    BRONZE GEAR"
1600 PRINT "    TYPE 7 FOR CAST IRON PINION, TIN BRONZE
    GEAR"
1610 PRINT "    TYPE 8 FOR ANY OTHER MATERIAL
    COMBINATION"
1620 INPUT M

```

Sugerencias para  
materiales con base  
en los esfuerzos por  
tensión

Decisión en cuanto  
a cómo continuar

Selección del  
material

```

1630 ON M GOTO 1640,1650,1660,1670,1680,1690,1700,1710
1640 CP = 2300: GOTO 1750
1650 CP = 2100: GOTO 1750
1660 CP = 1950: GOTO 1750
1670 CP = 1900: GOTO 1750
1680 CP = 1960: GOTO 1750
1690 CP = 1850: GOTO 1750
1700 CP = 1800: GOTO 1750
1710 PRINT "INPUT: E FOR PINION AND E FOR GEAR IN PSI"
1720 REM POISSON'S RATIO ASSUMED TO BE 0.3
1730 INPUT E1,E2
1740 CP = SQR(1/(3.14159*(.91/E1+.91/E2)))
1750 PRINT "ELASTIC COEFFICIENT, CP =" ;CP
1760 PRINT:PRINT
1770 PRINT "INPUT: I, THE GEOMETRY FACTOR FOR SURFACE
    DURABILITY"
1780 PRINT "USE I FOR " ;I1;" TEETH, GEAR RATIO OF " ;R
1790 INPUT I1
1800 S3 = (CP*KR/KL)*SQR(KA*KS*KM*W/(KV*F*D1*I1))
1810 PRINT:PRINT
1820 PRINT " * * CONTACT STRESS =" ;S3;" PSI"
1830 PRINT
1840 IF M<>1 THEN 2030
1850 PRINT "FOR STEEL PINION AND GEAR:" ;PRINT
1860 IF S3 > 225000 THEN 2010
1870 IF S3 < 156000 THEN 1920
1880 IF S3 < 178000 THEN 1960
1890 PRINT "CASE CARBURIZED TEETH REQUIRED"
1900 PRINT " BOTH PINION AND GEAR"
1910 GOTO 2030
1920 PRINT "GRADE 1 STEEL MAY BE USED"
1930 H2 = INT((S3-26000)/327)
1940 PRINT " REQUIRED HARDNESS OF GRADE 1 STEEL = HB
    " ;H2
1950 PRINT
1960 PRINT "GRADE 2 STEEL MAY BE USED"
1970 H3 = INT((S3-27000)/364)
1980 PRINT " REQUIRED HARDNESS OF GRADE 2 STEEL = HB
    " ;H3
1990 PRINT
2000 GOTO 2030
2010 PRINT "CONTACT STRESS TOO HIGH! REDESIGN"
2020 GOTO 2070
2030 PRINT:PRINT
2040 PRINT "SELECT MATERIAL AND HEAT TREATMENT TO
    SATISFY"
2050 PRINT " BOTH SURFACE HARDNESS AND CORE STRENGTH
    REQUIREMENTS"
2060 PRINT:PRINT
2070 PRINT "TYPE 1 TO END"
2080 PRINT "TYPE 2 TO TRY NEW GEOMETRY FOR SAME POWER
    AND SPEED"
2090 PRINT "TYPE 3 TO TRY WHOLE NEW PROBLEM"
2100 INPUT X
2110 ON X GOTO 2120, 230, 180
2120 END

```

Calcular el valor de  $C_p$

Factor de geometría

Tensión debida al contacto

Selección de material con base en la tensión o esfuerzo debida al contacto

Decisión en cuanto a cómo continuar



**Diseño de engranes: muestra de la salida<sup>1</sup>**

THIS PROGRAM ASSISTS IN THE DESIGN OF SPUR GEARS

- - - DATA ARE REQUESTED AS NEEDED - - -

THE INITIAL INPUT DATA REQUIRED ARE:

POWER TRANSMITTED IN HORSEPOWER

PINION SPEED IN RPM

DESIRED GEAR SPEED IN RPM

INPUT: POWER, PINION SPEED, GEAR SPEED

▶ ? 3 , 1750 , 462.5

Enunciado 200

DESIRED VELOCITY RATIO = 3.78378

INPUT: TRIAL DIAMETRAL PITCH

▶ ? 12

Enunciado 260

INPUT: NUMBER OF TEETH IN THE PINION

▶ ? 18

Enunciado 280

- - - GEOMETRY SUMMARY - - -

DIAMETRAL PITCH = 12

PINION: 18 TEETH PITCH DIAMETER = 1.5 INCHES

GEAR: 68 TEETH PITCH DIAMETER = 5.66667 INCHES

CENTER DISTANCE = 3.58333 INCHES

ACTUAL VELOCITY RATIO = 3.77778

ACTUAL GEAR SPEED = 463.235 RPM

IF GEOMETRY IS OK, TYPE 1; TYPE 2 TO TRY AGAIN

▶ ? 1

Enunciado 460

GEOMETRY OK

PITCH LINE SPEED = 687.223 FT/MIN

TRANSMITTED LOAD = 144.058 POUNDS

INPUT: QUALITY NUMBER, Q

MUST BE AN INTEGER FROM 5 TO 11

▶ ? 6

Enunciado 580

DYNAMIC FACTOR, KV = .740459

ACCEPTABLE RANGE OF FACE WIDTH: .666667 TO 1.33333 IN.

NOMINAL FACE WIDTH = 1 IN.

INPUT: SELECTED FACE WIDTH

▶ ? 1

Enunciado 770

DETERMINE APPLICATION FACTOR, KA

FIND LOAD DISTRIBUTION FACTOR, KM, FOR F/D = .666667

INPUT: KA AND KM

▶ ? 1.75 , 1.32

Enunciado 820

<sup>1</sup> Datos del ejemplo ilustrativo 11-7.

WILL THE PINION HAVE A THIN RIM? Y OR N?  
▶ ?N  
WILL THE GEAR HAVE A THIN RIM? Y OR N?  
▶ ?N  
IS DESIRED LIFE =  $10^7$  CYCLES? Y OR N?  
▶ ?Y  
IS DESIRED RELIABILITY = 0.99? Y OR N?  
▶ ?Y  
INPUT: GEOMETRY FACTOR, JP, FOR 18 TEETH IN PINION  
▶ ? .325  
INPUT: GEOMETRY FACTOR, JG, FOR 68 TEETH IN GEAR  
▶ ? .41

Enunciado 880  
Enunciado 1120

\* \* BENDING STRESS IN PINION TEETH = 16593 PSI  
\* \* BENDING STRESS IN GEAR TEETH = 13153 PSI

CONSIDER DUCTILE IRON, CAST IRON, OR BRONZE

GRADE 1 STEEL MAY BE USED

FOR GRADE 1 STEEL:

REQUIRED CORE HARDNESS FOR PINION = HB 112

REQUIRED CORE HARDNESS FOR GEAR = HB 87

IF STRESSES ARE OK, TYPE 1; TYPE 2 TO TRY AGAIN  
▶ ? 1  
STRESSES ARE OK

Enunciado 1460

-----  
DESIGN FOR PITTING RESISTANCE NOW BEGINS

WHAT MATERIALS ARE TO BE USED?

TYPE 1 FOR STEEL PINION, STEEL GEAR

TYPE 2 FOR STEEL PINION, CAST IRON GEAR

TYPE 3 FOR STEEL PINION, ALUM. BRONZE GEAR

TYPE 4 FOR STEEL PINION, TIN BRONZE GEAR

TYPE 5 FOR CAST IRON PINION, CAST IRON GEAR

TYPE 6 FOR CAST IRON PINION, ALUM. BRONZE GEAR

TYPE 7 FOR CAST IRON PINION, TIN BRONZE GEAR

TYPE 8 FOR ANY OTHER MATERIAL COMBINATION

▶ ? 1  
ELASTIC COEFFICIENT, CP = 2300

Enunciado 1620

INPUT: I, THE GEOMETRY FACTOR FOR SURFACE DURABILITY

USE I FOR 18 TEETH, GEAR RATIO OF 3.77778

▶ ? .104

Enunciado 1790

\* \* CONTACT STRESS = 123450 PSI

FOR STEEL PINION AND GEAR:

GRADE 1 STEEL MAY BE USED

REQUIRED HARDNESS OF GRADE 1 STEEL = HB 298

GRADE 2 STEEL MAY BE USED  
 REQUIRED HARDNESS OF GRADE 2 STEEL = HB 264

SELECT MATERIAL AND HEAT TREATMENT TO SATISFY  
 BOTH SURFACE HARDNESS AND CORE STRENGTH REQUIREMENTS

TYPE 1 TO END  
 TYPE 2 TO TRY NEW GEOMETRY FOR SAME POWER AND SPEED  
 TYPE 3 TO TRY WHOLE NEW PROBLEM  
 ▶ ? 1

Enunciado 2100

## 11-18 CONSIDERACIONES PRACTICAS PARA ENGRANES E INTERFASES CON OTROS ELEMENTOS O PIEZAS

Es importante considerar el diseño de todo el sistema de engranes cuando se diseñan éstos porque deben trabajar en armonía con otros elementos o piezas en el sistema. En esta sección se analizan en forma breve algunas de estas consideraciones prácticas y se muestran reductores de velocidad disponibles en el mercado.

Hasta ahora, el estudio que realizamos se ha centrado, sobre todo, en los dientes de los engranes, incluyendo la forma de estos, el paso, el espesor de la cara, la selección de materiales y el tratamiento térmico. También se consideran el tipo de discos que se emplean para fabricar engranes. La figura 11-1 muestra tres tipos de discos. Los engranes más pequeños y aquellos que se someten a cargas ligeras se fabrican, por lo regular, con el tipo de disco simple. Los engranes con diámetros de paso de aproximadamente 5.0" hasta 8.00" a menudo se fabrican con almas o armaduras delgadas entre la corona y la maza para aligerar el peso, algunos tienen orificios entre las almas para hacerlos aún más ligeros. Los engranes más grandes, casi siempre con diámetros de paso mayores de 8.0" se fabrican con discos fundidos provistos de rayos entre la corona y la maza.

En muchas máquinas de precisión especiales y sistemas de engrane que se producen en grandes cantidades, los engranes se maquinan en forma integral junto con el eje que va a soportarlos. Esto, desde luego, elimina algunos de los problemas relacionados con el montaje y la ubicación de los engranes, aunque puede complicar las operaciones de maquinado.

En el diseño mecánico, a nivel general, los engranes casi siempre se montan en ejes o flechas independientes, y el torque es transmitido desde el eje hacia los engranes mediante una cuña. Esta disposición proporciona un medio positivo para transmitir el torque en tanto permite ensamblar y desarmar con facilidad. La ubicación axial del engrane tiene que realizarse siguiendo otros métodos, como un hombro en el eje, un anillo de sujeción o un separador (véanse figuras 9-2 y 10-1).

Las secciones 10-5 y 10-6 al igual que las figuras 10-5, 10-6 y de la 10-9 a la 10-13 ilustran otros medios para afianzar engranes en los ejes.

Otras consideraciones incluyen las fuerzas que se ejercen sobre el eje y los cojinetes, que se deben a la acción de los engranes. Estos temas se analizan en la sección 11-10. El diseño de la carcasa debe ofrecer un soporte adecuado para los cojinetes y protección para los componentes internos. En condiciones normales, también debe brindar un método para lubricar los engranes.

## Lubricación

La acción de los dientes de engranes de talla recta o cilíndricos es una combinación de giro con deslizamiento. Debido al movimiento relativo y a las altas cargas que a nivel local se ejercen sobre las caras de los engranes, la lubricación adecuada es de fundamental importancia para la suavidad en la operación y la vida útil de los engranes. Un suministro constante de aceite en la línea de paso es deseable para casi todos los engranes a menos que se sometan a cargas poco considerables o que sólo funcionen en forma intermitente.

En la lubricación por salpicado, uno de los engranes de un par de ellos se sumerge en un colector de aceite y conduce el aceite hacia la línea de paso. A velocidades más altas, el aceite puede ser lanzado hacia las superficies internas de la caja; luego, en forma controlada, fluye hacia abajo a la línea de paso. Al mismo tiempo, el aceite puede ser dirigido hacia los cojinetes que brindan soporte a los ejes. Una dificultad que se presenta con el tipo de lubricación por salpicado es que el aceite se bate; a altas velocidades es probable que se genere mucho calor y, en consecuencia, se forme espuma.

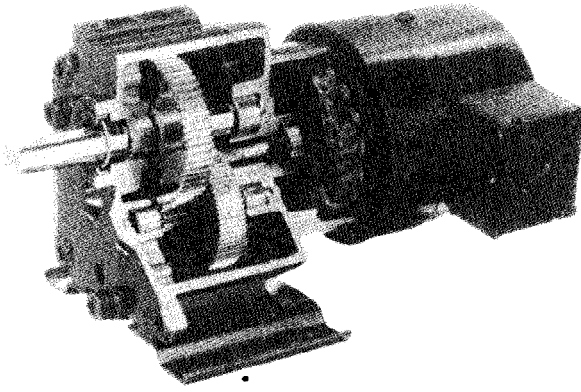
En sistemas de alta velocidad y alta capacidad se utiliza un sistema de circulación positiva de aceite. Una bomba independiente jala el aceite del colector y lo lleva, controlando el flujo, hacia los dientes que se enlazan.

Las funciones principales de los lubricantes de engranes consisten en reducir la fricción cuando se enlazan y en mantener las temperaturas de operación en niveles aceptables. Es esencial que entre las superficies que coinciden de los engranes se mantenga una película continua del lubricante y que exista una dosis de flujo y una cantidad total de aceite suficiente para mantener temperaturas templadas. El calor es generado por los dientes de los engranes que se enlazan, por los cojinetes y por el aceite cuando se bate. Es necesario disipar este calor del aceite a la caja o a otros dispositivos externos de intercambio de calor para mantener la temperatura del propio aceite por abajo de 160°F, aproximadamente 70°C. Por arriba de esta temperatura, la capacidad de lubricación del aceite, como lo indica su viscosidad, disminuye considerablemente. A su vez, en el aceite que pierde capacidad para lubricar se originan cambios químicos. Debido a la extensa variedad de lubricantes disponibles y la gran diversidad de condiciones bajo las que deben funcionar, se sugiere consultar a los proveedores de lubricantes para tomar una decisión acertada en cuanto a cuál utilizar.

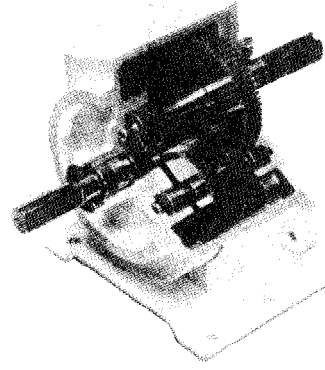
## Reductores de velocidad tipo engrane disponibles en el mercado

Al estudiar los reductores de velocidad tipo engrane que están disponibles en el mercado, conocerá más estos detalles del diseño y las relaciones entre las partes que lo componen: los engranes, los cojinetes, la carcasa, los medios para proporcionar lubricación y el cople con que se conectan las máquinas impulsoras y las que son impulsadas.

La figura 11-33 muestra un reductor de velocidad de engrane recto o cilíndrico de doble reducción que se conecta de manera rígida a un motor eléctrico. A este motor, con frecuencia se le da el nombre de *motor con engranajes reductores*. La figura 11-34 es similar, a excepción de que en una de las etapas de reducción se utilizan engranes helicoidales, los que se analizan en la sección siguiente. El dibujo de la sección transversal que se muestra con la figura 11-35 presenta un panorama claro de los distintos componentes de un reductor.



**Figura 11-33** Reductor de engrane cilíndrico de reducción doble. (Bison Gear & Engineering Corp., Downers Grove, Ill.)

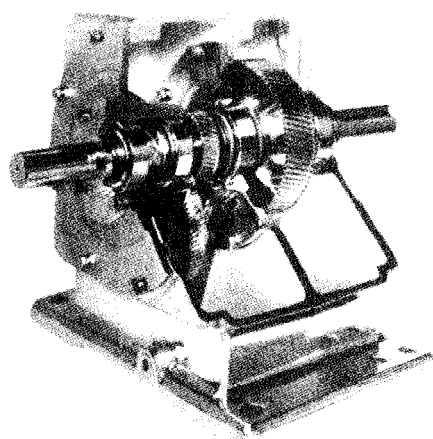


**Figura 11-34** Reductor de engrane de reducción doble. Primera etapa, engranes helicoidales; segunda etapa, engranes de talla recta o cilíndricos. (Bison Gear & Engineering Corp., Downers Grove, Ill.)

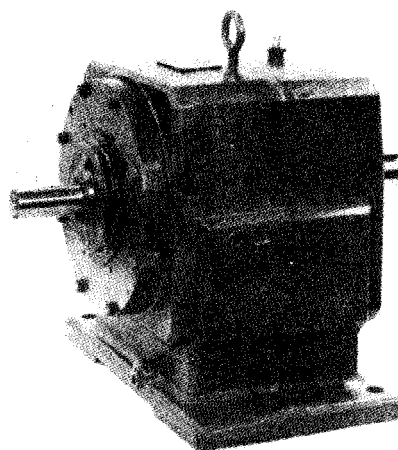
El reductor planetario de la figura 11-36 tiene un diseño algo distinto para adaptarse a la ubicación del sol, el planeta y los anillos de los engranes. La figura 11-37 muestra la transmisión de ocho velocidades de un tractor agrícola de gran tamaño e ilustra el alto grado de complejidad que puede implicar el diseño de transmisiones.

## BIBLIOGRAFIA

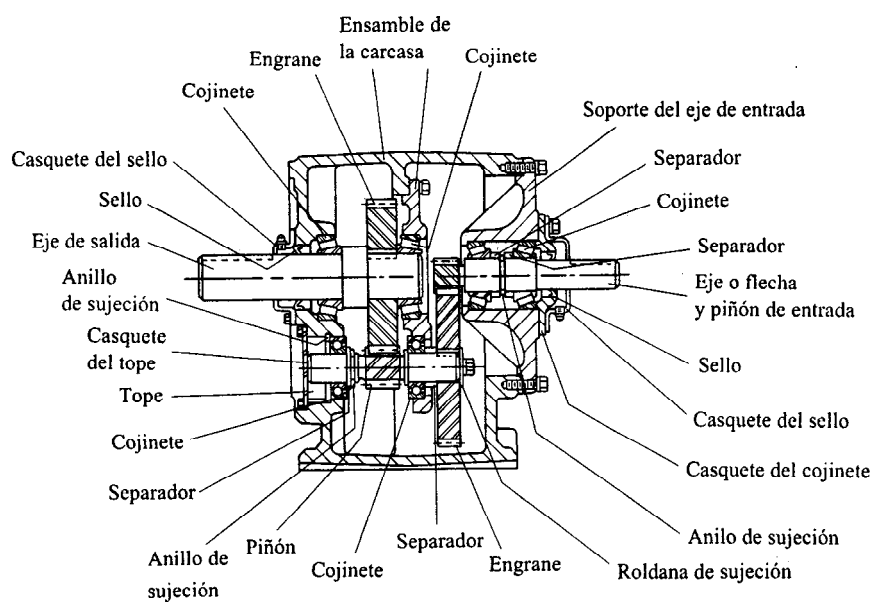
1. Adams, Clifford E. *Plastics Gearing, Selection and Application*, Nueva York: Marcel Decker, 1986.
2. American Gear Manufacturers Association. Standard 908-B89, *Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth*. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1989.
3. American Gear Manufacturers Association. Standard 1012-F90, *Gear Nomenclature, Definitions of Terms with Symbols*. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1990.
4. American Gear Manufacturers Association. Standard 2001-B88, *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1988.
5. American Gear Manufacturers Association. Standard 2002-B88, *Tooth Thickness Specification and Measurement*. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1988.
6. American Gear Manufacturers Association. Standard 2004-B89, *Gear Materials and Heat Treatment Manual*. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1989.
7. American Gear Manufacturers Association. Standard 6010-E88, *Standard for Spur, Helical, Herringbone, and Bevel Enclosed Drives*. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1989.



(a) Corte de un reductor de engrane helicoidal concéntrico

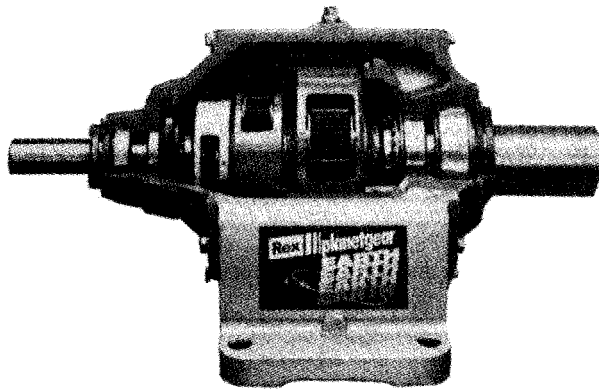


(b) Reductor completo

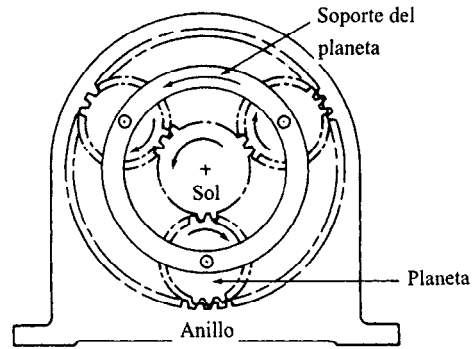


(c) Parts index

**Figura 11-35 Reductor de engrane helicoidal concéntrico. (Winsmith Division, UMC Industries, Springville, N. Y.)**



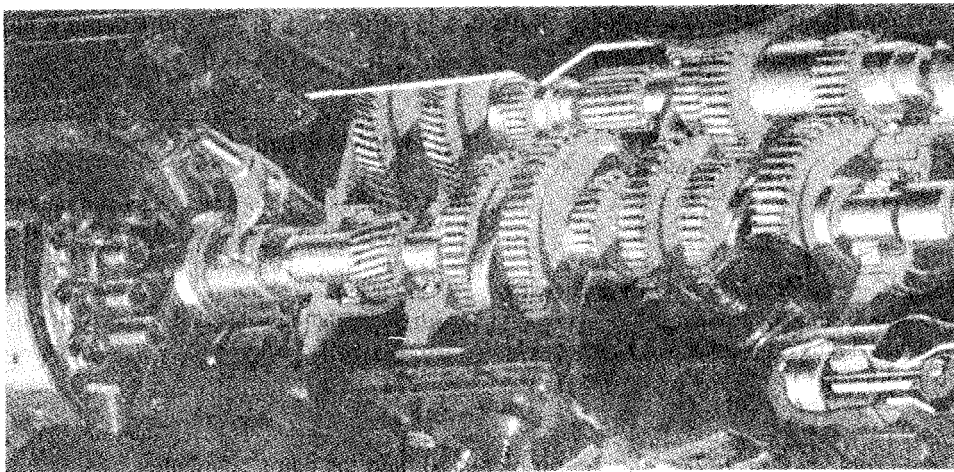
(a)



(b) Disposición esquemática de engranes planetarios

**Figura 11-36 Reductor de engrane planetario. (Rexnord, Milwaukee, Wis.)**

8. American Society for Metals *Source Book on Gear Design, Technology and Performance*. Metals Park, Ohio: American Society for Metals, 1980.
9. Drago, Raymond J. *Fundamentals of Gear Design*. Boston: Butterworths, 1988.
10. Dudley, Darle W. *Handbook of Practical Gear Design*. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1984.
11. Hosel, Theodor. *Comparison of Load Capacity Ratings for Involute Gears Due to ANSI/AGMA, ISO DIN and Comecon Standards*. AGMA Technical Paper 89FTM4. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1989.
12. Lynwander, Peter. *Gear Drive Systemes, Design and Application*. Nueva York: Marcel Dekker, 1983.



**Figura 11-37 Transmisión de ocho velocidades para tractor. (Ford Tractor Operations, Troy, Mich.)**

13. Kern, Roy F. *Achievable Carburizing Specifications*. AGMA Technical Paper 88FTM1. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1988.
14. Kern, Roy F., y Suess, M. E. *Steel Selection*. Nueva York: John Wiley & Sons, 1979.
15. Lipp, Robert. "Avoiding Tooth Interference in Gears". *Machine Design*, Vol. 54, No. 1 (7 de enero de 1982).
16. Oberg, Erik, et. al. *Machinery's Handbook*, 23ª edición. Nueva York: Industrial Press, 1988.
17. Shigley, Joseph E., y Mischke, C. R. *Mechanical Engineering Design*, 5ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1988.
18. Society of Automotive Engineers. *Gear Design, Manufacturing and Inspection Manual*. Warrendale, Pa: Society of Automotive Engineers, 1990.
19. Wang, C. C. *On the Selection of Gear Dynamic Factor and Application Factor, Applying the Law of Mechanics to Judge the Truth of Empirical Data*. AGMA Technical Paper 89FTM5. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1989.

## PROBLEMAS

### Geometría de engranes

1. Un engrane tiene 44 dientes cuya forma es evolvente, de profundidad total a 20 y un paso diametral de 12. Calcule lo siguiente.
  - a. Paso diametral
  - b. Paso circular

- c. Módulo equivalente
- d. Módulo estándar más cercano
- e. Cabeza
- f. Raíz o pie
- g. Espaciamento
- h. profundidad total
- i. Profundidad de trabajo
- j. Espesor de los dientes
- k. Diámetro exterior

- Problemas 2 al 9: Repita el problema 1 para los siguientes engranes:

- |                       |                         |                        |                       |
|-----------------------|-------------------------|------------------------|-----------------------|
| 2. $N = 34; P_d = 24$ | 4. $N = 18; P_d = 8$    | 6. $N = 20; P_d = 64$  | 8. $N = 28; P_d = 18$ |
| 3. $N = 45; P_d = 2$  | 5. $N = 22; P_d = 1.75$ | 7. $N = 180; P_d = 80$ | 9. $N = 28; P_d = 20$ |

- Problemas 10 al 17: Repita el problema 1 para los engranes siguientes en el sistema de módulo o coeficiente métrico. Sustituya la parte c con el  $P_d$  equivalente y la parte d con el  $P_d$  estándar más cercano

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| 10. $N = 34; m = 3$    | 14. $N = 20; m = 1$    |
| 11. $N = 45; m = 1.25$ | 15. $N = 180; m = 0.4$ |
| 12. $N = 18; m = 12$   | 16. $N = 28; m = 1.5$  |
| 13. $N = 22; m = 20$   | 17. $N = 28; m = 0.8$  |

### Razón de velocidad

18. Defina *contragolpe* o *pérdida de carrera* y analice los métodos que se utilizan para producirlo.
19. Para los engranes de los problemas 6 y 12 sugiera la cantidad de contragolpe.
20. Un piñón de paso 8 se enlaza con un engrane 18 que tiene 64 dientes. El piñón gira a 2,450 rpm. Calcule lo siguiente.
  - a. Distancia central
  - b. Relación de velocidad
  - c. Velocidad del
  - d. Velocidad de línea de paso

- Problemas 21 al 28: repita el problema 20 para los datos siguientes

- |   |   |
|---|---|
| 21. $P_d = 4; N_P = 20; N_G = 92; n_P = 225 \text{ rpm}$      | 25. $m = 2; N_P = 22; N_G = 68; n_P = 1\,750 \text{ rpm}$   |
| 22. $P_d = 20; N_P = 30; N_G = 68; n_P = 850 \text{ rpm}$     | 26. $m = 0.8; N_P = 18; N_G = 48; n_P = 1\,150 \text{ rpm}$ |
| 23. $P_d = 64; N_P = 40; N_G = 250; n_P = 3\,450 \text{ rpm}$ | 27. $m = 4; N_P = 36; N_G = 45; n_P = 150 \text{ rpm}$      |
| 24. $P_d = 12; N_P = 24; N_G = 88; n_P = 1\,750 \text{ rpm}$  | 28. $m = 12; N_P = 15; N_G = 36; n_P = 480 \text{ rpm}$     |



- Problemas 29–32. Indique que es incorrecto en los enunciados siguientes:

29. Un piñón que tiene 24 dientes se enlaza con un engrane de paso 10 que tiene 88 dientes. El piñón gira a 1,750 rpm y el engrane a 477 rpm aproximadamente. La distancia central es 5.900".
30. Un piñón de paso 6 que tiene 18 dientes se enlaza con un engrane de paso 6 que tiene 82 dientes. El piñón gira a 1,750 rpm y el engrane a 384 rpm aproximadamente. La distancia central es 8.3".
31. Un piñón de paso 20 que tiene 12 dientes se enlaza con un engrane de paso 20 que tiene 62 dientes. El piñón gira a 825 rpm y el engrane a 160 rpm aproximadamente. La distancia central es 1.850".
32. Un piñón de paso 16 que tiene 24 dientes se enlaza con un engrane de paso 16 que tiene 45 dientes. El diámetro exterior del piñón es de 1.625". El diámetro exterior del engrane es 2.938". La distancia central es 2.281".

### Dimensiones de la carcasa

33. El par de engranes que se describe en el problema 20 se va a instalar en una carcasa rectangular. Especifique las dimensiones  $X$  y  $Y$  según se describe en la figura 11–38 las cuales permitirán un espaciamiento mínimo de 0.10".
34. Repita el problema 33 para los datos del problema 23.
35. Repita el problema 33 para los datos del problema 26 pero con un espaciamiento de 2.0 mm.
36. Repita el problema 33 para los datos del problema 27 pero con un espaciamiento de 2.0 mm.

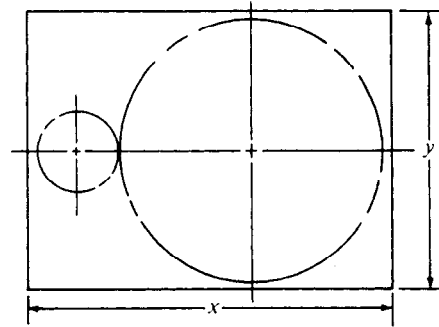


Figura 11–38 (Problem 33)

### Trenes de engranes

Problemas 37 al 40: para los trenes de engranes que se describen en las figuras que se señalan, calcule la velocidad de salida y el sentido en que gira el eje de salida si el eje de entrada gira a 1.750 rpm en el sentido de las manecillas del reloj.

37. Utilice la figura 11–39. 38. Utilice la figura 11–40. 39. Utilice la figura 11–41. 40. Utilice la figura 11–42.

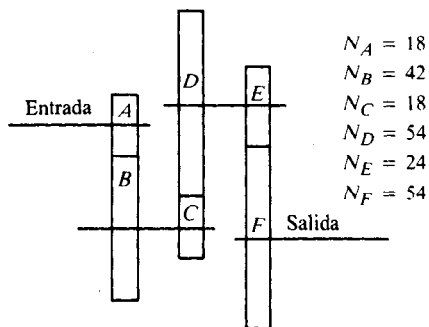


Figura 11-39 (Problema 37)

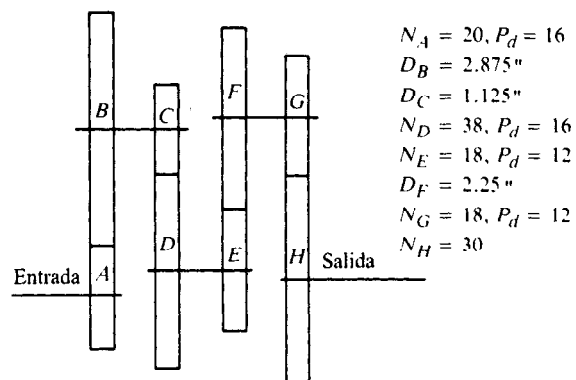


Figura 11-41 (Problema 39)

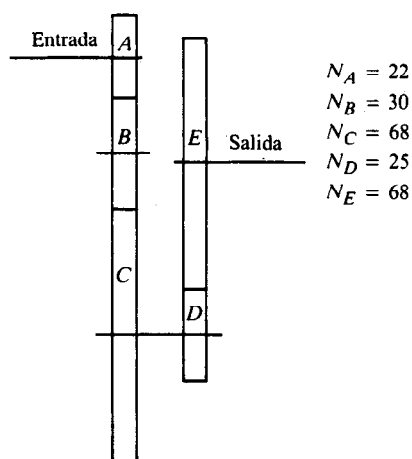


Figura 11-40 (Problema 38)

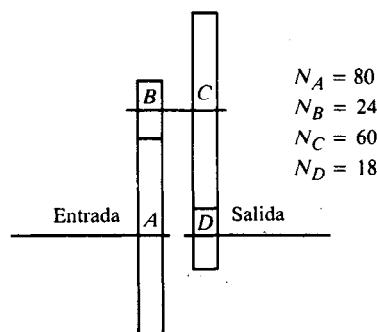


Figura 11-42 (Problema 40)

### Problemas de diseño

Los problemas 41 al 47 describen situaciones de diseño. Para cada una, diseñe un par de engranes de talla recta o cilíndricos, especificando, cuando menos, el paso diametral, el número de dientes en cada engrane, los diámetros de paso de cada engrane, la distancia central, el espesor o ancho de la cara y el material con que se van a fabricar los engranes. Diseñe para una vida útil indefinida tanto en cuanto a resistencia como durabilidad superficial. Trabaje con la intención de elaborar proyectos compactos. Utilice valores estándar de paso diametral y evite diseños en los que es probable que se presente interferencia. Suponga que la entrada al par de engranes es a partir de un motor eléctrico, a menos que se especifique otra cosa.

Si los datos se proporcionan en unidades SI, termine el diseño en el sistema de módulo métrico con dimensiones en milímetros, fuerzas en newtons y tensiones o esfuerzos en megapascuales.

41. Un par de engranes de talla recta o cilíndricos deben diseñarse de manera que transmitan 5.0 hp en tanto el piñón gira a 1,200 rpm. El engrane debe girar a entre 385 y 390 rpm. El engrane impulsa una compresora recíproca.
42. Un par de engranes va a formar parte del impulsor de una máquina fresadora que requiere 20.0 hp con la velocidad del piñón a 550 rpm y la velocidad del engrane debe ser entre 180 y 190 rpm.
43. Un impulsor para una prensa de punzón requiere 50.0 hp con una velocidad del piñón de 900 rpm y velocidad entre 225 y 230 rpm.
44. Un motor de gasolina de cilindro único tiene el piñón de un par de engranes en su eje de salida. El engrane está conectado al eje de una mezcladora de cemento pequeña. La mezcladora necesita 2.5 hp mientras gira a 75 rpm aproximadamente. El motor está gobernado para que funcione a 900 rpm aproximadamente.
45. Un motor industrial de cuatro cilindros trabaja a 2,200 rpm y transmite 75 hp al engrane de entrada de un impulsor para una cortadora de madera de gran tamaño que se utiliza para preparar pulpa de madera para fabricar papel. El engrane de salida debe trabajar entre 4,500 y 4,600 rpm.
46. Un tractor comercial pequeño se diseña para actividades como podar césped y recoger nieve. El sistema de tracción debe trabajar mediante un par de engranes cuyo piñón trabaja a 600 rpm en tanto el engrane, que

se monta en la maza de la rueda, trabaja a entre 170 y 180 rpm. La rueda tiene 300 mm de diámetro. El motor de gasolina transmite a 3.0 kW de potencia el par de engranes.

47. Una turbina de agua transmite 75 kW de potencia a un par de engranes a 4,500 rpm. La salida del par de engranes debe impulsar un generador de energía eléctrica a 3,600 rpm. La distancia central del par de engranes no debe ser mayor de 150 mm.
48. Un sistema impulsor para una sierra comercial de banda grande se diseña para que transmita 12.0 hp. La sierra se va a utilizar para cortar tubería de acero en sistemas de escape para automóviles. El piñón gira a 3,450 rpm, mientras que el engrane debe hacerlo a entre 725 y 735 rpm. Se especifica que los engranes deben fabricarse con acero AISI 4340, inmerso en aceite y templado. No se debe utilizar endurecimiento superficial.
49. Repita el problema 48, pero considere un acero carburizado endurecido en la superficie del apéndice A-5 e intente obtener el diseño práctico más pequeño. Compare el resultado con el diseño del problema 48.
50. Se diseña un impulsor de engrane para una máquina especial que se va a utilizar para fresar una superficie de acero fundido. El impulsor debe transmitir 20 hp con una velocidad de piñón de 650 rpm y una velocidad de salida de entre 110 y 115 rpm. La fresa se va a utilizar continuamente, dos turnos por día, seis días a la semana durante 5 años cuando menos. Diseñe el impulsor de manera que sea lo más pequeño posible para permitir que se monte cerca de la cabeza de la flecha.
51. Un cable de malacate para una grúa debe girar entre 160 y 166 rpm. Diseñe un impulsor de engran para 25 hp en el cual el piñón de entrada gira a 925 rpm y el de salida gira con el malacate. Se espera que la grúa funcione con un ciclo de trabajo de 50%; 120 horas a la semana durante 10 años, por lo menos. El piñón y el engrane del impulsor deben entrar en el diámetro interno de 24" del malacate con el engrane montado en el eje o la flecha del malacate.

### Capacidad de transmisión de potencia

52. Calcule la capacidad para transmitir potencia de un par de engranes de talla recta o cilíndricos que tienen dientes de profundidad total a  $20^\circ$ , un paso diametral de 10, un ancho de la cara de 1.25", 25 dientes en el piñón, 60 dientes en el engrane y una clase de calidad AGMA de 8. El piñón se fabrica con AISI 4140 OQT 1000, y el engrane de AISI 4140 OQT 1100. El piñón girará a 1,725 rpm en la flecha de un motor eléctrico. El engrane impulsará una bomba centrífuga.
53. Calcule la capacidad para transmitir potencia de un par de engranes de talla recta o cilíndrica que tienen dientes de profundidad total a  $20^\circ$ , un paso diametral de 6, 35 dientes en el piñón, 100 dientes en el engrane, un espesor de la cara de 2.00" y una clase de calidad AGMA de 6. Un motor de gasolina impulsa el piñón a 1,500 rpm. El engrane impulsa un transportador para roca triturada en una cantera. El piñón se fabrica con AISI 1040 WQT800. El engrane se fabrica con hierro gris fundido, ASTM A48-83, clase 30.
54. Se encontró que el par de engranes que se describe en el problema 53 se desgastaba cuando era impulsado por un motor de 25 hp. Proponga un nuevo diseño que se espera tenga una vida útil indefinida bajo las condiciones que se describen.

### Diseño de impulsores de doble reducción

55. Diseñe un tren de engranes de doble reducción que transmitirá 10.0 hp de un motor eléctrico que trabaja a 1,750 rpm a un transportador cuya flecha impulsora debe girar a entre 146 y 150 rpm. Observe que esto requerirá el diseño de dos pares de engranes. Haga un boceto de la disposición del tren y calcule la velocidad de salida real.
56. Hay que diseñar una moledora comercial para alimentos de desecho en la que la flecha final gira a entre 40 y 44 rpm. La entrada es de un motor eléctrico que gira a 850 rpm y transmite 0.50 hp. Diseñe un tren de engranes de talla recta a cilíndricos para la moledora.
57. Un taladro manual pequeño es impulsado por un motor eléctrico que opera a 3,000 rpm. La velocidad del taladro debe ser 550 rpm aproximadamente. Diseñe la reducción de velocidad para el engrane. La potencia transmitida es 0.25 hp.
58. La salida del taladro que se describe en el problema 57 proporciona el impulso para una sierra de banda para banco similar a la que se muestra en la figura 1-1. La hoja de la sierra debe moverse a una velocidad lineal de 375 pies/minuto. Diseñe una reducción de engrane de talla recta para que impulse a la sierra de banda. Considere la posibilidad de utilizar engranes de plástico.

59. Diseñe un impulsor de cremallera y de piñón para que levante un panel pesado de acceso en un horno. Un motor impulsado por fluido que gira a 1,500 rpm proporcionará 5.0 hp en la entrada al impulsor. La velocidad lineal de la cremallera debe ser 2.0 pies/s, por lo menos. Se utilizará más de una etapa de reducción, pero intente diseñar con el menor número posible de engranes. Se espera que el impulsor funcione cuando menos seis veces por hora durante seis turnos al día, siete días por semana durante al menos 15 años.
60. Diseñe el impulsor de engrane para las ruedas de un carro montacargas industrial. Su velocidad máxima debe ser de 20 mph. Se decidió que las ruedas tengan un diámetro de 12.0". Un motor de CD suministra 20 hp a una velocidad de 3,000 rpm. La vida útil del diseño es de 16 horas al día, seis días a la semana a lo largo de 20 años.

---

# **12** **Engranés helicoidales, engranes cónicos, y mecanismos de tornillo sinfin y rueda helicoidal**

---

- 12-1 Objetivos de este capítulo
  - 12-2 Geometría de engranes helicoidales y análisis de fuerzas
  - 12-3 Tensiones en los dientes de engranes helicoidales
  - 12-4 Resistencia a la corrosión para dientes de engranes helicoidales
  - 12-5 Reductores de engranes helicoidales disponibles en el mercado
  - 12-6 Diseño de engranes helicoidales
  - 12-7 Geometría de engranes cónicos o biselados
  - 12-8 Fuerzas en engranes cónicos rectos
  - 12-9 Fuerzas en los cojinetes de los ejes con engranes cónicos
  - 12-10 Momentos de flexión en ejes que llevan engranes cónicos
  - 12-11 Tensiones en los dientes de engranes cónicos rectos
  - 12-12 Diseño de engranes cónicos resistentes a la corrosión
  - 12-13 Tipos de mecanismos de tornillo sinfin con rueda helicoidal
  - 12-14 Geometría de tornillo sinfin y mecanismos de tornillo sinfin con rueda helicoidal
  - 12-15 Fuerzas, fricción y eficiencia en conjuntos de mecanismos de tornillo sinfin con rueda helicoidal
  - 12-16 Tensiones en los dientes de mecanismos de tornillo sinfin con rueda helicoidal
  - 12-17 Durabilidad superficial de impulsores de mecanismo de tornillo sinfin con rueda helicoidal
  - 12-18 Geometría típica de conjuntos de mecanismo de tornillo sinfin con rueda helicoidal
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

En todos los impulsores de engrane que se diseñaron en el capítulo 11 se supuso que los engranes cilíndricos o de talla recta se utilizarán para lograr la reducción o el incremento de velocidad entre la entrada y la salida del impulsor. No obstante se podrían utilizar muchos otros tipos de engranes. Suponga que a usted le corresponde diseñar el impulsor para la cortadora de madera que se describe en el problema ilustrativo 11-7. ¿En qué sería distinto el diseño si en lugar de engranes cilíndricos se usaran engranes helicoidales? ¿Qué fuerzas se generarían y se transferirían a los ejes que soportan a los engranes y a los cojinetes que soportan a los ejes? ¿Sería capaz de emplear engranes

más pequeños? ¿En qué es diferente la geometría de los engranes helicoidales respecto a la de los engranes cilíndricos?

En vez de tener los ejes de entrada y salida paralelos como se han dispuesto en los diseños hasta este momento, ¿cómo podemos diseñar impulsores que transmitan potencia a un eje o una flecha de salida a ángulos rectos respecto al eje de entrada? ¿Qué técnicas especiales de análisis se aplican en engranes biselados y mecanismos de engranaje de tornillo sinfin? La información que contiene este capítulo le ayudará a contestar estas y otras preguntas.

■ ■ ■

### 12-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Con base en la presentación del diseño de engranes de talla recta o cilíndricos en el capítulo 11, este capítulo amplía la tecnología de engranes para incluir engranes helicoidales, engranes biselados y mecanismos de engranaje de tornillo sinfin. Cada tipo de engrane tiene una geometría y una operación particulares. Sin embargo, muchos de los conceptos que se utilizaron en el capítulo 11 se hacen extensivos a este. Cada tipo de engrane debe diseñarse de manera que la resistencia de los dientes de los engranes sea la adecuada al igual que la durabilidad de su superficie.

Se presenta el diseño que corresponde a resistencia y durabilidad para cada tipo de engrane, junto con un análisis de la geometría y de las fuerzas que se ejercen sobre los engranes.

#### Objetivos específicos

Una vez que concluya este capítulo, el lector estará capacitado para

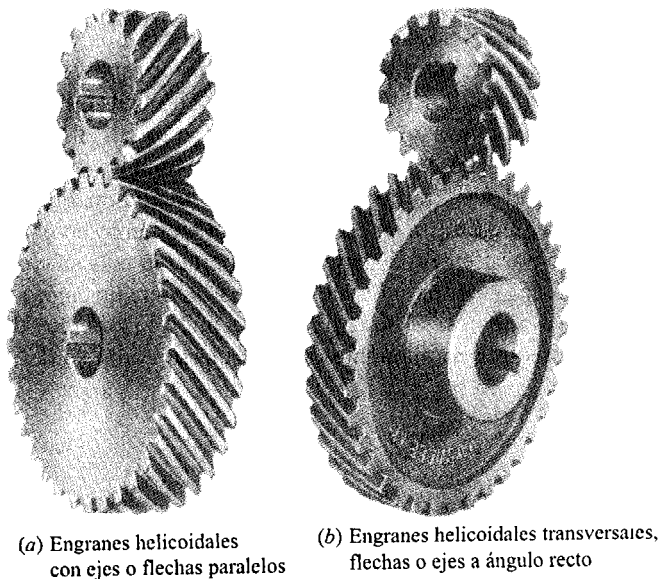
1. Describir la geometría de engranes helicoidales y calcular las dimensiones de sus características clave.
2. Calcular las fuerzas que ejerce un engrane helicoidal sobre el engrane con el que embona o se enlaza.
3. Calcular el esfuerzo o tensión debido a la flexión en los dientes de engranes helicoidales y especificar materiales adecuados para que soporten esos esfuerzos.
4. Diseñar engranes helicoidales en cuanto a durabilidad de su superficie.
5. Describir la geometría de engranes biselados y calcular las dimensiones de características clave.
6. Analizar las fuerzas que ejerce un engrane biselado sobre otro y demostrar cómo estas fuerzas son transmitidas hacia los ejes o flechas que soportan a los engranes.
7. Diseñar y analizar dientes de engranes biselados en cuanto a resistencia y durabilidad de su superficie.
8. Describir la geometría de tornillos sinfin y de mecanismos de engranaje de tornillos sinfin.

9. Calcular las fuerzas que genera un mecanismo de engranaje de tornillo sinfin y analizar el efecto que surten sobre los ejes que soportan al tornillo sinfin y al mecanismo de engranaje de tornillo sinfin.
10. Calcular la eficiencia de impulsores de mecanismo de engranaje de tornillo sinfin.
11. Diseñar y analizar impulsores de mecanismo de engranaje de tornillo sinfin en cuanto a resistencia a la flexión y al desgaste.

## 12-2 GEOMETRIA DE ENGRANES HELICOIDALES Y ANALISIS DE FUERZAS

Los engranes helicoidales y los cilíndricos o de talla recta se distinguen por la orientación de sus dientes. En los engranes de talla recta o cilíndricos, los dientes son rectos y están alineados con el eje del engrane. En los engranes helicoidales los dientes presentan inclinación a un cierto ángulo, a este ángulo se le da el nombre de *ángulo helicoidal*. Si el engrane fuera muy ancho parecería que los dientes se enrollan alrededor del disco con que se fabrica el engrane describiendo una trayectoria helicoidal. Sin embargo, las consideraciones prácticas limitan el ancho o espesor de los dientes de manera que al parecer, por lo regular, están apenas inclinados con respecto al eje. La figura 12-1 muestra dos ejemplos de engranes helicoidales disponibles en el mercado. A menos que se señale otra cosa, supondremos que los ejes están montados en ejes paralelos. Con geometría especial, es posible tener ejes o flechas no paralelos. Cuando los engranes helicoidales operan sobre ejes a un ángulo de  $90^\circ$  entre sí, se les denomina *engranes helicoidales transversales*.

Las formas de los dientes de engranes helicoidales, y por consiguiente los métodos para analizarlos, son muy similares a los que se analizaron para los engranes de talla recta o cilíndricos en el capítulo 11. La actividad básica consiste en considerar el efecto del ángulo helicoidal.



**Figura 12-1** Engranes helicoidales. Estos engranes tienen un ángulo helicoidal de  $45^\circ$ . (Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)

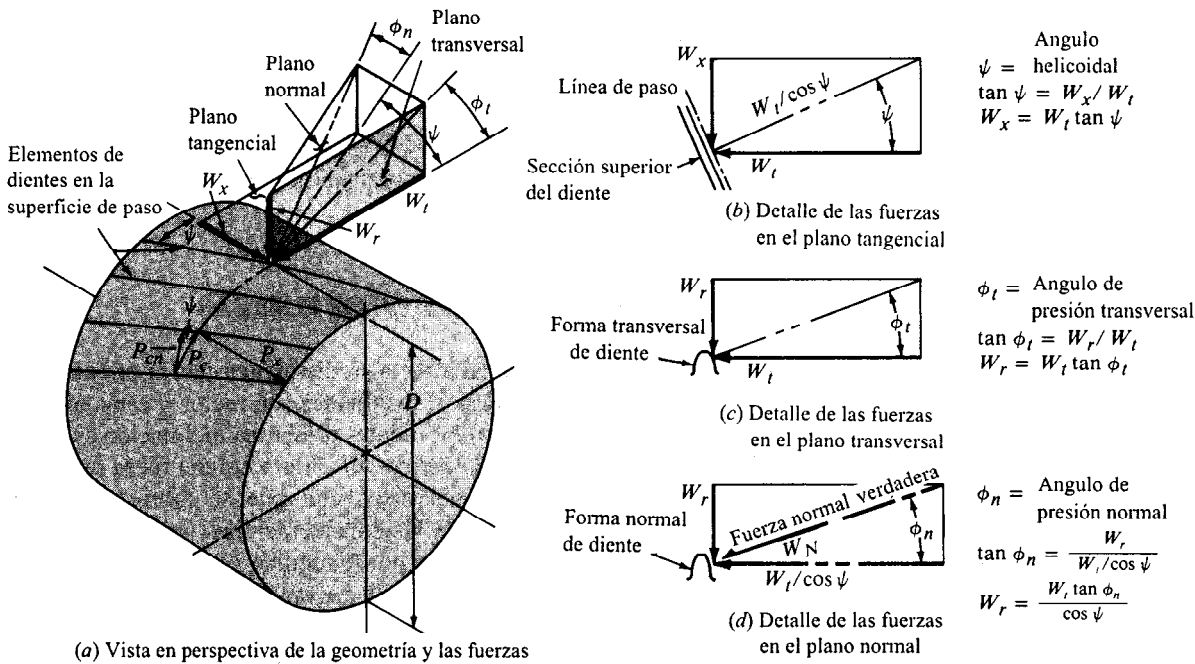


Figura 12-2 Geometría y fuerzas de engranes helicoidales

La figura 12-2 muestra la geometría pertinente de los dientes de engranes helicoidales. El ángulo helicoidal, que se denomina  $\psi$  (la letra griega psi), es el ángulo entre el plano a través del eje del engrane y la tangente a la hélice que sigue a la superficie de paso del diente. Cuando dos engranes helicoidales funcionan juntos, uno debe tener una hélice derecha y el otro una hélice izquierda. El aspecto de la hélice derecha es similar al de la cuerda estándar derecha de un tornillo.

La ventaja principal de los engranes helicoidales frente a los engranes cilíndricos es que un diente en particular asume la carga en forma gradual. El contacto se inicia en un extremo de un diente cerca de la punta y avanza a lo largo de la cara siguiendo una trayectoria descendente a lo largo de la línea de paso hacia el flanco inferior del diente, donde deja de actuar en forma enlazada. Debido a que más de un diente entra en contacto en un momento en particular esto da por resultado una carga promedio por diente más baja y una operación más suave.

La desventaja principal de los engranes helicoidales es que se genera un *empuje* o carga axial por la orientación inclinada de los dientes. El sistema de fuerza en los dientes de un engrane helicoidal se aprecia mejor con sus tres componentes rectangulares como se define en seguida (figura 12-2).

### Carga transmitida, $W_t$

Como la carga transmitida,  $W_t$ , se obtiene directamente de los parámetros que se conocen del mecanismo de engranes, conviene empezar por ahí al calcular las fuerzas que se ejercen sobre los dientes.



La fuerza que actúa tangencial a la superficie de paso del engrane se denomina la *carga transmitida* y es la fuerza que en realidad transmite torque y potencia desde el engrane impulsor hacia el engrane que es impulsado. Actúa en sentido perpendicular al del eje de la flecha que soporta al engrane. Esta es la misma definición que se utilizó para  $W_t$  en el capítulo relativo a engranes de talla recta o cilíndricos y los métodos que se emplean para calcularla son los mismos. Si se conoce el torque que se transmite

$$W_t = T/(D/2) \quad (12-1)$$

donde  $D$  es el diámetro de paso del engrane. Si se conocen la potencia transmitida (en hp) y la velocidad de giro (en rpm), el torque en libras por pulgadas se puede calcular a partir de

$$T = 63\,000(P)/n \quad (12-2)$$

Si se conocen la potencia transmitida (en hp) y la velocidad de línea de paso (en pies/minuto),

$$W_t = 33\,000(P)/v_t \quad (12-3)$$

### Carga axial, $W_x$

La *carga axial* es aquella que se dirige en forma paralela al eje de la flecha que soporta al engrane. Esta, que también se denomina *carga de empuje* es la fuerza, por lo general indeseable, a la que deben resistir los cojinetes de ejes o flechas que tienen una capacidad de empuje. Este tema será analizado en el capítulo 15.

En relación a la figura 12-2, considere un plano tangente al círculo de paso del engrane que, en consecuencia, contiene la carga transmitida,  $W_t$ . Este plano tangencial contendrá también la carga axial que actúa en sentido perpendicular a la carga transmitida. El ángulo helicoidal,  $\psi$ , establece la relación entre  $W_t$  y  $W_x$ :

$$W_x = W_t \tan \psi \quad (12-4)$$

La figura 12-2(b) ilustra un detalle del plano tangencial. Observe que la carga axial se incrementa conforme aumenta el valor del ángulo helicoidal. Por lo regular los ángulos helicoidales varían entre  $15^\circ$  y  $45^\circ$ .

### Carga radial, $W_r$

La *carga radial* es la fuerza que actúa hacia el centro del engrane, esto es, en sentido radial. El sentido de la fuerza es siempre tal que tiende a separar los engranes. Para determinar el valor de la carga radial, primero es necesario analizar la naturaleza del ángulo de presión para dientes de engranes helicoidales. Consulte de nuevo la figura 12-2(a) y 12-2(b).

Para comprender la geometría de los dientes en engranes helicoidales es preciso considerar dos ángulos de presión distintos. El plano que pasa por los dientes de un engrane en un sentido

perpendicular, es decir transversal, el eje del engrane se denomina *plano transverso*. El ángulo de presión en este plano se señala como  $\phi_t$ .

Al plano que pasa a través de los engranes en un sentido normal respecto a los propios dientes se le denomina plano normal. El ángulo de presión de la forma de diente que así se obtiene recibe el nombre de  $\phi_n$ .

Algunos engranes helicoidales se fabrican con el ángulo de presión transverso establecido a un ángulo específico, digamos  $20^\circ$  o  $14\frac{1}{2}^\circ$ . Otros se fabrican con el ángulo de presión normal establecido. La ecuación (12-5) relaciona estos dos ángulos de presión para un ángulo helicoidal específico.

$$\tan \phi_n = \tan \phi_t \cos \psi \quad (12-5)$$

Esta ecuación se desarrolla después de realizar un análisis más detallado.

Ahora es posible observar en la figura 12-2 que el ángulo entre la carga transmitida,  $W_t$ , y el normal respecto a los dientes de los engranes en el plano transverso es el ángulo de presión transversal,  $\phi_t$ . Se infiere, por consiguiente, que la carga radial puede ser calculada a partir de

$$W_r = W_t \tan \phi_t \quad (12-6)$$

En la figura 12-2 se muestra asimismo el plano normal. La fuerza que actúa en sentido perpendicular a la forma de dientes es la fuerza normal verdadera,  $W_N$ . Observe que es la resultante de los tres componentes  $W_t$ ,  $W_x$  y  $W_r$ . En el detalle del plano normal en la figura 12-2(b) podrá observar que

$$W_N = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi} \quad (12-7)$$

Los detalles tanto del plano transverso como del plano normal contienen fórmulas para la carga radial,  $W_r$ . Al igualarlas, podrá obtener la ecuación (12-5).

## Pasos para engranes helicoidales

Para darse una idea clara de la geometría de los engranes helicoidales, es necesario comprender cinco pasos diferentes.

### Paso circular, $p$

El *paso circular* es la distancia desde un punto en un diente hasta el punto correspondiente en el diente siguiente adyacente, medida en la línea de paso en el plano transverso. Esta es la misma definición que se utilizó para los engranes rectos o cilíndricos. Por consiguiente

$$p = \pi D / N \quad (12-8)$$

### Paso circular normal, $p_n$

El *paso circular normal* es la distancia entre dos puntos correspondientes en dientes adyacentes medida en la superficie en el sentido normal. Los pasos  $p$  y  $p_n$  se relacionan mediante la ecuación siguiente

$$p_n = p \cos \psi \quad (12-9)$$

### Paso diametral, $P_d$

El *paso diametral* es la relación del número de dientes en el engrane con el diámetro de paso. Esta es la misma definición que se proporcionó para engranes cilíndricos o rectos y se utilizó considerando la forma de los dientes en el plano diametral o el transverso. Por tanto, en ocasiones se denomina como *paso diametral transverso*.

$$P_d = N/D \quad (12-10)$$

### Paso diametral normal, $P_{nd}$

El *paso diametral normal* es el paso diametral equivalente en el plano normal respecto a los dientes

$$P_{nd} = P_d / \cos \psi \quad (12-11)$$

Es útil recordar estas relaciones

$$P_d p = \pi \quad (12-12)$$

$$P_{nd} p_n = \pi \quad (12-13)$$

### Paso axial, $P_x$

El paso axial es la distancia entre puntos correspondientes en dientes adyacentes, medida en la superficie de paso en sentido axial

$$P_x = p / \tan \psi = \pi / (P_d \tan \psi) \quad (12-14)$$

Es necesario tener cuando menos dos pasos axiales en el ancho de la cara para obtener acción helicoidal total y la transferencia suave de la carga de un diente a otro.

Ahora se muestra el uso de las ecuaciones (12-1) a la (12-14) en dos problemas ilustrativos

**Problema ilustrativo 12-1.** Un engrane helicoidal tiene un paso diametral transverso de 12 un ángulo de presión transverso de  $14\frac{1}{2}^\circ$ , 28 dientes, un espesor o ancho de cara de 1,25" y un ángulo helicoidal de  $30^\circ$ . Calcule el paso circular, el paso circular normal, el paso diametral normal, el paso axial, el diámetro de paso y el ángulo de presión normal. Calcule el número de pasos axiales en el espesor o ancho de la cara.

Solución.

1. Paso circular [ecuación (12-8)]:

$$p = \pi/P_d = \pi/12 = 0.262 \text{ "}$$

2. Paso circular normal [ecuación (12-9)]:

$$p_n = p \cos \psi = 0.262 \cos(30) = 0.227 \text{ "}$$

3. Paso diametral normal [ecuación (12-11)]:

$$P_{nd} = P_d/\cos \psi = 12/\cos(30) = 13.856$$

4. Paso axial [ecuación (12-14)]:

$$P_x = p/\tan \psi = 0.262/\tan(30) = 0.453 \text{ "}$$

5. Diámetro de paso [ecuación (12-9)]:

$$D = N/P_d = 28/12 = 2.333 \text{ "}$$

6. Angulo de presión normal [ecuación (12-5)]:

$$\phi_n = \tan^{-1}(\tan \phi_t \cos \psi)$$

$$\phi_n = \tan^{-1}[\tan(14\frac{1}{2}) \cos(30)] = 12.62^\circ$$

7. Número de pasos axiales en el espesor o ancho de la cara:

$$F/P_x = 1.25/0.453 = 2.76 \text{ pasos}$$

Como este es mayor de 2.0 habrá acción helicoidal total.

---

---

---

---

Problema ilustrativo 12-2. Un engrane helicoidal tiene un paso diametral normal de 8, un ángulo de presión normal de  $20^\circ$ , 32 dientes, un espesor o ancho de cara de 3.00" y un ángulo helicoidal de  $15^\circ$ . Calcule el paso diametral, el paso circular, el paso circular normal, el paso axial, el número de pasos axiales en el espesor o ancho de la cara, el ángulo de presión transversal, y el diámetro de paso. Si el engrane gira a 650 rpm en tanto transmite 7.50 hp, calcule la línea de paso, la carga transmitida, la carga axial, la carga radial y la fuerza normal verdadera.

Solución.

1. Paso diametral [ecuación (12-11)]:

$$P_d = P_{nd} \cos \psi = 8 \cos(15) = 7.727$$

2. Paso circular [ecuación (12-12)]:

$$p = \pi/P_d = \pi/7.727 = 0.407''$$

3. Paso circular normal [ecuación (12-9)]:

$$p_n = p \cos \psi = 0.407 \cos(15) = 0.393''$$

4. Paso axial [ecuación (12-14)]:

$$P_x = \pi/(P_d \tan \psi) = \pi/[7.727 \tan(15)] = 1.517''$$

5. Número de pasos axiales en el espesor o ancho de la cara:

$$F/P_x = 3.00/1.517 = 1.98 \text{ pasos (bajo)}$$

6. Angulo de presión transversal [ecuación (12-5)]:

$$\phi_t = \tan^{-1}(\tan \phi_n / \cos \psi)$$

$$\phi_t = \tan^{-1}[\tan(20)/\cos(15)] = 20.65^\circ$$

7. Diámetro de paso [ecuación (12-10)]:

$$D = N/P_d = 32/7.727 = 4.141''$$

8. Velocidad de paso,  $v_t$ :

$$v_t = \pi D n / 12 = \pi(4.141)(650) / 12 = 704.7 \text{ pies/min}$$

9. Carga transmitida,  $W_t$  [ecuación (12-3)]:

$$W_t = 33\,000(P)/v_t = 33\,000(7.5)/704.7 = 351 \text{ lb}$$

10. Carga axial,  $W_x$  [ecuación (12-4)]:

$$W_x = W_t \tan \psi = 351 \tan(15) = 94 \text{ lb}$$

11. Carga radial,  $W_r$  [ecuación (12-6)]:

$$W_r = W_t \tan \phi_t = 351 \tan(20.65) = 132 \text{ lb}$$

12. Carga normal verdadera,  $W_N$  [ecuación (12-7)]:

$$W_N = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi} = \frac{351}{\cos(20) \cos(15)} = 387 \text{ lb}$$

### 12-3 TENSIONES EN LOS DIENTES DE ENGRANES HELICOIDALES

Se utilizará la misma ecuación básica para calcular tensiones en dientes de engranes helicoidales que se empleó para los dientes de engranes cilíndricos o rectos en el capítulo 11, la cual se proporciona en la ecuación (11-26) y se repite aquí.

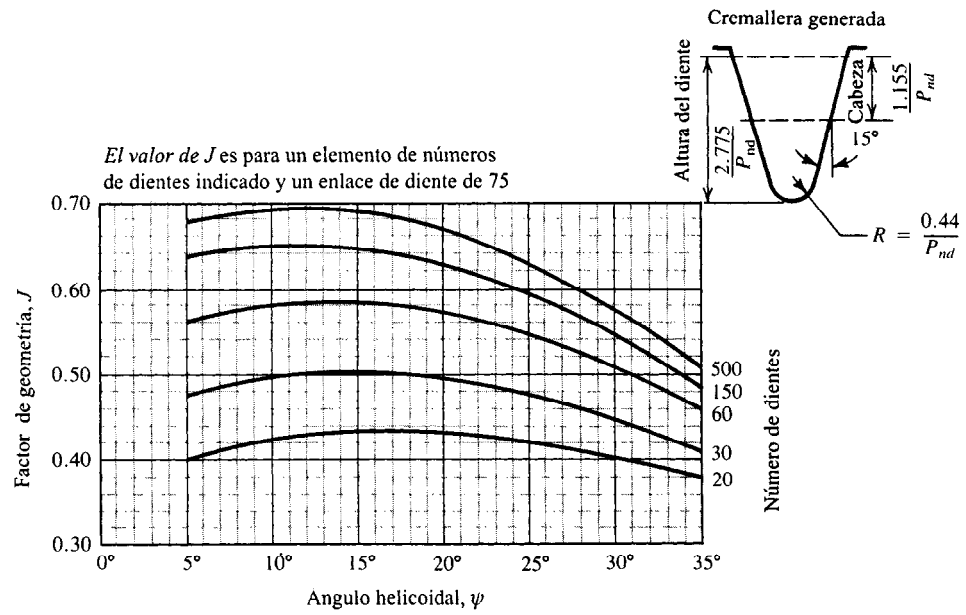
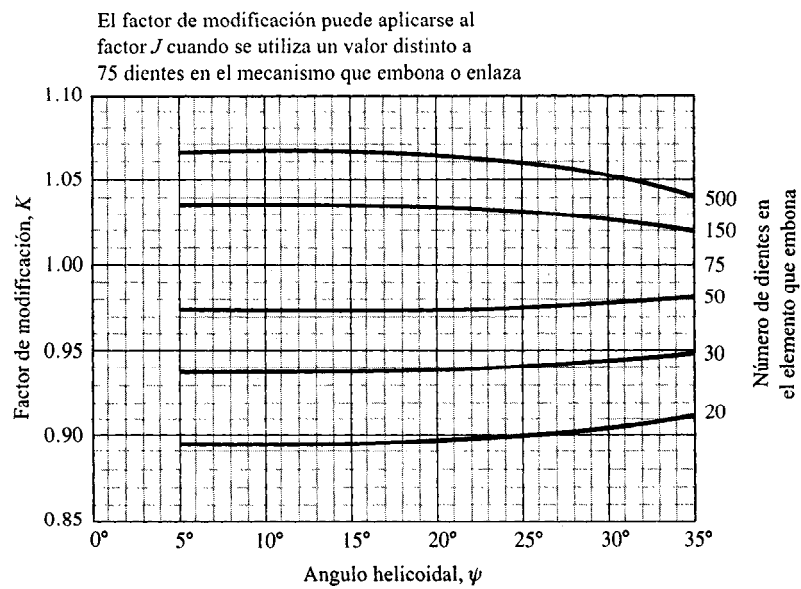
$$\sigma_t = \frac{W_t P_d}{FJ} \frac{K_a K_s K_m K_B}{K_v} \quad (11-26)$$

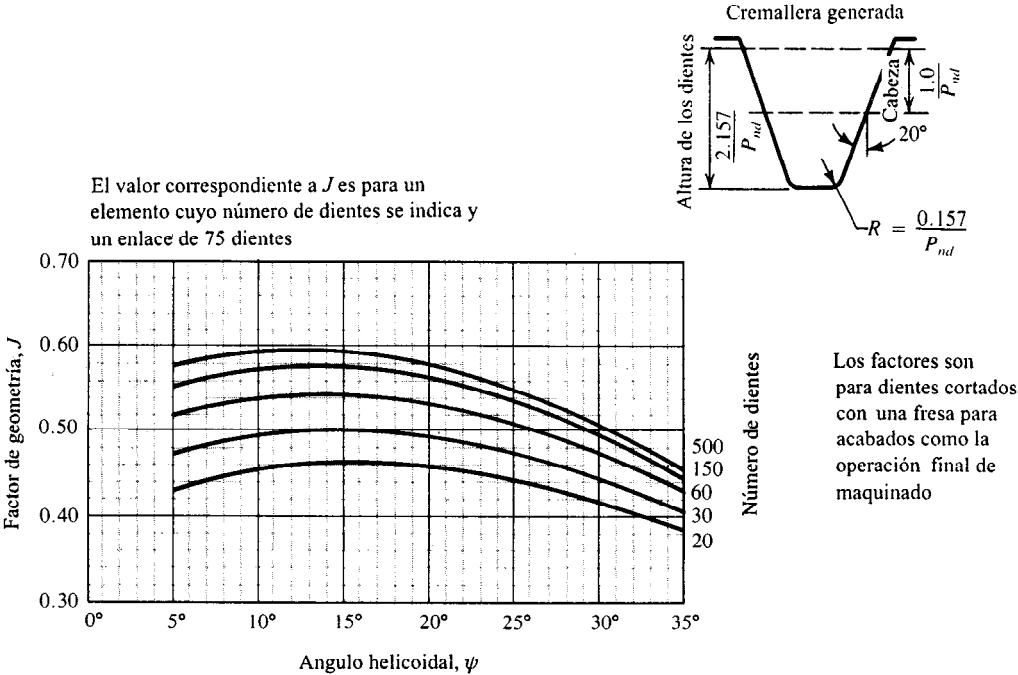
Las figuras 12-3, 12-4 y 12-5 muestran los valores para el factor de geometría,  $J$ , para dientes de engranes helicoidales con ángulos de presión normales de 15°, 20° y 22°, respectivamente. Los factores  $K$  son los mismos que se utilizaron para engranes rectos o cilíndricos. Consulte las referencias [9] y [8] y a las ubicaciones siguientes para valores:

- $K_a$  = factor de aplicación (tabla 11-13)
- $K_s$  = factor de tamaño (tabla 11-14)
- $K_m$  = factor de distribución de carga (figura 11-27)
- $K_B$  = factor de espesor de la corona (figura 11-28)
- $K_v$  = factor dinámico (figura 11-29)

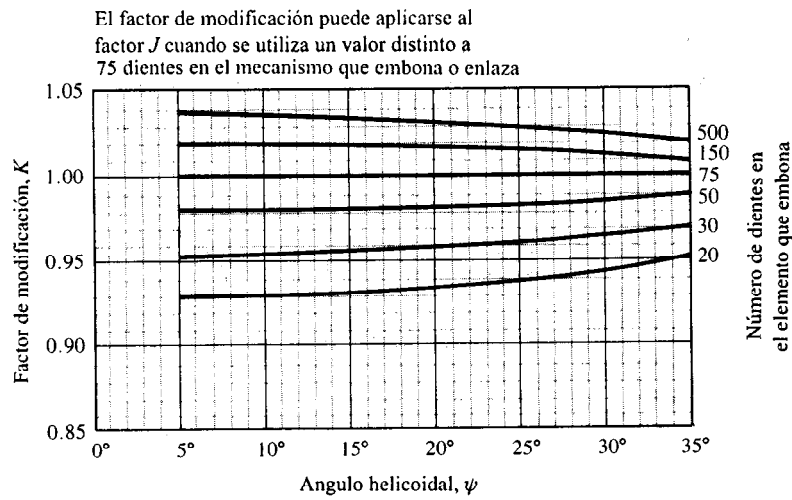
\*Figuras 12-3, 12-4 Y 12-5:

Las gráficas para el factor de geometría,  $J$ , para engranes helicoidales se tomaron del estándar AGMA 218.01-1982, *Estándar para especificar la resistencia a la corrosión y la resistencia al esfuerzo de flexión para dientes evolventes de engranes rectos y helicoidales*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314. Este estándar ha sido sustituido por dos estándares: el 908-B89, *Factores de geometría para determinar la resistencia a la corrosión y la resistencia a la flexión de dientes de engranes rectos o cilíndricos, helicoidales y de espiguilla*, 1989, y el estándar 2001-B88, *Factores Fundamentales en especificación y métodos de cálculo para dientes evolventes de engranes rectos o cilíndricos y helicoidales*. El método para calcular el valor de  $J$  no se ha modificado. Sin embargo, los nuevos estándares no contienen las gráficas. A los usuarios se les advierte que verifiquen que los factores de geometría para un diseño particular cumplan con la geometría específica de la cortadora que se utiliza para fabricar los engranes. Es necesario consultar los estándares 908-B89 y 2001-B88 para conocer los detalles del cálculo de los valores de  $J$  y para especificar el rendimiento de los dientes de engranes.

(a) Factor de geometría ( $J$ ) para un ángulo de presión normal de 15° y cabeza indicada(b) Multiplicadores del factor  $J$ **Figura 12-3 Factor de geometría ( $J$ ) para un ángulo de presión normal de 15°**



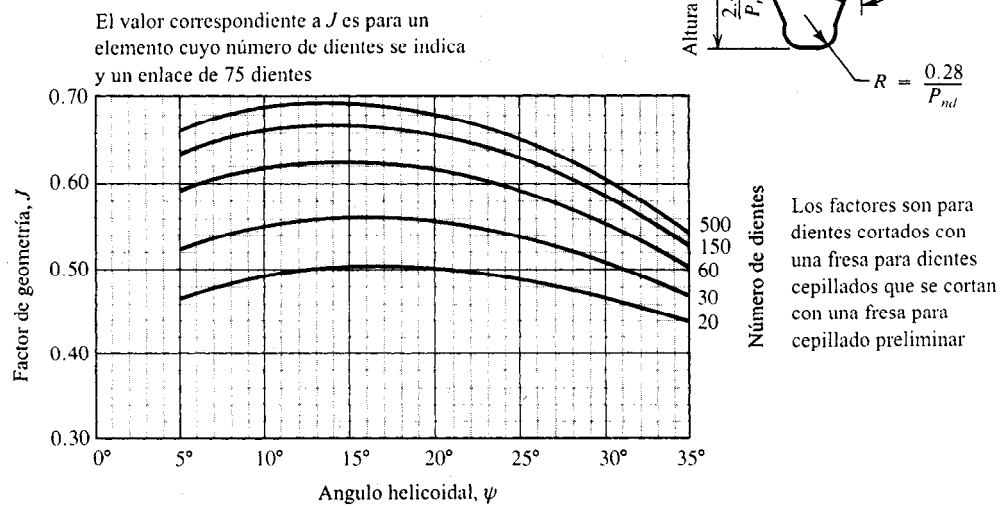
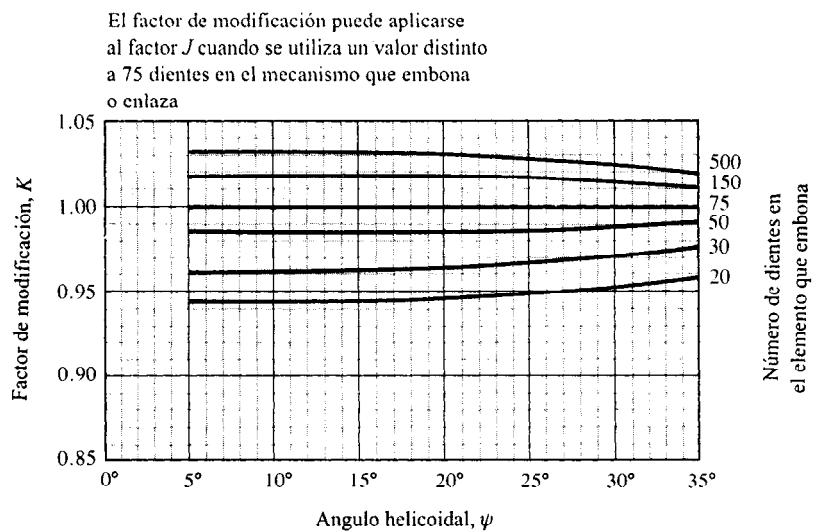
(a) Factor de geometría ( $J$ ) para un ángulo de presión normal de 20°, cabeza estándar y fresa para acabado



(b) Multiplicadores de factor  $J$

Figura 12-4 Factor de geometría ( $J$ ) para un ángulo de presión normal de 20°



(a) Factor de geometría ( $J$ ) para un ángulo de presión normal de  $22^\circ$ , cabeza estándar y fresa para acabado(b) Multiplicadores de factor  $J$ Figura 12-5 Factor de geometría ( $J$ ) para un ángulo de presión normal de  $22^\circ$

Para diseño, si se conoce el número de tensión por flexión calculado, debe especificarse un material que tenga un número de tensión por flexión permisible,  $s_{ab}$  mayor que  $\sigma_t$ . Es posible encontrar valores de diseño de  $s_{at}$ :

Tabla 11-7: acero, endurecido directamente, grado 1 y 2

Figura 11-14: acero, igual que la tabla 11-7

Tabla 11-8: aceros endurecidos en la superficie

Tabla 11-9: hierro fundido y bronce

Tabla 11-10: plásticos

Los datos que se refieren a acero, hierro y bronce se aplican a una vida útil de diseño de  $10^7$  ciclos con una confiabilidad de 99% (menos de una falla por cada 100). Si se desean otros valores para vida útil de diseño y de confiabilidad, las tensiones permisibles pueden modificarse utilizando

$$s'_{at} = s_{at}(K_L/K_R)$$

donde  $K_L$  = factor de vida útil (sección 11-12)

$K_R$  = factor de confiabilidad (sección 11-12)

Como alternativa, los factores de vida útil y de confiabilidad pueden aplicarse al número de tensión por flexión que se calculó utilizando

$$\sigma'_t = \sigma_t(K_R/K_L)$$

Después este valor se comparará directamente con  $s_{at}$ .

## 12-4 RESISTENCIA A LA CORROSION PARA DIENTES DE ENGRANES HELICOIDALES

La resistencia a la corrosión para engranes helicoidales se evalúa utilizando el mismo procedimiento que se analizó en el capítulo 11 para engranes cilíndricos o rectos. Aquí se repite la ecuación (11-31).

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{C_a C_s C_m W_t}{C_v F D_p I}} \quad (11-31)$$

Todos los datos y procedimientos deben apegarse a las condiciones descritas en el capítulo 11 y en las referencias de las que se obtuvieron los datos. El método básico y gran parte de los datos se obtuvieron del estándar AGMA 2001-B88, *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*, con permiso del editor American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314. Véase otros estándares de la AGMA que se indican en el capítulo 11 y al final de este capítulo. En esas referencias se describen muchos más usos y condiciones.

Todos los factores son los mismos para engranes helicoidales excepto el factor de geometría para resistencia a la corrosión,  $I$ . Los valores correspondientes a  $C_p$  se encuentran en la tabla 11-15. Observe que los otros factores  $C$  tienen los mismos valores que los factores  $K$  que se analizaron e identificaron en la sección 12-3.

Debido a la variedad más extensa de características geométricas que se requieren para definir la forma de los engranes helicoidales, no es razonable reproducir todas las tablas de valores necesarias o las fórmulas completas para calcular  $I$ . Los valores cambian de conformidad con la relación de los engranes, el número de dientes en el piñón, la forma de los dientes, el ángulo helicoidal y los valores específicos para cabeza, profundidad total y radio del chaflán. Consulte las referencias bibliográficas [6] y [13] para análisis más extensos acerca de los procedimientos. Para facilitar la solución de problemas en este libro, las tablas 12-1 y 12-2 proporcionan algunos valores para  $I$ .

**Tabla 12-1 Factores de geometría para resistencia a la corrosión,  $I$ , para engranes helicoidales con ángulo de presión normal de 20° y cabeza estándar**

<i>Dientes del engrane</i>	<i>Dientes del piñón (ángulo helicoidal, <math>\psi = 15.0^\circ</math>)</i>				
	17	21	26	35	55
17	0.124				
21	0.139	0.128			
26	0.154	0.143	0.132		
35	0.175	0.165	0.154	0.137	
55	0.204	0.196	0.187	0.171	0.143
135	0.244	0.241	0.237	0.229	0.209

<i>Dientes del engrane</i>	<i>Dientes del piñón (ángulo helicoidal, <math>\psi = 25.0^\circ</math>)</i>					
	14	17	21	26	35	55
14	0.123					
17	0.137	0.126				
21	0.152	0.142	0.130			
26	0.167	0.157	0.146	0.134		
35	0.187	0.178	0.168	0.156	0.138	
55	0.213	0.207	0.199	0.189	0.173	0.144
135	0.248	0.247	0.244	0.239	0.230	0.210

Fuente: Se tomó del estándar AGMA 908-B89, *Factores de geometría para determinar la resistencia a la corrosión y la resistencia a la flexión de dientes de engranes rectos o cilíndricos, helicoidales y de espiguilla*, con autorización del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.

**Tabla 12-2 Factores de geometría para resistencia a la corrosión,  $I$ , para engranes helicoidales con ángulo de presión normal de 25° y cabeza estándar**

<i>Dientes</i>		<i>Dientes del piñón (ángulo helicoidal, <math>\psi = 15.0^\circ</math>)</i>					
<i>del engrane</i>	14	17	21	26	35	55	
14	0.130						
17	0.144	0.133					
21	0.160	0.149	0.137				
26	0.175	0.165	0.153	0.140			
35	0.195	0.186	0.175	0.163	0.143		
55	0.222	0.215	0.206	0.195	0.178	0.148	
135	0.257	0.255	0.251	0.246	0.236	0.214	

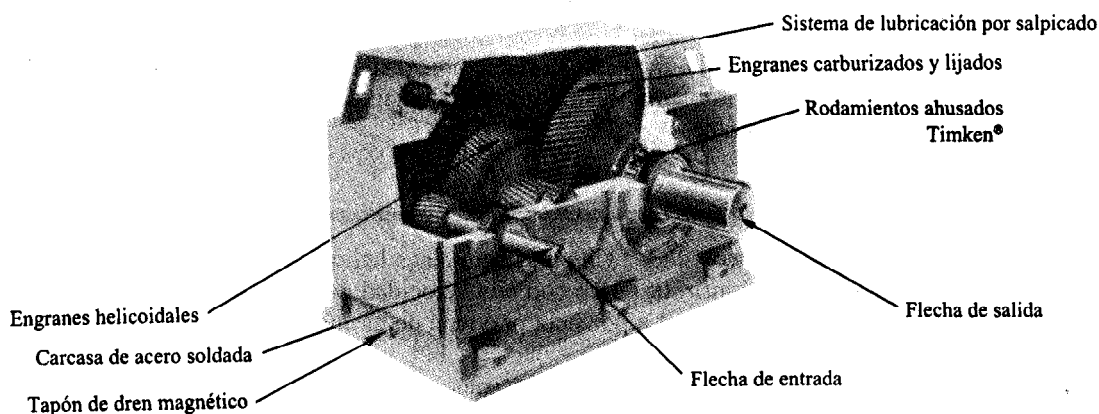
<i>Dientes</i>		<i>Dientes del piñón (ángulo helicoidal, <math>\psi = 25.0^\circ</math>)</i>					
<i>del engrane</i>	12	14	17	21	26	35	55
12	0.129						
14	0.141	0.132					
17	0.155	0.146	0.135				
21	0.170	0.162	0.151	0.138			
26	0.185	0.177	0.166	0.154	0.141		
35	0.203	0.197	0.188	0.176	0.163	0.144	
55	0.227	0.223	0.216	0.207	0.196	0.178	0.148
135	0.259	0.258	0.255	0.251	0.246	0.235	0.213

Fuente: Se tomó del estándar AGMA 908-B89, *Factores de geometría para determinar la resistencia a la corrosión y la resistencia a la flexión de dientes de engranes rectos o cilíndricos, helicoidales y de espiguilla*, con autorización del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.

## 12-5 REDUCTORES DE ENGRANES HELICOIDALES DISPONIBLES EN EL MERCADO

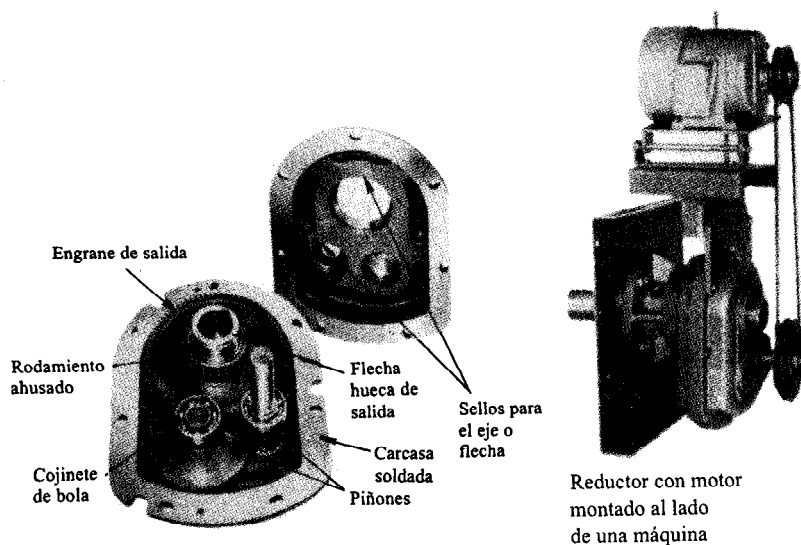
La figura 12-6 muestra una fotografía de un reductor de engrane helicoidal de eje o flecha paralelo, de doble reducción, disponible en el mercado. Observe que los ejes se apoyan sobre cojinetes de bola ahusados que tienen capacidad para soportar las cargas de empuje que generan los engranes helicoidales. En el capítulo 15 se hace una explicación más minuciosa acerca de la selección de esos cojinetes.

La figura 12-7 ilustra otra forma de reductor de engrane helicoidal en el que el motor impulsor se monta arriba del reductor y el eje o flecha de la máquina que es impulsada se inserta directamente a través de la flecha hueca de salida del reductor. Esto permite que el reductor sea soportado por el armazón de la máquina que es impulsada. Los cojinetes de bola ahusados se



**Figura 12-6 Reductor paralelo de flecha.** (Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)

utilizan en la flecha de salida grande. Debido a las cargas más pequeñas en la flecha de entrada de este reductor más pequeño pueden utilizarse cojinetes de bola. El segundo eje soporta al engrane del primer par y el piñón del segundo par. Es probable que la orientación o “mano”, es decir dirección o sentido, del ángulo helicoidal en uno de estos engranes sea opuesta a la del otro de manera que las cargas de empuje tienden a cancelarse entre sí, lo que permite que en ese eje o flecha también se utilicen cojinetes de bola.



**Figura 12-7 Reductor para montaje de flecha helicoidal.** (Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)

## 12-6 DISEÑO DE ENGRANES HELICOIDALES

Las figuras 12-6 y 12-7 muestran reductores disponibles en el mercado que utilizan engranes helicoidales. El problema ilustrativo que se plantea enseguida ilustra el procedimiento para diseñar tales engranes.

**Ejemplo ilustrativo 12-3.** Un par de engranes helicoidales para el impulsor de una máquina fresadora debe transmitir 65 hp con una velocidad de piñón de 3,450 rpm y una velocidad de engrane de 1,100 rpm. La potencia proviene de un motor eléctrico. Diseñe los engranes.

**Solución.** Desde luego existen varias soluciones posibles. A continuación se explica una. Haremos la prueba con un paso diametral normal de 12, 24 dientes en el piñón, un ángulo helicoidal de 15°, un ángulo de presión normal de 15°, un ángulo de presión normal de 20° y un número de calidad de 8.

Ahora, calcule el paso diametral transverso, el paso axial, el ángulo de presión transverso y el diámetro de paso. Después, se elegirá un espesor o ancho de cara que proporcione cuando menos dos pasos axiales para asegurar una verdadera acción helicoidal.

$$P_d = P_{dn} \cos \psi = 12 \cos(15^\circ) = 11.59$$

$$P_x = \frac{\pi}{P_d \tan \psi} = \frac{\pi}{11.59 \tan(15^\circ)} = 1.012''$$

$$\phi_t = \tan^{-1}(\tan \phi_n / \cos \psi) = \tan^{-1}[\tan(20^\circ) / \cos(15^\circ)] = 20.65^\circ$$

$$d = N_p / P_d = 24 / 11.59 = 2.071''$$

$$F = 2P_x = 2(1.012) = 2.024'' \quad \text{Espesor o ancho nominal de la cara}$$

Utilicemos 2.25'', un valor más conveniente. Velocidad de línea de paso y carga transmitida:

$$v_t = \pi d n / 12 = \pi(2.071)(3\,450) / 12 = 1\,871 \text{ pies/minuto}$$

$$W_t = 33\,000 \text{ (hp)} / v_t = 33\,000(65) / 1\,871 = 1\,146 \text{ lb}$$

Ahora, es posible calcular el número de dientes en el engrane:

$$VR = N_G / N_p = n_p / n_G = 3\,450 / 1\,100 = 3.14$$

$$N_G = N_p(VR) = 24(3.14) = 75 \text{ dientes (valor entero)}$$

Los valores para los factores en la ecuación (11-26) deben determinarse en este momento para permitir que se calcule la tensión por flexión. El factor de geometría para el piñón se encuentra en la figura 12-4 para 24 dientes en el piñón y 75 dientes en el engrane;  $J_p = 0.48$ . El valor de  $J_G$  será mayor que  $J_p$ , lo que da por resultado una tensión más baja en el engrane.

Los factores  $K$  son

$K_a$  = factor de aplicación = 1.5 (choque moderado)

$K_s$  = factor de tamaño = 1.0

$K_m$  = factor de distribución de carga = 1.26 para  $F/D = 1.09$  y cojinete cerrado de calidad comercial

$K_B$  = factor de espesor de la corona = 1.0 (engranes sólidos)

$K_v$  = factor dinámico = 0.73 para  $Q_v = 8$  y  $v_t = 1,871$  pies/minuto

Ahora es posible calcular la tensión por flexión en el piñón:

$$\sigma_{IP} = \frac{W_t P_d}{F J_P} \frac{K_a K_s K_m K_B}{K_v} \quad (11-26)$$

$$\sigma_{IP} = \frac{(1\ 146)(11.59)}{(2.25)(0.48)} \frac{(1.50)(1.0)(1.26)(1.0)}{0.73} = 31\ 840 \text{ psi}$$

A partir de la figura 11-14, se requerirá un acero de grado 1 con una dureza de 250 HB aproximadamente. Procedamos al diseño para resistencia a la corrosión.

Al utilizar la ecuación (11-31),

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{C_a C_s C_m W_t}{C_v F D_p I}} \quad (11-31)$$

Para dos engranes de acero,  $C_p = 2,300$ . La interpolación general de los datos que se proporcionan en la tabla 12-1 para  $N_p = 24$  y  $N_G = 75$  da  $I = 0.202$ . Se sugiere que se utilice el procedimiento de cálculo que se describe en los estándares AGMA para calcular un valor más preciso para trabajo crítico. Así, el esfuerzo o tensión debido al contacto es

$$\sigma_c = 2\ 300 \sqrt{\frac{(1.50)(1.0)(1.26)(1\ 146)}{(0.73)(2.25)(2.071)(0.202)}} = 129\ 130 \text{ psi}$$

La figura 11-15 indica que es recomendable utilizar un acero de grado 1 con dureza de 320 HB. Suponiendo que los factores de confiabilidad y vida útil estándar son aceptables, especificaremos AISI 5150 OQT 1000, que tiene una dureza de 321 HB como se indica en el apéndice A-3.

## 12-7 GEOMETRIA DE ENGRANES CONICOS O BISELADOS

Los engranes cónicos o biselados se utilizan para transmitir movimiento entre flechas o ejes no paralelos, por lo regular a 90 entre sí. Algunos de los distintos tipos disponibles en el mercado son el cónico recto, el ZEROL® biselado, el cónico en espiral y el hipoide. A continuación se describen los detalles del cónico recto.

Como su nombre implica, los dientes de los engranes cónicos o biselados rectos son rectos y se ubican a lo largo de los elementos de un cono. La superficie que pasará por la línea de paso de todos los dientes será parte de un cono circular recto. Cuando se enlazan dos engranes cónicos, se intersectan los ejes de sus conos de paso, con los vértices de los dos conos de paso en el mismo punto. Esto se ilustra en la figura 12-8.

El ángulo de la superficie del cono de paso depende de la relación del número de dientes en los dos engranes que se enlazan. Para el más pequeño de los dos engranes, el piñón, el ángulo del cono de paso es

$$\gamma = \tan^{-1}(N_P/N_G) \quad (\text{subíndice letra griega } \gamma) \quad (12-15)$$

Para el engrane más grande

$$\Gamma = \tan^{-1}(N_G/N_P) \quad (\text{superíndice letra griega } \gamma) \quad (12-16)$$

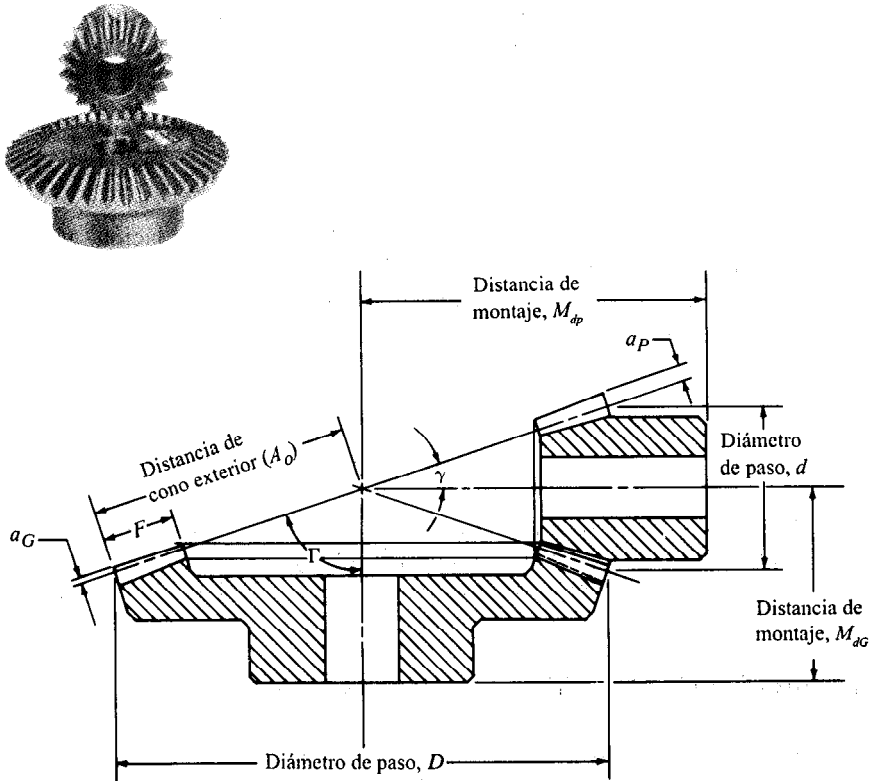


Figura 12-8 Geometría de engranes cónicos o biselados. (Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)



Estas ecuaciones se emplean si los dos ejes que soportan a los engranes están separados a  $90^\circ$ . En este caso,  $\gamma + \Gamma = 90^\circ$ . Si la relación es unitaria, los dos engranes tienen el mismo número de dientes, y los ángulos de los dos conos de paso son cada uno de  $45^\circ$ . Este tipo de par de engranes cónicos se conoce como un conjunto de *engranes a inglete*.

Observe que los dientes de engranes cónicos rectos se ahusan desde la parte exterior hacia la parte media. La forma de dientes para engranes cónicos se caracteriza por la forma del extremo largo de los dientes. En su mayor parte se fabrican en el sistema de paso diametral con dientes evolventes a  $20^\circ$ , si bien se emplean otros ángulos de presión. El diámetro de paso se define para el extremo largo de los dientes y se calcula de la misma manera que para engranes de talla recta o cilíndricos:

$$P_d = N_P/d = N_G/D \quad (12-17)$$

donde  $d$  es el diámetro de paso del piñón,  $D$  es el diámetro de paso del engrane y  $P_d$  es el paso diametral.

Otras características geométricas de los engranes cónicos rectos se fabrican, por lo regular, de acuerdo con las relaciones que se muestran en la tabla 12-3. De nuevo, también se utilizan otras variaciones.

El montaje de los engranes cónicos es de importancia crítica si se debe lograr un rendimiento satisfactorio. Casi todos los engranes comerciales tienen una distancia de montaje definida similar a la que se ilustra en la figura 12-8. Es la distancia desde alguna superficie de referencia, por lo general la parte posterior de la maza del engrane, hasta el vértice del cono de paso. Como los conos de paso de los engranes que se enlazan tiene vértices coincidentes, la distancia de montaje ubica también el eje del engrane que enlaza. Si el engrane se monta a una distancia menor que la distancia de montaje que se sugiere, es probable que los dientes presenten juego. Si se montan a una distancia mayor, habrá un retroceso excesivo, lo que originará que la operación sea ruidosa y brusca.

**Tabla 12-3 Características geométricas de dientes de engranes cónicos rectos**

Profundidad total	$h_t = 2.188/P_d + 0.002$
Profundidad de trabajo	$h_k = 2.000/P_d$
Espaciamiento	$c = 0.188/P_d + 0.002$
Cabeza: engrane	$a_G = \frac{0.54}{P_d} + \frac{0.460}{P_d(N_G/N_P)^2}$
Cabeza: piñón	$a_P = h_k - a_G$
Diámetro exterior: engrane	$D_o = D + 2a_G \cos \Gamma$
Diámetro exterior: piñón	$d_o = d + 2a_P \cos \gamma$
Distancia de cono exterior	$A_o = D/(2 \sin \Gamma) = d/(2 \sin \gamma)$
Espesor o ancho de la cara que se prefiere	$F = A_o/3$ o menos ( $F$ máxima = $10/P_d$ )

**Problema ilustrativo 12-4.** Calcule los valores para las características geométricas de un par de engranes cónicos o biselados que tienen un paso diametral de 8, un ángulo de presión de  $20^\circ$ , 16 dientes en el piñón y 48 en el engrane. Los ejes o flechas están a  $90^\circ$ .

Solución.

1. Diámetros de paso en el extremo largo de los engranes

- a. Piñón:  $d = N_P/P_d = 16/8 = 2.000''$
- b. Engrane:  $D = N_G/P_d = 48/8 = 6.00''$

2. Angulos de cono de paso

- a. Piñón:  $\gamma = \tan^{-1}(N_P/N_G) = \tan^{-1}(16/48) = 18.43^\circ$
- b. Engrane:  $\Gamma = \tan^{-1}(N_G/N_P) = \tan^{-1}(48/16) = 71.57^\circ$
- c. Verificar:  $\gamma + \Gamma = 18.43^\circ + 71.57^\circ = 90^\circ$  (OK)

3. Profundidad total:  $h_t = 2.188/P_d + 0.002 = 2.188/8 + 0.002 = 0.2755''$

4. Profundidad media de trabajo:  $h = 2.000/P_d = 2.000/8 = 0.2500''$

5. Espaciamiento:  $c = 0.188/P_d + 0.002 = 0.188/8 + 0.002 = 0.0255''$

6. Cabeza: engrane

$$a_G = \frac{0.54}{P_d} + \frac{0.460}{P_d(N_G/N_P)^2} = \frac{0.54}{8} + \frac{0.460}{8(48/16)^2} = 0.0739''$$

7. Cabeza: piñón:  $a_P = h_k - a_G = 0.2500 - 0.0739 = 0.1761''$

8. Diámetro externo: engrane:  $D_o = D + 2a_G \cos(\Gamma)$

$$D_o = 6.000 + 2(0.0739) \cos(71.57^\circ) = 6.047''$$

9. Diámetro externo: piñón:  $d_o = d + 2a_P \cos(\gamma)$

$$d_o = 2.000 + 2(0.1761) \cos(18.43^\circ) = 2.334''$$

10. Distancia cónica externa

$$A_o = D/(2 \sin \Gamma) = 6.000/[2 \sin(71.57^\circ)] = 3.162''$$

11. Espesor o ancho de la cara que se prefiere:  $F = A_o/3 = 3.162/3 = 1.054''$  (o menos)

12. Espesor o ancho de la cara máximo:  $F = 10/P_d = 10/8 = 1.250''$

## 12-8 FUERZAS EN ENGRANES CONICOS RECTOS

Debido a la forma cónica de los engranes biselados y a la forma evolvente de los dientes, un conjunto de tres componentes actúa sobre los dientes de los engranes biselados o cónicos. Utilizando una notación similar a la que se emplea para los engranes helicoidales, calcularemos la carga transmitida,  $W_t$ , la carga radial,  $W_r$ , y la carga axial,  $W_x$ . Se supone que las tres fuerzas actúan en forma concurrente en la parte media de la cara de los dientes y en el cono de paso (véase la figura 12-9). Si bien el punto real en el que se aplica la carga resultante se desplaza un poco respecto a la parte media, no da por resultado un error considerable.

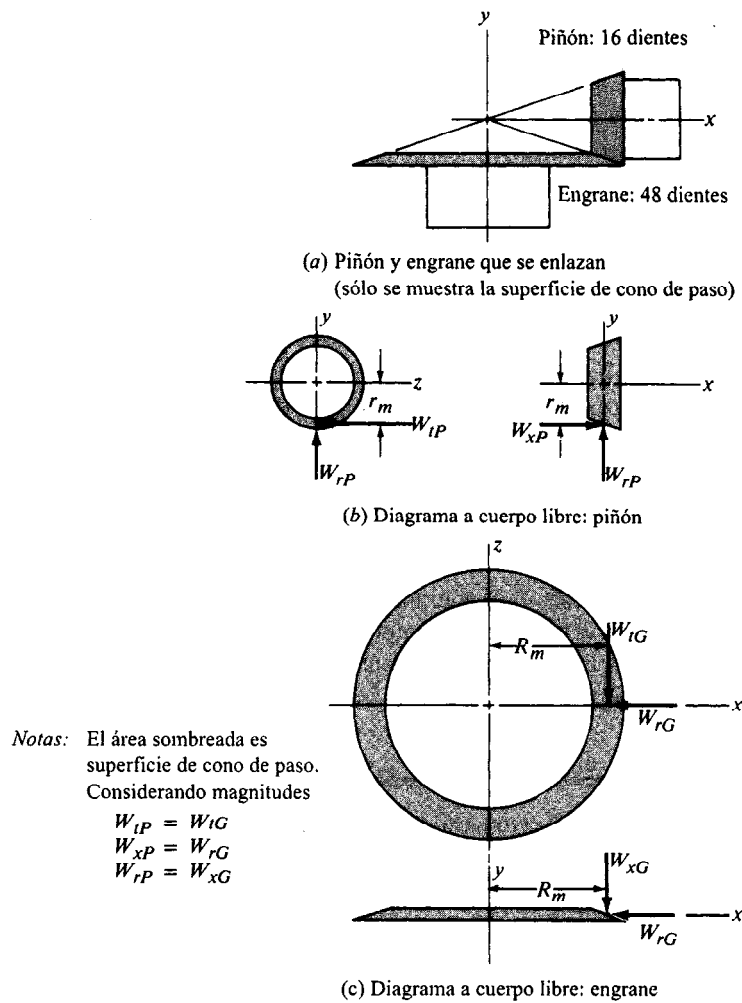


Figura 12-9 Fuerzas en engranes cónicos o biselados

La carga transmitida actúa tangencialmente respecto al cono de paso y es la fuerza que genera el torque en el piñón y en el engrane. El torque puede calcularse a partir de la potencia transmitida que se conoce y la velocidad de giro:

$$T = 63\,000 P/n$$

En consecuencia, al utilizar, por ejemplo, el piñón, la carga transmitida es

$$W_{tP} = T/r_m \quad (12-18)$$

donde  $r_m$  es el radio medio del piñón. El valor de  $r_m$  puede calcularse a partir de

$$r_m = d/2 - (F/2)\sin \gamma \quad (12-19)$$

Recuerde que el diámetro de paso,  $d$ , se mide hacia la línea de paso de los dientes en su extremo largo.

La carga radial actúa hacia el centro del piñón, perpendicular a su eje lo que provoca flexión en la flecha del piñón.

$$W_{rP} = W_t \tan \phi \cos \gamma \quad (12-20)$$

La carga axial actúa paralela al eje del piñón, tiende a empujarlo lejos del engrane con el que enlaza. Provoca una fuerza de empuje en los cojinetes de la flecha. También genera un momento de flexión en el eje o flecha porque actúa a una distancia del eje que es igual al radio medio del engrane

$$W_{xP} = W_t \tan \phi \sin \gamma \quad (12-21)$$

Los valores para las fuerzas en el engrane pueden calcularse mediante las mismas ecuaciones que se muestran aquí para el piñón, si la geometría para el engrane se sustituye para la del piñón. Consulte la figura 12-9 para las relaciones entre las fuerzas en el piñón y el engrane tanto en magnitud como en sentido.

**Ejemplo ilustrativo 12-5.** Para el par de engranes en el problema ilustrativo 12-4, calcule las fuerzas en el piñón y en el engrane si transmiten 2.50 hp con una velocidad de piñón de 600 rpm. El ancho o espesor de la cara para ambos engranes es 0.84". Se utilizan los otros factores de geometría que se calcularon en el problema ilustrativo 12-4.

**Solución.** Las fuerzas en el piñón son descritas por la ecuación siguiente:

$$W_t = T/r_m$$

Sin embargo

$$T = 63\,000(P)/n_p = [63\,000(2.50)]/600 = 263 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$$

$$r_m = d/2 - (F/2) \sin \gamma$$

$$r_m = (2.000/2) - (0.84/2) \sin(18.43^\circ) = 0.87 \text{ ''}$$

Por consiguiente

$$W_t = 263 \text{ lb}\cdot\text{pulg} / 0.87'' = 302 \text{ lb}$$

$$W_r = W_t \tan \phi \cos \gamma = 302 \text{ lb} \tan(20^\circ) \cos(18.43^\circ) = 104 \text{ lb}$$

$$W_x = W_t \tan \phi \sin \gamma = 302 \text{ lb} \tan(20^\circ) \sin(18.43^\circ) = 35 \text{ lb}$$

Para calcular las fuerzas en el engrane, primero se calcula la velocidad de giro del engrane:

$$n_G = (n_P(N_P/N_G)) = 600 \text{ rpm}(16/48) = 200 \text{ rpm}$$

Así

$$T = 63\,000(2.50)/200 = 788 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$$

$$R_m = D/2 - (F/2) \sin \Gamma$$

$$R_m = 6.000/2 - (0.84/2) \sin(71.57^\circ) = 2.60''$$

$$W_t = T/R_m = (788 \text{ lb}\cdot\text{pulg})/(2.60'') = 302 \text{ lb}$$

$$W_r = W_t \tan \phi \cos \Gamma = 302 \text{ lb} \tan(20^\circ) \cos(71.57^\circ) = 35 \text{ lb}$$

$$W_x = W_t \tan \phi \sin \Gamma = 302 \text{ lb} \tan(20^\circ) \sin(71.57^\circ) = 104 \text{ lb}$$

Observe de la figura 12-9 que las fuerzas en el piñón y el engrane forman un *par de acción-reacción*. Es decir, las fuerzas en el engrane son las mismas que actúan en el piñón pero en sentido opuesto. A su vez, debido a la orientación a  $90^\circ$  de los ejes o flechas, la fuerza radial en el piñón se convierte en la carga de empuje axial en el engrane y la carga de empuje axial en el piñón se convierte en la carga radial en el engrane.

## 12-9 FUERZAS EN LOS COJINETES DE EJES CON ENGRANES CONICOS

Debido al sistema tridimensional de fuerzas que actúa sobre los engranes cónicos o biselados, el cálculo de las fuerzas en los cojinetes de los ejes o flechas quizá resulte complicado. Aquí se resuelve un ejemplo para mostrar el procedimiento. Para estar en posibilidad de obtener información numérica, se propone la disposición que se ilustra en la figura 12-10 para el par de engranes que fue el tema de los problemas ilustrativos 12-4 y 12-5. Las ubicaciones de los

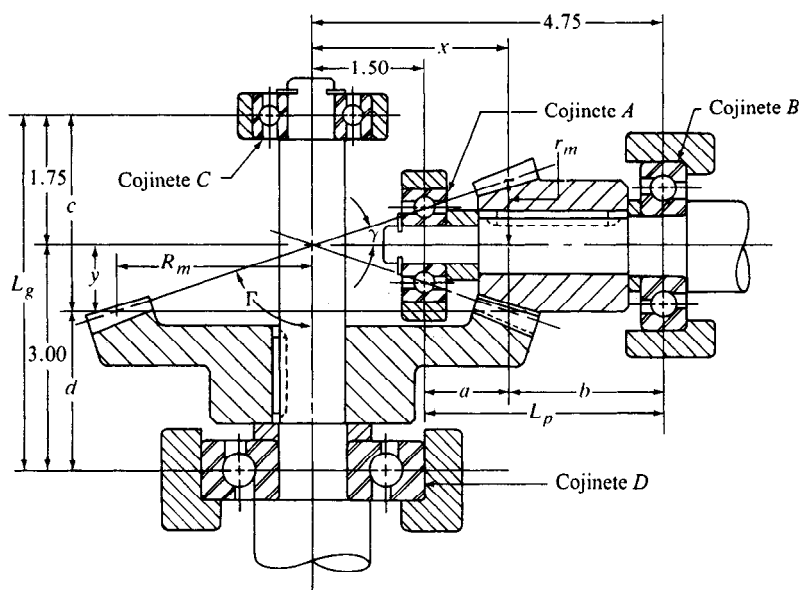


Figura 12-10 Disposición de un par de engranes cónicos para el problema ilustrativo 12-6

cojinetes se proporcionan respecto a los dos conos de paso donde se intersecan los ejes de la flecha.

Observe que tanto el piñón como el engrane *se montan a horcajadas*; es decir, cada engrane se coloca entre los cojinetes que proporcionan apoyo. Esta es la disposición que se prefiere debido a que, por lo general, proporciona mayor rigidez y mantiene los dientes alineados en tanto se transmite potencia. Es necesario tener cuidado para prever que se utilicen montajes rígidos y flechas rígidas cuando se utilizan engranes cónicos o biselados.

La disposición de la figura 12-10 está diseñada de manera que el cojinete que se encuentra a la derecha resista la carga de empuje axial en el piñón y el piñón de la parte inferior resista la carga de empuje axial en el engrane.

**Problema ilustrativo 12-6.** Calcule las fuerza de reacción en los cojinetes que soportan a las flechas que llevan el par de engranes que se ilustra en la figura 12-10. Se pueden utilizar los valores de los problemas ilustrativos 12-4 y 12-5.

**Solución.** En relación a los resultados del problema ilustrativo 12-5 y la figura 12-9, las fuerzas que actúan sobre los engranes se enumeran en la siguiente tabla:

	Piñón	Engrane
Tangencial	$W_{tP} = 302 \text{ lb}$	$W_{tG} = 302 \text{ lb}$
Radial	$W_{rP} = 104 \text{ lb}$	$W_{rG} = 35 \text{ lb}$
Axial	$W_{xP} = 35 \text{ lb}$	$W_{xG} = 104 \text{ lb}$

Es de fundamental importancia ser capaz de visualizar los sentidos en los que actúan estas fuerzas debido al sistema tridimensional de fuerzas. Observe en la figura 12-9 que se ha establecido un sistema rectangular coordinado. La figura 12-11 es un boceto isométrico de los diagramas a cuerpo libre del piñón y el engrane, simplificado para representar las fuerzas concurrentes que actúan en la interface entre el piñón y el engrane y en las ubicaciones de los cojinetes. Aunque los diagramas a cuerpo libre se han separado con el fin de que sean más claros, observe que pueden unirse al mover el punto denominado *vértice* de cada boceto. Este es

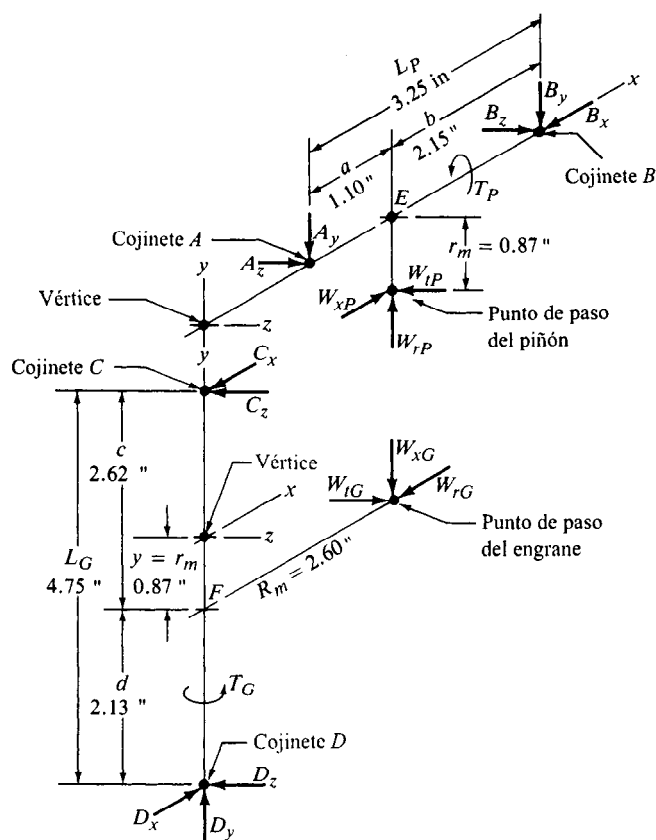


Figura 12-11 Diagramas a cuerpo libre para flechas de piñón y de engrane

el punto en el sistema real de engranes donde los vértices de los dos conos de paso se encuentran en el mismo punto. También coinciden los dos puntos de paso.

Para establecer las ecuaciones de equilibrio estático que se requieren para despejar las reacciones de los cojinetes, se necesitan las distancias  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $L_P$  y  $L_G$ , como se ilustra en la figura 12-10. Para ello se necesitan las dos dimensiones que se señalan como  $x$  y  $y$ . Observe del problema ilustrativo 12-5 que

$$x = R_m = 2.60 \text{ in}$$

$$y = r_m = 0.87 \text{ in}$$

Así

$$a = x - 1.50 = 2.60 - 1.50 = 1.10 \text{ "}$$

$$b = 4.75 - x = 4.75 - 2.60 = 2.15 \text{ "}$$

$$c = 1.75 + y = 1.75 + 0.87 = 2.62 \text{ "}$$

$$d = 3.00 - y = 3.00 - 0.87 = 2.13 \text{ "}$$

$$L_P = 4.75 - 1.50 = 3.25 \text{ "}$$

$$L_G = 1.75 + 3.00 = 4.75 \text{ "}$$

Estos valores se ilustran en la figura 12-11.

Para despejar las reacciones, hay que considerar los planos horizontal ( $x$ - $z$ ) y vertical ( $x$ - $y$ ) por separado. Quizá sea de utilidad revisar también la figura 12-12 que desglosa las fuerzas que actúan sobre la flecha del piñón en estos dos planos. Así, es posible analizar cada plano, utilizando las ecuaciones fundamentales de equilibrio.

1. Reacciones en el cojinete, flecha del piñón: cojinetes  $A$  y  $B$

a. Para encontrar  $B_z$  y  $A_z$ : en el plano  $x$ - $z$  sólo actúa  $W_{tP}$ . Al sumar momentos respecto a  $A$ :

$$0 = W_{tP}(a) - B_z(L_P) = 302(1.10) - B_z(3.25)$$

$$B_z = 102 \text{ lb}$$

Al sumar momentos respecto a  $B$ :

$$0 = W_{tP}(b) - A_z(L_P) = 302(2.15) - A_z(3.25)$$

$$A_z = 200 \text{ lb}$$

b. Para encontrar  $B_y$  y  $A_y$ : en el plano  $x$ - $y$ , actúan tanto  $W_{tP}$  como  $W_{xP}$ . Al sumar momentos respecto a  $A$ :

$$0 = W_{tP}(a) + W_{xP}(r_m) - B_y(L_P)$$



$$0 = 104(1.10) + 35(0.87) - B_y(3.25)$$

$$B_y = 44.6 \text{ lb}$$

Al sumar momentos respecto a  $B$ :

$$0 = W_{rP}(b) - W_{xP}(r_m) - A_y(L_P)$$

$$0 = 104(2.15) - 35(0.87) - A_y(3.25)$$

$$A_y = 59.4 \text{ lb}$$

c. Para encontrar  $B_x$ : sumando fuerzas en el sentido  $x$ :

$$B_x = W_{xP} = 35 \text{ lb}$$

Esta es la fuerza de empuje en el cojinete  $B$ .

d. Para encontrar la fuerza radial total en cada cojinete, calcule la resultante de los componentes  $y$  y  $z$ .

$$A = \sqrt{A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{59.4^2 + 200^2} = 209 \text{ lb}$$

$$B = \sqrt{B_y^2 + B_z^2} = \sqrt{44.6^2 + 102^2} = 111 \text{ lb}$$

2. Reacciones en los cojinetes, flecha del engrane: cojinetes  $C$  y  $D$ . Utilizando métodos similares, es posible encontrar las fuerzas siguientes (véase la figura 12-13).

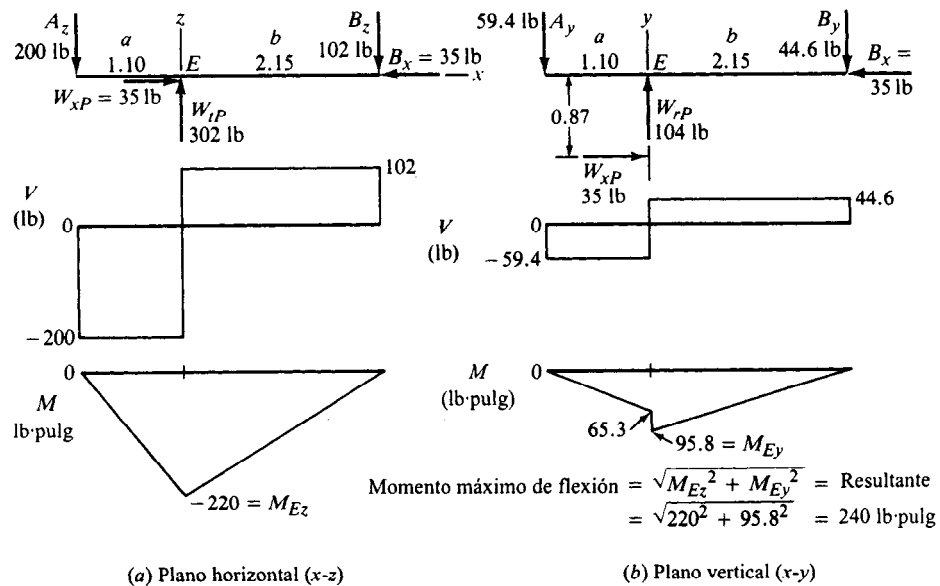


Figura 12-12 Momentos de flexión en la flecha de un piñón

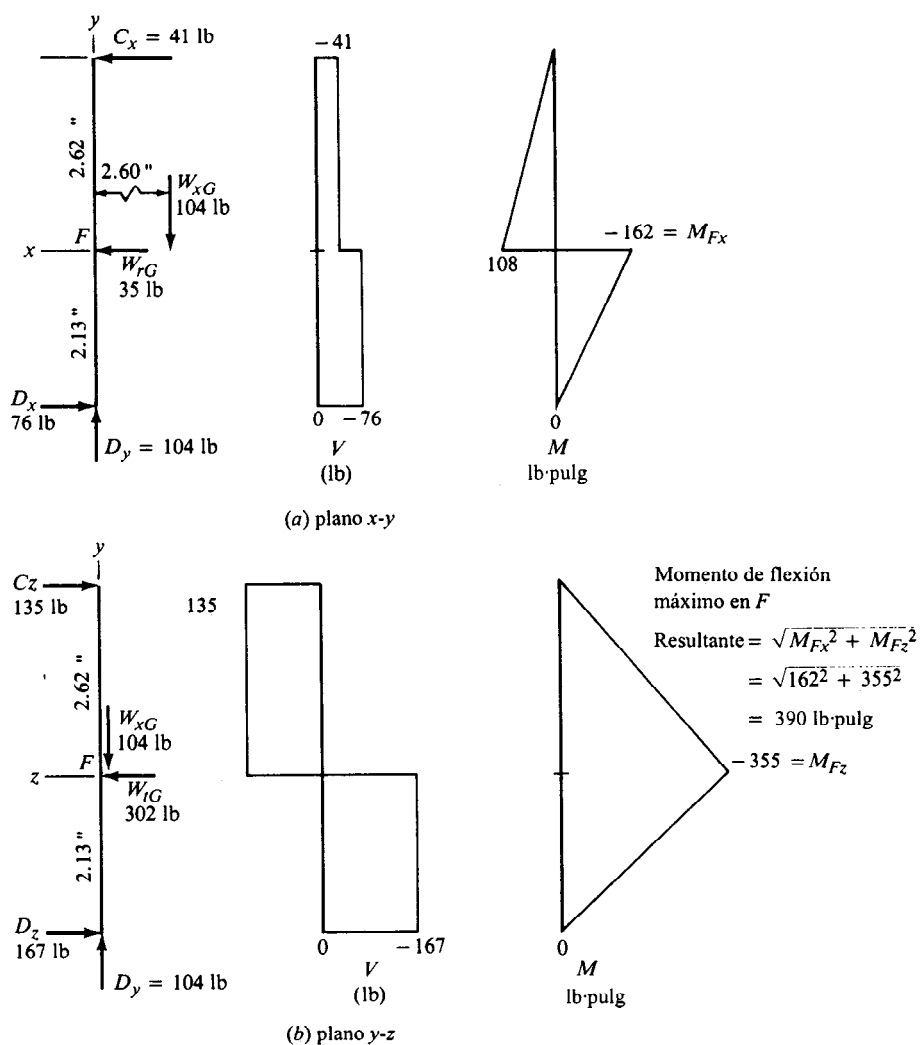


Figura 12-13 Momentos de flexión en flechas de engranes

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} C_z &= 135 \text{ lb} \\ C_x &= 41.2 \text{ lb} \end{aligned} \right\} C = 141 \text{ lb (fuerza radial en C)} \\
 & \left. \begin{aligned} D_z &= 167 \text{ lb} \\ D_x &= 76.2 \text{ lb} \end{aligned} \right\} D = 184 \text{ lb (fuerza radial en D)} \\
 & D_y = W_{xG} = 104 \text{ lb} = \text{(fuerza de empuje en D)}
 \end{aligned}$$

En resumen, cuando seleccione cojinetes para estos ejes se requieren las capacidades siguientes:

Cojinete A: 209 libras radial  
Cojinete B: 111 lb radial; 35 libras  
de empuje

Cojinete C: 141 lb radial  
Cojinete D: 184 lb radial; 104 libras  
de empuje

## 12-10 MOMENTOS DE FLEXION EN EJES QUE LLEVAN ENGRANES CONICOS

Como estas fuerzas actúan en dos planos sobre los engranes cónicos o biselados, como se analizó en la sección anterior, también hay flexión en dos planos. En el análisis de las gráficas de fuerza de corte y de momento de flexión se debe tener esto en cuenta.

Las figuras 12-12 y 12-13 muestran los diagramas resultantes para las flechas del piñón y del engrane, respectivamente, para el par de engranes que se utiliza en los ejemplos ilustrativos 12-4, 12-5 y 12-6. Observe que la carga de empuje axial en cada flecha proporciona un momento concentrado a la flecha que es igual a la carga axial multiplicada por la distancia a la que se encuentra desplazado respecto al eje de su flecha. Observe también que el momento de flexión máxima para cada flecha o eje es la resultante de los momentos en los dos planos. En la flecha del piñón, el momento máximo es 240 lb·pulg en *E*, donde las líneas de acción de las fuerzas radial y tangencial intersecan a la flecha o eje. De manera análoga, en el eje o flecha del engrane, el momento máximo es 390 lb·pulg en *F*. Estos datos se utilizan en el diseño de flechas o ejes, como se analizó en el capítulo 9.

## 12-11 TENSIONES EN DIENTES DE ENGRANES CONICOS RECTOS

El análisis de tensiones o esfuerzos para dientes de engranes cónicos o biselados es similar al que ya se presentó respecto a los dientes de engranes cilíndricos o de talla recta y los de engranes helicoidales. La tensión máxima por esfuerzo de tensión se presenta en la raíz de los dientes en el chaflán. Esta tensión o esfuerzo puede calcularse a partir de

$$\sigma_t = \frac{W_t K_a P_d K_s K_m}{K_v F J} \quad (12-22)$$

Todos los términos ya se utilizaron antes, a excepción de  $K_s$ , el factor de tamaño. No obstante, existen diferencias de menor importancia en la manera de evaluar los factores, por tanto se analizan a continuación.

**Carga tangencial,  $W_t$ .** A diferencia de la forma en que se calculó  $W_t$  en la sección anterior, en este caso se calcula utilizando el diámetro del engrane en su extremo largo, en lugar del diámetro en la parte media del diente. Esto conviene más, y el ajuste en cuanto a la distribución de la fuerza real en los dientes se realiza en el valor del factor de geometría,  $J$ . Así

$$W_t = \frac{T}{r} = \frac{63\,000(P)}{n_p} \frac{1}{d/2} \quad (12-23)$$

donde  $T$  = torque transmitido (lb·pulg)  
 $r$  = radio de paso del piñón (pulg)  
 $P$  = potencia transmitida (hp)  
 $n_p$  = velocidad de giro del piñón (rpm)  
 $d$  = diámetro de paso del piñón en su extremo largo (pulg)

Factor de dinámica,  $K_v$ . Los factores para el factor de dinámica para engranes cónicos o biselados son distintos a los de engranes cilíndricos o helicoidales. Los factores que afectan el factor de dinámica incluyen la precisión en la fabricación de los dientes de los engranes (número de calidad  $Q$ ), velocidad de línea de paso,  $v_t$ , carga a la que se someten los dientes y la rigidez de éstos. El estándar o norma AGMA 2003–A86 sugiere el procedimiento siguiente para calcular  $K_v$  para el cálculo de la resistencia al esfuerzo de flexión y  $C_v$  para la resistencia a la corrosión.

$$C_v = K_v = \left[ \frac{K_z}{K_z + \sqrt{v_t}} \right]^u \quad (12-24)$$

$$\text{donde } u = \frac{8}{(2)^{0.5Q}} - s_{at} \left[ \frac{125}{E_P + E_G} \right]$$

$$K_z = 85 - 10(u)$$

Si la ecuación que corresponde a  $u$  da por resultado un valor negativo, utilice  $u = 0$ . Como verificación en cuanto a la especificación de un valor adecuado para el número de calidad, debe calcularse un valor mínimo que corresponda a  $C_v$  a partir de

$$C_{vmin} = \frac{2}{\pi} \tan^{-1}(v_t/333)$$

El valor del resultado del cálculo de la tangente inversa debe darse en radianes. Si el valor real de  $C_v$  es menor que  $C_{vmin}$ , será necesario especificar un número de calidad más alto.

Factor de tamaño,  $K_s$ . Utilice los valores que se incluyen en la tabla 11–14.

Factor de distribución de carga,  $K_m$ . Los factores dependen, en gran medida, de la manera en que se montan tanto el piñón como el engrane. El montaje que más se utiliza lleva por nombre *montaje a horcadas*, en el cual el engrane se encuentra entre los cojinetes en los que se apoya. La figura 12–10 ilustra el montaje a horcadas tanto del piñón como del engrane. Además, se recomienda utilizar flechas cortas, rígidas para evitar deflexiones en estas piezas que originan desalineación en los dientes de los engranes.

Para conocer los métodos generales para evaluar  $K_m$ , consulte el estándar AGMA 2003–A86 (véase la referencia bibliográfica [10]) para los métodos generales para evaluar  $K_m$ . Para engranes cerrados o encapsulados ejerciendo especial cuidado en el montaje de los engranes y en controlar la forma de los engranes, el estándar AGMA 6010–E88 (referencia bibliográfica [13]) sugiere

Tabla 12-4 Factores de distribución de carga para engranes cónicos,  $K_m$ 

Tipo de engrane	<i>Ambos engranes montados a horcajadas</i>	<i>Un engrane montado a horcajadas</i>	<i>Ninguno de los engranes se monta a horcajadas</i>
Calidad comercial general	1.44	1.58	1.80
Engranes comerciales de alta calidad	1.20	1.32	1.50

Fuente: Se tomó de AGMA 6010-E88 *Estándar para impulsores encapsulados o cerrados cilíndricos, helicoidales, de espiguilla y cónicos*, con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.

los valores que se presentan en la tabla 12-4. Los engranes deben someterse a pruebas bajo carga para asegurar un patrón de contacto óptimo en los dientes. Utilizaremos estos valores en las soluciones de los problemas.

**Factor de geometría,  $J$ .** Utilice la figura 12-14 si el ángulo de presión es  $20^\circ$  y el ángulo de la flecha  $90^\circ$ .

El valor que se calculó para tensión a partir de la ecuación (12-22) puede compararse con el número de tensión permisible de la tabla 11-7, la figura 11-14, la tabla 11-8 y la tabla 11-9. Un factor de vida útil,  $K_L$ , o un factor de confiabilidad,  $K_R$ , pueden aplicarse como se analizó en el capítulo 11 si la vida útil de diseño es distinta a  $10^7$  ciclos o la confiabilidad que se desea es distinta de 0.99.

**Problema ilustrativo 12-7.** Calcule la tensión por esfuerzo de flexión en los dientes del piñón cónico que se ilustra en la figura 12-11. Se utilizan los datos de los problemas ilustrativos 12-4 y 12-5:  $N_p = 16$ ;  $N_g = 48$ ;  $N_p = 600$  rpm;  $P = 2.50$  hp;  $P_d = 8$ ;  $d = 2.000$ ";  $F = 0.84$ ". Suponga que el piñón es impulsado por un motor eléctrico y la carga proporciona un choque moderado. El número de calidad,  $Q_v$ , debe ser 6.

**Solución.**

$$W_t = \frac{T}{r} = \frac{63\,000(P)}{n_p} \frac{1}{d/2} = \frac{63\,000(2.50)}{600} \frac{1}{2.000/2} = 263 \text{ lb}$$

$$v_t = \pi d n_p / 12 = \pi (2.000)(600) / 12 = 314 \text{ pies/min}$$

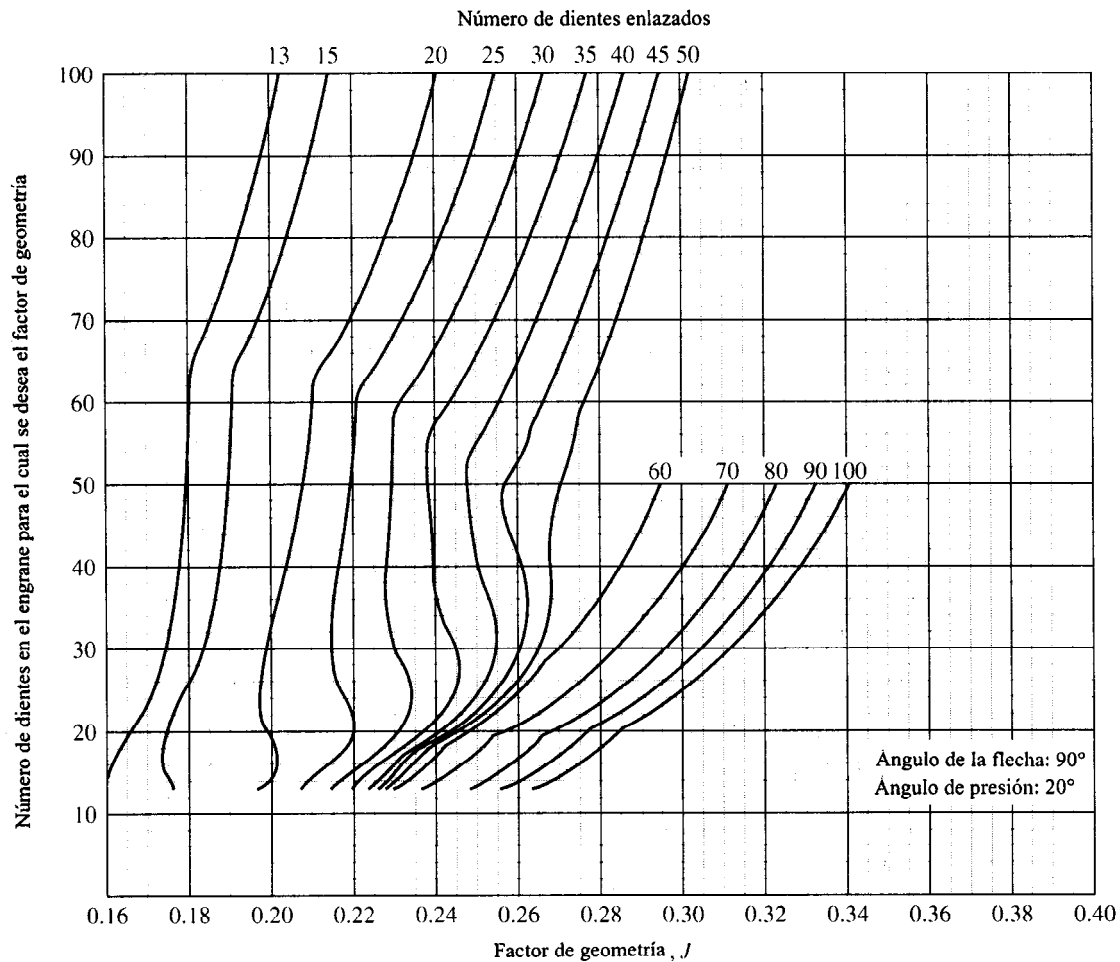
$$K_a = 1.50 \quad (\text{de la tabla 11-13})$$

$$K_s = 1.00$$

$K_m = 1.44$  (ambos engranes montados a horcajadas, calidad comercial general)

$J = 0.230$  (a partir de la figura 12-14)

El valor para el factor de dinámica,  $K_v$ , debe calcularse a partir de la ecuación (12-24) para  $Q = 6$  y  $v_t = 314$  pies/minuto. Como decisión de diseño, se utilizará engranes de acero uno, grado 2 que se endurecen directamente a 300 HB con  $s_{at} = 36,000$  psi (tabla 11-7). El módulo



**Figura 12-14** Factor de geometría,  $J$ , para engranes cónicos rectos con ángulo de presión de  $20^\circ$  y radio de borde de herramienta de  $0.120/P_d$ . (Se tomó de AGMA 6010-E88, *Estándar para engranes encapsulados cilíndricos, helicoidales, de espiguilla y cónicos*, con autorización del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314).

de elasticidad para ambos engranes es  $30 \times 10^6$  psi. Así,

$$u = \frac{8}{(2)^{0.5(6)}} - (36\,000) \left[ \frac{125}{60 \times 10^6} \right] = 0.85$$

$$K_z = 85 - 10(u) = 85 - 10(0.85) = 76.5$$

$$C_v = K_v = \left[ \frac{K_z}{K_z + \sqrt{v_r}} \right]^u = \left[ \frac{76.5}{76.5 + \sqrt{314}} \right]^{0.85} = 0.83$$

Al verificar  $C_{\min} = (2\pi) \tan^{-1}(314/333) = 0.481$ . El valor de  $C_v$  es aceptable.

Por consiguiente, a partir de la ecuación (12-22),

$$\sigma_t = \frac{W_t K_a P_d K_s K_m}{K_v F J} = \frac{(263)(1.50)}{0.83} \frac{8}{0.84} \frac{(1.00)(1.44)}{0.230} = 28\,340 \text{ psi}$$

Al consultar la figura 11-14 se observa que un nivel de tensión muy moderado para engranes de acero, sólo requiere de HB 220 en cuanto a dureza. Si la tensión fuese la única consideración, podría intentarse hacer un nuevo diseño para obtener un sistema más compacto. Sin embargo, por lo regular, la resistencia a la corrosión o durabilidad de la superficie de los dientes requiere de un material más duro. En la sección subsecuente se analiza la corrosión.

## 12-12 DISEÑO DE ENGRANES CONICOS RESISTENTES A LA CORROSION

El método para diseñar engranes cónicos o biselados resistentes a la corrosión es similar al de los engranes de talla recta o cilíndricos. El modo de falla es fatiga de la superficie de los dientes bajo la influencia de la tensión o esfuerzo por contacto entre los engranes que se enlazan.

La tensión por contacto, a la que se asigna el nombre de tensión o esfuerzo de Hertz,  $\sigma_c$ , puede calcularse a partir de

$$\sigma_c = C_p C_b \sqrt{\frac{W_t C_a}{C_v} \frac{1}{F d} \frac{C_m}{I}} \quad (12-25)$$

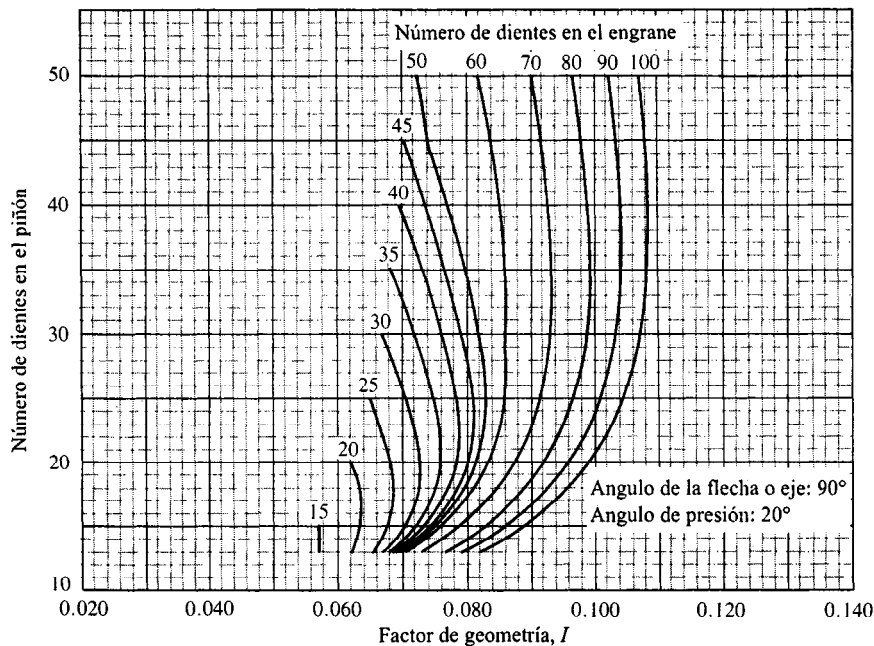
Los factores  $C_a$ ,  $C_v$ , y  $C_m$  son los mismos que  $K_a$ ,  $K_v$  y  $K_m$  que se utilizaron para calcular la tensión por esfuerzo de flexión en la sección anterior. Los términos  $W_t$ ,  $F$  y  $d$  tienen, también, el mismo significado. El factor  $C_p$  es el coeficiente de elasticidad y es el mismo que se muestra en la ecuación (11-29) y en la tabla 11-15. Para engranes de acero o hierro fundido,

$$C_p = 2,300 \text{ para dos engranes de acero } (E = 30 \times 10^6 \text{ psi})$$

$$C_p = 1,960 \text{ para dos engranes de hierro fundido } (E = 19 \times 10^6 \text{ psi})$$

$$C_p = 2,100 \text{ para un piñón de acero y un engrane de hierro fundido}$$

Utilizar  $C_b = 0.634$  permite emplear la misma tensión debida al contacto permisible que para los engranes de talla recta o cilíndricos y helicoidales.



**Figura 12-15** Factores de geometría para engranes cónicos o biselados rectos y ZEROL®. (Se toma de AGMA 2003-A86, *Especificación o calificación de la resistencia a la corrosión y de la resistencia a la flexión de dientes generados para engranes cónicos o biselados rectos, ZEROL®, cónicos y biselados en espiral*, con permiso del editor. American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314).

El factor  $I$  es el factor de geometría para durabilidad de la superficie y puede encontrarse a partir de la figura 12-15.

La tensión de Hertz, o esfuerzo de Hertz, debido al contacto que se calculó a partir de la ecuación (12-25) se debe comparar con el número de tensión por contacto permisible,  $s_{ac}$ , de la figura 11-15 si el material es acero. Para hierro fundido, utilice los valores que se proporcionan en la tabla 11-9.

**Problema ilustrativo 12-8.** Calcule el esfuerzo de Hertz para el par de engranes de la figura 12-11 para las condiciones que se utilizaron en los problemas ilustrativos del 12-4 al 12-7:  $N_P = 16$ ;  $N_G = 48$ ;  $n_P = 600$  rpm;  $P_d = 8$ ;  $F = 0.84$ ";  $d = 2.000$ ". Los dos engranes tienen que ser de acero. Especifique un acero adecuado para los engranes, junto con su tratamiento térmico.

**Solución.** Con base en el problema ilustrativo 12-7:  $W_t = 263$  lb,  $C_a = 1.50$ ,  $C_v = 0.83$  y  $C_m = 1.44$ . Para dos engranes de acero,  $C_p = 2,300$ . A partir de la figura 12-15,  $I = 0.077$ . Así,

$$\begin{aligned}\sigma_c &= C_p C_b \sqrt{\frac{W_t C_a}{C_v} \frac{1}{F d} \frac{C_m}{I}} = (2\,300) 0.634 \sqrt{\frac{(263)(1.50)}{0.83} \frac{1}{(0.84)(2.000)} \frac{1.44}{0.077}} \\ &= 106\,100 \text{ psi}\end{aligned}$$



Al comparar este valor con el número de tensión por contacto permisible de la figura 11-15 muestra que un acero grado 1 endurecido directamente con una dureza HB 250 es capaz de soportar este nivel de esfuerzo. Como este valor es más alto que aquel que se requiere para la resistencia a la flexión, controla el diseño.

### Consideraciones prácticas para engranes cónicos o biselados

Cuando se diseñan sistemas utilizando engranes cónicos o biselados es necesario tomar en cuenta factores similares a los que se examinaron para engranes rectos y helicoidales. La precisión de la alineación y el acomodo de cargas de empuje que se analizaron en los problemas ilustrativos resultan críticos. Las figuras 12-16 y 12-17 muestran usos comerciales.

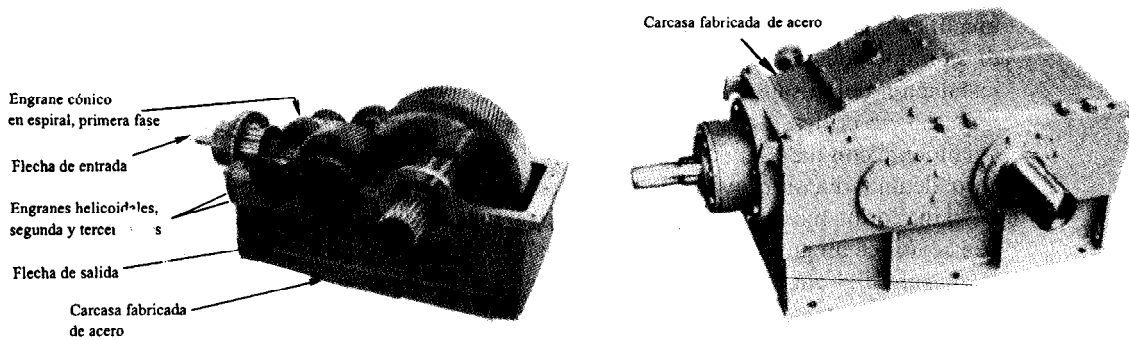


Figura 12-16 Reductor de ángulo derecho cónico en espiral. (Sumitomo Machinery Corporation of America, Teterboro, N.J.)

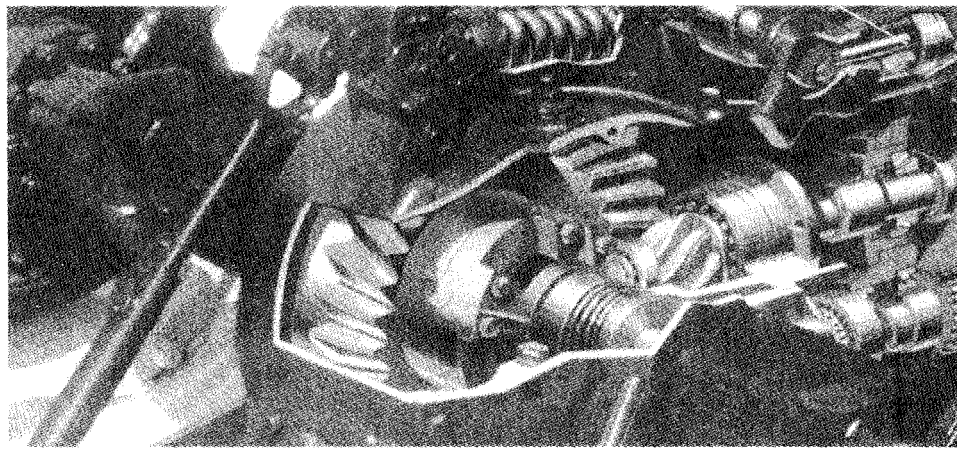


Figura 12-17 Impulsor final para un tractor. (Ford Tractor Operations, Troy, Mich.)

## 12-13 TIPOS DE MECANISMOS DE TORNILLO SINFIN CON RUEDA HELICOIDAL

Estos mecanismos se utilizan para transmitir movimiento y potencia entre flechas o ejes que no se intersecan, por lo general se encuentran a  $90^\circ$  entre sí. El impulsor consiste de un gusano o tornillo sinfin en la flecha de alta velocidad cuyo aspecto general es el de un tornillo de potencia roscado: la cuerda o rosca es helicoidal. El gusano impulsa un engranaje de tornillo sinfin, cuyo aspecto es similar al de un engrane helicoidal. La figura 12-18 muestra un conjunto de gusano y engranaje de tornillo sinfin común. En ocasiones se hace mención al mecanismo de engranaje de tornillo sinfin como *rueda de gusano* o sólo *rueda* o *engrane*.

Se dispone de numerosas variantes en la geometría de los impulsores de mecanismo de engranaje de tornillo sinfin. El que más se emplea, ilustrado en las figuras 12-18 y 12-19, utiliza un gusano o sinfin cilíndrico que enlaza con un mecanismo de engranaje de tornillo sinfin provisto de dientes angostos dispuestos de manera envolvente en parte alrededor del gusano. A este se le da el nombre de mecanismo impulsor de tornillo sinfin *envolvente simple*. El contacto entre las cuerdas de los dientes del gusano y del engranaje del tornillo sinfin tiene lugar a lo largo de una línea y la capacidad para transmitir potencia es buena. Muchos fabricantes ofrecen este tipo de conjunto de mecanismo de engranaje de tornillo sinfin como un producto de línea. La instalación del gusano es sencilla en alguna medida debido a que la alineación axial no es de importancia crítica. Sin embargo el mecanismo de engranaje de tornillo sinfin debe alinearse axialmente con todo cuidado para aprovechar la acción envolvente. La figura 12-20 ilustra un corte de un reductor provisto de un mecanismo de engranaje de tornillo sinfin comercial.

Una forma más sencilla de impulsor con mecanismo de engranaje de tornillo sinfin permite que se utilice un gusano cilíndrico especial junto con un engrane cilíndrico o uno helicoidal. Ni el gusano ni el engrane necesitan ser alineados con gran precisión y la distancia central no es crítica. No obstante, el contacto entre las cuerdas del gusano y los dientes del mecanismo de

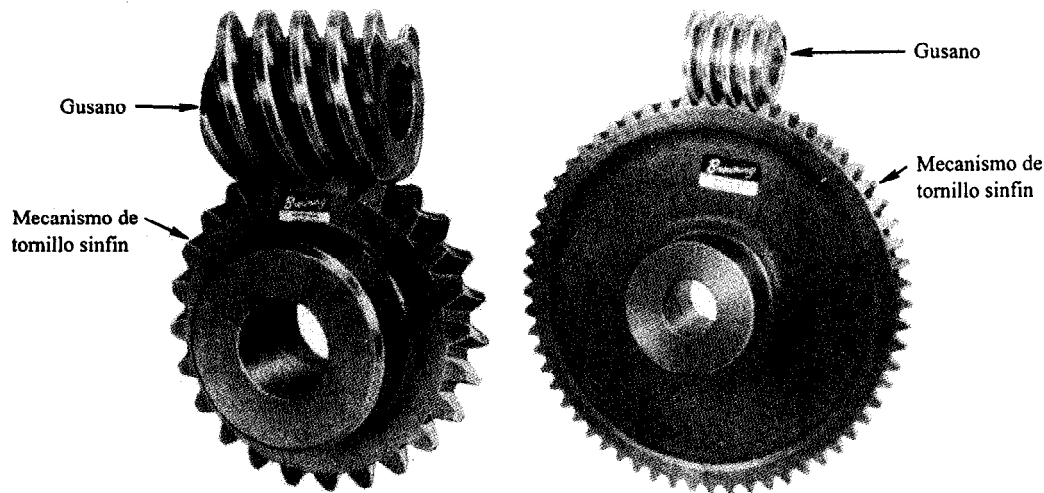


Figura 12-18 Gusanos y mecanismos de tornillo sinfin. (Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville Ky.)

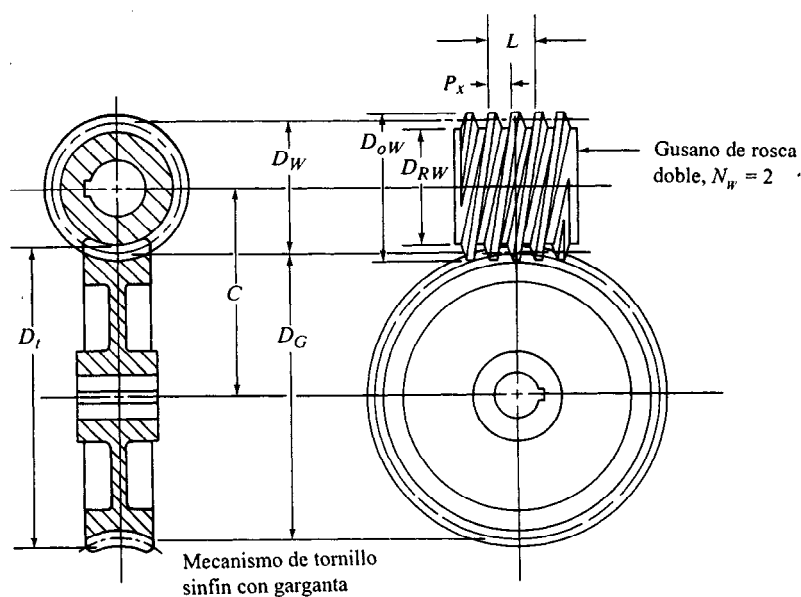


Figura 12-19 Conjunto de mecanismo de tornillo sinfin envolvente único

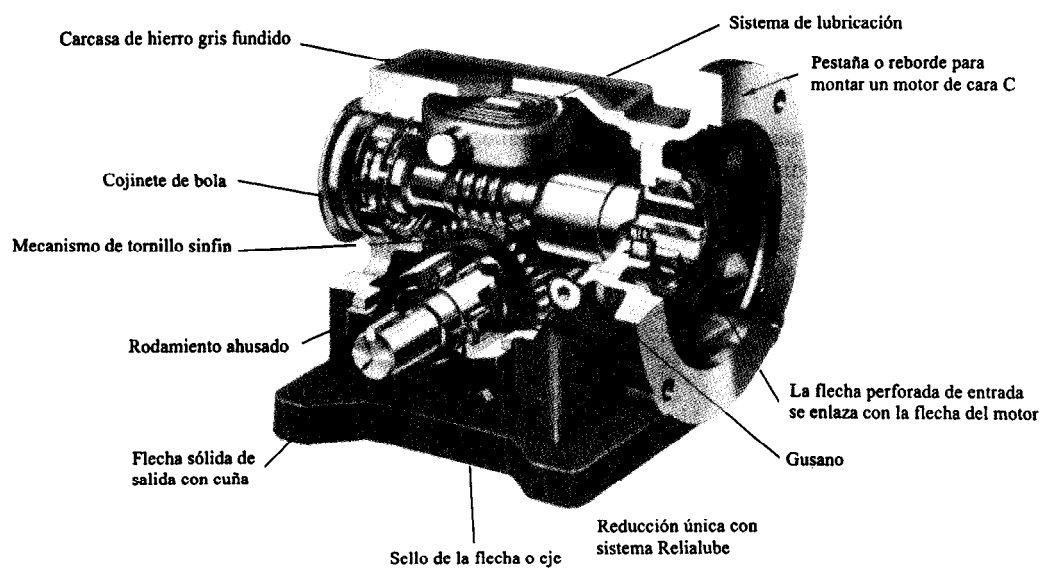


Figura 12-20 Reductor de mecanismo de tornillo sinfin. (Reliance Electric Company, Greenville, S.C.)

engranaje de tornillo sinfin es, en teoría, un aspecto que reduce, de manera definitiva, la capacidad para transmitir potencia del conjunto. Por consiguiente, este tipo se emplea casi siempre en aplicaciones para posicionamiento que no exige precisión extrema a velocidades bajas y a niveles bajos de potencia.

Un tercer tipo de conjunto de un mecanismo de engranaje de tornillo sinfin es el *envolvente doble* en el que el gusano se fabrica en forma de tornillo albardillado sinfin y enlaza con un mecanismo de engranaje de tornillo sinfin tipo envolvente. Ello da por resultado contacto de área y no de línea o punto y permite que un mecanismo mucho más pequeño transmita a una potencia específica a una relación de reducción particular. Sin embargo, el gusano es más difícil de fabricar y la alineación tanto del gusano como del mecanismo de engranaje de tornillo sinfin es muy crítica.

## 12-14 GEOMETRIA DE TORNILLO SINFIN Y MECANISMOS DE TORNILLO SINFIN CON RUEDA HELICOIDAL

### Pasos, $p$ y $P_d$

Un requisito básico del conjunto de gusano y mecanismo de tornillo sinfin es que el *paso axial* del gusano debe ser igual al *paso circular* del mecanismo de tornillo sinfin para que enlacen debidamente. La figura 12-19 muestra las características geométricas fundamentales de un sistema sencillo envolvente de gusano y mecanismo de tornillo sinfin. El *paso axial*,  $P_x$ , se define como la distancia desde un punto en la cuerda del gusano hasta el punto correspondiente en la siguiente cuerda adyacente, medido de manera axial en el cilindro de paso. Al igual que antes, el paso circular para el mecanismo de tornillo sinfin se define como la distancia desde un punto en un diente del círculo de paso del engrane hasta el punto correspondiente en el diente siguiente adyacente, medido a lo largo del círculo de paso. Así, el paso circular es el arco de distancia que puede calcularse a partir de

$$p = \pi D_G / N_G \quad (12-26)$$

donde  $D_G$  = Diámetro de paso del engrane

$N_G$  = Número de dientes en el engrane

Algunos mecanismos de tornillo sinfin se fabrican de conformidad con la convención del paso circular. No obstante, como se señaló con los engranes cilíndricos, los conjuntos de mecanismo de tornillo sinfin disponibles en el mercado por lo regular se fabrican de acuerdo con una convención correspondiente a paso diametral con los siguientes pasos disponibles con facilidad: 48, 32, 24, 16, 12, 10, 8, 6, 5, 4, y 3. El paso diametral se define para el engrane como

$$P_d = N_G / D_G \quad (12-27)$$

La conversión de paso diametral a paso circular puede hacerse a partir de la ecuación siguiente:

$$P_d p = \pi \quad (12-28)$$

### Número de cuerdas del gusano $N_w$

Los gusanos pueden tener una cuerda única, como un tornillo común, o cuerdas múltiples, por lo regular 2 o 4 pero a veces 3, 5, 6, 8 o más. Es común referirse al número de cuerdas como  $N_w$  y después considerar ese número como si fuera el número de dientes en el gusano. El

número de cuerdas en el gusano se denomina con frecuencia como el número de *arranques*; esto es conveniente porque, si observa el extremo de un gusano, puede contar el número de cuerdas que se inician en el extremo y se bobinan a lo largo del gusano cilíndrico.

### Desplazamiento, $L$

El *desplazamiento* de un tornillo es la distancia axial que se moverá un punto del gusano conforme este gire una revolución o giro completo(a). El desplazamiento se relaciona con el paso axial mediante

$$L = N_w P_x \quad (12-29)$$

### Angulo de desplazamiento, $\lambda$

El *ángulo de desplazamiento* es el ángulo entre la tangente hacia la cuerda del gusano y la línea perpendicular al eje del gusano. El método para calcular el ángulo de desplazamiento puede visualizarse consultando la figura 12-21., la cual muestra un triángulo sencillo que se formaría si una cuerda del gusano se desenvolviera de alrededor del cilindro de paso y se colocara plana sobre el papel. La longitud de la hipotenusa es la longitud de la propia cuerda. El lado vertical es el desplazamiento  $L$ . El lado horizontal es la circunferencia del cilindro de paso,  $\pi D_w$ , donde  $D_w$  es el diámetro de paso del gusano. Por consiguiente,

$$\tan \lambda = L / \pi D_w \quad (12-30)$$

### Velocidad de línea de paso, $v_t$

Igual que antes, la velocidad de línea de paso es la velocidad lineal de un punto en la línea de paso para el gusano o el mecanismo de tornillo sinfin. Para el gusano que tiene un diámetro de paso  $D_w$  en pulgadas que gira a  $n_w$  rpm,

$$v_{tw} = \pi D_w n_w / 12 \text{ pies/min}$$

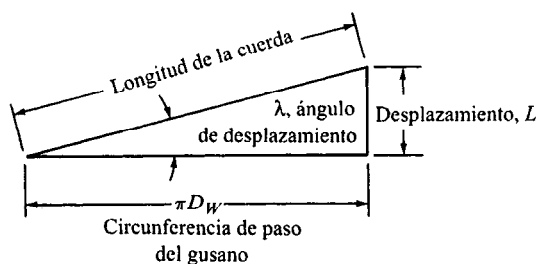


Figura 12-21 Angulo de desplazamiento

Para el mecanismo de tornillo sinfin que tiene un diámetro de paso  $D_G$ ", que gira a  $n_G$  rpm

$$v_{tG} = \pi D_G n_G / 12 \text{ pies/min}$$

Observe que estos dos valores para velocidad de línea de paso *no* son iguales.

### Relación de velocidad, VR

Es más conveniente calcular la relación de velocidad de un conjunto de gusano y mecanismo de tornillo sinfin a partir de la relación de la velocidad de giro de entrada con la velocidad de giro de salida

$$VR = \frac{\text{velocidad del gusano}}{\text{velocidad del engrane}} = \frac{n_W}{n_G} = \frac{N_G}{N_W} \quad (12-31)$$

**Problema ilustrativo 12-9.** Un mecanismo de tornillo sinfin tiene 52 dientes y un paso diametral de 6. Enlaza con un gusano de cuerda triple que gira a 1,750 rpm. El diámetro de paso del gusano es 2.000". Calcule el paso circular, el paso axial, el desplazamiento, el ángulo de desplazamiento, el diámetro de paso del mecanismo de tornillo sinfin, la distancia central, la relación de velocidad y la velocidad de giro del mecanismo de tornillo sinfin.

**Solución.**

Paso circular	$p = \pi/P_d = \pi/6 = 0.5236$ "
Paso axial	$P_x = p = 0.5236$ "
Desplazamiento	$L = N_W P_x = (3)(0.5236) = 1.5708$ "
Angulo de desplazamiento	$\lambda = \tan^{-1}(L/\pi D_W) = \tan^{-1}(1.5708/\pi 2.000)$ $\lambda = 14.04^\circ$
Diámetro de paso	$D_G = N_G/P_d = 52/6 = 8.667$ "
Distancia central	$C = (D_W + D_G)/2 = (2.000 + 8.667)/2 = 5.333$ "
Relación de velocidad	$VR = N_G/N_W = 52/3 = 17.333$
rpm del engrane	$n_G = n_W/VR = 1750/17.333 = 101$ rpm

### Angulo de presión

Casi todos los mecanismos de tornillo sinfin disponibles en el mercado se fabrican con ángulos de presión de  $14\frac{1}{2}^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $25^\circ$  o  $30^\circ$ . Los ángulos de presión bajos se emplean con gusanos que tienen un ángulo de desplazamiento bajo y/o un paso diametral bajo. Por ejemplo, un ángulo de presión de  $14\frac{1}{2}^\circ$  puede emplearse para ángulos de desplazamiento de hasta  $17^\circ$  aproximadamente. Para ángulos de desplazamiento mayores y con paso diametrales más altos (dientes más pequeños), se utilizan ángulos de presión de  $20^\circ$  o  $25^\circ$  para eliminar la interferencia sin



rebajar en exceso. Un ángulo de presión de  $20^\circ$  es el valor que más se utiliza para ángulos de desplazamiento de hasta  $30^\circ$ . Para entre  $30^\circ$  y  $45^\circ$  de ángulo de desplazamiento, se sugiere utilizar el ángulo de presión de  $25^\circ$ . Se puede especificar ya sea el ángulo de presión normal,  $\phi_n$  o bien el ángulo de presión transverso,  $\phi_t$ . Estos se relacionan por medio de

$$\tan \phi_n = \tan \phi_t \cos \lambda \quad (12-32)$$

## 12-15 FUERZAS, FRICCIÓN Y EFICIENCIA EN CONJUNTOS DE MECANISMOS DE TORNILLO SINFIN CON RUEDA HELICOIDAL

El sistema de fuerzas que actúa sobre el conjunto de gusano y mecanismo de tornillo sinfin por lo regular se considera que está compuesto por tres componentes perpendiculares, como se hizo en el caso de los engranes helicoidales y cónicos. Existe una fuerza tangencial, una carga radial y una carga axial que actúan sobre el gusano y el mecanismo de tornillo sinfin. Aquí utilizaremos la misma notación que en el sistema de engrane cónico o biselado.

La figura 12-22 muestra dos vistas ortogonales (de frente y lateral) de un par de gusano y mecanismo de tornillo sinfin, en el que sólo se ilustran los diámetros de paso de los engranes. La figura muestra el gusano y el mecanismo de tornillo sinfin separados con las fuerzas que actúan sobre cada uno. Observe que, como consecuencia de la orientación de las dos flechas a  $90^\circ$

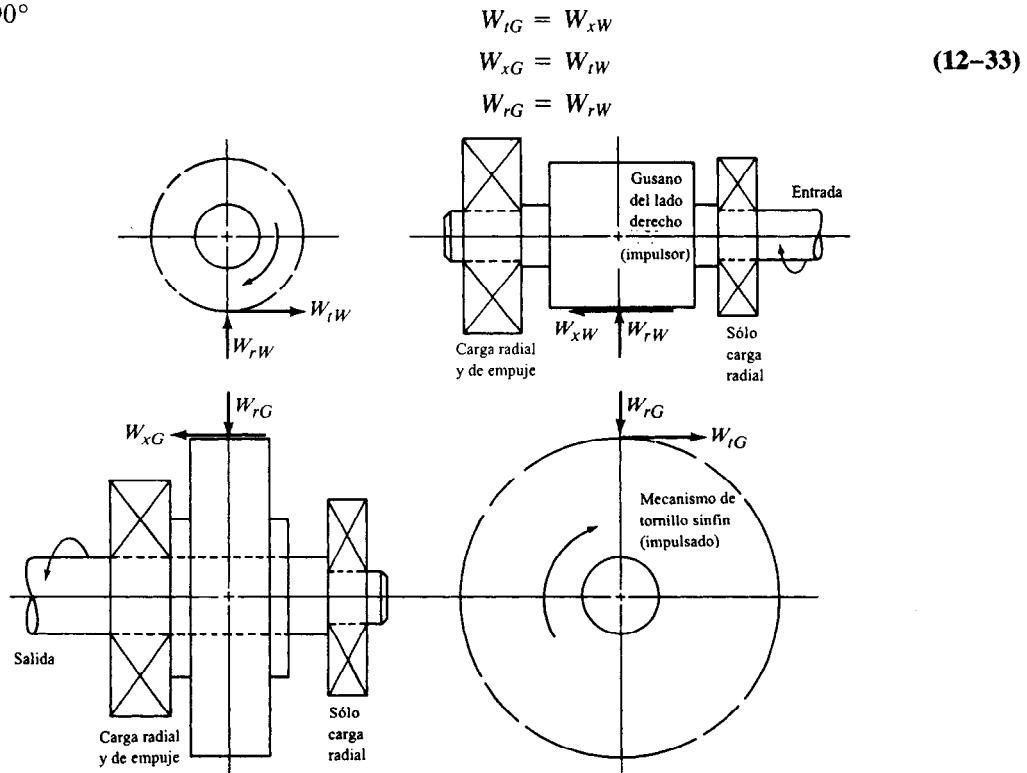


Figura 12-22 Fuerzas en un gusano y en un mecanismo de tornillo sinfin

Desde luego, los sentidos de las fuerzas apareadas son opuestos debido al principio de acción/reacción.

Primero se calcula la fuerza tangencial en el mecanismo de tornillo sinfin y se basa en las condiciones de operación que se requieren respecto a torque, potencia y velocidad de la flecha o eje de salida.

### Coefficiente de fricción, $\mu$

La fricción juega un papel preponderante en la operación de un conjunto de mecanismo de tornillo sinfin debido a que existe un contacto inherente por deslizamiento entre las cuerdas del gusano y los dientes del mecanismo de tornillo sinfin. El coeficiente de fricción depende de los materiales que se utilicen, el lubricante y la velocidad de deslizamiento. Con base en la velocidad de línea de paso del engrane, la velocidad de deslizamiento es

$$v_s = v_{tG}/\sin \lambda \quad (12-34)$$

Con base en la velocidad de línea de paso del engrane

$$v_s = v_{tW}/\cos \lambda \quad (12-35)$$

La AGMA (referencia bibliográfica [15]) recomienda las fórmulas siguientes para estimar el coeficiente de fricción para un gusano de acero endurecido, mínimo 58 HRC, un poco lijado, pulido o rolado, o bien, que tenga un acabado similar, que opera en un mecanismo de tornillo sinfin de bronce. La elección de las fórmulas depende de la velocidad de deslizamiento. *Nota:* en las fórmulas  $v_s$  tiene que indicarse en pies/minuto; 1.0 pies/minuto = 0.0051 m/s.

Condición estática:  $v_s = 0$ ;  $\mu = 0.150$

Baja velocidad:  $v_s < 10$  pies/minuto (0.051 m/s)

$$\mu = 0.124e^{(-0.074v_s^{0.645})} \quad (12-36)$$

Velocidad más alta:  $v_s > 10$  pies/minuto

$$\mu = 0.103e^{(-0.110v_s^{0.450})} + 0.012 \quad (12-37)$$

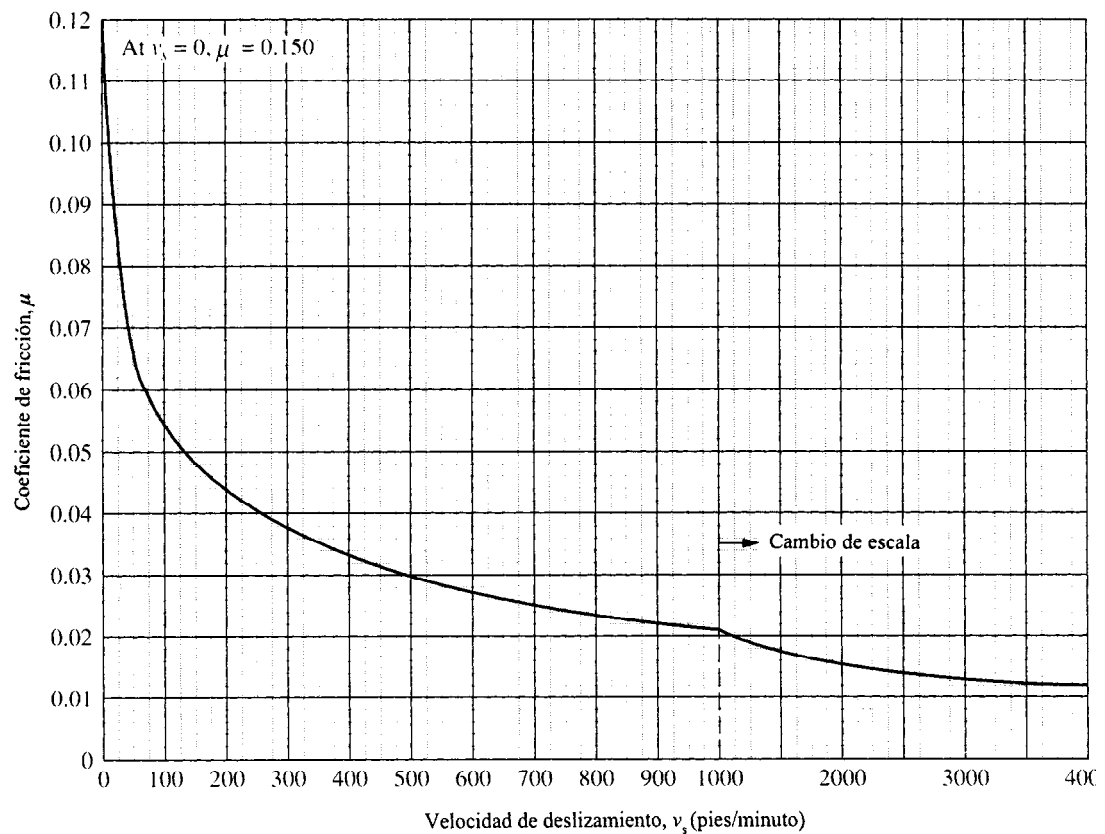
La figura 12-23 es una gráfica del coeficiente  $m$  contra la velocidad de deslizamiento  $v_s$ .

### Torque de salida de un impulsor con mecanismo de tornillo sinfin, $T_o$

En casi todos los problemas de diseño para impulsores de tornillo sinfin, el torque de salida y la velocidad de giro de la flecha de salida se conocerán a partir de los requerimientos de la máquina que es impulsada. El torque y la velocidad se relacionan con la potencia de salida mediante

$$T_o = \frac{63\,000(P_o)}{n_G}$$





**Figura 12-23** Coeficiente de fricción contra velocidad de deslizamiento para gusano de acero y mecanismo de tornillo sinfin de bronce

Al observar la vista desde un extremo del mecanismo de tornillo sinfin que se presenta en la figura 12-22 notara que el torque de salida es

$$T_o = W_{tG} \cdot r_G = W_{tG}(D_G/2)$$

Entonces, el procedimiento siguiente puede utilizarse para calcular las fuerzas que actúan en un sistema impulsor de gusano y mecanismo de tornillo sinfin.

Procedimiento para calcular las fuerzas en un conjunto de gusano y mecanismo de tornillo sinfin

Una vez que se ha especificado

Torque de salida,  $T_o$ , en lb·pulg.

Velocidad de salida,  $n_g$ , en rpm

Diámetro de paso del mecanismo de tornillo sinfin,  $D_G$  en pulgadas

Angulo de desplazamiento,  $\lambda$

Angulo presión normal,  $\phi_n$

Calcule

$$W_{tG} = 2T_o/D_G$$

$$W_{xG} = W_{tG} \frac{\cos \phi_n \sin \lambda + \mu \cos \lambda}{[\cos \phi_n \cos \lambda - \mu \sin \lambda]} \quad (12-38)$$

$$W_{rG} = \frac{W_{tG} \sin \phi_n}{\cos \phi_n \cos \lambda - \mu \sin \lambda} \quad (12-39)$$

Las fuerzas en el gusano pueden obtenerse mediante la observación, utilizando el conjunto de ecuaciones (12-33). Las ecuaciones (12-38) y (12-39) se obtuvieron utilizando los componentes tanto de la fuerza tangencial impulsora en el mecanismo de tornillo sinfin como la fuerza de fricción en el lugar en que se enlazan las cuerdas del gusano y los dientes del mecanismo de tornillo sinfin. En la referencia bibliográfica [20] se muestra el desarrollo completo de las ecuaciones.

#### Fuerza de fricción, $W_f$

La fuerza de fricción,  $W_f$ , actúa paralela a la cara de las cuerdas del gusano y los dientes del engrane y depende de la fuerza tangencial en el engrane, el coeficiente de fricción y la geometría de los dientes:

$$W_f = \frac{\mu W_{tG}}{(\cos \lambda)(\cos \phi_n)} \quad (12-40)$$

#### Pérdida de potencia debida a la fricción, $P_L$

La pérdida de potencia es el producto de la fuerza de fricción y la velocidad de deslizamiento en el punto de enlace. Es decir,

$$P_L = \frac{v_s W_f}{33\,000}$$

En esta ecuación la pérdida de potencia se indica en hp,  $v_s$  en pies/minuto y  $W_f$  en lb·pulg

#### Potencia de entrada, $P_i$

La potencia de entrada es la suma de la potencia de salida y la pérdida de potencia debida a la fricción.

$$P_i = P_o + P_L$$

**Eficiencia,  $\eta$** 

La eficiencia se define como la relación de la potencia de salida con la potencia de entrada.

$$\eta = P_o/P_i$$

**Factores que afectan la eficiencia**

Como se observa en la ecuación (12-40), el ángulo de desplazamiento, el ángulo de presión normal y el coeficiente de fricción afectan la eficiencia. El que incide en mayor medida y sobre el que mayor control ejerce el responsable del diseño es el ángulo de desplazamiento,  $\lambda$ . Cuanto mayor sea el ángulo de desplazamiento, mayor será la eficiencia, hasta  $\lambda = 45^\circ$  aproximadamente. Ahora bien, si regresamos a la definición de ángulo de desplazamiento, se observa que el número de cuerdas en el gusano surte el efecto más considerable sobre el ángulo de desplazamiento. Por tanto, para obtener alta eficiencia, utilice gusanos de cuerda múltiple. Sin embargo, en esta conclusión se presenta una desventaja. Un mayor número de cuerdas requiere de un mayor número de dientes para obtener la misma relación, lo que da por resultado un sistema más grande en términos generales. El diseñador suele verse obligado a comprometerse.

**Problema ilustrativo: fuerzas y eficiencia en mecanismos de tornillo sinfin**

Ahora revise de nuevo los resultados del problema ilustrativo 12-9, en el que se calcularon los factores de geometría para un conjunto particular de gusano y mecanismo de tornillo sinfin. El ejemplo siguiente extiende el análisis para abarcar las fuerzas que actúan sobre el sistema para un torque de salida específico.

---

**Problema ilustrativo 12-10.** El impulsor con mecanismo de tornillo sinfin que se describió en el problema ilustrativo 12-9 transmite un torque de salida de 4,168 lb-pulg. El ángulo de presión transversal es  $20^\circ$ . El gusano es de acero endurecido y lijado y el mecanismo de tornillo sinfin es de bronce. Calcule las fuerzas en el gusano y el mecanismo de tornillo sinfin, la potencia de salida, la potencia de entrada y la eficiencia.

**Solución.** Recuerde del problema ilustrativo 12-9:

$$\begin{aligned} \lambda &= 14.04^\circ & D_G &= 8.667 \text{ " } & n_G &= 101 \text{ rpm} \\ n_w &= 1\,750 \text{ rpm} & D_w &= 2.000 \text{ " } \end{aligned}$$

Se requiere el ángulo de presión normal. A partir de la ecuación (12-32),

$$\phi_n = \tan^{-1}(\tan \phi_t \cos \lambda) = \tan^{-1}(\tan 20^\circ \cos 14.04^\circ) = 19.45^\circ$$

Debido a que son recurrentes en numerosas fórmulas, calcule

$$\sin \phi_n = \sin 19.45^\circ = 0.333$$

$$\cos \phi_n = \cos 19.45^\circ = 0.943$$

$$\cos \lambda = \cos 14.04^\circ = 0.970$$

$$\sin \lambda = \sin 14.04^\circ = 0.243$$

$$\tan \lambda = \tan 14.04^\circ = 0.250$$

Ahora calculamos la fuerza tangencial en el mecanismo de tornillo sinfin

$$W_{tG} = \frac{2T_o}{D_G} = \frac{(2)(4\,168\text{ lb}\cdot\text{in})}{8.667\text{ in}} = 962\text{ lb}$$

El cálculo de las fuerzas axial y radial requiere un valor para el coeficiente de fricción que, a su vez, depende de la velocidad de la línea de paso y de la velocidad de deslizamiento

La velocidad de la línea de paso del engrane

$$v_{tG} = \pi D_G n_G / 12 = \pi(8.667)(101)/12 = 229\text{ pies/min}$$

Velocidad de deslizamiento

$$v_s = v_{tG} / \sin \lambda = 229 / \sin 14.04^\circ = 944\text{ pies/min}$$

Coefficiente de fricción: a partir de la figura 12-23, a una velocidad de deslizamiento de 944 pies/minuto, se puede leer  $\mu = 0.022$

Ahora, a partir de las ecuaciones (12-38) y (12-39) es posible calcular las fuerzas radial y axial en el mecanismo de tornillo sinfin

$$W_{xG} = 962\text{ lb} \left[ \frac{(0.943)(0.243) + (0.022)(0.970)}{(0.943)(0.970) - (0.022)(0.243)} \right] = 265\text{ lb}$$

$$W_{rG} = \left[ \frac{(962)(0.333)}{(0.943)(0.970) - (0.022)(0.243)} \right] = 352\text{ lb}$$

Ahora, se pueden calcular la potencia de salida, la potencia de entrada y la eficiencia

$$P_o = \frac{T_o n_G}{63\,000} = \frac{(4\,168\text{ lb}\cdot\text{in})(101\text{ rpm})}{63\,000} = 6.68\text{ hp}$$

La potencia de entrada depende de la fuerza de fricción y la consecuente pérdida de potencia debida a la fricción

Fuerza de fricción:

$$W_f = \frac{\mu W_{tG}}{(\cos \lambda)(\cos \phi_n)} = \frac{(0.022)(962 \text{ lb})}{(0.970)(0.943)} = 23.1 \text{ lb}$$

Pérdida de potencia debida a la fricción:

$$P_L = \frac{v_s W_f}{33\,000} = \frac{(944 \text{ ft/min})(23.1 \text{ lb})}{33\,000} = 0.662 \text{ hp}$$

Potencia de entrada:

$$P_i = P_o + P_L = 6.68 + 0.66 = 7.34 \text{ hp}$$

Eficiencia:

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} (100\%) = \frac{6.68 \text{ hp}}{7.34 \text{ hp}} (100\%) = 91\%$$

### Conjuntos de mecanismo de tornillo sinfin con autobloqueo por sí mismos

*Autobloqueo por sí mismo* es la condición en la que el gusano impulsa al mecanismo de tornillo sinfin, no obstante si se aplica torque a la flecha del engrane, el gusano no gira. Se asegura. La acción de bloqueo es producida por la fuerza de fricción entre las cuerdas del gusano y los dientes del engrane del mecanismo de tornillo sinfin y depende, en gran medida, del ángulo de desplazamiento. Se sugiere utilizar un ángulo de desplazamiento no mayor de  $5.0^\circ$  para asegurar que se presente autobloqueo. Este ángulo de desplazamiento, por lo regular, requiere utilizar un gusano provisto de cuerda única; el ángulo de desplazamiento bajo da por resultado una baja eficiencia, quizá tanto como 60 o 70%.

## 12-16 TENSIONES EN LOS DIENTES DE MECANISMOS DE TORNILLO SINFIN CON RUEDA HELICOIDAL

A continuación se explica un método aproximado para calcular la tensión por esfuerzo de flexión en los dientes del mecanismo de tornillo sinfin. Debido a que la geometría de los dientes no es uniforme a lo largo del ancho de la cara, no es posible generar una solución exacta. Sin embargo, el método que se explica debe hacer una proyección de la tensión por esfuerzo de flexión con precisión suficiente como para verificar un diseño ya que casi todos los sistemas de gusano y mecanismo de tornillo sinfin están limitados por la corrosión, el desgaste o por consideraciones térmicas más que por la resistencia.

La AGMA, en su estándar 6034-A87 no incluye un método para analizar engranes de gusanos en cuanto a resistencia. El método que aquí se ilustra se adaptó de la referencia bibliográfica [20]. Sólo se analizan los dientes del mecanismo de tornillo sinfin debido a que las cuerdas del gusano son inherentemente más resistentes y por lo común se fabrican de un material más resistente.

**Tabla 12-5 Factor de forma de Lewis aproximado para dientes de mecanismos de tornillo sinfin**

$\phi_n$	$y$
$14\frac{1}{2}^\circ$	0.100
$20^\circ$	0.125
$25^\circ$	0.150
$30^\circ$	0.175

La tensión en los dientes del engrane puede calcularse a partir de

$$\sigma = \frac{W_d}{yFp_n} \quad (12-41)$$

donde  $W_d$  = carga dinámica en los dientes del engrane  
 $y$  = factor de forma de Lewis (véase tabla 12-5)  
 $F$  = ancho o espesor de la cara del engrane  
 $p_n$  = paso circular normal =  $p \cos \lambda = \pi \cos \lambda / P_d$

(12-42)

La carga dinámica puede estimarse a partir de

$$W_d = W_{tG} / K_v \quad (12-43)$$

y

$$K_v = 1\,200 / (1\,200 + v_{tG}) \quad (12-44)$$

$$v_{tG} = \pi D_G n_G / 12 = \text{velocidad de línea de paso del engrane} \quad (12-45)$$

Sólo se proporciona un valor para el factor de forma de Lewis para un ángulo de presión específico porque es muy difícil calcular con precisión el valor real y no varía mucho con el número de dientes. Debe utilizarse el valor real de ancho o espesor de la cara, hasta un límite de dos terceras partes del diámetro de paso del gusano.

El valor que se calculó de tensión por esfuerzo de flexión en los dientes a partir de la ecuación (12-41) puede compararse con la resistencia a la fatiga del material con que se fabrica el engrane. Para bronce con aleación de manganeso para engranes, utilice una resistencia a la fatiga de 17,000 psi; para bronce con aleación de fósforo para engranes, utilice 24,000 psi. Para hierro fundido, utilice aproximadamente 0.35 veces la tensión máxima a menos que se disponga de datos específicos en cuanto a resistencia a la fatiga.

## 12-17 DURABILIDAD SUPERFICIAL DE IMPULSORES DE MECANISMO DE TORNILLO SINFIN CON RUEDA HELICOIDAL

El estándar AGMA 6034-A87 [15] proporciona un método para calificar la dureza superficial de gusanos de acero endurecido que funcionan con engranes de bronce. Las especificaciones

o calificaciones se basan en la capacidad de los engranes para operar sin daño significativo debido a la corrosión o el desgaste.

El procedimiento exige calcular una carga tangencial calificada,  $W_{tR}$ , a partir de

$$W_{tR} = C_s D_G^{0.8} F_e C_m C_v \quad (12-46)$$

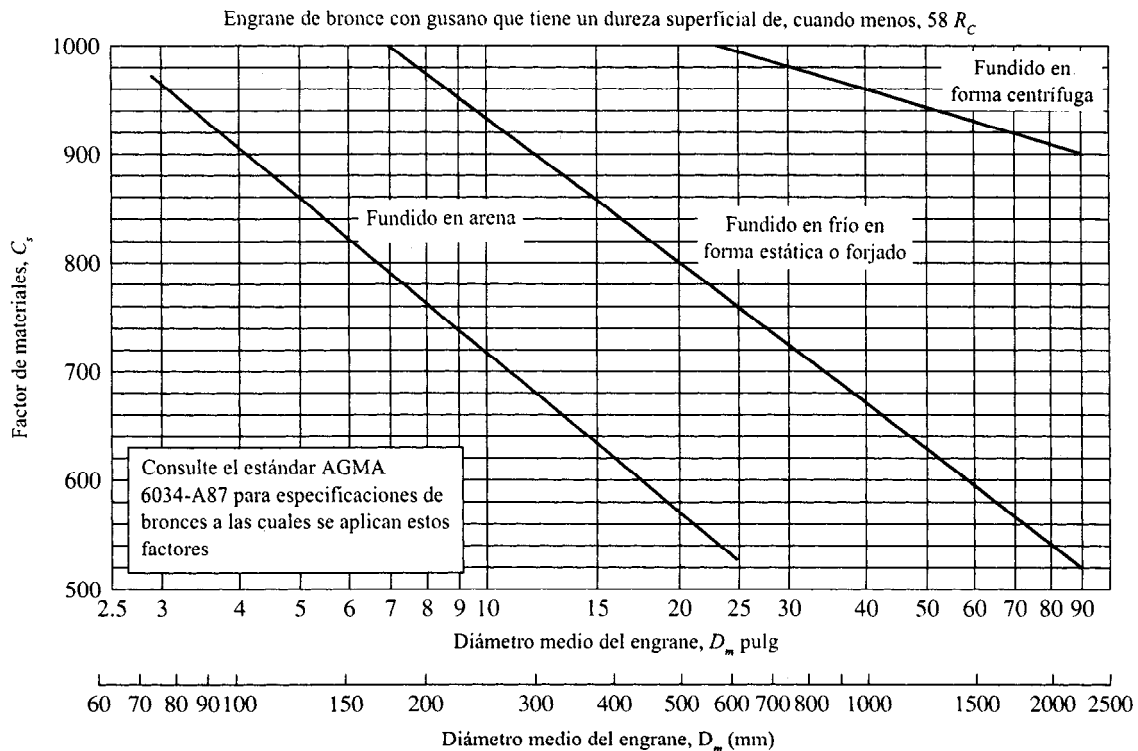
donde  $C_s$  = factor de materiales (de la figura 12-24)

$D_G$  = diámetro de paso del mecanismo de tornillo sinfin, en pulgadas

$F_e$  = ancho o espesor efectivo de la cara, en pulgadas. Utilice el ancho o espesor real de la cara del mecanismo de tornillo sinfin hasta un máximo de  $0.67 D_W$

$C_m$  = factor de corrección de relación (de la figura 12-25)

$C_v$  = factor de velocidad (de la figura 12-26)



**Figura 12-24** Factor de materiales,  $C_s$ , para distancia central  $> 3.0"$  (76 mm). (Se tomó del estándar AGMA 6034-A87, *Práctica para reductores de velocidad para mecanismos de tornillo sinfin y para motores con engranajes reductores*, con permiso del editor American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.)

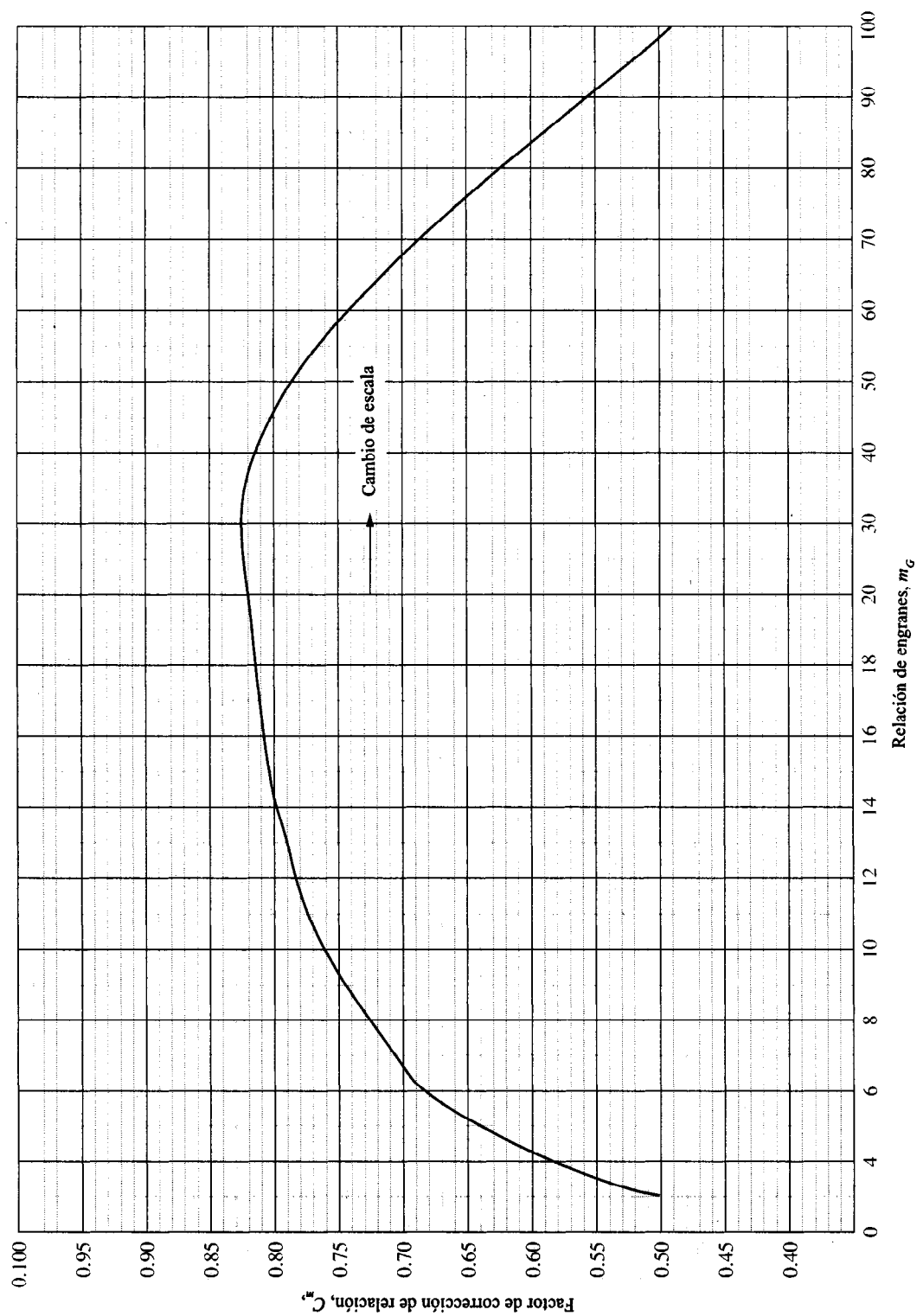
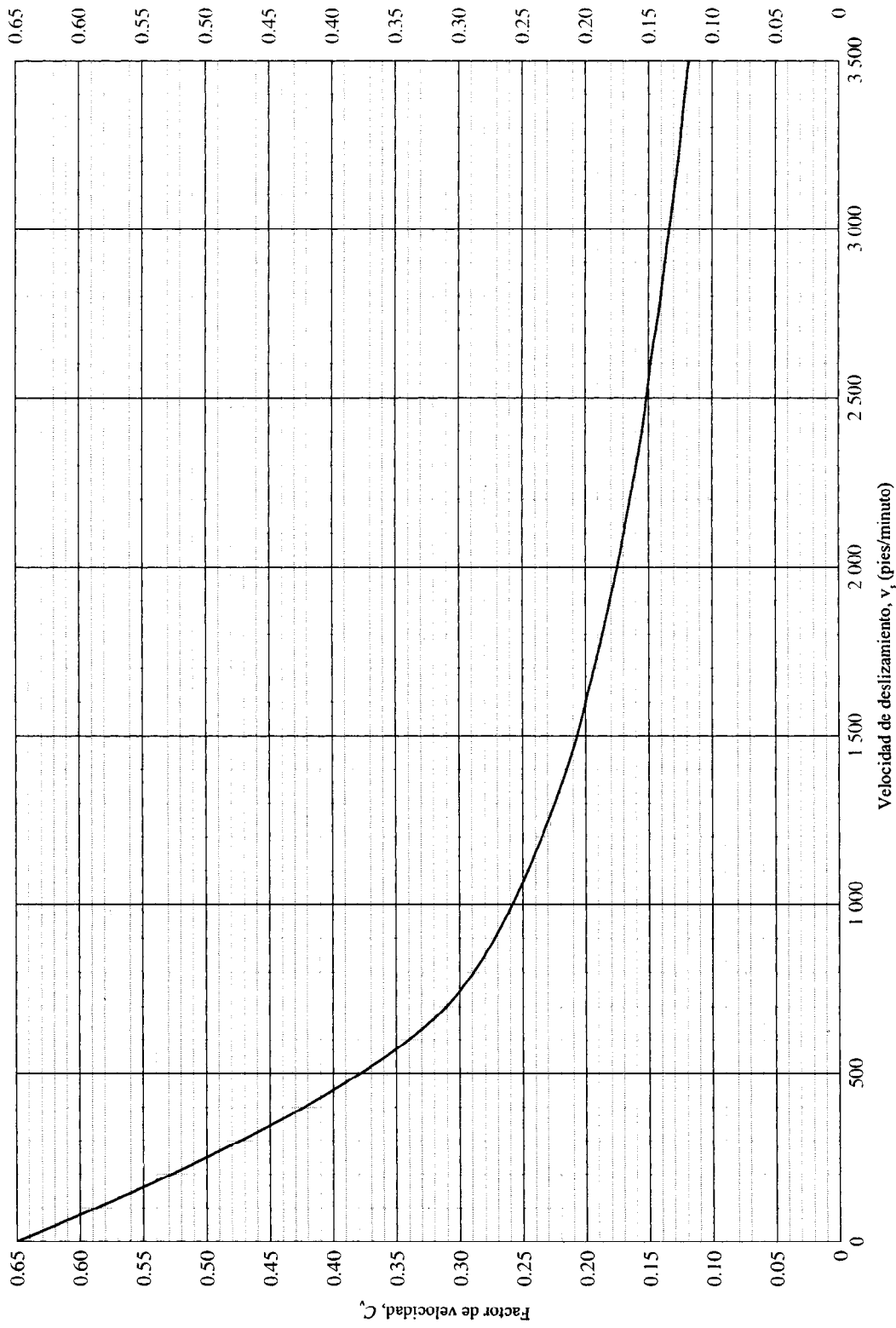


Figura 12-25 Factor de corrección de relación,  $C_r$ , contra relación de engranes,  $m_g$





**Figura 12-26 Factor de velocidad,  $C_v$ , contra velocidad de deslizamiento**

**Condiciones para el uso de la ecuación (12-46)**

1. El análisis sólo es válido para un gusano de acero endurecido (mínimo 58 HRC) que opera con engranes de bronce y se especifica en el estándar AGMA 6034-A87. Las clases de bronce que suelen utilizarse son bronce con aleación de estaño, con aleación de fósforo, de manganeso y de aluminio. El factor de materiales,  $C_s$ , depende del método con que se funde el bronce, como se señala en la figura 12-24. Los valores para  $C_s$  pueden calcularse a partir de las fórmulas siguientes:

Bronces fundidos en arena;  $D_G > 2.5''$ :

$$C_s = 1\,189.636 - 476.545 \log_{10}(D_G) \quad (12-47)$$

para  $D_G < 2.5''$        $C_s = 1\,000$

Bronces fundidos por enfriamiento estático o forjados;  $D_G > 8.0''$

$$C_s = 1\,411.651 - 455.825 \log_{10}(D_G) \quad (12-48)$$

para  $D_G < 8.0''$        $C_s = 1\,000$

Bronces fundidos en forma centrífuga;  $D_G > 25''$

$$C_s = 1\,251.291 - 179.750 \log_{10}(D_G) \quad (12-49)$$

para  $D_G < 25''$        $C_s = 1\,000$

2. El diámetro del mecanismo de tornillo sinfin es el segundo factor en la determinación de  $C_s$ . Debe utilizarse el *diámetro medio* en el punto medio de la profundidad a la que trabajan los dientes del engrane. Si se utilizan engranes de cabeza estándar, el diámetro medio es igual al diámetro de paso.
3. Use el diámetro o espesor real de la cara,  $F$ , del mecanismo de tornillo sinfin como  $F_e$  si  $F < 0.667(D_w)$ . Para anchos de cara más grandes use  $F_e = 0.67(D_w)$ , porque el espesor de la cara excesivo no es efectivo.
4. El factor de corrección,  $C_m$ , puede calcularse a partir de las fórmulas siguientes:  
Para relaciones de engranes,  $m_G$ , de 6 a 20:

$$C_m = 0.020\,0(-m_G^2 + 40m_G - 76)^{0.5} + 0.46 \quad (12-50)$$

Para relaciones de engranes,  $m_G$ , de 20 a 76:

$$C_m = 0.010\,7(-m_G^2 + 56m_G + 5\,145)^{0.5} \quad (12-51)$$

Para  $m_G > 76$ :

$$C_m = 1.148\,3 - 0.006\,58m_G \quad (12-52)$$

5. El factor de velocidad depende de la velocidad de deslizamiento,  $v_s$ , calculada a partir de la ecuación (12-34) o (12-35). Los valores correspondientes a  $C_v$  pueden calcularse a partir de las fórmulas siguientes:

Para  $v_s$  de 0 a 700 pies/minuto:

$$C_v = 0.659e^{(-0.0011v_s)} \quad (12-53)$$

Para  $v_s$  de 700 a 3,000 pies/minuto:

$$C_v = 13.31v_s^{(-0.571)} \quad (12-54)$$

Para  $v_s > 3,000$  pies/minuto:

$$C_v = 65.52v_s^{(-0.774)} \quad (12-55)$$

6. Las proporciones del gusano y del mecanismo de tornillo sinfin deben apegarse a los límites siguientes que definen el diámetro de paso máximo y mínimo del gusano en relación a la distancia central,  $C$ , para el conjunto de engranes. Todas las dimensiones se dan en pulgadas.

$$\text{Máximo } D_w = C^{0.875}/1.6 \quad (12-56)$$

$$\text{Mínimo } D_w = C^{0.875}/3.0 \quad (12-57)$$

7. La flecha o eje que soporta al gusano debe ser lo suficiente rígida para limitar la deflexión del gusano en el punto de paso al valor máximo de  $0.005 \sqrt{P_x}$  donde  $P_x$  es el paso axial del gusano, que, en términos numéricos, es igual al paso circular,  $p$ , del mecanismo de tornillo sinfin. Véase ecuación (12-26).
8. Cuando se analiza un conjunto de mecanismo de tornillo sinfin en particular, el valor de la carga tangencial calificada,  $W_{tr}$ , debe ser mayor que la carga tangencial real,  $W_t$ , para que la vida útil resulte satisfactoria.
9. Las calificaciones que se proporcionan en esta sección son válidas sólo para sistemas que trabajan con suavidad como ventiladores o bombas centrífugas impulsadas por un motor eléctrico o hidráulico que opera menos de 10 horas al día. Condiciones más severas, como cargas que generan choque, impulsores de motores de combustión interna, o periodos de operación más prolongados requieren usar un factor de servicio. La referencia bibliográfica [15] enumera varios de esos factores con base en la experiencia de campo con tipos de equipo específicos. Para los problemas que se plantean en este libro, puede utilizar los factores de la tabla 11-13.

**Problema ilustrativo 12-11.** ¿Resulta satisfactorio el mecanismo de tornillo sinfin que se describe en la figura 12-9 en cuanto a resistencia y desgaste cuando opera bajo las condiciones que se describen en el problema ilustrativo 12-10? El mecanismo de tornillo sinfin tiene un espesor o ancho de la cara de 1.25".

**Solución.** A partir de problemas y soluciones anteriores:

$$W_{tG} = 962 \text{ lb}; \quad VR = m_G = 17.33$$

$$v_{tG} = 229 \text{ pies/min}; \quad v_s = 944 \text{ pies/minuto}$$

$$D_G = 8.667 \text{ "}; \quad D_W = 2.000 \text{ "}$$

Gusano de acero: suponga HRC 58 mínimo

Engrane de bronce: suponga fundición en arena

Tensión o esfuerzo:

$$K_v = 1\,200 / (1\,200 + v_{tG}) = 1\,200 / (1\,200 + 229) = 0.84$$

$$W_d = W_{tG} / K_v = 962 / 0.84 = 1\,145 \text{ lb}$$

$$F = 1.25 \text{ "}$$

$$y = 0.125 \quad (\text{a partir de la tabla 12-5})$$

$$p_n = p \cos \lambda = (0.523\,6) \cos 14.04^\circ = 0.508 \text{ "}$$

Por consiguiente

$$\sigma = \frac{W_d}{y F p_n} = \frac{1\,145}{(0.125)(1.25)(0.508)} = 14\,430 \text{ psi}$$

Los parámetros que se presentaron en la sección 12-16 indican que este nivel de tensión resulta adecuado ya sea para engranes de bronce con aleación de manganeso o con aleación de fósforo. Ahora, verifiquemos la durabilidad superficial recurriendo a la ecuación (12-46):

$$W_{tR} = C_s D_G^{0.8} F_e C_m C_v \quad (12-46)$$

Los valores para los "factores  $C$ " pueden encontrarse a partir de las ecuaciones 12-24, 12-25 y 12-26. Se encuentra que

$$C_s = 740 \text{ para bronce fundido en arena y } D_G = 8.667 \text{ "}$$

$$C_m = 0.814 \text{ para } m_G = 17.33$$

$$C_v = 0.265 \text{ para } v_s = 944 \text{ pies/minuto}$$

Se puede utilizar  $F_e = F = 1.25 \text{ "}$  si este valor no excede de 0.67 veces el diámetro del gusano. Para  $D_W = 2.000 \text{ "}$ .

$$0.67 D_W = (0.67)(2.00 \text{ "}) = 1.333 \text{ "}$$

En consecuencia, utilice  $F_e = 1.25 \text{ "}$ . Entonces la carga tangencial calificada es

$$W_{tR} = (740)(8.667)^{0.8}(1.25)(0.814)(0.265) = 1\,123 \text{ lb}$$

Como este valor es mayor que la carga tangencial real de 962 lb, el diseño debe ser satisfactorio, si se satisfacen las condiciones que se definieron para la aplicación de la ecuación (12-46).

## 12-18 GEOMETRIA TIPICA DE CONJUNTOS DE MECANISMO DE TORNILLO SINFIN CON RUEDA HELICOIDAL

En el diseño de conjuntos de mecanismo de tornillo sinfin es permisible una latitud considerable debido a que la combinación de gusano y mecanismo de tornillo sinfin se diseña como una unidad. Sin embargo, existen algunos parámetros.

### Dimensiones típicas de los dientes

La tabla 12-6 muestra algunos valores que se emplean para las dimensiones de cuerdas de gusanos y dientes de engranes.

### Diámetro del gusano

El diámetro del gusano afecta al ángulo de desplazamiento, que, a su vez, afecta la eficiencia del conjunto. Por este motivo, se sugiere utilizar diámetros pequeños. No obstante, por razones prácticas y la debida proporción respecto al mecanismo de tornillo sinfin, se sugiere que el diámetro del gusano sea de  $C^{0.875}/2.2$  aproximadamente, donde  $C$  es la distancia central entre el gusano y el mecanismo de tornillo sinfin. Se permite una variación cercana al 30% [2].

**Tabla 12-6 Dimensiones comunes de dientes para gusanos y mecanismos de tornillo sinfin**

<i>Dimensión</i>	<i>Fórmula</i>
Cabeza	$a = 0.318\ 3\ P_x = 1/P_d$
Profundidad total	$h_t = 0.686\ 6\ P_x = 2.157/P_d$
Profundidad de trabajo	$h_k = 2a = 0.636\ 6\ P_a = 2/P_d$
Raíz	$b = h_t - a = 0.368\ 3\ P_x = 1.157/P_d$
Diámetro de raíz del gusano	$D_{rw} = D_w - 2b$
Diámetro externo del gusano	$D_{ow} = D_w + 2a = D_w + h_k$
Diámetro de raíz del engrane	$D_{rG} = D_G - 2b$
Diámetro de garganta del engrane	$D_t = D_G + 2a$

Fuente: *Design of General Industrial Coarse-Pitch Cylindrical Wormgearing*, estándar AGMA 341.02 (R1970), con permiso del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, Va. 22314.

Por consecuencia el diámetro del gusano debe caer en el rango de

$$1.6 < \frac{C^{0.875}}{D_w} < 3.0 \quad (12-58)$$

No obstante, algunos conjuntos de mecanismo de tornillo sinfin disponibles en el mercado caen fuera de este rango. Además, todos aquellos diseños que tengan un orificio que los atraviesa por completo para instalarlos en una flecha o eje son, por lo regular, más grandes de lo que encontraría al calcularlos a partir de la ecuación (12-58). La proporción debida y el uso eficiente del material deben servir como parámetros. A su vez, debe verificarse la flecha del gusano respecto a deflexión cuando se le somete a cargas de operación. Para gusanos que se maquinan en forma integral junto con la flecha, la raíz de las cuerdas del gusano determina el diámetro mínimo de la flecha. Para gusanos que tienen orificios perforados, que en ocasiones se denominan *gusanos de casco* hay que tener cuidado para dejar material suficiente entre la raíz de la cuerda y el cuñero en el diámetro interno. La figura 12-27 muestra el espesor que se recomienda por arriba del cuñero de manera que tenga como mínimo la mitad de la profundidad total de las cuerdas.

### Dimensiones del mecanismo de tornillo sinfin

Aquí nos interesa el mecanismo de tornillo sinfin envolvente simple, como se muestra en la figura 12-28. Sus dimensiones de cabeza, raíz y profundidad se supone que son las mismas que se enumeran en la tabla 12-6, medidas en la garganta de los dientes del mecanismo de tornillo sinfin. La garganta está en línea con la línea central vertical del gusano. El ancho o espesor de cara que se recomienda para el mecanismo de tornillo sinfin es

$$F_G = (D_o^2 - D_w^2)^{1/2} \quad (12-59)$$

Esto corresponde a la longitud de la línea tangente al círculo de paso del gusano y limitada por el diámetro externo del gusano. Cualquier espesor de cara más allá de este valor no resultará efectivo para resistir la tensión o el desgaste, sin embargo se tiene que usar un valor un poco mayor que el mínimo. Los bordes exteriores de los dientes del mecanismo de tornillo sinfin deben achafanarse aproximadamente como se ilustra en la figura 12-28.

Otra recomendación, que resulta útil en el diseño inicial, es que el espesor de la cara del engrane debe ser aproximadamente 2.0 veces el paso circular. Como estamos trabajando con el sistema de paso diametral, utilizaremos

$$F_G = 2p = 2\pi/P_d \quad (12-60)$$

Sin embargo, como esto sólo es aproximado y  $2\pi$  es 6 aproximadamente, utilizaremos

$$F_G = 6/P_d \quad (12-61)$$

Si el alma o plato del engrane es delgada, se debe dejar un espesor de corona cuando menos igual a la profundidad total de los dientes

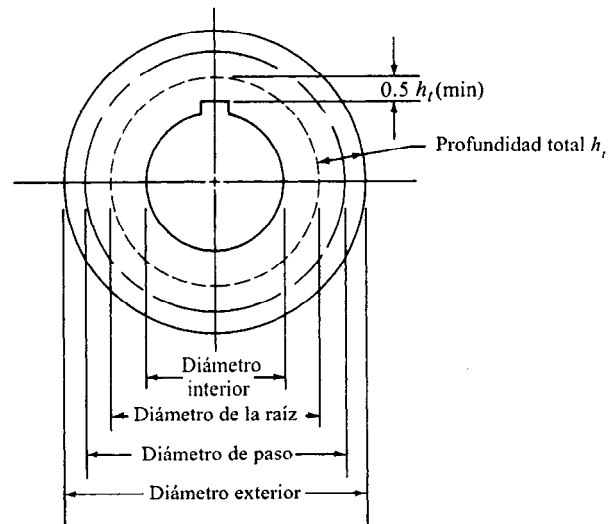


Figura 12-27 Gusano de casco o cilindro

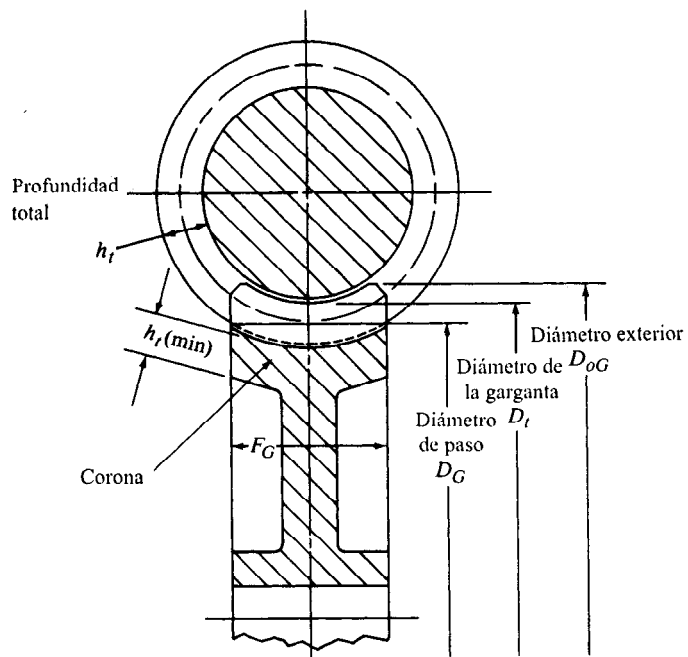


Figura 12-28 Detalles de mecanismo de tornillo sinfin

## Longitud de la cara del gusano

Para una distribución máxima de la carga, la longitud de la cara del gusano debe extenderse hasta cuando menos el punto donde el diámetro externo del gusano interseca el diámetro de la garganta del mecanismo de tornillo sinfin. Esta longitud es

$$F_W = 2[(D_t/2)^2 - (D_G/2 - a)^2]^{1/2} \quad (12-62)$$

## BIBLIOGRAFIA

1. American Gear Manufacturers Association. *Manual for Assembling Bevel and Hypoid Gears*. Standard AGMA 331.01-1969 (R1976). Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1976.
2. American Gear Manufacturers Association. *Design of General Industrial Coarse-Pitch Cylindrical Wormgearing*. Standard AGMA 341.02-1965 (R1970). Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1970.
3. American Gear Manufacturers Association. *Design Manual for Fine-Pitch Gearing*. Standard AGMA 370.01-1973 (R1978). Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1978.
4. American Gear Manufacturers Association. *Design for Fine-Pitch Wormgearing*. Standard AGMA 374.04-1973. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1973.
5. American Gear Manufacturers Association. *Gear Handbook: Gear Classification, Materials and Measuring Methods for Bevel, Hypoid, Fine Pitch Wormgearing and Racks Only as Unassembled Gears*. Standard AGMA 30.03a (R1980). Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1988. (Aquellas partes de 390.03 que no se incluyen en AGMA 2000-A88, junio de 1988).
6. American Gear Manufacturers Association. *Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth*. Standard AGMA 908.B89. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1989.
7. American Gear Manufacturers Association. *Gear Nomenclature, Definitions of Terms With Symbols*. Standard AGMA 1012-F90. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1990.
8. American Gear Manufacturers Association. *Gear Classification and Inspection Handbook—Tolerances and Measuring Methods for Unassembled Spur and Helical Gears (Including Metric Equivalents)*. Standard AGMA 2000-A88. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1988. (Sustitución parcial de AGMA 390.03).
9. American Gear Manufacturers Association. *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*. Standard AGMA 2001-B88. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1988.
10. American Gear Manufacturers Association. *Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Generated Straight Bevel ZEROL® Bevel and Spiral Bevel Gear Teeth*. Standard AGMA 2003-A86. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1988.
11. American Gear Manufacturers Association. *Gear Materials and Heat Treatment Manual*. Standard AGMA 2004-B89. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1989.
12. American Gear Manufacturers Association. *Design Manual for Bevel Gears*. Standard AGMA 2005-B88. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1988.
13. American Gear Manufacturers Association. *Standard for Spur, Helical, Herringbone, and Bevel Enclosed Drives*. Standard AGMA 6010-E88. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1988.



14. American Gear Manufacturers Association. *Design of Industrial Double-Enveloping Wormgears*. Standard AGMA 6030-C87. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1988.
15. American Gear Manufacturers Association. *Practice for Enclosed Cylindrical Wormgear Speed Reducers and Gearmotors*. Standard AGMA 6034-A87. Alexandria, Va.: American Gear Manufacturers Association, 1988.
16. American Society for Metals. *Source Book on Gear Design, Technology and Performance*. Metals Park, Ohio: American Society for Metals, 1980.
17. Drago, Raymond J. *Fundamentals of Gear Design*: Butterworths, 1988.
18. Dudley, Darle W. *Handbook of Practical Gear Design*. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1984.
19. Lynwander, Peter. *Gear Drive Systems: Design and Applications*. Nueva York: Marcel Dekker, 1983.
20. Shigley, Joseph E., y Mischke, Charles R. *Mechanical Engineering Design* 5ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1988.
21. Shigley, Joseph E., y Mischke, Charles R. *Gearing: A Mechanical Designers' Workbook*. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1990.
22. Society of Automotive Engineers. *Gear Design, Manufacturing and Inspection Manual AE-15*. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers, 1990.

## PROBLEMAS

### Engranés helicoidales

1. Un engrane helicoidal tiene un paso diametral transverso de 8, un ángulo de presión transverso de  $14\frac{1}{2}^\circ$ , 45 dientes, un ancho de cara de 2.00" y un ángulo de hélice de  $30^\circ$ .
  - a. Calcule el paso circular, paso circular normal, paso diametral normal, paso axial, diámetro de paso y ángulo de presión normal. Después calcule el número de pasos axiales en el espesor de la cara.
  - b. Si el engrane transmite 5.0 hp a una velocidad de 1,250 rpm, calcule la carga transmitida, la carga axial y la carga radial.
  - c. Si el engrane opera con un piñón que tiene 15 dientes, calcule la tensión por esfuerzo de flexión en los dientes del piñón. La energía proviene de un motor eléctrico y el impulsor va a una bomba recíproca. Especifique un número de calidad para los dientes.
  - d. Especifique un material adecuado para el piñón y el engrane considerando tanto la resistencia como la resistencia a la corrosión.
2. Un engrane helicoidal tiene un paso diametral normal de 12, un ángulo de presión normal de  $20^\circ$ , 48 dientes, un espesor o ancho de la cara de 1.50" y un ángulo helicoidal o de hélice de  $45^\circ$ .
  - a. Calcule el paso circular, el paso circular normal, el paso diametral transverso o transversal, el paso axial, el diámetro de paso y el ángulo de presión transverso. Después calcule el número de pasos axiales en el ancho de la cara.
  - b. Si el engrane transmite 2.50 hp a una velocidad de 1,750 rpm, calcule la carga transmitida, la carga axial y la carga radial.
  - c. Si el engrane opera con un piñón que tiene 16 dientes, calcule la tensión por esfuerzo de flexión en los dientes del piñón. La potencia proviene de un motor eléctrico y el impulsor va hacia un ventilador centrífugo. Especifique un número de calidad para los dientes.
  - d. Especifique un material adecuado para el piñón y el engrane considerando tanto la resistencia como la resistencia a la corrosión.
3. Un engrane helicoidal tiene un paso diametral transverso de 6, un ángulo de presión transverso de  $14\frac{1}{2}^\circ$ , 36 dientes, un espesor de la cara de 1.00" y un ángulo helicoidal de  $45^\circ$ .
  - a. Calcule el paso circular, el paso circular normal, el paso axial, el diámetro de paso y el ángulo de presión normal. Luego calcule el número de pasos axiales en el espesor de la cara.
  - b. Si el engrane transmite 15.0 hp a una velocidad de 2,200 rpm, calcule la carga transmitida, la carga axial y la carga radial.
  - c. Si el engrane opera con un piñón que tiene 12 dientes, calcule la tensión por esfuerzo de fle-

- xi3n en los dientes del pi3n3n. La potencia proviene de un motor a gasolina de seis cilindros y el impulsor va a una mezcladora de concreto. Especifique un n3mero de calidad para los dientes.
- d. Especifique un material adecuado para el pi3n3n y el engrane considerando tanto la resistencia como la resistencia a la corrosi3n.
4. Un engrane helicoidal tiene un paso diametral normal de 24, un 3ngulo de presi3n normal de  $14\frac{1}{2}^{\circ}$ , 72 dientes, un espesor de la cara de 0.25" y un 3ngulo helicoidal de  $45^{\circ}$ .
- a. Calcule el paso circular, el paso circular normal, el paso diametral transverso, el paso axial, el di3metro de paso y el 3ngulo de presi3n transverso.
- Luego calcule el n3mero de pasos axiales en el ancho o espesor de la cara.
- b. Si el engrane transmite 0.50 hp a una velocidad de 3,450 rpm, calcule la carga transmitida, la carga axial y la carga radial.
- c. Si el engrane opera con un pi3n3n que tiene 16 dientes, calcule la tensi3n por esfuerzo de flexi3n en los dientes del pi3n3n. La potencia proviene un motor el3ctrico y el impulsor va a un malacate que se someter3 a choque moderado. Especifique un n3mero de calidad para los dientes.
- d. Especifique un material adecuado para el pi3n3n y el engrane considerando tanto la resistencia como la resistencia a la corrosi3n.
- Para los problemas siguientes, complete el dise3o de un par de engranes helicoidales bajo las condiciones establecidas. Especifique la geometr3a de los engranes y el material as3 como su tratamiento t3rmico. Suponga que el impulso proviene de un motor el3ctrico a menos que se especifique otra cosa. Considere tanto la resistencia como la resistencia a la corrosi3n.
5. Un par de engranes helicoidales debe dise3arse de tal manera que transmita 5.0 hp en tanto el pi3n3n gira a 1,200 rpm. El engrane impulsa una compresora r3ciproca y debe girar a entre 385 y 390 rpm.
6. Un par de engranes helicoidales tiene que ser parte del impulsor para una m3quina fresadora que requiere 20.0 hp con la velocidad del pi3n3n a 550 rpm y la velocidad del engrane debe ser de entre 180 y 190 rpm.
7. Un impulsor de engrane helicoidal para una prensa de punz3n necesita 50.0 hp, que el pi3n3n gire a 900 rpm y que la velocidad del engrane sea de entre 225 y 230 rpm.
8. Un motor a gasolina de cilindro 3nico tiene el pi3n3n de un par de engranes helicoidales en su flecha de salida. El engrane est3 unido a la flecha de una mezcladora de cemento peque3a. La mezcladora requiere 2.5 hp en tanto gira a 75 rpm aproximadamente. El motor est3 gobernado para que trabaje a 900 rpm aproximadamente.
9. Un motor industrial de cuatro cilindros opera a 2,200 rpm y transmite 75 hp al engrane de entrada de un impulsor de engrane helicoidal para una trituradora de madera de gran tama3o que se utiliza para preparar pulpa para fabricar papel. El engrane de salida debe operar a entre 4,500 y 4,600 rpm.
10. Un tractor comercial peque3o se est3 dise3ando para actividades como podar c3sped y recoger nieve. El sistema impulsor de rueda debe operar mediante un par de engranes helicoidales en el que el pi3n3n trabaja a 450 rpm en tanto el engrane, que va montado en la maza de la rueda, opera a entre 75 y 80 rpm. El di3metro de la rueda es de 18". El motor a gasolina de dos cilindros transmite 20.0 hp a las ruedas.
11. Una turbina hidr3ulica transmite 15.0 hp a un par de engranes helicoidales a 4,500 rpm. La salida del par de engranes debe impulsar un generador de energ3a el3ctrica a 3,600 rpm. La distancia central del par de engranes no debe exceder de 4.00".
12. Determine la capacidad para transmitir potencia de un par de engranes helicoidales que tiene un 3ngulo de presi3n normal de  $20^{\circ}$ , un 3ngulo helicoidal de  $15^{\circ}$ , un paso diametral normal de 10, 20 dientes en el pi3n3n, 75 dientes en el engrane y un espesor de la cara de 2.50", si se fabrican de acero AISI 4140 OQT 1000. Son de calidad comercial com3n. El pi3n3n girar3 a 1,725 rpm en la flecha de un motor el3ctrico. El engrane impulsar3 una bomba centr3fuga.
13. Repita el problema 12 con engranes que se fabrican de acero endurecido en la superficie, AISI 4620 DOQT 300 carburizado. Despu3s calcule las fuerza axial y radial en los engranes.

## Engranos cónicos o biselados

14. Un par de engranes cónicos rectos tiene los datos siguientes:  $N_p = 15$ ;  $P_d = 6$ ; ángulo de presión de  $20^\circ$ . Calcule todas las características geométricas a partir de la tabla 12-3.
15. Si el par de engranes del problema 14 transmite 3.0 hp, calcule las fuerzas tanto en el piñón como en el engrane. La velocidad del piñón es 300 rpm. El espesor de la cara es 1.25".
16. Si el par de engranes que se ilustra en el problema 14 transmite 3.0 hp a una velocidad de piñón de 300 rpm, calcule la tensión por esfuerzo de flexión, la tensión debida al contacto para los dientes y especifique un material adecuado así como el tratamiento térmico. Los engranes son impulsados por un motor a gasolina y la carga es una mezcladora de concreto que proporciona un choque moderado. Suponga que ninguno de los engranes está montado a horcajadas.
17. Dibuje a escala el par de engranes que se ilustra en el problema 14. Se especifican las dimensiones adicionales siguientes (véase la figura 12-8). Distancia de montaje ( $M_{dp}$ ) para el piñón = 5.250";  $M_{dG}$  para el engrane = 3.000"; espesor o ancho de la cara = 1.250". Proporcione cualquier otra dimensión necesaria.
18. Para el par de engranes del problema 17, diseñe la flecha o eje y el sistema de cojinetes para dar apoyo a los engranes, utilizando las técnicas que se explicaron en los capítulos 9 y 15. Utilice aproximadamente 1.0" para el diámetro interno de los orificios de los engranes. Use dos cojinetes para cada flecha. Los engranes deben instalarse a horcajadas o colgantes.
19. Un par de engranes biselados rectos tiene los datos siguientes:  $N_p = 25$ ;  $N_G = 50$ ;  $P_d = 10$ ;  $20^\circ$  de ángulo de presión. Calcule todas las características geométricas a partir de la tabla 12-3.
20. Si el par de engranes que se ilustra en el problema 19 transmite 3.5 hp, calcule las fuerzas tanto en el piñón como en el engrane. La velocidad del piñón es 1,250 rpm. El espesor de la cara es 0.70".
21. Si el par de engranes del problema 19 transmite 3.5 hp a una velocidad de piñón de 1,250 rpm, calcule la tensión por esfuerzo de flexión, la tensión debida al contacto para los dientes y especifique un material adecuado así como el tratamiento térmico. Los engranes son impulsados por un motor a gasolina y la carga es una mezcladora de concreto que proporciona una carga moderada. Suponga que ninguno de los engranes está montado a horcajadas.
22. Dibuje el par de engranes, que se ilustra en el problema 19, a escala. Se especifican las dimensiones adicionales siguientes (véase la figura 12-8). Distancia de montaje ( $M_{dp}$ ) para el piñón = 3.375";  $M_{dG}$  para el engrane = 2.625"; espesor de la cara = 0.700". Proporcione las dimensiones adicionales que se necesiten.
23. Para el par de engranes que se explica en el problema 22, diseñe el sistema de flechas y cojinetes para soportar los engranes, utilizando las técnicas que se explican en los capítulos 9 y 15. Utilice 1.0" aproximadamente para el diámetro interno de los orificios de los engranes. Use dos cojinetes para cada flecha. Los engranes pueden montarse a horcajadas, o bien, colgantes.
24. Diseñe un par de engranes cónicos rectos para que transmitan 5.0 hp a una velocidad de piñón de 850 rpm. La velocidad del engrane debe ser 300 rpm aproximadamente. Tenga en cuenta tanto resistencia como resistencia a la corrosión. El impulsor es un motor a gasolina y la máquina que es impulsada es un transportador para trabajo pesado.
25. Diseñe un par de engranes biselados para que transmitan 0.75 hp a una velocidad de piñón de 1,800 rpm. La velocidad del engrane debe aproximarse a 475 rpm. Considere resistencia así como resistencia a la corrosión. El impulsor es un motor eléctrico y la máquina que va a impulsar es una sierra recíproca.

## Mecanismos de tornillo sinfin

26. Un conjunto de mecanismo de tornillo sinfin tiene un gusano de cuerda única con un diámetro de paso de 1.250", un paso diametral de 10 y un ángulo de presión normal de  $14.5^\circ$ . Si el gusano se enlaza con un mecanismo de tornillos sinfin que tiene 40 dientes y 0.625" de espesor de la cara, calcule el desplazamiento, el paso axial, el paso circular, el ángulo de desplazamiento, la cabeza, la raíz, el diámetro externo del gusano, el diámetro de la raíz del gusano, el diámetro de paso del engrane, la distancia central y la relación de velocidad.
27. Si el conjunto de mecanismo de tornillo sinfin que se describe en el problema 26 transmite 924 lb·pulg de torque en su flecha de salida, la cual gira a 300 rpm, calcule las fuerzas en el engrane, la eficiencia, la velocidad de entrada, la potencia de entrada y la tensión en los dientes de los engranes. Si el gusano es de acero endurecido y el engrane de bronce enfriado, evalúe la carga especificada y determine si el diseño es satisfactorio respecto a resistencia a la corrosión.

28. Se consideran tres diseños para un conjunto de mecanismo de tornillo sinfin de manera que se obtenga un relación de velocidad de 20 cuando el engrane del gusano gira a 90 rpm. Los tres tienen un paso diametral de 12, un diámetro de paso del gusano de 1.000", un espesor de la cara del engrane de 0.500" y un ángulo de presión normal de  $14.5^\circ$ . Uno tiene un gusano de cuerda única y 20 dientes de mecanismo de tornillo sinfin; el segundo tiene un gusano de cuerda doble y 40 dientes de mecanismo de tornillo sinfin; el tercero tiene un gusano de cuatro cuerdas y 80 dientes de mecanismo de tornillo sinfin. Para cada diseño, calcule el torque de salida especificado, tomando en cuenta tanto resistencia como resistencia a la corrosión. Los gusanos son de acero endurecido y los mecanismos de tornillo sinfin de bronce enfriado.
29. Para cada uno de los tres diseños que se proponen en el problema 28, calcule la eficiencia.
- Problemas 30, 31 y 32: diseñe un conjunto de mecanismo de tornillo sinfin para producir la relación de velocidad que se desea cuando se transmite el torque que se especifica hacia la flecha de salida para la velocidad de giro de salida que se especifica.

Problema	$V/R$	Torque (lb·")	Velocidad de salida (rpm)
30.	7.5	984	80
31.	3	52.5	600
32.	40	4 200	45

33. Compare los dos diseños que se describen enseguida cuando cada uno transmite 1,200 lb·pulg de torque hacia su flecha de salida, el cual gira a 20 rpm. Calcule las fuerzas en el gusano y en el mecanismo de tornillo sinfin, la eficiencia y la potencia de entrada que se requiere.

Diseño	$P_d$	$N_t$	$N_G$	$D_w$	$F_G$	Angulo de presión
A	6	1	30	2.000	1.000	$14.5^\circ$
B	10	2	60	1.250	0.625	$14.5^\circ$

---

# **13** Impulsores de banda e impulsores de cadena

---

- 13-1 Objetivos de este capítulo
  - 13-2 Tipos de impulsores de banda
  - 13-3 Impulsores de banda en V
  - 13-4 Diseño de impulsores de banda en V
  - 13-5 Impulsores de cadena
  - 13-6 Diseño de impulsores de cadena
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

Una planta en Louisiana, que produce azúcar necesita un sistema impulsor diseñado para una máquina que corta trozos grandes de caña de azúcar en pedazos más cortos antes de procesarlos. La flecha impulsora de la máquina debe girar despacio a 30 rpm de manera que la caña se corte con suavidad sin morderla. Esta máquina de gran tamaño requiere un torque de 31,500 lb·pulg para impulsar las hojas cortadoras.

A la empresa del lector se le solicita que diseñe el impulsor y esta actividad se le asigna a él. ¿Qué tipo de fuente de energía debe utilizar? Podría considerar un motor eléctrico, uno a gasolina, o bien, uno hidráulico. Casi todos estos motores trabajan a velocidades altas en alguna medida, significativamente mayores que 30 rpm. Por tanto, necesitará algún tipo de reducción de velocidad. Tal vez opte por utilizar un impulsor similar al que se muestra en la figura 13-1. Se emplean tres fases de reducción de velocidad. La polea de entrada de la banda gira a la velocidad del motor, en tanto la polea acanalada de mayor tamaño que es impulsada gira a una velocidad más baja y transmite la potencia a la entrada del reductor del engrane. Es probable que la mayor parte de la reducción de velocidad se logre en el reductor del engrane mientras la flecha de salida gira despacio y proporciona un torque considerable. Recuerde que, conforme se reduce la velocidad a la que gira una flecha giratoria, el torque transmitido disminuye para una potencia específica transmitida. Sin embargo, como sólo se dispone de un número limitado de diseños de reductores,

la velocidad de salida del reductor quizá no sea la ideal para la flecha de entrada de la cortadora de caña. En consecuencia, el impulsor de cadena proporciona la última fase de reducción.

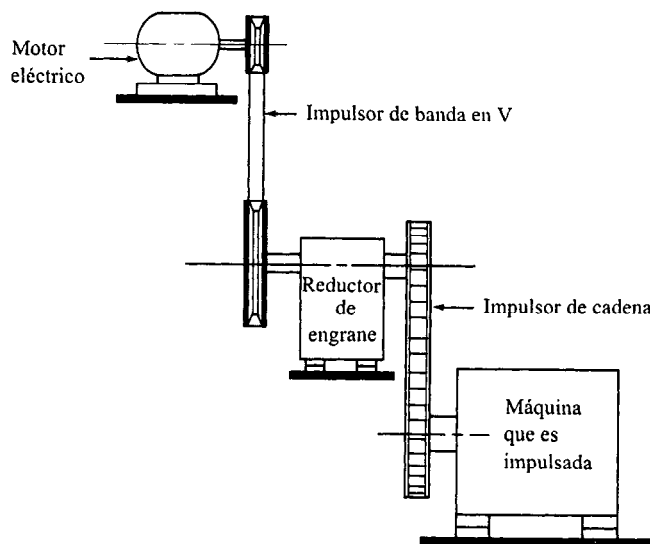
Como responsable del diseño, a usted le corresponde decidir qué tipo de banda y de qué tamaño utilizar y cuál debe ser la relación de velocidad entre la polea acanalada que impulsa y la que es impulsada. ¿Cómo se une la polea impulsora a la flecha del motor? ¿De qué manera se conecta la polea acanalada que es impulsada a la flecha de entrada del reductor de engrane? ¿Dónde debe montarse el motor en relación al reductor de engrane y cuál será la distancia central resultante entre las dos flechas? ¿Qué relación de reducción de velocidad proporcionará el reductor de engrane? ¿Qué tipo de reductor de engrane tiene que utilizarse; engranes helicoidales, un impulsor de gusano y de mecanismo de tornillo sinfín, engranes cónicos o biselados? ¿Qué tanta reducción adicional de velocidad debe proporcionar el impulsor de cadena para transmitir la velocidad adecuada a la flecha de la trituradora de caña? ¿Qué tamaño y tipo de cadena tiene que especificarse? ¿Cuál es la distancia central entre la salida del reductor de engrane y la entrada hacia la cortadora de caña? Así, ¿qué longitud de cadena se necesita? Por último, ¿qué potencia de motor se requiere para impulsar el sistema completo bajo las condiciones que se enuncian? La información que contiene este capítulo le será útil para contestar estas y muchas otras preguntas relativas al diseño de sistemas de transmisión de



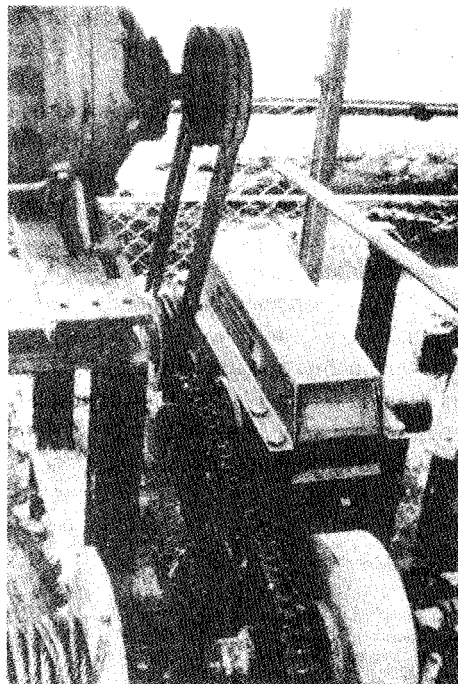
### 13-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Las bandas y las cadenas representan los tipos principales de elementos flexibles para transmitir potencia. A diferencia de los impulsores de engranes, que requieren de distancias centrales espaciadas en forma, en alguna medida, reducida y precisa, los impulsores de banda y cadena son capaces de transmitir potencia entre flechas que se encuentran muy separadas. Además, la distancia central es inherentemente ajustable y no necesita ser tan precisa como para los impulsores de engrane.

En general, los impulsores de cadena se utilizan donde las velocidades de giro son relativamente altas, como en la primera fase de reducción mediante un motor. La velocidad lineal de una banda es, por lo regular, de 2,500 a 7,000 pies por minuto. A velocidades más bajas, la tensión en la banda demasiado alta para secciones transversales típicas de bandas. A velocidades más considerables, los efectos dinámicos como las fuerzas centrífugas, el chicoteo de la banda así como la vibración reducen la eficiencia del impulsor y su vida útil. Por lo general, una velocidad de 4,000 pies/minuto resulta ideal.



(a) Boceto de un impulsor combinado



(b) Fotografía de la instalación real de un impulsor. Observe que se quitaron las guardas de los impulsores de banda y de cadena para mostrar los detalles.

**Figura 13-1 Impulsor combinado en el que se emplean bandas en V, un reductor de engrane y un impulsor de cadena. (Fuente para (b): Browning Mfg. Division, Emerson Electric Co., Maysville, Ky.)**

Los impulsores de cadena se emplean casi siempre a velocidades más bajas, con los consecuentes torques de mayor magnitud. Los eslabones de cadenas de acero tienen una alta resistencia a esfuerzos de tracción para que sean capaces de soportar las considerables fuerzas que resultan de un torque de alta magnitud. No obstante, a velocidades altas, el ruido, el impacto entre los eslabones de la cadena y los dientes de la rueda dentada así como la dificultad para brindar una lubricación adecuada se convierten en problemas severos.

Por tanto, las bandas y las cadenas se complementan entre sí. De hecho, es difícil encontrar un sistema como el que se ilustra en la figura 13-1, en el cual un impulsor de banda proporciona la primera fase de reducción a partir de un motor hacia la entrada de un reductor de velocidad tipo engrane. Por consiguiente, un impulsor de cadena proporciona la reducción final, a la velocidad más baja, hacia la máquina que es impulsada.

### 13-2 TIPOS DE IMPULSORES DE BANDA

Una banda es un elemento flexible capaz de transmitir potencia que asienta en forma ajustada sobre un conjunto de poleas o poleas acanaladas. La figura 13-2 muestra su disposición básica. Cuando se utiliza para reducción de velocidad, el caso más común, la polea acanalada más pequeña se monta en la flecha de alta velocidad, como la flecha de un motor eléctrico. La polea de mayor tamaño se monta en la máquina que es impulsada. La banda se diseña de manera que gire alrededor de las dos poleas sin deslizarse.

La banda se instala colocándola entre las dos poleas mientras la distancia central entre ellas se reduce. Luego se separan las dos poleas acanaladas colocando la banda con una tensión inicial relativamente alta. Cuando se transmite potencia, la fricción provoca que la banda se adhiera a la polea impulsora, y, a su vez, se incrementa la tensión en un lado al que se denomina el “lado tensionado del impulsor”. La fuerza de tracción que se genera en la banda ejerce una fuerza tangencial sobre la polea acanalada que es impulsada, por consecuencia, se aplica un torque a la flecha que es impulsada. El lado opuesto de la banda aún está en tensión, pero de menor valor. Por tanto se le da el nombre de “lado flojo”.

En el mercado se dispone de muchos tipos de bandas; *planas*, *dentadas*, *en V*, *bandas dobles en V* y *bandas múltiples en V*. En la figura 13-3 se muestran seis variedades distintas.

La banda plana es la más simple, casi siempre se fabrica de piel o tela recubierta con hule. La superficie de la polea acanalada también es plana y lisa, por consiguiente la fuerza impulsora

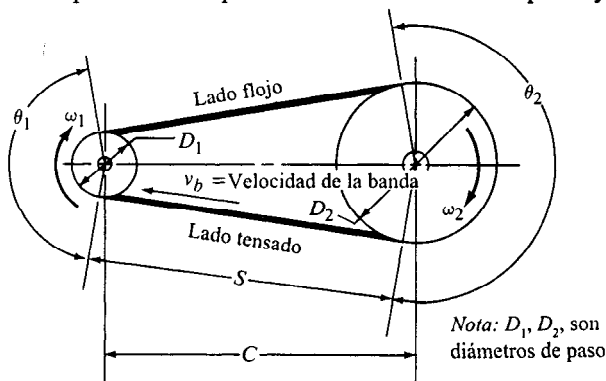
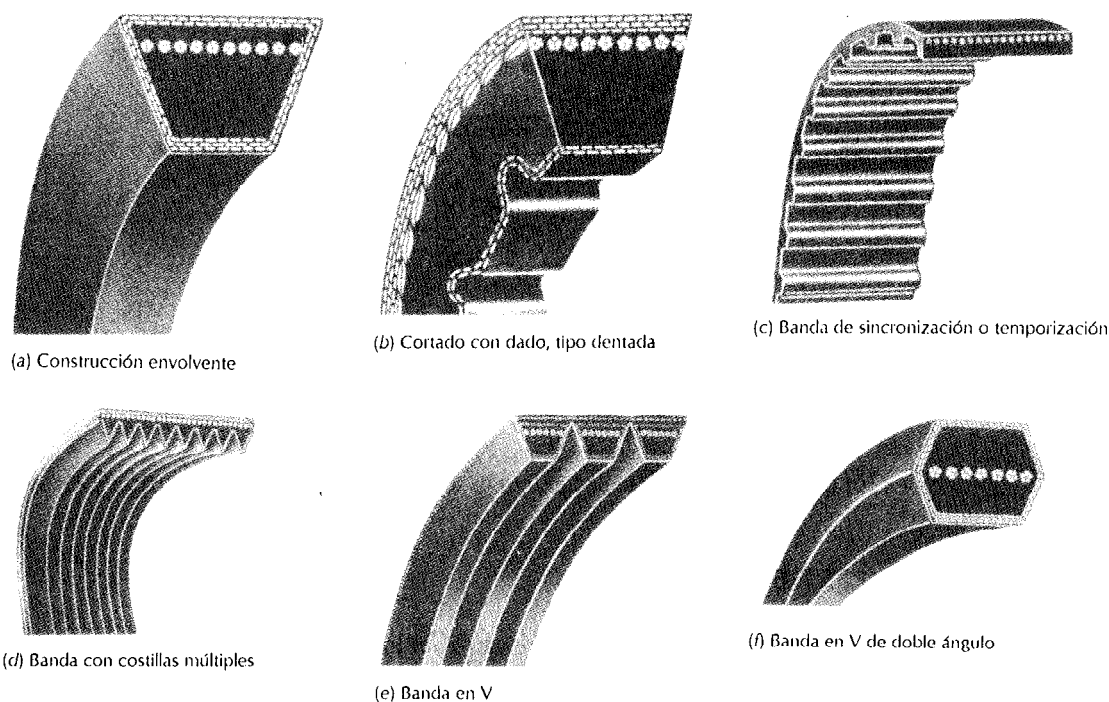


Figura 13-2 Geometría básica de un impulsor de banda





**Figura 13-3 Ejemplos de construcción de bandas en V. (Dayco Corp., Dayton, Ohio).**

está por la fricción entre la banda y la polea. Algunos diseñadores prefieren bandas planas para máquinas delicadas porque la banda se *deslizará* si el torque tiende a incrementarse a un nivel lo suficiente alto para dañar la máquina.

Las *bandas dentadas*, a las que a veces se les da el nombre de *bandas de temporización o sincronizadas* [véase figura 13-3(c)] se desplazan sobre poleas provistas de ranuras con las que enlazan los dientes en el asiento de la banda. Este es un impulsor más positivo, sólo se ve limitado por la tensión por esfuerzo de tracción que se genera en la banda y la resistencia al esfuerzo de corte de los dientes de la banda.

Algunas bandas dentadas, como la que se ilustra en la figura 13-3(b), se utilizan en poleas acanaladas en V. Los dientes le dan mayor flexibilidad y más eficiencia a la bandas si se les compara con bandas estándar. Pueden operar con diámetros de polea más reducidos.

Sin embargo, el tipo de banda que más se utiliza, sobre todo en impulsores industriales y aplicaciones en vehículos, es la banda en V que se ilustra en las figuras 13-3(a) y 13-4. La forma en V de la banda se inserta apretadamente en la ranura, ello aumenta la fricción y permite transmitir torques de magnitud considerable antes que se presente deslizamiento. Casi todas las bandas tienen cuerdas de alta resistencia colocadas en el diámetro de paso de la sección transversal de la banda para incrementar la resistencia al esfuerzo de tracción de esta última. Las cuerdas, que se fabrican de fibras naturales, hebras sintéticas o acero, se impregnan con un compuesto de hule duro para proporcionar la flexibilidad que se requiere para permitir que la banda pase alrededor de la polea. A menudo se agrega una cubierta exterior de tela para darle una durabilidad satisfactoria a la banda.

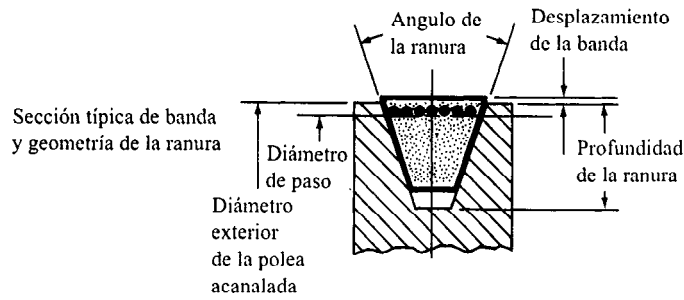


Figura 13-4 Sección transversal de una banda en V y ranura de polea acanalada

En la sección que sigue se analiza la selección de bandas en V disponibles en el mercado.

### 13-3 IMPULSORES DE BANDA EN V

La disposición común de los elementos de un impulsor de banda en V se muestra en la figura 13-2. Las observaciones importantes que se derivan de una disposición de este tipo se resumen a continuación.

1. La polea, con una ranura circunferencial sobre la que se apoya la banda, se denomina *polea acanalada*.
2. El tamaño de una polea acanalada se indica mediante su diámetro de paso, poco más pequeño que el diámetro exterior de la polea.
3. La relación de velocidad entre la polea acanalada impulsora y la que es impulsada es inversamente proporcional a la relación entre los diámetros de paso de las poleas. Esto se deriva de la observación de que no existe deslizamiento, bajo cargas normales. Por consiguiente la velocidad lineal de la línea de paso de ambas poleas acanaladas es la misma e igual a la velocidad de la banda,  $v_b$ . En consecuencia,

$$v_b = R_1\omega_1 = R_2\omega_2 \quad (13-1)$$

No obstante,  $R_1 = D_1/2$  y  $R_2 = D_2/2$ . Así,

$$v_b = D_1\omega_1/2 = D_2\omega_2/2 \quad (13-1A)$$

La relación de velocidad angular es

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{D_2}{D_1} \quad (13-2)$$

4. Las relaciones entre longitud de paso,  $L$ , distancia central,  $C$ , y los diámetros de las poleas son

$$L = 2C + 1.57(D_2 + D_1) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4C} \quad (13-3)$$

$$C = \frac{B + \sqrt{B^2 - 32(D_2 - D_1)^2}}{16} \quad (13-4)$$

donde  $B = 4L - 6.28(D_2 + D_1)$ .

5. El ángulo de contacto de la banda en cada polea acanalada es

$$\theta_1 = 180^\circ - 2 \sin^{-1} \left[ \frac{D_2 - D_1}{2C} \right] \quad (13-5)$$

$$\theta_2 = 180^\circ + 2 \sin^{-1} \left[ \frac{D_2 - D_1}{2C} \right] \quad (13-6)$$

Los ángulos son importantes porque las bandas disponibles en el mercado se especifican con un ángulo de contacto supuesto de  $180^\circ$ . Esto ocurrirá sólo si la relación de impulso es 1 (no hay cambio de velocidad). El ángulo de contacto de la más pequeña de las dos poleas acanaladas será siempre menor de  $180^\circ$ , lo que exige una menor especificación en cuanto a potencia.

6. La longitud del espacio libre entre las dos poleas acanaladas, a lo largo del cual la banda no tiene apoyo alguno, es

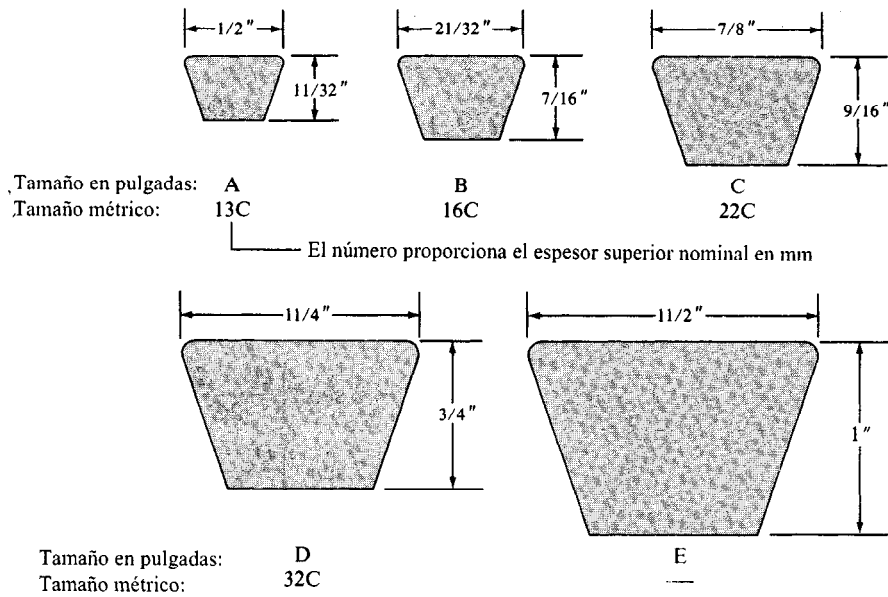
$$S = \sqrt{C^2 - \left[ \frac{D_2 - D_1}{2} \right]^2} \quad (13-7)$$

Esto es importante por dos razones. La tensión adecuada en la banda puede verificarse midiendo la cantidad de fuerza que se requiere para deflexionar la banda a la mitad del espacio libre en una cantidad específica. A su vez, la tendencia de la banda a vibrar o chicotear depende de esta longitud.

7. Los factores que contribuyen a que se genere tensión en la banda son
- a. La fuerza de tracción en la banda, que alcanza su máxima magnitud en el lado tensionado de la banda.
  - b. La flexión de la banda alrededor de las poleas acanaladas, alcanza su magnitud máxima conforme el lado tensionado de la banda se flexiona alrededor de la polea más pequeña.
  - c. Fuerzas centrífugas que se generan a medida que la banda se desplaza alrededor de las poleas.

La tensión máxima total se genera cuando la banda entra en la polea más pequeña y la tensión por esfuerzo de flexión es una gran parte de esa tensión. Por consiguiente existen diámetros mínimos de poleas acanaladas que se recomiendan para bandas estándar. Al utilizar poleas acanaladas más pequeñas se reduce en forma radical la vida útil de la banda.

8. El valor de diseño de la relación de la tensión del lado tensionado con la tensión del lado flojo es de 5.0 para impulsores de banda en V. El valor real puede ser tan alto como 10.0.

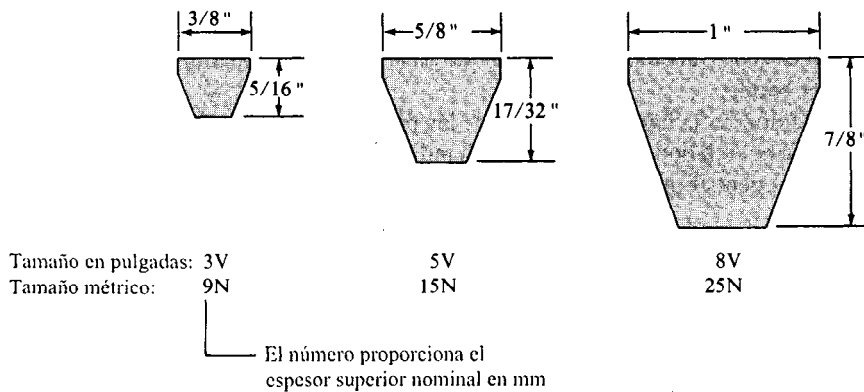


**Figura 13-5 Bandas en V industriales para trabajo pesado**

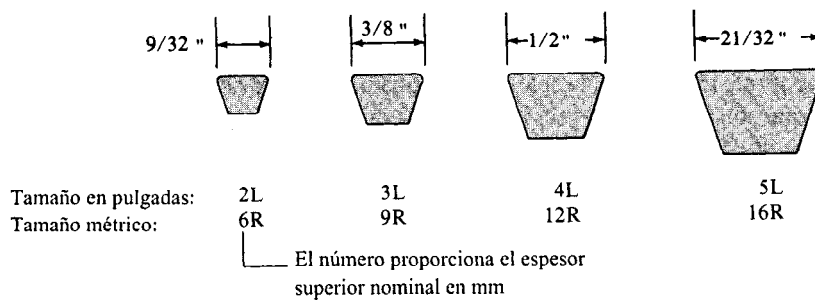
### Secciones transversales de bandas estándar

Las bandas disponibles en el mercado se fabrican de conformidad con uno de los estándares que se ilustran en las figuras de la 13-5 a la 13-8. La alineación entre los tamaños en pulgadas y los que se indican en unidades métricas indican que los tamaños apareados son, en realidad, la misma sección transversal. Se utilizó una "conversión poco estricta" para denominar de nuevo los tamaños en pulgadas que se conocen con el número para las unidades métricas; y el espesor nominal máximo se da en milímetros.

El valor nominal del ángulo incluido entre los lados de una ranura en V varía entre 30° y 42°. El ángulo en la banda puede ser un



**Figura 13-6 Bandas en V industriales de sección estrecha**



**Figura 13-7 Bandas en V para trabajo ligero a potencia fraccionaria (FHP)**

poco diferente para obtener un ajuste tensionado en la ranura. Algunas ranuras se diseñan para que, en alguna medida “se muevan fuera” de la ranura.

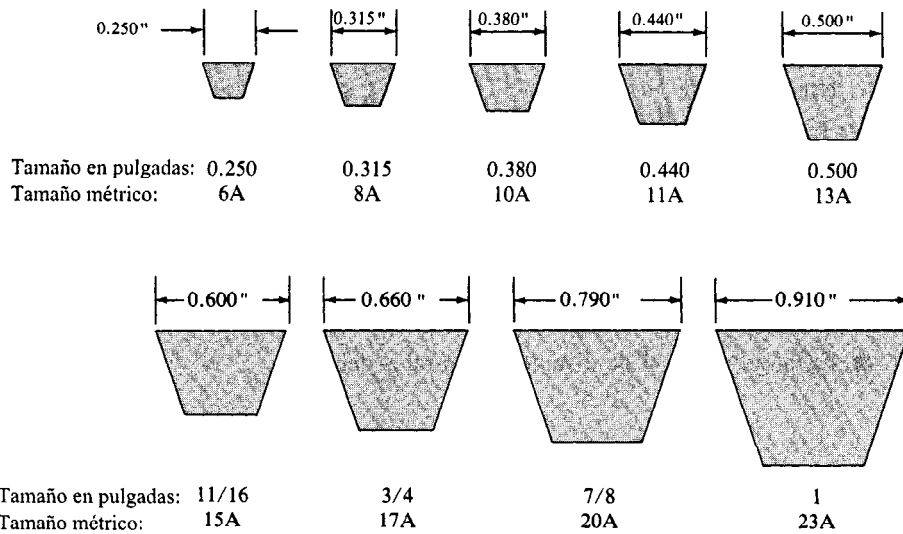
En muchas aplicaciones en la industria automotriz se usan impulsores sincrónicos de banda similares a lo que se señala como banda sincrónica en la figura 13.3(c) o bandas en V con costillas similares a lo que se denomina como banda de costilla múltiple en la figura 13-3(d). Las normas siguientes de la Sociedad de Ingenieros Automotrices proporcionan dimensiones y estándares de rendimiento para bandas automotrices.

Estándar SAE J636c: bandas en V y poleas

Estándar SAE J637b: bandas automotrices en V

Estándar SAE J1278: bandas y poleas sincrónicas SI (métricas)

Estándar SAE J1459: bandas en V con costillas y poleas



**Figura 13-8 Bandas en V automotrices**

## 13-4 DISEÑO DE IMPULSORES DE BANDA EN V

Los factores que influyen en la selección de una banda en V así como en la de poleas impulsoras y poleas que son impulsadas y la instalación correcta del impulsor se resumen en esta sección. A manera de ilustración, se proporcionan ejemplos abreviados de la información de que disponen los proveedores. Los catálogos contienen abundantes datos y se dan instrucciones paso a paso para utilizarlos. Los datos fundamentales que se requiere para la selección de impulsores se proporciona a continuación:

- La potencia especificada del motor impulsor o de otra planta motriz importante
- El factor de servicio con base en el tipo de impulsor y carga que es impulsada
- La distancia central
- La especificación de potencia para una banda como función del tamaño y de la velocidad de la polea acanalada más pequeña
- La longitud de la banda
- El tamaño de la polea impulsora y de la que es impulsada
- El factor de corrección para longitud de la banda
- El factor de corrección para el ángulo envolvente en la polea acanalada más pequeña

Muchas decisiones de diseño dependen del uso y de restricciones en cuanto a espacio. Enseguida se explican algunos parámetros

- El ajuste relativo a la distancia central debe darse en ambos sentidos a partir del valor nominal. La distancia central debe reducirse al momento de la instalación para permitir que la banda sea colocada en las ranuras de las poleas acanaladas sin esfuerzo alguno. Deben tomarse provisiones para incrementar la distancia central y así permitir que se tense desde un principio el impulsor y se considere el encogimiento o contracción de la banda. Los catálogos de los fabricantes proporcionan la información pertinente. Un método conveniente para obtener el ajuste consiste en utilizar una unidad de compensación.
- Si se requieren centros fijos, tendrán que utilizarse poleas tensoras o muertas. Es mejor usar una polea tensora o muerta acanalada en la parte interna de la banda, cerca de la polea grande. En el mercado están disponibles tensores ajustables para que soporten la polea muerta o tensora.
- El rango nominal de distancias centrales debe ser

$$D_2 < C < 3(D_2 + D_1) \quad (13-8)$$

- El ángulo de la envolvente en la polea más pequeña debe ser mayor que 120°.
- Casi todas las poleas acanaladas disponibles en el mercado son de hierro fundido, las cuales deben limitarse a una velocidad de banda de 6,500 pies/minuto.



- Si la velocidad es menor que 1,000 pies/minuto Considere un tipo alternativo de impulsor, como uno tipo engrane o de cadena.
- Evite temperaturas altas alrededor de las bandas.
- Asegúrese de que las flechas o ejes que soportan poleas acanaladas que se enlazan sean paralelas y de que las poleas acanaladas estén alineadas de manera que las bandas se inserten con suavidad en las ranuras.
- En instalaciones en que se utilizan bandas múltiples se necesita que las bandas coincidan. Los números que coinciden aparecen impresos en las bandas industriales, 50 indica una longitud de banda que se aproxima mucho a la nominal. Las bandas más largas llevan números por arriba de 50 que coinciden; las bandas más cortas tienen números por abajo de esta cifra.
- Las bandas deben instalarse con la tensión inicial que recomienda el fabricante. Es necesario verificar la tensión una vez que hayan transcurrido las primeras horas de operación debido a que se presentan asentamientos y contracción inicial.

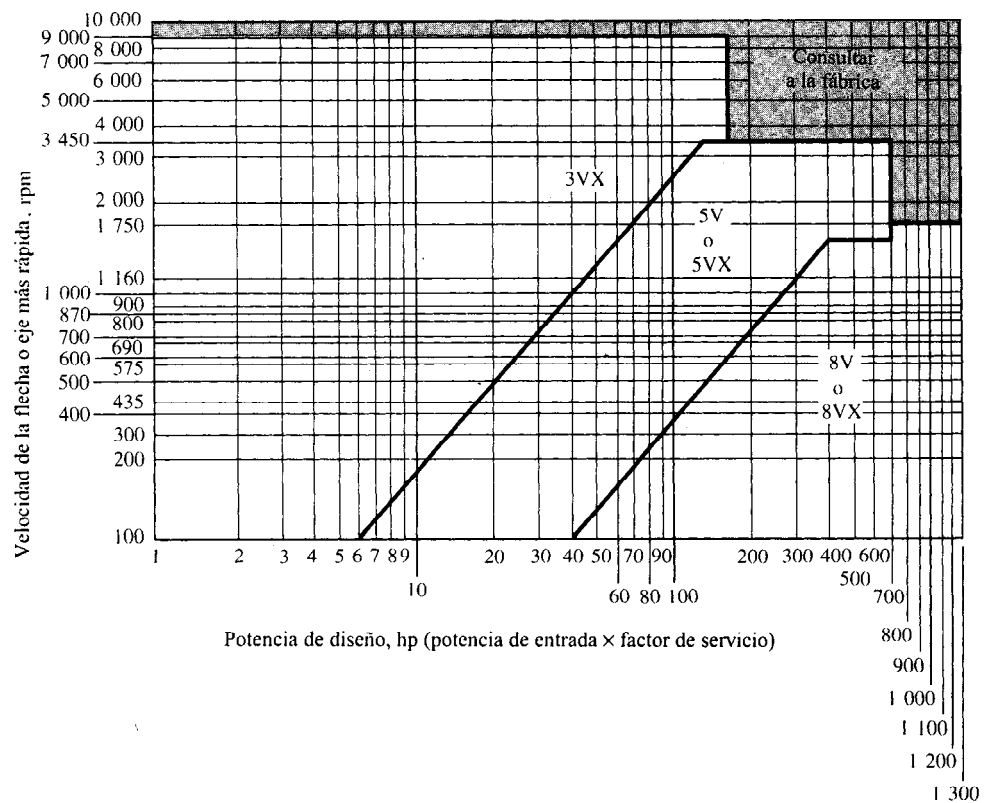


Figura 13-9 Gráfica de selección para bandas en V industriales de sección estrecha

## Datos de diseño

Los catálogos suelen incluir varias docenas de páginas que contienen datos de diseño para los distintos tamaños de bandas y de combinaciones de poleas acanaladas con el fin de facilitar la labor de diseñar impulsores. Se dispone de los datos siguientes en forma tabular [1]. La forma gráfica se emplea en la presente obra para que el lector sea capaz de apreciar el grado de variación en el rendimiento en función de las decisiones de diseño. Cualquier diseño que se lleve a cabo con base en los datos que se proporcionan en este texto debe compararse, antes de usarlo, con las especificaciones de cualquier fabricante en particular.

**Tabla 13-1 Factores de servicio para bandas en V**

<i>Tipo de máquina que es impulsada</i>	<i>Tipo de impulsor</i>					
	<i>Motores de CA: torque normal<sup>a</sup></i>			<i>Motores de CA: torque alto<sup>a</sup></i>		
	<i>Motores de CD: bobinado en derivación</i>			<i>Motores de CD: bobinado en serie, bobinado compuesto</i>		
	<i>Motores: de cilindro múltiple</i>			<i>Motores: de 4 o menos cilindros</i>		
	<i>&lt;6 h por día</i>	<i>6–15 h por día</i>	<i>&gt;15 h por día</i>	<i>&lt;6 h por día</i>	<i>6–15 h por día</i>	<i>&gt;15 h por día</i>
Agitadores, ventiladores, ventiladores con tolva, bombas centrífugas, transportadores, ligeras	1.0	1.1	1.2	1.1	1.2	1.3
Generadores, herramientas para máquinas, mezcladores, transportadores, grava	1.1	1.2	1.3	1.2	1.3	1.4
Elevadores de baldes o recipientes, máquinas textiles, molinos de martillo, transportadores, pesadas	1.2	1.3	1.4	1.4	1.5	1.6
Trituradoras, molinos de bola, malacates, extruidoras de hule	1.3	1.4	1.5	1.5	1.6	1.8
Cualquier máquina que pueda ahogarse	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0

<sup>a</sup>Sincrónicos, de fase dividida, de tres fases con torque (par) de arranque o torque (par) al paro menor que 250% del torque con carga total.

<sup>b</sup>De fase única, trifásico con torque (par) de arranque o torque (par) al paro mayor que 250% del torque con carga total.



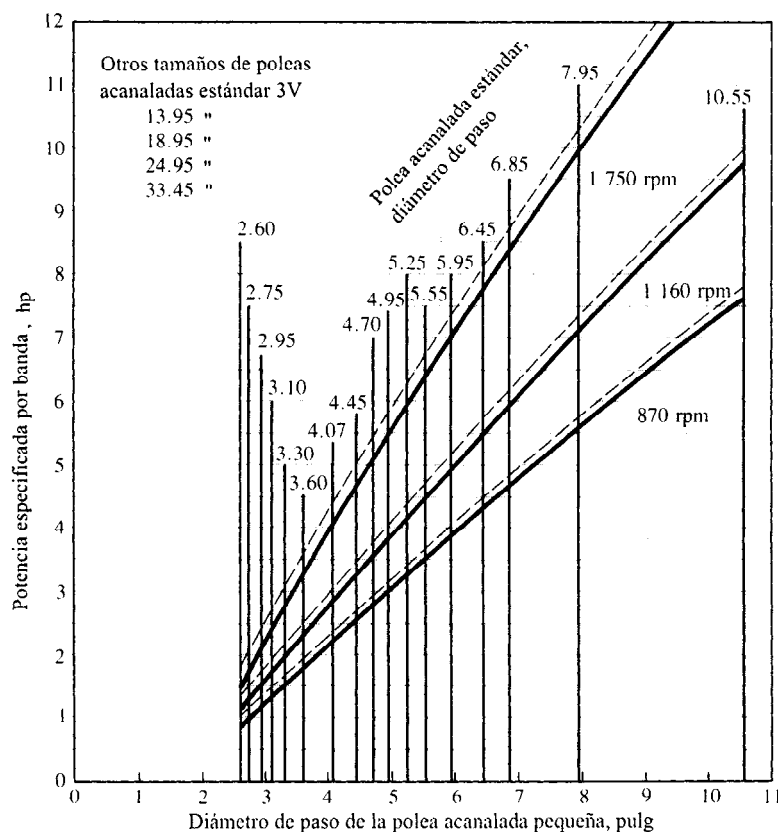


Figura 13-10 Especificación de potencia: bandas 3V

Los datos que aquí se presentan corresponden a las bandas de sección estrecha: 3V, 5V y 8V. Estos tres tamaños abarcan un rango extenso de capacidad para transmitir potencia. La figura 13-9 puede utilizarse para elegir el tamaño básico para la sección transversal de la banda. Observe que el eje de potencia es la *potencia de diseño*, la potencia especificada de la planta motriz principal multiplicada por el factor de servicio de la tabla 13-1.

Las figuras 13-10, 13-11 y 13-12 presentan la especificación de potencia por banda para las tres secciones transversales como una función del diámetro de paso de la polea acanalada más pequeña y de su velocidad de giro. Las líneas verticales que se identifican en cada figura indican los diámetros estándar de paso para poleas acanaladas disponibles.

La especificación básica de potencia para una relación de velocidad de 1.00 se da como la curva sólida. Una banda en particular puede transmitir mayor potencia conforme se incrementa la relación de velocidad, hasta una relación de 3.38 aproximadamente. Incrementos mayores tienen escaso efecto y son susceptibles de causar problemas, también, con el ángulo de la envolvente en la polea acanalada más pequeña. La figura 13-13 es una gráfica de los datos

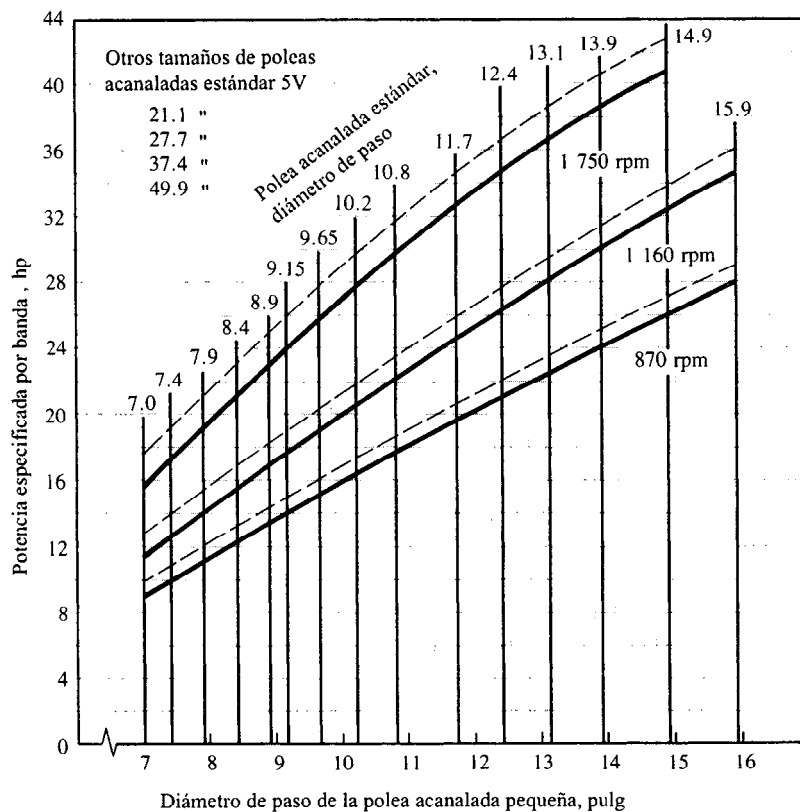


Figura 13-11 Especificación de potencia: bandas 5V

relativos a la que debe agregarse la especificación básica como una función de la relación de velocidad para la banda de tamaño 5V. Los datos de catálogo se presentan paso a paso. La potencia máxima que se agrega, para relaciones por arriba de 3.38, se utilizó para dibujar las curvas punteadas en las figuras 13-10, 13-11 y 13-12. En casi todos los casos, resulta satisfactoria una interpolación general entre las dos curvas.

La figura 13-14 proporciona el valor de un factor de corrección,  $C_\theta$ , como una función del ángulo de la envolvente de la banda en la polea acanalada más pequeña.

La figura 13-15 proporciona el valor del factor de corrección,  $C_L$ , para longitud de la banda. Es deseable una banda más larga porque reduce la frecuencia con que una parte específica de la banda encuentra el pico de tensión conforme entra en la polea acanalada más pequeña. Sólo están disponibles ciertas longitudes estándar de banda (tabla 13-2).

El problema ilustrativo muestra cómo se usan los datos de diseño.

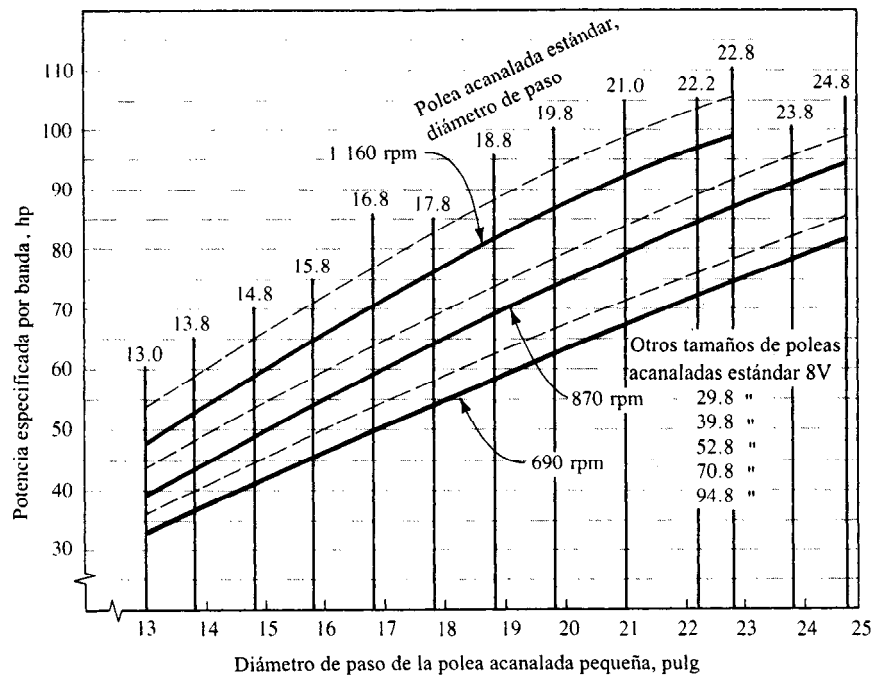


Figura 13-12 Especificación de potencia: bandas 8V

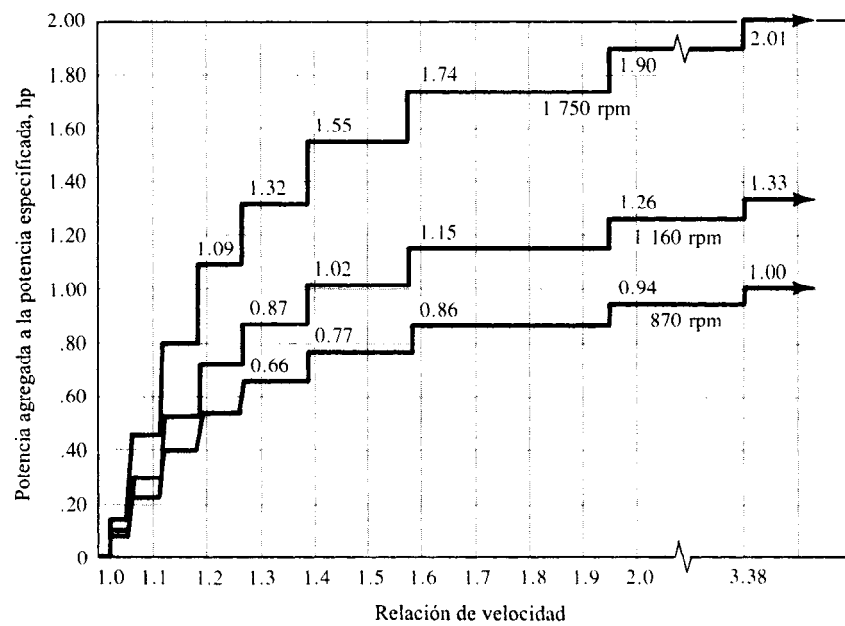


Figura 13-13 Potencia agregada contra relación de velocidad: bandas 5V

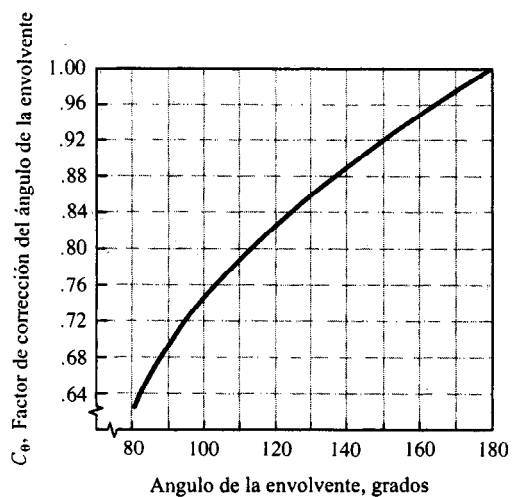


Figura 13-14 Factor de corrección del ángulo de la envolvente,  $C_\theta$

Tabla 13-2 Longitudes de banda estándar para bandas 3V, 5V y 8V (pulg)

Sólo 3V	3V y 5V	3V, 5V y 8V	5V y 8V	Sólo 8V
25	50	100	150	375
26.5	53	106	160	400
28	56	112	170	425
30	60	118	180	450
31.5	63	125	190	475
33.5	67	132	200	500
35.5	71	140	212	
37.5	75		224	
40	80		236	
42.5	85		250	
45	90		265	
47.5	95		280	
			300	
165			315	
			335	
			355	

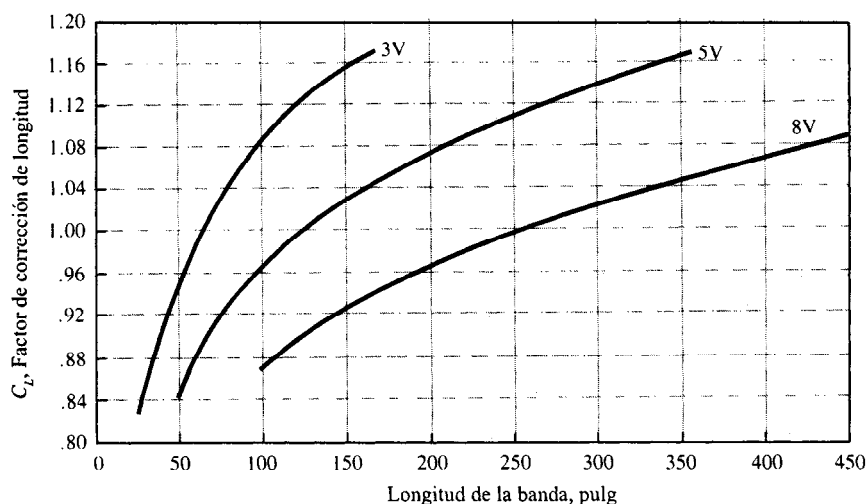


Figura 13-15 Factor de corrección para longitud de la banda,  $C_L$

**Problema ilustrativo 13-1.** Diseñe un impulsor de banda en V que tiene la polea acanalada de entrada en la flecha de un motor eléctrico (torque normal) especificada a 50 hp a una velocidad de 1,160 rpm con carga total. El impulsor debe ser un elevador de baldes en una planta de potasa que se va a utilizar 16 horas (h) diarias a 675 rpm aproximadamente.

**Solución**

1. Calcule la potencia de diseño. A partir de la tabla 13-1, para un motor eléctrico de torque normal que funciona 16 horas al día impulsando un elevador de baldes, el factor de servicio es 1.40. Así, la potencia de diseño es  $1.40(50.0 \text{ hp}) = 70.0 \text{ hp}$ .
2. Seleccione la sección de la banda. A partir de la figura 13-9, se sugiere utilizar una banda 5V para 70.0 hp a una velocidad de entrada de 1,160 rpm.
3. Calcule la relación nominal de velocidad.

$$\text{Relación} = 1,160/675 = 1.72$$

4. Calcule el tamaño de la polea acanalada impulsora que generará una velocidad de banda de 4,000 pies/minuto, como parámetro para seleccionar una polea acanalada estándar

$$\text{Velocidad de la banda} = v_b = \pi D_1 n_1 / 12 \text{ pies/minuto}$$

Así el diámetro que se requiere para que proporcione  $v_b = 4,000$  pies/minuto es

$$D_1 = \frac{12v_b}{\pi n_1} = \frac{12(4\,000)}{\pi n_1} = \frac{15\,279}{n_1} = \frac{15\,279}{1\,160} = 13.17''$$

5. Seleccione tamaños para realizar pruebas para la polea acanalada de entrada, calcule el tamaño que se desea y tenga la polea acanalada de salida. Seleccione un tamaño estándar para la polea acanalada de salida y calcule la relación real al igual que la velocidad de salida.

Para este problema, las pruebas se indican en la tabla siguiente, los diámetros se indican en pulgadas.

Tamaño de la polea acanalada impulsora estándar $D_1$	Tamaño aproximado de la polea acanalada que es impulsada ( $1.72D_1$ )	Polea acanalada estándar más cercana, $D_2$	Velocidad de salida real (rpm)
13.10	22.5	21.1	720
12.4	21.3	21.1	682
11.7	20.1	21.1	643
10.8	18.6	21.1	594
10.2	17.5	15.9	744
9.65	16.6	15.9	704
9.15	15.7	15.9	668
8.9	15.3	14.9	693

Las dos pruebas que se señalan con cursivas presentan sólo 1% de variación respecto a la velocidad de salida, 675 rpm, que se desea, y la velocidad de un elevador de baldes no es crítica. Como no se indicaron limitaciones en cuanto a espacio, seleccionaremos el tamaño más grande.

6. Determine la potencia especificada a partir de las figuras 13-10, 13-11 o 13-12.

Para la banda 5V que se seleccionó, la figura 13-11 es la indicada. Para una polea de 12.4" a 1,160 rpm, la potencia básica que se especifica es 26.4 hp. Se requerirán bandas múltiples. La relación es relativamente alta, lo cual indica que puede utilizarse una especificación de cierta potencia agregada. Esto puede estimarse a partir de la figura 13-11, o bien, tomarse directamente de la figura 13.13 para la banda 5V. La potencia que se agrega es 1.15 hp. Por tanto, la potencia real que se especifica es  $26.4 + 1.15 = 27.55$  hp.

7. Especifique una distancia central para realizar pruebas.

La ecuación 13-8 puede utilizarse para calcular un rango nominal aceptable para  $C$ .

$$D_2 < C < 3(D_2 + D_1)$$

$$21.1 < C < 3(21.1 + 12.4)$$

$$21.1 < C < 100.5"$$

Con la intención de conservar espacio se hará la prueba con  $C = 24.0"$ .

8. A partir de la ecuación (13-3) calcule la longitud de banda que se necesita

$$L = 2C + 1.57(D_2 + D_1) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4C}$$

$$L = 2(24.0) + 1.57(21.1 + 12.4) + \frac{(21.1 - 12.4)^2}{4(24.0)} = 101.4"$$

9. De la tabla 13-2 seleccione una longitud de banda estándar y calcule la distancia central real resultante a partir de la ecuación (13-4).

En este problema, la longitud de banda estándar que más se aproxima es 100.00". Por consiguiente, a partir de la ecuación (13-4),

$$B = 4L - 6.28(D_2 + D_1) = 4(100) - 6.28(21.1 + 12.4) = 189.6$$

$$C = \frac{189.6 + \sqrt{(189.6)^2 - 32(21.1 - 12.4)^2}}{16} = 23.30"$$

10. Calcule el ángulo de la envolvente de la banda en la polea acanalada más pequeña a partir de la ecuación (13-5).

$$\theta_1 = 180^\circ - 2 \sin^{-1} \left[ \frac{D_2 - D_1}{2C} \right] = 180^\circ - 2 \sin^{-1} \left[ \frac{21.1 - 12.4}{2(23.30)} \right] = 158^\circ$$

11. Calcule los factores de corrección a partir de las figuras 13-14 y 13-15. Para  $\theta = 158^\circ$ ,  $C_\theta = 0.94$ . Para  $L = 100"$ ,  $C_L = 0.96$ .
12. Calcule la potencia especificada corregida por banda y el número de bandas que se necesitan para transmitir la potencia de diseño.

$$\text{Potencia corregida} = C_\theta C_L P = (0.94)(0.96)(27.55 \text{ hp}) = 24.86 \text{ hp}$$

$$\text{Número de bandas} = 70.0/24.86 = 2.82 \text{ bandas (Utilice 3 bandas)}$$

### Resumen de diseño

Entrada: motor eléctrico: 50 hp a 1,160 rpm

Factor de servicio: 1.4

Potencia de diseño: 70.0 hp

Banda: sección transversal 5V, longitud 100", 3 bandas

Poleas acanaladas: impulsora: 12.4" de diámetro de paso, 3 ranuras, 5V; impulsada: 21.1" de diámetro de paso, 3 ranuras, 5V

Actual velocidad de salida real: 682 rpm

Distancia central: 23.30"

## Tensión de la banda

La tensión inicial que se le da a una banda es crítica porque asegura que la banda no se deslizará cuando se le someta a la acción de la carga de diseño. En reposo, ambos lados de la banda tienen la misma tensión. A medida que se transmite potencia, se incrementa la tensión en el lado tensionado en tanto disminuye en el lado flojo. Sin tensión inicial, el lado flojo quedará totalmente suelto y la banda no asentará en la ranura; por consiguiente, se deslizará. Los catálogos de los fabricantes proporcionan información relativa a los procedimientos adecuados a seguir para tensionar en forma correcta las bandas.

## 13-5 IMPULSORES DE CADENA

Una cadena es un elemento de transmisión de potencia que se fabrica como una serie de eslabones que se unen mediante pernos. El diseño proporciona flexibilidad mientras permite que la cadena transmita fuerzas de tracción cuya magnitud es considerable.

Cuando transmite potencia entre flechas o ejes que giran, la cadena activa ruedas dentadas que se enlazan, se conocen como *ruedas dentadas*. La figura 13-16 ilustra un impulsor de cadena común.

El tipo más común de cadena es la *cadena de rodamientos*, en la que el rodamiento de cada perno proporciona una fricción excepcionalmente baja entre la cadena y las ruedas dentadas. Otros tipos incluyen una variedad de diseños extendidos de eslabones que casi siempre se emplean en transportadores (véase la figura 13-17).

La cadena de rodamientos se clasifica con base en su *paso*, la distancia entre partes correspondientes de eslabones adyacentes. El paso se ejemplifica, por lo regular, como la distancia entre pernos adyacentes. Una cadena de rodamientos estándar lleva una designación de tamaño entre 40 y 240, como se enumera en la tabla 13-3. Los dígitos, distintos al cero final,

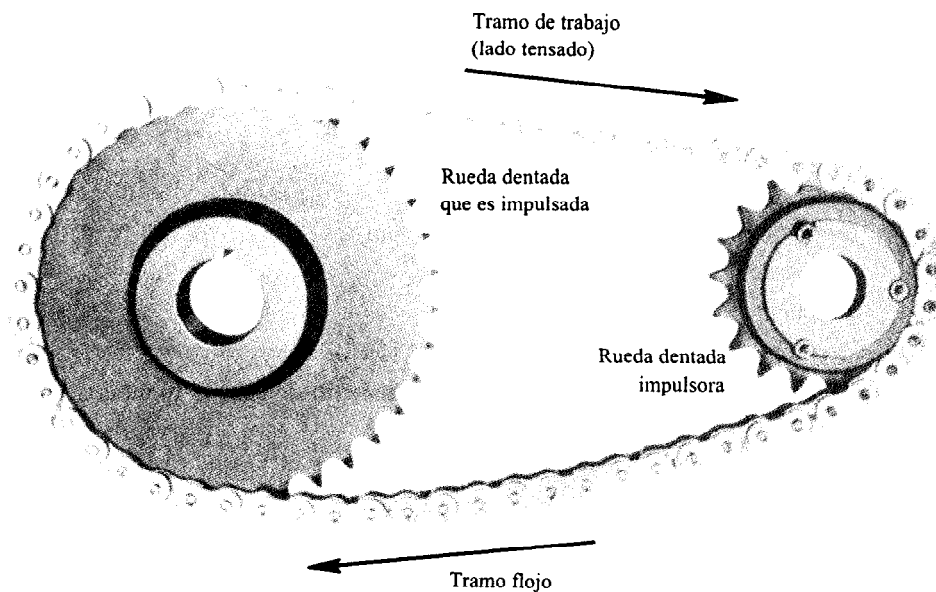
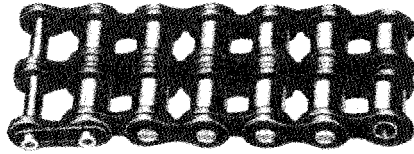


Figura 13-16 Impulsor de cadena de rodamientos (Rexnord, Inc. Milwaukee, Wis.)





(a) Cadena con rodamientos estándar, tramo único



(b) Cadena con rodamientos estándar, dos tramos (disponible también con tres y cuatro tramos)



(c) Cadena con rodamientos de la serie para trabajo pesado



(d) Cadena impulsora de doble paso



(e) Cadena transportadora de doble paso

Figura 13-17 Algunos tipos de cadenas con rodamientos. (Rexnord, Inc., Milwaukee, Wis.)

Tabla 13-3 Tamaño de cadenas con rodamientos

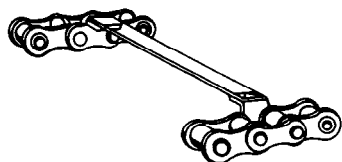
Número de cadena	Paso (pulg)	Resistencia promedio al esfuerzo de tracción (lb)
25	$\frac{1}{4}$	925
35	$\frac{3}{8}$	2 100
41	$\frac{1}{2}$	2 000
40	$\frac{1}{2}$	3 700
50	$\frac{5}{8}$	6 100
60	$\frac{3}{4}$	8 500
80	1	14 500
100	$1\frac{1}{4}$	24 000
120	$1\frac{1}{2}$	34 000
140	$1\frac{3}{4}$	46 000
160	2	58 000
180	$2\frac{1}{4}$	80 000
200	$2\frac{1}{2}$	95 000
240	3	130 000

indican el paso de la cadena en octavos de pulgada, igual que en la tabla. Por ejemplo, la cadena número 100 tiene un paso de  $10/8$  o  $1\ 1/4"$ . Una serie de tamaños para trabajo pesado, con el sufijo *H* en la designación (60H–240H), tiene las mismas dimensiones básicas que la cadena estándar del mismo número, a excepción de las placas laterales de mayor espesor. Además existen los tamaños más pequeños y ligeros: 25, 35 y 41.

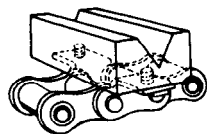
Las resistencias promedio al esfuerzo de tracción de los distintos tamaños de cadena se enumeran también en la tabla 13–3. Esta información puede utilizarse para impulsores de muy baja velocidad o en aplicaciones en las que la función de la cadena es aplicar una fuerza de tracción, o bien, soportar una carga. En tales aplicaciones se recomienda utilizar sólo el 10% de la resistencia a la tracción promedio. Para transmisión de potencia, debe calcularse la especificación de un tamaño específico de cadena como una función de la velocidad de giro, como se explicará más adelante en este capítulo.

Se dispone de una extensa variedad de conectores para facilitar el uso de cadenas de rodamientos con el fin de transportar material o manejarlo con otros fines. Por lo regular en forma de placas o separadores, con orificios incluidos, los conectores facilitan unir varillas, baldes o recipientes, impulsores de piezas, dispositivos para brindar soporte o tablillas de transportadores a la cadena. La figura 13–18 ilustra uniones de distintos tipos.

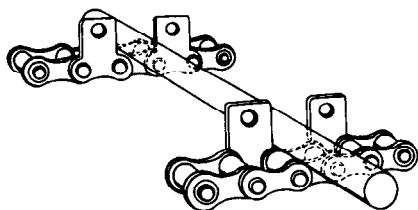
La figura 13–19 ilustra una variedad de tipos de cadenas que se emplean en particular para transportar y usos similares. Por lo general, tal cadena tiene un paso más largo que la cadena de



(a) Tablillas ensambladas con conectores para formar una superficie transportadora plana

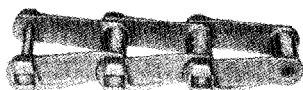


(b) Bloque en V ensamblado con conectores para transportar objetos redondos de distinto diámetro

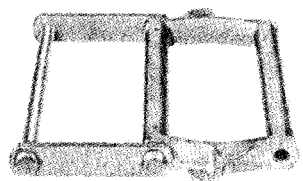


(c) Conectores que se utilizan como separadores para transportar y colocar objetos largos

**Figura 13-18** Conectores o uniones para cadenas. (Rexnord, Inc., Milwaukee, Wis.)



*Serie estrecha, para aserraderos*  
(tamaños impulsor y transportador)  
Cadena de compensación de eslabones fundidos que se usa sobre todo en la industria maderera para transportadores.



*Combinación para molinos*  
(tamaños de transportador ancho)  
Eslabones de bloque fundido y contruïdos con barra lateral de acero para utilizarse en transportadores de arrastre.



*Cadena de arrastre para trabajo pesado*  
Eslabones de compensación en bloque fundidos. Se utilizan en transportadores de ceniza y escoria.



*Cadena macho o de clavija*  
Cadena contruïda con una serie de eslabones de compensación fundidos acoplados mediante pernos o remaches. Adecuado para servir a impulsores de velocidad moderada a alta, transportadores y elevadores.



*Transferencia mediante rodamientos en la parte superior*  
Eslabones fundidos con rodamientos en la parte superior que se utilizan en varios tramos para transportar material en sentido transversal.



*Para techos*  
Eslabones fundidos en forma de raíz se utilizan en varios tramos en transportadores de transferencia.



*Desmontable*  
Consiste de eslabones unitarios, cada uno provisto de un gancho abierto que se flexiona sobre la barra del extremo del eslabón adyacente. Se emplea para impulsores de velocidad baja a moderada y transportadores.



*Forjado por goteo*  
Eslabones internos y externos acoplados mediante pernos con cabeza. Se usan en transportadores de catenaria, de pala de arrastre o rastrillo, volados y similares.

Figura 13-19 Cadenas transportadoras. (Rexnord, Inc., Milwaukee, Wis.)

rodamientos estándar, el paso casi siempre es del doble, y las placas de los eslabones son más pesadas. Los tamaños más grandes tienen placas de eslabón soldadas.

### 13-6 DISEÑO DE IMPULSORES DE CADENA

La especificación de la cadena en relación a su capacidad para transmitir potencia considera tres modos de falla: fatiga de las placas de los eslabones por aplicación sucesiva de la tensión en el lado flojo de la cadena, impacto en los rodamientos conforme se enlazan con los dientes de la rueda dentada y raspaduras entre los pernos de cada eslabón y los bujes en los pernos.

Las especificaciones se basan en datos empíricos con un impulsor suave y una carga suave (factor de servicio = 1.0) y una vida útil especificada de 15,000 horas aproximadamente. Las variables importantes son el paso de la cadena y el tamaño y la velocidad de giro de la rueda dentada más pequeña. La lubricación es de fundamental importancia para la operación satisfactoria de un impulsor de cadena. Los fabricantes recomiendan el tipo de método de lubricación para combinaciones particulares de tamaño de cadena, tamaño de rueda dentada y velocidad. Los detalles se examinan más adelante.

Las tablas 13-4, 13-5 y 13-6 enumeran la potencia especificada para tres tamaños de cadena estándar: número 40 (1/2"), número 60 (3/4") y número 80 (1.00"). Estos son comunes en el tipo de información disponible para todos los tamaños de cadenas en los catálogos de fabricantes. Observe estas características de los datos:

1. Las especificaciones se basan en la velocidad de la rueda dentada más pequeña.
2. Para una velocidad en particular, la capacidad de potencia se incrementa con el número de dientes en la rueda dentada. Desde luego, cuanto mayor sea el número de dientes más grande será el diámetro de la rueda dentada. Debe observarse que el uso de una cadena con un paso pequeño en una rueda dentada de gran tamaño genera un impulso más silencioso.
3. Para un tamaño particular de rueda dentada, un número específico de dientes, la capacidad de potencia se incrementa en función del incremento de la velocidad hasta un punto; después, disminuye. La fatiga que se debe a la tensión en la cadena rige a velocidades entre bajas y moderadas; el impacto sobre las ruedas dentadas predomina a velocidades más altas. A cada tamaño de rueda dentada corresponde un límite superior absoluto de velocidad que se debe a la presencia de raspaduras entre los pernos y los bujes de la cadena. Esto explica la caída súbita de capacidad de potencia hasta cero a la velocidad límite.
4. Las especificaciones corresponden a un solo tramo de cadena. Si bien tramos múltiples incrementan la capacidad de potencia, no proporcionan un múltiplo directo de la capacidad de un solo tramo. Multiplique la capacidad en las tablas por los factores siguientes:

Dos tramos: factor = 1.7

Tres tramos: factor = 2.5

Cuatro tramos: factor = 3.3

5. Las especificaciones son para un factor de servicio de 1.0. Especifique un factor de servicio para un uso en particular de conformidad con la tabla 13-7.

**Tabla 13-4 Especificaciones de potencia, cadena estándar de tramo único con rodamientos, número 40, paso de 1/2"**

No. de dientes en la rueda dentada pequeña		Revoluciones por minuto—rueda dentada pequeña																								TIPO I		TIPO II		TIPO III	
		10	25	50	100	200	300	400	500	700	900	1 000	1 200	1 400	1 600	1 800	2 100	2 400	2 700	3 000	3 500	4 000	5 000	6 000	7 000						
9	0.04	0.10	0.19	0.35	0.65	0.93	1.21	1.48	2.00	2.51	2.75	3.25	3.73	4.12	3.45	2.74	2.24	1.88	1.60	1.27	1.04	0.75	0.57	0.45	0.37						
10	0.05	0.11	0.21	0.39	0.73	1.04	1.35	1.65	2.24	2.81	3.09	3.64	4.18	4.71	4.04	3.21	2.63	2.20	1.88	1.49	1.22	0.87	0.66	0.53	0.43						
11	0.05	0.12	0.23	0.43	0.80	1.16	1.50	1.83	2.48	3.11	3.42	4.03	4.63	5.22	4.66	3.70	3.03	2.54	2.17	1.72	1.41	1.01	0.77	0.61	0.50						
12	0.06	0.14	0.25	0.47	0.88	1.27	1.65	2.01	2.73	3.42	3.76	4.43	5.09	5.74	5.31	4.22	3.45	2.89	2.47	1.96	1.60	1.15	0.87	0.69	0.57						
13	0.06	0.15	0.28	0.52	0.96	1.39	1.80	2.20	2.97	3.73	4.10	4.83	5.55	6.26	5.99	4.76	3.89	3.26	2.79	2.21	1.81	1.29	0.98	0.78	0.64						
14	0.07	0.16	0.30	0.56	1.04	1.50	1.95	2.38	3.22	4.04	4.44	5.23	6.01	6.78	6.70	5.31	4.35	3.65	3.11	2.47	2.02	1.45	1.10	0.87	0.71						
15	0.07	0.17	0.32	0.60	1.12	1.62	2.10	2.56	3.47	4.35	4.78	5.64	6.47	7.30	7.43	5.89	4.82	4.04	3.45	2.74	2.24	1.60	1.22	0.97	0.79						
16	0.08	0.19	0.35	0.65	1.20	1.74	2.25	2.75	3.72	4.66	5.13	6.04	6.94	7.83	8.18	6.49	5.31	4.45	3.80	3.02	2.47	1.77	1.34	1.07	0.87						
17	0.08	0.20	0.37	0.69	1.29	1.85	2.40	2.93	3.97	4.98	5.48	6.45	7.41	8.36	8.96	7.11	5.82	4.88	4.17	3.31	2.71	1.94	1.47	1.17	0.96						
18	0.09	0.21	0.39	0.73	1.37	1.97	2.55	3.12	4.22	5.30	5.82	6.86	7.88	8.89	9.76	7.75	6.34	5.31	4.54	3.60	2.95	2.11	1.60	1.27	0						
19	0.09	0.22	0.42	0.78	1.45	2.09	2.71	3.31	4.48	5.62	6.17	7.27	8.36	9.42	10.5	8.40	6.88	5.76	4.92	3.91	3.20	2.29	1.74	1.38	0						
20	0.10	0.24	0.44	0.82	1.53	2.21	2.86	3.50	4.73	5.94	6.53	7.69	8.83	9.96	11.1	9.07	7.43	6.22	5.31	4.22	3.45	2.47	1.88	1.49	0						
21	0.11	0.25	0.46	0.87	1.62	2.33	3.02	3.69	4.99	6.26	6.88	8.11	9.31	10.5	11.7	9.76	7.99	6.70	5.72	4.54	3.71	2.66	2.02	1.60	0						
22	0.11	0.26	0.49	0.91	1.70	2.45	3.17	3.88	5.25	6.58	7.23	8.52	9.79	11.0	12.3	10.5	8.57	7.18	6.13	4.87	3.98	2.85	2.17	1.72	0						
23	0.12	0.27	0.51	0.96	1.78	2.57	3.33	4.07	5.51	6.90	7.59	8.94	10.3	11.6	12.9	11.2	9.16	7.68	6.55	5.20	4.26	3.05	2.32	1.84	0						
24	0.13	0.29	0.54	1.00	1.87	2.69	3.48	4.26	5.76	7.23	7.95	9.36	10.8	12.1	13.5	11.9	9.76	8.18	6.99	5.54	4.54	3.25	2.47	1.96	0						
25	0.13	0.30	0.56	1.05	1.95	2.81	3.64	4.45	6.02	7.55	8.30	9.78	11.2	12.7	14.1	12.7	10.4	8.70	7.43	5.89	4.82	3.45	2.63	0							
26	0.14	0.31	0.58	1.09	2.04	2.93	3.80	4.64	6.28	7.88	8.66	10.2	11.7	13.2	14.7	13.5	11.0	9.23	7.88	6.25	5.12	3.66	2.79	0							
28	0.15	0.34	0.63	1.18	2.20	3.18	4.11	5.03	6.81	8.54	9.39	11.1	12.7	14.3	15.9	15.0	12.3	10.3	8.80	6.99	5.72	4.09	3.11	0							
30	0.16	0.37	0.68	1.27	2.38	3.42	4.43	5.42	7.33	9.20	10.1	11.9	13.7	15.4	17.2	16.7	13.6	11.4	9.76	7.75	6.34	4.54	3.45	0							
32	0.17	0.39	0.73	1.36	2.55	3.67	4.75	5.81	7.86	9.86	10.8	12.8	14.7	16.5	18.4	18.4	15.0	12.6	10.8	8.64	6.99	5.00	0								
35	0.19	0.43	0.81	1.50	2.81	4.04	5.24	6.40	8.66	10.9	11.9	14.1	16.2	18.2	20.3	21.0	17.2	14.4	12.3	9.76	7.99	5.72	0								
40	0.22	0.50	0.93	1.74	3.24	4.67	6.05	7.39	10.0	12.5	13.8	16.3	18.7	21.1	23.4	25.7	21.0	17.6	15.0	11.9	9.76	6.99	0								
45	0.25	0.57	1.06	1.97	3.68	5.30	6.87	8.40	11.4	14.2	15.7	18.5	21.2	23.9	26.6	30.5	25.1	21.0	17.9	14.2	11.7	0									

TIPO I

TIPO II

TIPO III

Fuente: se reimprime de *Chains for Power Transmission and Material Handling*, p. 147, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.

TIPO I: Lubricación manual o por goteo

TIPO II: Lubricación por disco o baño

TIPO III: Lubricación por flujo de aceite

El límite de rpm para cada tipo de lubricación se lee a partir de la columna hacia la izquierda de la línea límite que se ilustra.

**Tabla 13-5 Especificaciones de potencia, cadena estándar con rodamientos de un solo tramo, número 60, paso de 3/4"**

No. de dientes en la rueda dentada pequeña	Revoluciones por minuto—rueda dentada pequeña																			
	10	25	50	100	150	200	300	400	500	600	700	800	900	1 000	1 100	1 200	1 400	1 600	1 800	2 000
9	0.15	0.33	0.62	1.16	1.67	2.16	3.12	4.04	4.94	5.82	6.68	7.54	8.38	9.21	9.99	8.77	6.96	5.70	4.77	4.08
10	0.16	0.37	0.70	1.30	1.87	2.43	3.49	4.53	5.53	6.52	7.49	8.44	9.39	10.3	11.2	10.3	8.15	6.67	5.59	4.77
11	0.18	0.41	0.77	1.44	2.07	2.69	3.87	5.02	6.13	7.23	8.30	9.36	10.4	11.4	12.5	11.9	9.41	7.70	6.45	5.51
12	0.20	0.45	0.85	1.58	2.28	2.95	4.25	5.51	6.74	7.94	9.12	10.3	11.4	12.6	13.7	13.5	10.7	8.77	7.35	6.28
13	0.22	0.50	0.92	1.73	2.49	3.22	4.64	6.01	7.34	8.65	9.94	11.2	12.5	13.7	14.9	15.2	12.1	9.89	8.29	7.08
14	0.24	0.54	1.00	1.87	2.69	3.49	5.02	6.51	7.96	9.37	10.8	12.1	13.5	14.8	16.2	17.0	13.5	11.1	9.26	7.91
15	0.25	0.58	1.08	2.01	2.90	3.76	5.41	7.01	8.57	10.1	11.6	13.1	14.5	16.0	17.4	18.8	15.0	12.3	10.3	8.77
16	0.27	0.62	1.16	2.16	3.11	4.03	5.80	7.52	9.19	10.8	12.4	14.0	15.6	17.1	18.7	20.2	16.5	13.5	11.3	9.66
17	0.29	0.66	1.24	2.31	3.32	4.30	6.20	8.03	9.81	11.6	13.3	15.0	16.7	18.3	19.9	21.6	18.1	14.8	12.4	10.6
18	0.31	0.70	1.31	2.45	3.53	4.58	6.59	8.54	10.4	12.3	14.1	15.9	17.7	19.5	21.2	22.9	19.7	16.1	13.5	11.5
19	0.33	0.75	1.39	2.60	3.74	4.85	6.99	9.05	11.1	13.0	15.0	16.9	18.8	20.6	22.5	24.3	21.4	17.5	14.6	12.5
20	0.35	0.79	1.47	2.75	3.96	5.13	7.38	9.57	11.7	13.8	15.8	17.9	19.8	21.8	23.8	25.7	23.1	18.9	15.8	13.5
21	0.36	0.83	1.55	2.90	4.17	5.40	7.78	10.1	12.3	14.5	16.7	18.8	20.9	23.0	25.1	27.1	24.8	20.3	17.0	14.5
22	0.38	0.87	1.63	3.05	4.39	5.68	8.19	10.6	13.0	15.3	17.5	19.8	22.0	24.2	26.4	28.5	26.6	21.8	18.2	15.6
23	0.40	0.92	1.71	3.19	4.60	5.96	8.59	11.1	13.6	16.0	18.4	20.8	23.1	25.4	27.7	29.9	28.4	23.3	19.5	16.7
24	0.42	0.96	1.79	3.35	4.82	6.24	8.99	11.6	14.2	16.8	19.3	21.7	24.2	26.6	29.0	31.3	30.3	24.8	20.8	17.8
25	0.44	1.00	1.87	3.50	5.04	6.52	9.40	12.2	14.9	17.5	20.1	22.7	25.3	27.8	30.3	32.7	32.2	26.4	22.1	18.9
26	0.46	1.05	1.95	3.65	5.25	6.81	9.80	12.7	15.5	18.3	21.0	23.7	26.4	29.0	31.6	34.1	34.2	28.0	23.4	20.0
28	0.50	1.13	2.12	3.95	5.69	7.37	10.6	13.8	16.8	19.8	22.8	25.7	28.5	31.4	34.2	37.0	38.2	31.3	26.2	22.4
30	0.54	1.22	2.28	4.26	6.13	7.94	11.4	14.8	18.1	21.4	24.5	27.7	30.8	33.8	36.8	39.8	42.4	34.7	29.1	24.8
32	0.57	1.31	2.45	4.56	6.57	8.52	12.3	15.9	19.4	22.9	26.3	29.7	33.0	36.3	39.5	42.7	46.7	38.2	32.0	27.3
35	0.63	1.44	2.69	5.03	7.24	9.38	13.5	17.5	21.4	25.2	29.0	32.7	36.3	39.9	43.5	47.1	53.4	43.7	36.6	31.3
40	0.73	1.67	3.11	5.81	8.37	10.8	15.6	20.2	24.7	29.1	33.5	37.7	42.0	46.1	50.3	54.4	62.5	53.4	44.7	38.2
45	0.83	1.89	3.53	6.60	9.50	12.3	17.7	23.0	28.1	33.1	38.0	42.0	47.7	52.4	57.1	61.7	70.9	63.7	53.4	45.6

TIPO I

TIPO II

TIPO III

Fuente: se reimprime de *Chains for Power Transmission and Material Handling, p. 149*, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.

TIPO I: Lubricación manual o por goteo

TIPO II: Lubricación por disco o baño

TIPO III: lubricación por flujo de aceite

El límite de rpm para cada tipo de lubricación se lee a partir de la columna hacia la izquierda de la línea límite que se ilustra.

**Tabla 13-6 Especificaciones de potencia, cadena estándar con rodamientos de un solo tramo, número 60, paso de 3/4"**

No. de dientes en la rueda dentada pequeña	Revoluciones por minuto—rueda dentada pequeña																			
	10	25	50	100	150	200	300	400	500	600	700	800	900	1 000	1 100	1 200	1 400	1 600	1 800	2 000
9	0.34	0.78	1.45	2.71	3.90	5.05	7.28	9.43	11.5	13.6	15.6	17.6	17.0	14.5	12.6	11.0	8.76	7.17	6.01	5.13
10	0.38	0.87	1.63	3.03	4.37	5.66	8.16	10.6	12.9	15.2	17.5	19.7	19.9	17.0	14.7	12.9	10.3	8.40	7.04	6.01
11	0.42	0.97	1.80	3.36	4.84	6.28	9.04	11.7	14.3	16.9	19.4	21.9	23.0	19.6	17.0	14.9	11.8	9.69	8.12	6.93
12	0.47	1.06	1.98	3.69	5.32	6.89	9.93	12.9	15.7	18.5	21.3	24.0	26.2	22.3	19.4	17.0	13.5	11.0	9.25	7.90
13	0.51	1.16	2.16	4.03	5.80	7.52	10.8	14.0	17.1	20.2	23.2	26.2	29.1	25.2	21.8	19.2	15.2	12.5	10.4	8.91
14	0.55	1.25	2.34	4.36	6.29	8.14	11.7	15.2	18.6	21.9	25.1	28.4	31.5	28.2	24.4	21.4	17.0	13.9	11.7	9.96
15	0.59	1.35	2.52	4.70	6.77	8.77	12.6	16.4	20.0	23.6	27.1	30.6	34.0	31.2	27.1	23.8	18.9	15.4	12.9	11.0
16	0.63	1.45	2.70	5.04	7.26	9.41	13.5	17.6	21.5	25.3	29.0	32.8	36.4	34.4	29.8	26.2	20.8	17.0	14.2	12.2
17	0.68	1.55	2.88	5.38	7.75	10.0	14.5	18.7	22.9	27.0	31.0	35.0	38.9	37.7	32.7	28.7	22.7	18.6	15.6	13.3
18	0.72	1.64	3.07	5.72	8.25	10.7	15.4	19.9	24.4	28.7	33.0	37.2	41.4	41.1	35.6	31.2	24.8	20.3	17.0	14.5
19	0.76	1.74	3.25	6.07	8.74	11.3	16.3	21.1	25.8	30.4	35.0	39.4	43.8	44.5	38.6	33.9	26.9	22.0	18.4	15.7
20	0.81	1.84	3.44	6.41	9.24	12.0	17.2	22.3	27.3	32.2	37.0	41.7	46.3	48.1	41.7	36.6	29.0	23.8	19.9	17.0
21	0.85	1.94	3.62	6.76	9.74	12.6	18.2	23.5	28.8	33.9	39.0	43.9	48.9	51.7	44.8	39.4	31.2	25.6	21.4	18.3
22	0.90	2.04	3.81	7.11	10.2	13.3	19.1	24.8	30.3	35.7	41.0	46.2	51.4	55.5	48.1	42.2	33.5	27.4	23.0	19.6
23	0.94	2.14	4.00	7.46	10.7	13.9	20.1	26.0	31.8	37.4	43.0	48.5	53.9	59.3	51.4	45.1	35.8	29.3	24.6	21.0
24	0.98	2.24	4.19	7.81	11.3	14.6	21.0	27.2	33.2	39.2	45.0	50.8	56.4	62.0	54.8	48.1	38.2	31.2	26.2	22.3
25	1.03	2.34	4.37	8.16	11.8	15.2	21.9	28.4	34.7	40.9	47.0	53.0	59.0	64.8	58.2	51.1	40.6	33.2	27.8	23.8
26	1.07	2.45	4.56	8.52	12.3	15.9	22.9	29.7	36.2	42.7	49.1	55.3	61.5	67.6	61.8	54.2	43.0	35.2	29.5	25.2
28	1.16	2.65	4.94	9.23	13.3	17.2	24.8	32.1	39.3	46.3	53.2	59.9	66.7	73.3	69.0	60.6	48.1	39.4	33.0	28.2
30	1.25	2.85	5.33	9.94	14.3	18.5	26.7	34.6	42.3	49.9	57.3	64.6	71.8	78.9	76.6	67.2	53.3	43.6	36.6	31.2
32	1.34	3.06	5.71	10.7	15.3	19.9	28.6	37.1	45.4	53.5	61.4	69.2	77.0	84.6	84.3	74.0	58.7	48.1	40.3	34.4
35	1.48	3.37	6.29	11.7	16.9	21.9	31.6	40.9	50.0	58.9	67.6	76.3	84.8	93.3	96.5	84.7	67.2	55.0	46.1	39.4
40	1.71	3.89	7.27	13.6	19.5	25.3	36.4	47.2	57.7	68.0	78.1	88.1	98.0	108	117	103	82.1	67.2	56.3	48.1
45	1.94	4.42	8.25	15.4	22.2	28.7	41.4	53.6	65.6	77.2	88.7	100	111	122	133	123	98.0	80.2	67.2	54.1

TIPO I

TIPO II

TIPO III

Fuente: se reimprime de *Chains for Power Transmission and Material Handling*, p. 149, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.

TIPO I: Lubricación manual o por goteo

TIPO II: Lubricación por disco o baño

TIPO III: Lubricación por flujo de aceite

El límite de rpm para cada tipo de lubricación se lee a partir de la columna hacia la izquierda de la línea límite que se ilustra.

Tabla 13-7 Factores de servicio para impulsores de cadena

Tipo de carga	Tipo de impulsor		
	Impulsor hidráulico	Motor eléctrico o turbina	Motor de combustión integral con impulsor mecánico
Ligera (agitadores, ventiladores, transportadores que se someten a la acción uniforme de cargas ligeras)	1.0	1.0	1.2
Choque moderado (herramientas mecánicas, grúas, transportadores pesados, mezcladoras y molidoras de alimentos)	1.2	1.3	1.4
Choque pesado (prensas de punzón, molinos de martillo, transportadores recíprocos, impulsor de molino giratorio)	1.4	1.5	1.7

### Parámetros de diseño para impulsores de cadena

Las siguientes son recomendaciones generales para diseñar impulsores de cadena

1. El número mínimo de dientes en una rueda dentada debe ser 17 a menos que el impulsor esté trabajando a una velocidad muy baja, menor de 100 hp.
2. La relación de velocidad máxima debe ser 7.0 aunque son factibles relaciones más altas. Se pueden utilizar dos o más fases de reducción para obtener relaciones más altas.
3. La distancia central entre los ejes de la rueda dentada debe ser de entre 30 y 50 pasos aproximadamente (30 a 50 veces el paso de la cadena).
4. El arco de contacto de la cadena en la rueda dentada más pequeña no debe ser menor de 120°.
5. En condiciones normales, la rueda dentada más grande no debe tener menos de 120 dientes.
6. La disposición más favorecida para un impulsor de cadena es con la línea central de las ruedas dentadas horizontal y con el lado tensado en la parte superior.
7. La longitud de la cadena debe ser un múltiplo completo del paso, y se recomienda un número par de pasos. La distancia central debe hacerse ajustable para adaptar la longitud de la cadena y compensar tolerancias y desgaste. Un juego excesivo en el lado flojo debe evitarse, sobre todo en impulsores no horizontales. Una relación conveniente entre la distancia central ( $C$ ), la longitud de la cadena ( $L$ ), número de dientes en la rueda dentada



pequeña ( $N_1$ ) y número de dientes en la rueda dentada grande ( $N_2$ ), expresada en pasos, es

$$L = 2C + \frac{N_2 + N_1}{2} + \frac{(N_2 - N_1)^2}{4\pi^2 C} \quad (13-9)$$

La distancia central teóricamente exacta para una longitud particular de cadena, de nuevo en pasos, es

$$C = \frac{1}{4} \left[ L - \frac{N_2 + N_1}{2} + \sqrt{\left[ L - \frac{N_2 + N_1}{2} \right]^2 - \frac{8(N_2 - N_1)^2}{4\pi^2}} \right] \quad (13-10)$$

La distancia central teórica no supone juego ni en el lado tensado ni en el lado flojo de la cadena y por consiguiente es un *máximo*. Se deben prever tolerancias o ajustes negativos.

8. El diámetro de paso de una que está rueda dentada con  $N$  dientes para una cadena con un paso  $p$  es

$$D = \frac{p}{\sin(180^\circ/N)} \quad (13-11)$$

9. El diámetro mínimo de rueda dentada y por tanto el número mínimo de dientes en una rueda dentada está, con frecuencia, limitado por el tamaño de la flecha en la que se monta. Verifique el catálogo de ruedas dentadas.

## Lubricación

Los fabricantes de cadenas recomiendan tres métodos distintos para aplicar lubricación, dependiendo de la velocidad lineal de la cadena. Un suministro constante de aceite limpio es fundamental para una operación suave y una vida útil satisfactoria del impulsor de cadena. Si bien pueden existir diferencias mínimas entre fabricantes, los siguientes son los parámetros generales que corresponden a límites de velocidad. Véase la figura 13-20 para ejemplos de estos métodos.

**Tipo I (170 a 650 pies/minuto).** Lubricación manual o por goteo. Para lubricación manual el aceite se aplica con una brocha o un pitón surtidor, de preferencia cuando menos cada 8 horas de operación. Para alimentación por goteo de la lubricación, el aceite es alimentado directamente hacia las placas de los eslabones de cada tramo de cadena.

**Tipo II (650 a 1,500 pies/minuto).** Lubricación por baño o disco: la cubierta de la cadena proporciona un colector de aceite en el que la cadena se sumerge en forma constante. Como alternativa, un disco o eslinga puede conectarse a uno de los ejes para levantar aceite hacia un conducto arriba del tramo inferior de la cadena. Después la cadena transporta una corriente de aceite hacia la cadena, por consecuencia, la propia cadena no necesita sumergirse en el aceite.

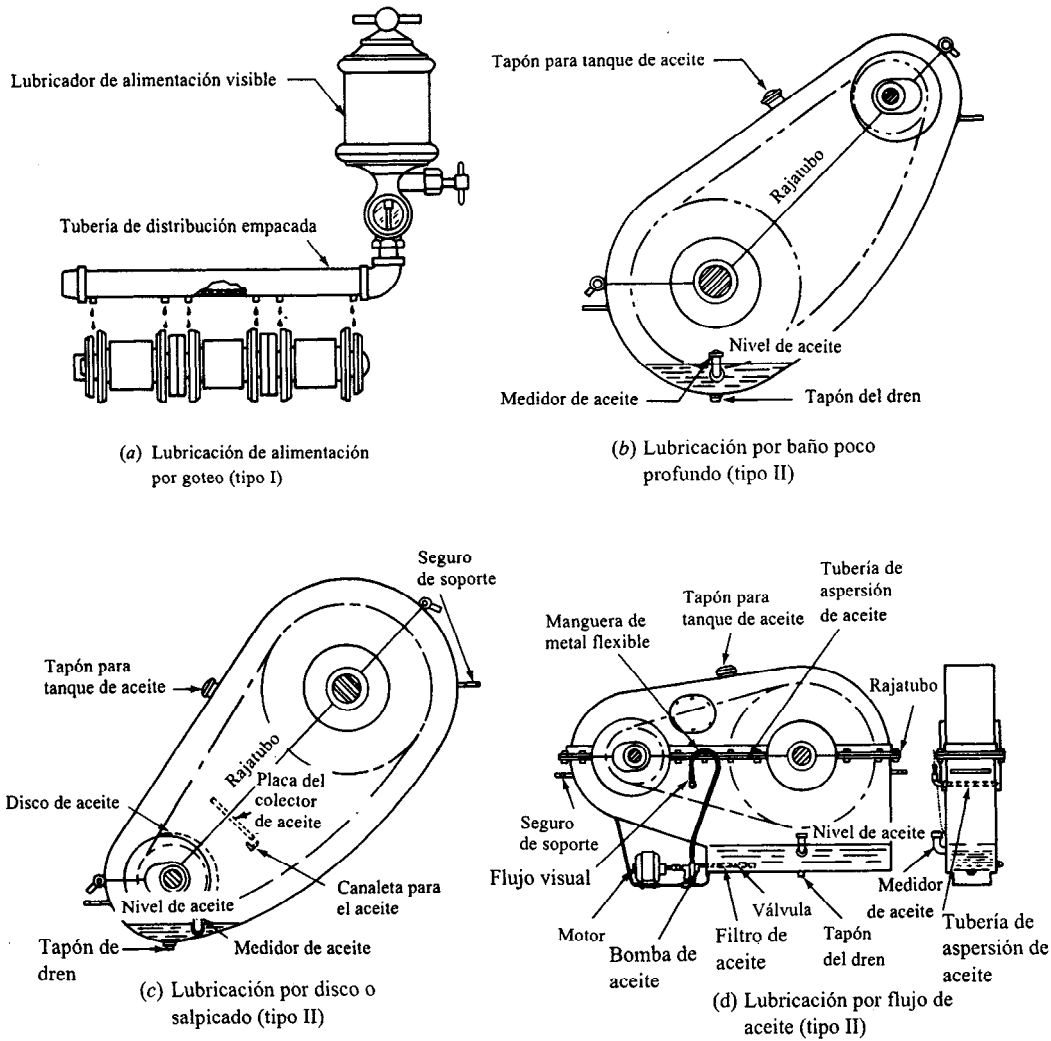


Figura 13-20 Métodos de lubricación (American Chain Association, Washington, D.C.)

**Tipo III (por arriba de 1,500 pies/minuto).** Lubricación por flujo de aceite. Una bomba de aceite alimenta un flujo continuo de aceite en la parte inferior de la cadena.

El problema ilustrativo 13-2 presenta un diseño de un impulsor de cadena.

**Problema ilustrativo 13-2.** Diseñe un impulsor de cadena para un transportador que se carga en forma uniforme que será impulsado por un motor a gasolina mediante un impulsor mecánico.

La velocidad de entrada será 900 rpm y la velocidad de salida que se desea es entre 230 y 240 rpm. El transportador necesita 15.0 hp.

**Solución.**

1. Especifique un factor de servicio y calcule la potencia de diseño. A partir de la tabla 13-7, para un choque moderado y un impulsor de motor a gasolina mediante un impulsor mecánico,  $SF = 1.4$ . Puede utilizarse un valor menor debido a la carga uniforme.

$$\text{Potencia de diseño} = 1.4(15.0) = 21.0 \text{ hp}$$

2. Calcule la relación que se desea. Utilizando la parte media del rango requerido de velocidades de salida,

$$\text{Relación} = (900 \text{ rpm})/(235 \text{ rpm}) = 3.83$$

3. Consulte las tablas correspondientes a capacidad de potencia (tablas 13-4, 13-5 y 13-6) y seleccione el paso de la cadena. Para un solo tramo, la cadena número 60 con  $p = 3/4"$  parece ser la más adecuada. Una rueda dentada de 21 dientes se especifica a 20 hp a 900 rpm. A esta velocidad, se necesita lubricación tipo II, de baño de aceite.
4. Calcule el número de dientes que se requieren en la rueda dentada grande:

$$N_2 = N_1 \times \text{relación} = 21(3.83) = 80.43$$

Utilice el número entero: 80 dientes

5. Calcule la velocidad real de salida que se espera:

$$n_2 = n_1(N_1/N_2) = 900 \text{ rpm}(21/80) = 236 \text{ rpm} \quad (\text{OK!})$$

6. Calcule los diámetros de paso de las ruedas dentadas:

$$D_1 = p/\text{sen}(180^\circ/N_1) = 0.75/\text{sen}(180^\circ/21) = 5.032"$$

$$D_2 = p/\text{sen}(180^\circ/N_2) = 0.75/\text{sen}(180^\circ/80) = 19.103"$$

7. Especifique la distancia central nominal. Utilice la parte media del rango que se sugiere, 40 pasos.
8. Calcule la longitud de cadena que se necesita en pasos, a partir de la ecuación (13-9).

$$L = 2C + \frac{N_2 + N_1}{2} + \frac{(N_2 - N_1)^2}{4\pi^2 C} \quad (13-9)$$

$$L = 2(40) + \frac{80 + 21}{2} + \frac{(80 - 21)^2}{4\pi^2(40)} = 132.7 \text{ pasos}$$

9. Especifique un número entero de pasos para la longitud de la cadena y calcule la distancia central teórica real. Utilice 132 pasos, un número real. Así, a partir de la ecuación (13-10).

$$C = \frac{1}{4} \left[ L - \frac{N_2 + N_1}{2} + \sqrt{\left[ L - \frac{N_2 + N_1}{2} \right]^2 - \frac{8(N_2 - N_1)^2}{4\pi^2}} \right] \quad (13-10)$$

$$C = \frac{1}{4} \left[ 132 - \frac{80 + 21}{2} + \sqrt{\left[ 132 - \frac{80 + 21}{2} \right]^2 - \frac{8(80 - 21)^2}{4\pi^2}} \right]$$

$$C = 39.638 \text{ pasos} = 39.638(0.75") = 29.73"$$

10. Resuma el diseño. La figura 13-21 muestra un boceto a escala del diseño.

Paso: cadena número 60, paso de 3/4"

Longitud: 132 pasos = 132(0.75) = 99.0"

Distancia central:  $C = 29.73"$  (máximo)

Ruedas dentadas: tramo único, número 60, paso de 3/4"

Pequeña: 21 dientes,  $D = 5.033"$

Grande: 80 dientes,  $D = 19.103"$

Se requiere lubricación tipo II. La rueda dentada grande puede sumergirse en un baño de aceite.

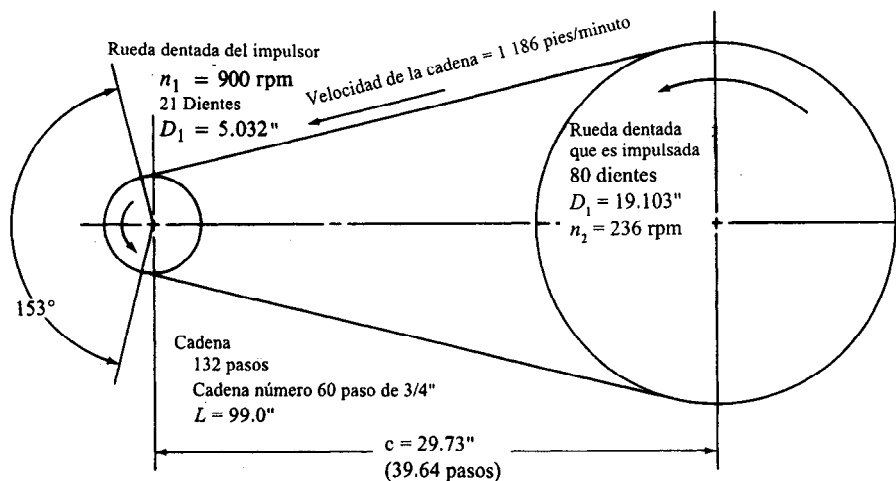


Figura 13-21 Boceto a escala de un impulsor de cadena para el ejemplo ilustrativo 13-2

**Problema ilustrativo 13-3.** Haga un diseño alternativo para las condiciones del ejemplo ilustrativo 13-2 para fabricar un impulsor más pequeño.

**Solución.** Para permitir un impulsor más pequeño, es deseable un paso más pequeño. Para manejar la misma potencia de diseño (21.0 hp) a la misma velocidad (900 rpm), con una cadena más pequeña, considere un diseño de tramos múltiples.

Haga la prueba con una cadena de cuatro tramos para la cual el factor de capacidad de potencia es 3.3. Por tanto, la potencia que se necesita por tramo es

$$P = 21.0/3.3 = 6.36 \text{ hp}$$

A partir de la tabla 13-4, encontramos que una cadena número 40 (paso de 1/2") con una rueda dentada de 22 dientes resulta satisfactoria. Puede utilizarse lubricación tipo II, de baño de aceite.

Rueda dentada grande que se requiere:

$$N_2 = N_1 \times \text{relación} = 22(3.83) = 84.26$$

Utilice  $N_2 = 84$  dientes

Diámetros de las ruedas dentadas:

$$D_1 = p/\sin(180^\circ/22) = 3.513"$$

$$D_2 = p/\sin(180^\circ/84) = 13.372"$$

Distancia central: haga la prueba con el mínimo que se sugiere:  $C = 30$  pasos.

$$30(0.50") = 15.0"$$

Longitud de la cadena

$$L = 2(30) + \frac{84 + 22}{2} + \frac{(84 - 22)^2}{4\pi^2(30)} = 116.3 \text{ pasos}$$

Especifique la longitud en números enteros,  $L = 116$  pasos =  $116(0.50) = 58"$ . Distancia central real:

$$C = \frac{1}{4} \left[ 116 - \frac{84 + 22}{2} + \sqrt{\left[ 116 - \frac{84 + 22}{2} \right]^2 - \frac{8(84 - 22)^2}{4\pi^2}} \right]$$

$$C = 29.87 \text{ pasos} = 29.87(0.50) = 14.94"$$

## Resumen

La figura 13-22 muestra el nuevo diseño a la misma escala que el primer diseño. La reducción de espacio es significativa.

Cadena: número 40, paso de 1/2", cuatro tramos, 116 pasos

Ruedas dentadas: número 40 (cuatro tramos), paso de 1/2"

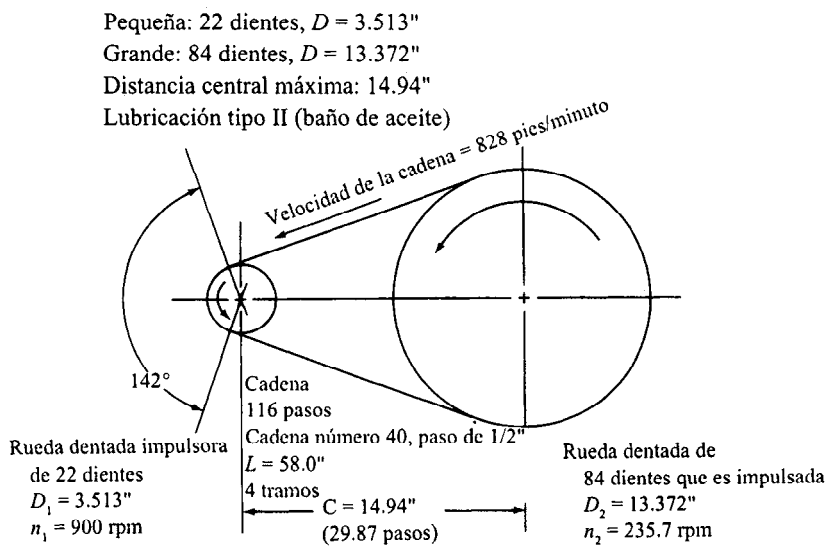


Figura 13-22 Boceto a escala de un impulsor de cadena para el problema ilustrativo 13-3

## BIBLIOGRAFIA

1. American Chain Association. *Chains for Power Transmission and Material Handling*. Nueva York: Marcel Dekker, 1982.
2. Dayco Corporation. *Dayco Engineering Guide for V-Belt Drives*. Dayton, Ohio: Rubber Products Company, 1981.
3. Dayco Corporation. *Engineering Handbook of Automotive V-Belt Drives*. Melrose Park, Ill.: Automotive O. E. M. Division.
4. Emerson Electric Company. *Power Transmission Equipment Catalog No. 9*. Maysville Ky.: Browning Manufacturing Division, 1980.
5. The Gates Rubber Company. *V-Belt Drive Design Manual*, Denver, Colo.: The Gates Rubber Company.
6. Motherway, J. E. "Designing V-Belt Drives With a Microcomputer". *Computers in Mechanical Engineering*, Vol. 2, No. 1 (julio de 1983).
7. Reliance Electric Company. *V-Belt Drives Bulletin 30E*. Mishawaka, Ind.: Dodge Division.
8. Rexnord, Incorporated. *Catalog of Power Transmission and Conveying Components*. Milwaukee, Wis.: Rexnord, Inc.
9. Rubber Manufacturers Association. *V-Belt Drives with Twist and Non-Alignment Including Quarter Turn*. Power Transmission Belt Technical Information Bulletin No. 10. Washington D.C.: Rubber Manufacturers Association.
10. Society of Automotive Engineers. *SAE Standard J636c-V-Belts and Pulleys*, Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers
11. Society of Automotive Engineers. *SAE Standard J637b-Automotive V-Belt Drives*. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers, 1990.
12. Society of Automotive Engineers. *SAE Standard J1278-SI (Metric) Synchronous Belts and Pulleys*. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers, 1990.
13. Society of Automotive Engineers. *SAE Standard J1313-SI-Automotive Synchronous Belt Drives*. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers, 1990.

14. Society of Automotive Engineers *SAE Standard J1459 V-Ribbed Belts and Pulleys*. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineering, 1990.
15. T. B. Wood's Sons Company. *V-Belt Drive Manual*. Chambersburg, Pa.: T. B. Wood's Sons Company, 1990.

## PROBLEMAS

### Impulsores de banda en V

1. Especifique la longitud de la banda 3V (a partir de la tabla 13-2) que se usará con dos poleas acanaladas cuyos diámetros de paso son de 5.25" y 13.95" con una distancia central no mayor de 24.0".
  2. Para la banda estándar que se especifica en el problema 1, calcule la distancia central real que resultará.
  3. Para la banda estándar que se especifica en el problema 1, calcule el ángulo de la envolvente en ambas poleas acanaladas.
  4. Especifique la longitud de la banda estándar 5V (a partir de la tabla 13-2) que se utilizará con dos poleas cuyos diámetros de paso son de 8.4" y 27.7" con una distancia central no menor de 60.0".
  5. Para la banda estándar que se especifica en el problema 4, calcule la distancia central real que resultará.
  6. Para la banda estándar que se especifica en el problema 4, calcule el ángulo de la envolvente en ambas poleas acanaladas.
  7. Especifique la longitud de la banda estándar 8V (a partir de la tabla 13-2) que se utilizará con dos poleas acanaladas cuyos diámetros de paso son de 13.8" y 94.8" con una distancia central no menor de 144".
  8. Para la banda estándar que se especifica en el problema 7, calcule la distancia central real que resultará.
  9. Para la banda estándar que se especifica en el problema 7, calcule el ángulo de la envolvente en ambas poleas acanaladas.
  10. Si la polea acanalada pequeña del problema 1 gira a 1,750 rpm, calcule la velocidad lineal de la banda.
  11. Si la polea acanalada pequeña del problema 4 gira a 1,160 rpm, calcule la velocidad lineal de la banda.
  12. Si la polea acanalada pequeña del problema 7 gira a 870 rpm, calcule la velocidad lineal de la banda.
  13. Para el impulsor de banda de los problemas 1 y 10, calcule la potencia especificada, tomando en cuenta correcciones correspondientes a relación de velocidad, longitud de la banda y ángulo de la envolvente.
  14. Para el impulsor de banda de los problemas 4 y 11, calcule la potencia especificada, tomando en cuenta correcciones correspondientes a relación de velocidad, longitud de la banda y ángulo de la envolvente.
  15. Para el impulsor de banda de los problemas 7 y 12, calcule la potencia especificada, tomando en cuenta correcciones correspondientes a relación de velocidad, longitud de la banda y ángulo de la envolvente.
  16. Describa la sección transversal de una banda 15N estándar. ¿A qué tamaño de banda, en pulgadas, se aproximará más?
- Para los problemas del 18 al 22, diseñe un impulsor de banda en V. Especifique el tamaño de la banda, los tamaños de las poleas acanaladas, el número de bandas, velocidad real de salida y distancia central.

Número de problema	Tipo de impulsor	Máquina que es impulsada	Servicio (horas/día)	Velocidad de entrada (rpm)	Potencia de entrada (hp)	Velocidad nominal de salida (rpm)
18.	Motor de CA (HT)	Molino de martillo	8	870	25	310
19.	Motor de CA (NT)	Ventilador	22	1 750	5	725
20.	Motor de 6 cilindros	Transportador, pesado	16	1 500	40	550
21.	Motor de CD (compuesto)	Máquina fresadora	16	1 250	20	695
22.	Motor de CA (HT)	Trituradora de roca	8	870	100	625

Nota: NT indica un motor eléctrico de torque normal. HT indica un motor eléctrico de torque alto.

### Cadena de rodamientos

23. Describa una cadena de rodamientos estándar número 140.
  24. Describa una cadena de rodamientos estándar número 60.
  25. Especifique una cadena estándar adecuada para que ejerza una fuerza que jale de 1,250 lb.
  26. Una cadena de rodamientos se utiliza en un montacargas hidráulico para elevar las uñas. Si dos tramos soportan la carga por igual, ¿qué tamaño especificaría para una carga de diseño de 5,000 lbs?
  27. Enumere tres modos de falla comunes en cadenas de rodamientos.
  28. Calcule la especificación de potencia de una cadena número 60, de un solo tramo, que opera en una rueda dentada de 20 dientes a 750 rpm. Describa el método de lubricación que se prefiere. La cadena conecta un impulsor hidráulico con una moledora de carne.
  29. Para los datos del problema 28, ¿cuál será la especificación para tres tramos?
  30. Calcule la especificación de potencia de una cadena número 40, de un sólo tramo, que opera en una rueda dentada de 12 dientes a 860 rpm. Describa el método de lubricación que se prefiere. La rueda dentada se utiliza en la flecha de un motor eléctrico. La salida va a un transportador de carbón.
  31. Para los datos del problema 30, ¿cuál será la especificación para cuatro tramos?
  32. Calcule la especificación de potencia de una cadena número 80, de un sólo tramo, que opera en una rueda dentada de 32 dientes a 1,160 rpm. Describa el método de lubricación que se prefiere. La entrada es un motor de combustión interna y la salida va a un agitador de fluidos.
  33. Para los datos del problema 32, ¿cuál será la especificación para dos tramos?
  34. Especifique la longitud que se necesita en una cadena número 60 para montarla en ruedas dentadas que tienen 15 y 50 dientes con una distancia central no mayor de 36".
  35. Para la cadena que se especifica en el problema 34, calcule la distancia central teórica exacta.
  36. Especifique la longitud que se requiere en una cadena número 40 para montarla en ruedas dentadas que tienen 11 y 45 dientes con una distancia central no mayor de 24".
  37. Para la cadena que se especifica en el problema 36, calcule la distancia central teórica exacta.
- Para los problemas del 38 al 42, diseñe un impulsor de cadena de rodamientos. Especifique el tamaño de la cadena, tamaños y número de dientes en las ruedas dentadas, número de pasos de cadena y distancia central.

Número de problema	Tipo de impulsor	Máquina que es impulsada	Velocidad de entrada (rpm)	Potencia de entrada (hp)	Velocidad nominal de salida (rpm)
38.	Motor de CA	Molino de martillo	310	25	160
39.	Motor de CA	Agitador	750	5	325
40.	Motor de 6 cilindros	Transportador, pesado	500	40	250
41.	Turbina a vapor	Bomba centrífuga	2 200	20	775
42.	Impulsor hidráulico	Trituradora de roca	625	100	225



---

# 14 Cojinetes de superficie plana

---

- 14-1 Objetivos de este capítulo
  - 14-2 La actividad de diseñar cojinetes
  - 14-3 Parámetro de cojinetes,  $\mu n/p$
  - 14-4 Materiales para cojinetes
  - 14-5 Diseño de cojinetes lubricados en el límite
  - 14-6 Cojinetes hidrodinámicos de película completa
  - 14-7 Diseño de cojinetes de película completa lubricados en forma hidrodinámica
  - 14-8 Consideraciones prácticas para cojinetes de superficie plana
  - 14-9 Cojinetes hidrostáticos
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

La empresa para la que usted trabaja está diseñando un sistema de transportador para transportar productos en un sistema para enviar embarques y recibirlos de un fabricante importante. El diseño ha avanzado hasta el punto en el que se ha decidido utilizar un transportador de banda flexible impulsado por poleas planas que se instalan en cualquiera de sus extremos. Las flechas o ejes que soportan a las poleas tienen que apoyarse sobre cojinetes en los armazones laterales del transportador. La función del lector consiste en diseñar los cojinetes.

En primer lugar debe decidir qué tipo de cojinete utilizar; cojinetes de superficie plana o chumaceras

como se analiza en este capítulo, o bien, cojinetes giratorios de contacto que se estudian en el capítulo 15. Para los cojinetes de superficie plana debe decidir si es posible lograr una lubricación de película completa con sus consecuentes ventajas de baja fricción y vida útil prolongada. O bien, ¿acaso la flecha operará sobre el cojinete con lubricación en el límite. ¿De qué material se fabricarán el cojinete y la chumacera? ¿Qué dimensiones se especificarán para todos los componentes? ¿Cuál lubricante hay que utilizar? Estas y otras preguntas se analizan en este capítulo.

■ ■ ■

### 14-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Se llama *superficie plana* al tipo de cojinete en el que dos superficies se mueven en forma relativa una respecto a la otra sin el beneficio del contacto giratorio, presentándose contacto por deslizamiento. La forma real de las superficies puede ser cualquiera que permita el movimiento relativo; las más comunes son las superficies planas y los cilindros concéntricos.

El nombre *chumacera* se utiliza a veces para cojinetes de superficie plana. Esto se deriva de la terminología de los componentes del sistema de cojinetes completo. En el caso de un cojinete en un eje que rota, la parte de la flecha que gira donde se encuentra el cojinete recibe el nombre de *muñón*. La parte fija que soporta la carga es el *cojinete*. La figura 14-1 muestra la geometría básica de una chumacera.

Un sistema de cojinete específico puede operar con cualquiera de los siguientes tres tipos de lubricación.

*Lubricación en el límite:* existe contacto real entre las superficies sólidas de las partes movable y fija del sistema de cojinetes, si bien hay una película de lubricante.

*Lubricación por película mixta:* una zona de transición entre lubricación en el límite y lubricación por película completa.

*Lubricación por película completa:* las partes movable y fija del sistema de cojinetes está separada por una película completa de lubricante que soporta la carga. El término lubricación hidrodinámica se suele utilizar para describir este tipo.

Estos tres tipos de lubricación pueden encontrarse en un cojinete sin presurización externa de éste. Si al cojinete se le abastece de lubricante presurizado, se le denomina *cojinete hidrostático*, que se estudia por separado. No es recomendable correr superficies secas juntas a menos que exista lubricidad inherentemente satisfactoria entre los materiales que se enlazan. Algunos plásticos se utilizan secos como se examina en las secciones 14-4 y 14-5.

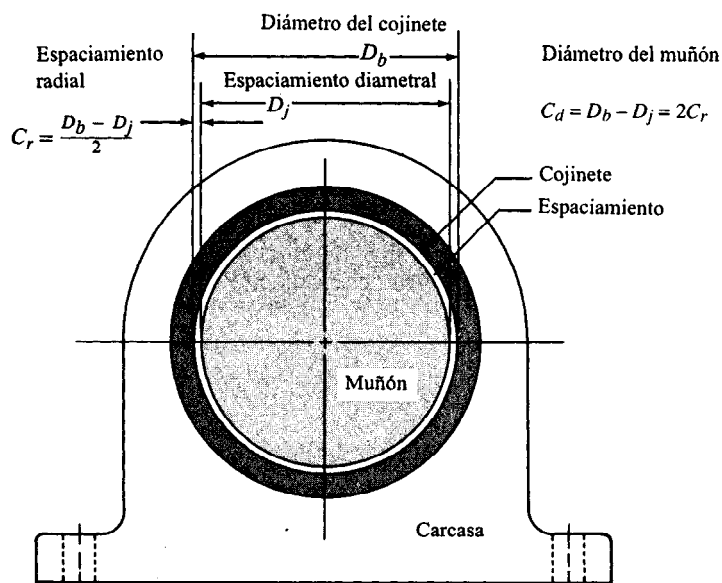


Figura 14-1 Geometría de cojinete

### Objetivos específicos

Una vez que concluya este capítulo el lector será capaz de:

1. Describir los tres modos en que opera un cojinete de superficie plana; lubricación en el límite, película mixta y lubricación hidrodinámica de película completa, además de ponderar las condiciones bajo las cuales suele presentarse cada una.
2. Analizar el significado del parámetro  $\mu n/p$  para cojinetes.
3. Enumerar las decisiones que debe tomar una persona responsable de diseñar cojinetes para definir en su totalidad un sistema de cojinetes de superficie plana.
4. Mencionar los materiales que se utilizan con más frecuencia para fabricar chumaceras y cojinetes así como describir sus propiedades importantes.
5. Definir el factor  $pV$  y utilizarlo en el diseño de cojinetes lubricados en el límite.
6. Describir el funcionamiento de cojinetes lubricados en forma hidrodinámica mediante película completa.
7. Terminar el diseño de cojinetes de película completa definiendo el tamaño del muñón y del cojinete, el espaciamiento diametral, la longitud del cojinete, el espesor mínimo de la película, el acabado de la superficie, el lubricante y el rendimiento resultante de la fricción en el sistema de cojinetes.
8. Describir un sistema hidrostático de cojinetes y concluir el diseño básico.

## 14-2 LA ACTIVIDAD DE DISEÑAR COJINETES

El diseño de cojinetes implica tantas decisiones de diseño que es imposible desarrollar un procedimiento que dé origen al mejor de los diseños. Por consiguiente se pueden proponer varios diseños factibles y el responsable del diseño debe aplicar su criterio, con base en sus conocimientos de las aplicaciones y en los principios del funcionamiento de los cojinetes, para determinar el diseño final. La lista que se presenta enseguida identifica la información que se requiere para diseñar un sistema de cojinetes y los tipos de decisiones que deben tomarse [14]. En este análisis, suponemos que el cojinete que soporta un eje o flecha giratorio tendrá forma cilíndrica. Para superficies en las que existe deslizamiento lineal o alguna otra geometría se puede elaborar una lista modificada.

### Requisitos de los cojinetes

- Magnitud, sentido y grado de variación de la carga radial.
- Si existe, magnitud y sentido de la carga de empuje.
- Velocidad de giro del muñón (flecha o eje).
- Frecuencia con que arranca y se detiene y duración de los periodos de reposo.
- Magnitud de la carga cuando se detienen y durante el encendido o arranque.
- Expectativa de vida útil del sistema de cojinetes.
- Entorno en el cual funcionará el cojinete.
- Decisiones de diseño

### Materiales para fabricar el muñón y el cojinete

- Diámetros, incluyendo tolerancias, del muñón y del cojinete.
- Valor nominal y rango de espaciado del muñón en el cojinete.
- Acabado superficial para el muñón y el cojinete.
- Longitud del cojinete.
- Método para fabricar el sistema de cojinetes.
- Tipo de lubricante que se empleará y los medios para abastecerlo.
- Temperatura de operación del sistema de cojinetes y del lubricante.
- Método para mantener limpio el lubricante y su temperatura.

### Análisis necesarios

- Tipo de lubricación: en el límite, de película mixta o de película completa.
- Coefficiente de fricción
- Pérdida de potencia de fricción
- Espesor mínimo de la película.

Expansión térmica.

Disipación de calor y medios para obtenerla.

Rigidez de la flecha o eje y su pendiente en el cojinete.

### 14-3 PARAMETRO DE COJINETES, $\mu n/p$

El rendimiento de un cojinete difiere en forma drástica, en función de qué tipo de lubricación se lleva a cabo. Existe un decremento considerable en el coeficiente de fricción cuando la operación cambia de lubricación en el límite a lubricación por película completa. El desgaste disminuye asimismo con la lubricación por película completa. Por tanto es pertinente que se comprendan las condiciones bajo las que se origina uno u otro tipo de lubricación.

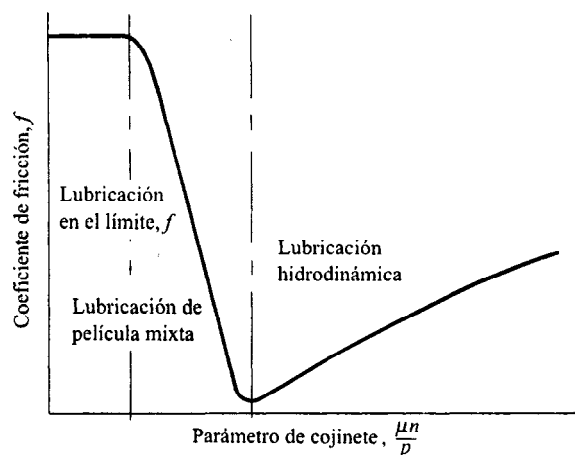
Generar una lubricación por película completa, la más recomendable de los tipos de lubricación, se prefiere cuando existen cargas ligeras, velocidad relativa alta entre las partes móviles y fijas y lubricantes de alta viscosidad que se abastecen en forma copiosa hacia los cojinetes. Para una chumacera giratoria, el efecto de estos tres factores combinados, en lo que corresponde a fricción en el cojinete, puede evaluarse mediante el cálculo de *parámetro de cojinete*,  $\mu n/p$ . La viscosidad del lubricante se indica con  $\mu$ , la velocidad de giro por medio de  $n$  y la carga en el cojinete mediante la presión  $p$ . La presión se calcula dividiendo la carga radial que se aplica en el cojinete entre el *área proyectada* del mismo: es decir el producto de multiplicar la longitud por el diámetro.

Si bien no se utilizará para actividades de diseño o análisis, pedagógicamente resulta útil observar que el parámetro de cojinete,  $\mu n/p$ , es adimensional cuando cada término se expresa en unidades consistentes. A continuación se presentan algunos sistemas de unidades que pueden utilizarse.

Sistema de unidades	Viscosidad, $\mu$	Velocidad de giro, $n$	Presión, $p$
Métrico SI	N·s/m <sup>2</sup> o Pa·s	rev/s	N/m <sup>2</sup> o Pa
Británico	lb·s/pulg <sup>2</sup> o reyn	rev/s	lb/pulg <sup>2</sup>
Métrico antiguo (obsoleto)	dinas·s/cm <sup>2</sup> o poise	rev/s	dinas/cm <sup>2</sup>

El efecto del parámetro de cojinete se puede observar en la figura 14-2, una gráfica del coeficiente de fricción,  $f$ , para el cojinete contra el valor de  $\mu n/p$ . Con valores bajos de  $\mu n/p$  se lleva a cabo lubricación en el límite y el coeficiente de fricción es alto. Por ejemplo en el caso de una flecha de acero que se desliza despacio sobre un cojinete lubricado de bronce (lubricación en el límite), el valor aproximado de  $f$  será de entre 0.08 y 0.14. A valores altos de  $\mu n/p$ , se genera película hidrodinámica completa, y por lo regular el valor de  $f$  se encuentra en el rango de 0.001 a 0.005. Observe que esto se compara, de manera favorable, con cojinetes giratorios de contacto de precisión. Entre la lubricación en el límite y la de película completa, se genera la *lubricación mixta*, que es una combinación de las dos anteriores.

Se sugiere que los diseñadores eviten la zona de película mixta porque es virtualmente imposible predecir cómo se desempeñará el sistema de cojinetes. Observe asimismo que la curva



**Figura 14-2 Rendimiento del cojinete y tipos de lubricación en relación a parámetro de cojinete  $\mu n/p$**

es muy pronunciada en esta zona. Por consiguiente el más mínimo cambio en cualquiera de los tres factores,  $\mu$ ,  $n$  o  $p$ , provoca un cambio considerable en  $f$  lo que origina un rendimiento deficiente de la máquina.

El valor de  $\mu n/p$  que se produce por lubricación por película completa es muy difícil de predecir. Además de los factores individuales de velocidad, presión, es decir carga, y viscosidad (una función del tipo de lubricante y su temperatura), entre las variables que afectan la producción de la película se incluyen la cantidad de aceite abastecido, la adhesión del lubricante a las superficies, los materiales con que se fabrican el muñón y el cojinete, la rigidez estructural y la rugosidad de la superficie del muñón y del cojinete. Una vez que ha concluido el proceso de diseño que se explica más adelante en este capítulo, se le sugiere al responsable del diseño que realice pruebas con el diseño.

En términos generales, la lubricación en el límite para una operación a baja velocidad con una velocidad superficial es menor que 10 pies/minuto (0.05 m/s). El movimiento recíproco u oscilatorio o una combinación de un lubricante poco viscoso con alta presión también originarán lubricación en el límite.

El diseño de cojinetes para que se genere lubricación por película completa se explica en la sección 14-6; en general, requiere de una velocidad superficial mayor que 25 pies/minuto (0.13 m/s) continua en una dirección con un suministro adecuado de aceite que tenga la viscosidad indicada.

#### 14-4 MATERIALES PARA COJINETES

En las aplicaciones en que existe giro, el muñón de la flecha suele ser de acero. El cojinete fijo puede fabricarse de una extensa variedad de materiales, entre los que se incluyen los siguientes:

Bronce	Babbitt
Aluminio	Metales porosos
Plásticos (Nylon, TFE, PTFE, fenólicos, de acetal, con policarbonatos, rellenos con poliamida)	

Las propiedades que se desea obtener de los materiales que se utilizan para fabricar cojinetes planos son singulares y a menudo es necesario establecer un compromiso. Enseguida se hace un análisis de estas propiedades.

### **Resistencia**

La función del cojinete consiste en soportar la carga que se aplica y transmitirla a la estructura que brinda soporte. Las cargas varían a veces lo cual requiere de resistencia a la fatiga al igual que resistencia estática.

### **Susceptibilidad a la incrustación**

Esta propiedad se relaciona con la capacidad del material para mantener elementos contaminantes en el cojinete sin provocar daños en el muñón que gira. Por tanto, es pertinente utilizar un material blando.

### **Resistencia a la corrosión**

Hay que tener en cuenta el entorno global en el que opera el cojinete, incluyendo el material del que se fabrica el muñón, el lubricante, la temperatura, partículas en suspensión así como gases o vapores corrosivos.

### **Costo**

Siempre es un factor importante, incluye no sólo el costo del material sino también los relativos a procesamiento e instalación.

A continuación se procede a realizar un análisis breve de algunos materiales con los que se fabrican cojinetes.

### **Bronce fundido**

El nombre *bronce* hace mención a numerosas aleaciones de cobre con estaño, plomo, zinc o aluminio ya sea puros o combinados. Los bronce aleados con plomo contienen entre 25 y 35% de este elemento, lo cual les confiere una susceptibilidad a la incrustación satisfactoria y resistencia al agarre bajo condiciones de lubricación en el límite. Sin embargo su resistencia es, en alguna medida, baja. El cojinete de bronce fundido, SAE CA932, contiene 83% de cobre, 7% de estaño, 7% de plomo y 3% de zinc. Presenta una buena combinación de propiedades para utilizarse en bombas, maquinaria y aparatos domésticos. Los bronce con aleación de aluminio tienen mayor resistencia y dureza, además, son capaces de soportar cargas de mayor magnitud, sobre todo en condiciones de impacto. Sin embargo, su susceptibilidad a la incrustación no es buena.

### **Babbitt**

Estos materiales pueden tener base de plomo o bien de estaño, nominalmente contienen 80% del metal original. Varias composiciones de aleaciones de cobre y antimonio, al igual que cobre y estaño, son susceptibles de adaptarse a las propiedades que satisfagan un uso específico. Debido a lo blando que son los babbitts su susceptibilidad a la incrustación y resistencia al agarre son sobresalientes, lo cual es importante en aplicaciones en la que la lubricación que tiene lugar es en el límite. Su resistencia es baja hasta cierto punto y se utilizan con frecuencia como calzas o placas de cuña en carcasas de acero o hierro fundido.

### **Aluminio**

Como es el más resistente de los materiales que suelen utilizarse para fabricar cojinetes, el aluminio se emplea para uso severo en motores, bombas y aeronaves. La extrema dureza de los cojinetes da por resultado una susceptibilidad pobre a la incrustación, lo cual requiere de lubricantes que no contengan impurezas.

### **Metales porosos**

Debido a que son materiales que provienen de la industria de metales en polvo, los metales porosos se sinterizan a partir de polvo de bronce, hierro y aluminio; algunos se mezclan con plomo o cobre. La sinterización genera gran cantidad de huecos en los materiales con que se fabrican cojinetes en los que penetra el aceite lubricante. Así, cuando están en operación, el aceite se sale de los poros para abastecer al cojinete. Estos cojinetes resultan adecuados sobre todo para movimientos a baja velocidad, recíprocos u oscilatorios.

### **Plásticos**

En general se les denomina como *materiales autolubricantes*, inherentemente, los plásticos que se utilizan para usarse en cojinetes presentan características de baja fricción. Pueden operar en seco, pero su rendimiento debe ser mejorado mediante la presencia de un lubricante. La susceptibilidad a la incrustación suele ser buena, al igual que su resistencia al agarre. No obstante, muchos plásticos son poco resistentes, ello limita su capacidad para soportar cargas. Con frecuencia se les añaden camisas de metal a fin de mejorar su capacidad para soportar cargas. Sus ventajas más importantes son la resistencia a la corrosión y, cuando operan en seco, la ausencia de sustancias contaminantes. Estas características son en particular importantes en el procesamiento de ingredientes para alimentos y productos químicos.

Debido a lo complejas que resultan las denominaciones químicas de los materiales plásticos y a las combinaciones virtualmente infinitas de materiales base, de refuerzo y de relleno que se utilizan, es difícil caracterizar a los plásticos para fabricar cojinetes. Casi todos son compuestos de distintos componentes. Aquellos que pertenecen al grupo de los que se conocen como *fluoropolímeros* son populares debido a su coeficiente, extremadamente bajo, de fricción (0.05 a 0.15) y resistencia satisfactoria al desgaste. Los fenólicos, policarbonatos, acetales, nylons y muchos otros plásticos también se utilizan para fabricar cojinetes. Entre las denominaciones químicas y las abreviaturas que se encuentran en este campo se incluyen los que se mencionan enseguida:



<i>PTFE:</i>	Politetrafluoroetileno
<i>PA:</i>	Poliamida
<i>PPS:</i>	Sulfuro de polifenileno
<i>PVDF:</i>	Fluoruro de polivinilideno
<i>PEEK:</i>	Polietertercetona
<i>PEI:</i>	Politerimida
<i>PES:</i>	Polietersulfona
<i>PFA:</i>	Perfluoroalcoxi tetrafluoroetileno modificado

Los productos para reforzar y rellenar que se utilizan con materiales para fabricar cojinetes incluyen fibras de vidrio, vidrio molido, fibras de carbono, polvos de bronce, PTFE, PSE y algunos lubricantes sólidos, como grafito y disulfuro de molibdeno.

## 14-5 DISEÑO DE COJINETES LUBRICADOS EN EL LIMITE

Entre los factores que deben tenerse en cuenta cuando se seleccionan materiales para fabricar cojinetes y se especifican los detalles del diseño se incluyen los siguientes:

Coefficiente de fricción: hay que considerar condiciones tanto estáticas como dinámicas.

Capacidad de carga,  $p$ : carga radial dividida entre el área proyectada del cojinete ( $\text{lb-pulg}^2$  o Pa).

Velocidad de operación,  $V$ : la velocidad relativa entre los componentes fijos y los móviles, casi siempre en pies/minuto o metros/segundo

Temperatura en condiciones de operación

Limitaciones en cuanto a desgaste

Susceptibilidad para ser fabricados: maquinado, moldeo, afianzamiento, ensamble y servicio.

### Factor $pV$

Además de la consideración individual respecto a capacidad de carga ( $p$ ) y velocidad de operación ( $V$ ), el producto  $pV$  es un parámetro de rendimiento importante en el diseño de cojinetes cuando se realiza lubricación en el límite. El valor  $pV$  es una medida de la capacidad del material con que se fabrica el cojinete para adaptarse a la energía debida a la fricción que se genera en el cojinete. Al valor límite de  $pV$  el cojinete no alcanzará un límite estable de temperatura y se presentarán fallas con rapidez. Un valor práctico de diseño para  $pV$  es la mitad del valor límite de  $pV$ , que se proporciona en la tabla 4-1.

### Unidades para $pV$

Las unidades nominales para  $pV$  son sólo el producto de las unidades de presión y las unidades que corresponden a velocidad. En el sistema métrico británico, esto es, considerando sólo unidades,

$$p = F/LD = \text{lb/pulg}^2 = \text{psi}$$

$$V = \pi Dn/12 = \text{pies/min} = \text{fpm}$$

$$pV = (\text{lb/pulg}^2)(\text{pies/min}) = \text{psi-fpm}$$

**Tabla 14-1** Parámetros de rendimiento para materiales con que se fabrican cojinetes en lubricación al límite a temperatura ambiente

Material	pV		Factor de desgaste, $K (10^{-10} \text{ pulg}^3 \cdot \text{min}/\text{pies} \cdot \text{lb} \cdot \text{h})$	Coeficiente de fricción <sup>a</sup>
	psi-fpm	kW/m <sup>2</sup>		
Cobre hierro	75 000	2 625	—	—
Plomo-bronce	60 000	2 100	—	—
Bronce	50 000	1 750	—	—
Aluminio	50 000	1 750	—	—
PPS relleno con PTFE y vidrio	30 000	1 050	110	0.17
Tela de PTFE	25 000	875	—	—
Bronce relleno con PTFE	21 000	735	5	0.13
PA relleno con PTFE y vidrio	20 000	700	16	0.26
PTFE relleno con vidrio	18 000	630	7	0.09
PTFE relleno con PPS	15 000	525	1	0.13
Carbono-grafito	15 000	525	—	—
Nylon relleno con vidrio y PTFE	3 000	105	16	—

<sup>a</sup>Dinámico; coeficiente estático por lo general más bajo.

Fuente: *Machine Design Magazine Mechanical Drives Reference Issue*, Cleveland: Penton/IPC, 1987; M. P. Wolverton, et. al. "How Plastic Composite Wear in High Temperatures". *Machine Design Magazine*, 10 de febrero de 1983.

Otra manera de considerar estas unidades consiste en ordenarlas de nuevo en la forma

$$pV = (\text{pies} \cdot \text{lb}/\text{min}) \text{pulg}^2$$

El numerador representa un unidad de potencia o transferencia de energía por unidad de tiempo. El denominador representa área. Por consiguiente,  $pV$  puede considerarse como la cantidad de energía que entra al cojinete por unidad de área proyectada del cojinete si el coeficiente de fricción es 1.0. Desde luego, el coeficiente de fricción real es casi siempre mucho menor que uno. Así el lector puede considerar a  $pV$  como una medida comparativa de la capacidad del cojinete para absorber energía sin sobrecalentarse.

En unidades SI, la fuerza,  $F$ , es en newtons ( $N$ ) y las dimensiones del cojinete se indican en milímetros (mm). Por tanto, la presión es

$$p = F/LD = \text{N/mm}^2$$

Para valores que se encuentran con frecuencia conviene convertir esto a kPa o  $10^3 \text{ N/m}^2$ .

$$p = \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{(10^3 \text{ mm})^2}{\text{m}^2} = \frac{10^6 \text{ N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{1 \text{ kN}}{10^3 \text{ N}} = \frac{10^3 \text{ kN}}{\text{m}^2} = 10^3 \text{ kPa}$$

En resumen, presión,  $p$ , en  $\text{N/mm}^2$  es lo mismo que  $10^3 \text{ Kpa}$ .

La velocidad lineal de la superficie del muñón se calcula, por lo regular, a partir de con  $D$  en mm y  $n$  en rpm.

$$v = \pi Dn/(60\ 000) \text{ m/s}$$

Por consiguiente, las unidades correspondientes a  $pV$  son,

$$pV = (\text{kPa})(\text{m/s})$$

Una conversión útil al sistema británico de unidades es

$$1.0 \text{ psi-fpm} = 0.035 \text{ kPa}\cdot\text{m/s}$$

De nuevo, las unidades que corresponden a  $pV$  pueden ordenarse de tal manera que reflejen la cantidad de transferencia de energía por unidad de área:

$$pV = \text{kPa}\cdot\text{m/s} = \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

donde  $1 \text{ kW} = 1 \text{ kN}\cdot\text{m/s}$ .

### Temperaturas de operación

Casi todos los plásticos están restringidos a  $200^\circ\text{F}$  ( $93^\circ\text{C}$ ) aproximadamente. Sin embargo, el PTFE es capaz de operar a  $500^\circ\text{F}$  ( $260^\circ\text{C}$ ). El babbit está limitado a  $300^\circ\text{F}$  ( $150^\circ\text{C}$ ), en tanto las aleaciones de bronce y estaño y el aluminio pueden operar a  $500^\circ\text{F}$  ( $260^\circ\text{C}$ ). Una ventaja importante de los cojinetes de carbono y grafito es que son capaces de operar hasta a  $750^\circ\text{F}$  ( $400^\circ\text{C}$ ).

### Factor de desgaste

El factor  $K$  de desgaste se mide bajo condiciones invariables con el material cargado como una roldana de empuje. Cuando se alcanza el equilibrio, el desgaste se cuantifica como pérdida volumétrica de material en función del tiempo. La carga y la velocidad también afectan al desgaste, por tanto,  $K$  se define como

$$K = W/FVT \quad (14-1)$$

donde  $W$  = desgaste, volumen de material que se pierde ( $\text{pulg}^3$ )

$F$  = carga que se aplica (lb)

$V$  = velocidad lineal (pies/minuto)

$T$  = tiempo (h)

En consecuencia las unidades que corresponden a  $K$  son

$$K = \frac{\text{pulg}^3}{\text{lb}} \frac{1}{\text{pies} / \text{min}} \frac{1}{\text{h}} = \frac{\text{pulg}^3 \cdot \text{min}}{\text{lb} \cdot \text{pies} \cdot \text{h}}$$

Sin embargo, como el desgaste es un fenómeno muy lento, los valores son muy pequeños. Observe en la tabla 14-2 que los valores tienen que multiplicarse por  $10^{-10}$ . En tanto el factor  $K$ , y la ecuación (14-1) no se pueden utilizar para prever el desgaste real en una aplicación particular, el factor  $K$  permite comparar el desgaste relativo entre materiales alternativos.

### Procedimiento de diseño para cojinetes de superficie plana lubricados en el límite

El que sigue es un método para terminar el diseño preliminar de cojinetes de superficie plana lubricados en el límite.

*Información especificada:* carga radial en el cojinete,  $F$  (lb o N); velocidad de giro,  $n$  (rpm); diámetro nominal mínimo de la flecha o eje,  $D_{\min}$  (pulg o mm) (con base en el análisis de tensión o deflexión).

*Objetivos del proceso de diseño:* especifique el diámetro nominal y la longitud del cojinete, así como un material que tendrá un valor de seguridad de  $pV$ .

1. Especifique un diámetro de prueba,  $D$ , para el muñón y el cojinete.
2. Especifique una relación de longitud del cojinete con diámetro,  $L/D$ , por lo general en el rango de 0.5 a 2.0. Para cojinetes porosos (de frotamiento en seco) o impregnados con aceite, se sugiere  $L/D = 1$  [16]. Para cojinetes de carbono y grafito, se sugiere  $L/D = 1.5$ .
3. Calcule:  $L = D(L/D)$  = longitud nominal del cojinete.
4. Especifique un valor conveniente para  $L$ .
5. Calcule la presión en el cojinete ( $\text{lb} \cdot \text{pulg}^2$  o Pa):

$$p = F/LD$$

6. Calcule la velocidad lineal de la superficie del cojinete

Unidades del sistema británico:  $V = \pi Dn/12$  pies/minuto

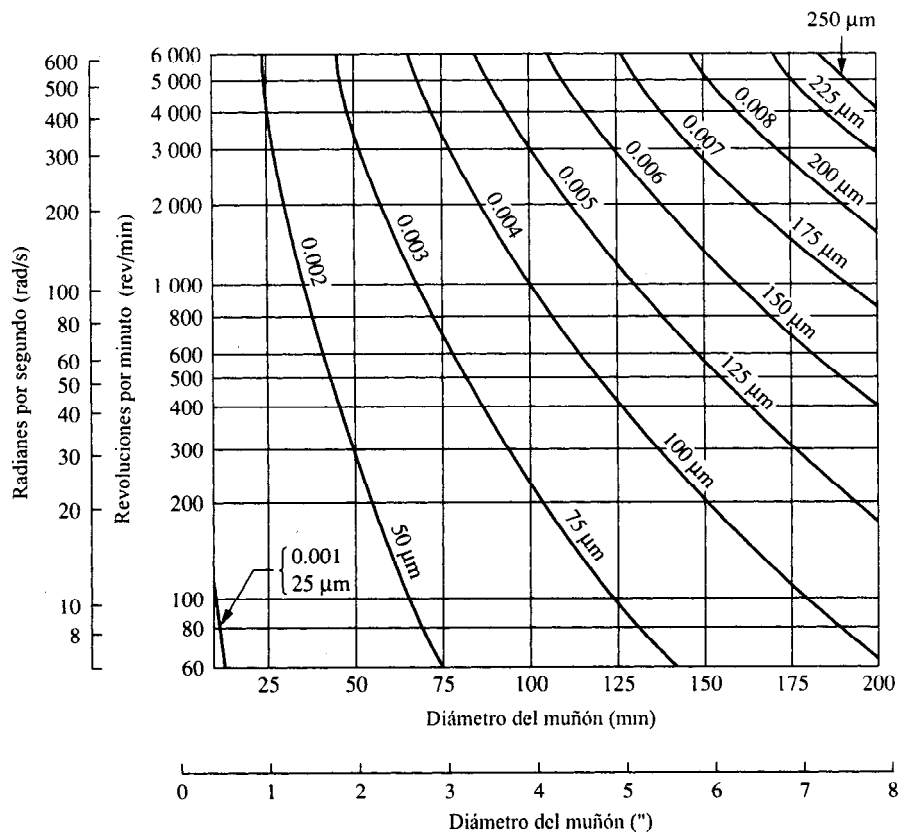
Unidades métricas SI:  $V = \pi Dn(60,000)$  m/s

Observe también: 1.0 pies/minuto = 0.00508 m/s

1.0 m/s = 197 pies/minuto

7. Calcule:  $pV$  ( $\text{psi} \cdot \text{fpm}$  o  $\text{Pa} \cdot \text{m/s}$  o  $\text{kW/m}^2$ )

8. Multiplique:  $2(pV)$  para obtener un valor de diseño que corresponda a  $pV$ .
9. Especifique un material de la tabla 14-1 con un valor especificado de  $pV$  igual o mayor que el de diseño.
10. Concluya el diseño del sistema de cojinetes considerando espaciamiento diametral, selección de lubricante, suministro de lubricante, especificación de acabado superficial, control térmico y consideraciones de montaje. El proveedor del material con que se fabrica el cojinete suele hacer sugerencias acerca de muchas de estas decisiones que conciernen al diseño.
11. Espaciamiento diametral nominal: muchos factores afectan a las especificaciones finales en cuanto a espaciamiento, como la necesidad de precisión, expansión térmica de todas las piezas del sistema de cojinetes, variaciones en la carga, deflexión de la flecha o eje que se espera, medios para abastecer lubricante y capacidad para fabricar. Una regla general que se utiliza consiste en proporcionar un espaciamiento de 0.001" de espaciamiento por pulgada de diámetro del muñón. La figura 14-3 muestra los valores mínimos que se



**Figura 14-3** Espaciamiento diametral mínimo que se sugiere para cojinetes considerando diámetro del muñón y velocidad de giro. (Se tomó de R. J. Welsh, *Plain Bearing Design Handbook*. Londres, Butterworths, 1983.)

sugieren en cuanto a espaciamento con base en el diámetro del muñón y la velocidad de giro bajo cargas constantes. Estos valores se aplican al espaciamento más pequeño bajo cualquier combinación de tolerancias en las dimensiones del sistema de cojinetes para evitar problemas de calentamiento en los cojinetes y que, a la larga, se traben o se bloqueen (agarre). Por tanto el espaciamento de operación será mayor que estos valores como consecuencia de las tolerancias de fabricación. Es necesario evaluar el rendimiento a lo largo de todo el rango de espaciamentos, de preferencia realizando pruebas.

**Problema ilustrativo 14-1.** Hay que diseñar un cojinete que soporte una carga radial de 150 lb que proviene de una flecha la cual tiene un diámetro aceptable de 1.50" y gira a 500 rpm. Diseñe el cojinete de manera que sea capaz de operar bajo condiciones de lubricación en el límite.

**Solución.** Utilizaremos el procedimiento de diseño que se explicó antes.

1. Diámetro para realizar pruebas: intente con  $D = D_{\min} = 1.50"$
- 2.,3.,4. Haga la prueba con  $L/D = 1.0$ . Así,  $L = D = 1.50"$
5. Presión en el cojinete:

$$p = F/LD = (150 \text{ lb}) / (1.50" )(1.50" ) = 66.7 \text{ psi}$$

6. Velocidad del muñón:

$$V = \pi Dn/12 = \pi(1.50)(500)/12 = 196 \text{ pies/min}$$

- 7.

$$pV = (66.7 \text{ psi})(196 \text{ fpm}) = 13\,100 \text{ psi-fpm}$$

8. Valor de diseño de  $pV = 2(13,100) = 26,200 \text{ psi-fpm}$
9. A partir de la tabla 14-1, se puede utilizar un cojinete fabricado de PPS relleno con PTFE y vidrio que tiene un valor especificado de  $pV$  de 30,000 psi-fpm
- 10., 11. Espaciamento diametral nominal: a partir de la figura 14-3 se puede sugerir un  $C_d$  mínimo = 0.002" con base en  $D = 1.50"$  y  $n = 500 \text{ rpm}$ . Otros valores de diseño dependen de dónde se colocará el cojinete.

**Problema ilustrativo 14-2.** Diseñe un cojinete de superficie plana lubricado en el límite de manera que soporte una carga radial de 2.50 kN proveniente de un cojinete que gira a 1,150 rpm. El diámetro nominal mínimo del muñón es 65 mm.

**Solución.** Utilice el procedimiento de diseño que se explicó antes.

1. Diámetro para realizar pruebas: intente con  $D = 75$  mm.
- 2, 3, 4. Pruebe con  $L/D = 1.0$ . Así,  $L = D = 75$  mm.
5. Presión en el cojinete:

$$p = F/LD = (2\,500\text{ N})/(75\text{ mm})(75\text{ mm}) = 0.444\text{ N/mm}^2$$

Al convertir a kPa,

$$p = 0.444\text{ N/mm}^2 (10^3\text{ kPa})/(\text{N/mm}^2) = 444\text{ kPa}$$

6. Velocidad del muñón

$$V = \pi Dn/(60\,000) = \pi(75)(1\,150)/(60\,000) = 4.52\text{ m/s}$$

- 7.

$$pV = (444\text{ kPa})(4.52\text{ m/s}) = 2\,008\text{ kPa}\cdot\text{m/s}$$

8. Valor de diseño correspondiente a  $pV = 2(2,008\text{ kPa}\cdot\text{m/s})$

Este valor excede la capacidad de cualquiera de los materiales que se enumeran en la tabla 14-1. Vuelva al paso 1.

1. Haga la prueba con  $D = 150$  mm
2. Sea  $L/D = 1.25$
3. Por consiguiente

$$L = D(L/D) = (150\text{ mm})(1.25) = 187.5\text{ mm}$$

4. Utilice el valor más conveniente de 175 mm para  $L$ .
5. Presión en el cojinete:

$$p = F/LD = (2\,500\text{ N})/((175\text{ mm})(150\text{ mm})) = 0.095\text{ N/mm}^2 = 95\text{ kPa}$$

6. Velocidad del muñón:

$$V = \pi Dn/(60\,000) = \pi(150)(1\,150)/(60\,000) = 9.03\text{ m/s}$$

- 7.

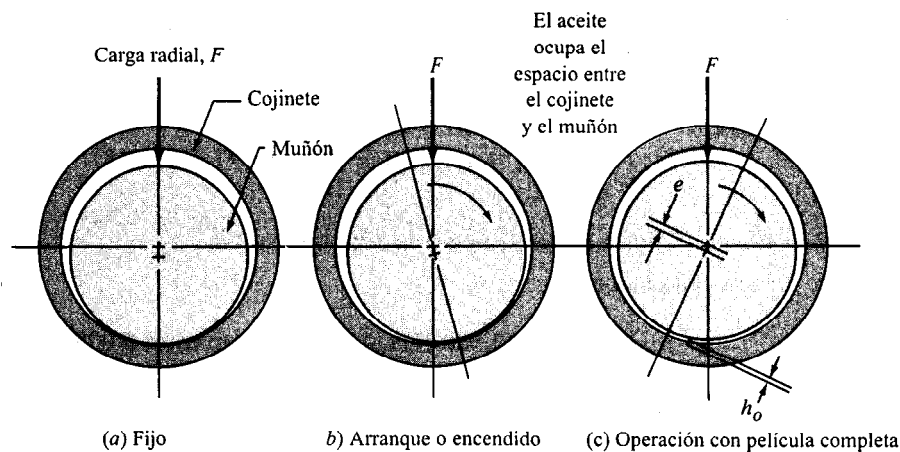
$$pV = (95\text{ kPa})(9.03\text{ m/s}) = 860\text{ kPa}\cdot\text{m/s} = 860\text{ kW/m}^2$$

8. Valor de diseño de  $pV = 2(860) = 1\,720\text{ kW/m}^2$

9. A partir de la tabla 14-1 se puede seleccionar el material bronce para fabricar cojinetes que tiene un valor límite de  $pV$  de  $1,750 \text{ kW/m}^2$ .
- 10., 11. Espaciamiento diametral nominal: a partir de la figura 14-3 se puede sugerir un  $C_d$  mínimo =  $150 \mu\text{m}$  con base en  $D = 150 \text{ mm}$  y  $n = 1,150 \text{ rpm}$ . Otros detalles de diseño dependen del sistema en el que se va a instalar el cojinete.

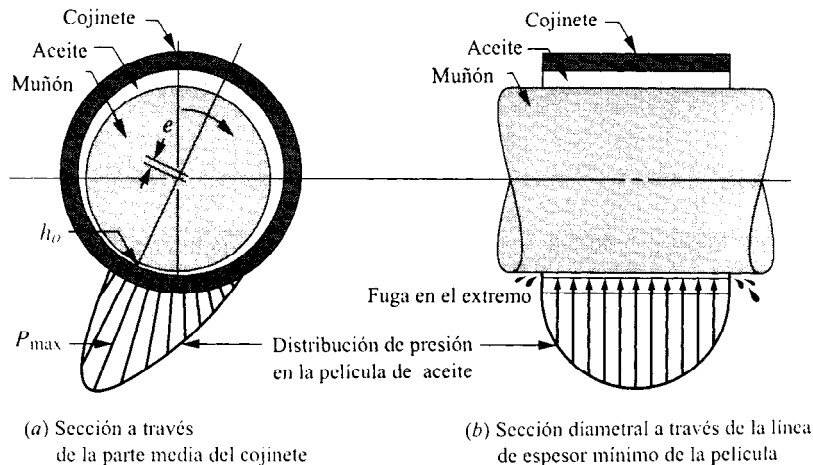
#### 14-6 COJINETES HIDRODINAMICOS DE PELICULA COMPLETA

En los cojinetes *hidrodinámicos de película completa* la carga sobre el cojinete se apoya sobre una película continua de lubricante, casi siempre aceite, por tanto no existe contacto entre el cojinete y el muñón que gira. Para que soporte la carga es necesario que en el aceite se desarrolle presión. Es necesario señalar que la lubricación en el límite y la lubricación de película mixta anteceden al establecimiento de lubricación hidrodinámica. Al arrancar, la carga radial que se aplica a través del muñón hacia el cojinete obliga al muñón a desplazarse respecto al centro en el sentido de la carga, con lo que ocupa todo el espaciado [figura 14-4(a)]. En las velocidades iniciales lentas de giro, la fricción entre el muñón y el cojinete hace que el muñón se desplace, en alguna medida, por arriba de la pared del cojinete como se muestra en la figura 14-4(b). Debido a las tensiones viscosas de esfuerzo de corte que se desarrollan en el aceite, el muñón en movimiento lleva aceite hacia el área convergente en forma de cuña por arriba de la región de contacto. La acción de bombeo que resulta genera presión en la película de aceite; cuando la presión es lo suficientemente alta, el muñón se levanta respecto al cojinete. Las



**Figura 14-4** Posición del muñón en relación al cojinete como función del modo de operación





**Figura 14-5 Distribución de presión en la película de aceite para lubricación hidrodinámica**

fuerzas de fricción se reducen mucho bajo esta condición de operación y en algún momento el muñón se mueve hacia la posición de estado constante que se ilustra en la figura 14-4(c). Observe que el muñón se desplaza respecto al sentido de la carga; que existe cierta excentricidad,  $e$ , entre el centro geométrico del cojinete y el centro del muñón; y que hay un punto de espesor mínimo de la película de lubricante,  $h_o$ , en la nariz de la zona presurizada en forma de cuña.

La figura 14.5 muestra la forma general de la distribución de presión dentro de un cojinete lubricado en forma hidrodinámica por película completa. El espaciamiento entre el cojinete y el muñón es muy exagerado. La parte (a) de la figura muestra el incremento de presión conforme la flecha giratoria lleva aceite hacia la cuña convergente y se aproxima al punto de espesor mínimo en la película. La presión máxima se genera ahí y luego disminuye con rapidez casi hasta cero conforme el espacio entre el muñón y el cojinete diverge de nuevo. El efecto integrado de la distribución de presión es una fuerza suficiente para soportar la flecha o eje sobre una película de aceite sin que exista contacto entre los metales.

La figura 14-5(b) muestra la distribución de presión axialmente a lo largo de la flecha y a través de la línea de espesor mínimo de la película o presión máxima. El valor más alto de presión se genera en la mitad de la longitud del cojinete y disminuye con rapidez conforme se acercan los extremos porque la presión fuera del cojinete es presión ambiente, casi siempre presión atmosférica. Siempre existe una fuga continua de flujo en ambos extremos del cojinete. Esto ilustra la importancia de proporcionar medios para que se abastezca aceite continuamente al cojinete para poder mantener la operación con película completa. Sin un suministro constante y adecuado de aceite, el sistema no será capaz de generar la película presurizada que soporte al cojinete y dará por resultado lubricación en el límite. Las fuerzas de fricción significativamente mayores que así se generan provocarán calentamiento rápido de la interface entre cojinete y muñón y es posible que se presenten bloqueos o agarres muy rápidos.

## 14-7 DISEÑO DE COJINETES DE PELÍCULA COMPLETA LUBRICADOS EN FORMA HIDRODINAMICA

El análisis subsecuente presenta varios parámetros para el diseño de cojinetes para uso industrial común.

### Rugosidad de la superficie

Para cojinetes de buena calidad, se recomienda un muñón lijado con una rugosidad superficial de 16 a 32 micropulgadas ( $\mu\text{pulg}$ ) de raíz cuadrada media (RMS, por sus siglas en inglés). El cojinete debe ser igualmente liso y se tiene que fabricar con uno de los materiales blandos de manera que el “desgaste” sea capaz de eliminar puntos en los que hay rebordes, lo que da lugar a un buen ajuste entre el muñón y el cojinete. En equipo de alta precisión, se puede recurrir a pulir la superficie para obtener un acabado superficial del orden de entre 8 y 16  $\mu\text{pulg}$  RMS.

### Espesor mínimo de la película

El valor límite aceptable del espesor mínimo de la película depende de la rugosidad de la superficie del muñón y del cojinete porque la película debe ser lo suficiente gruesa para eliminar cualquier contacto sólido durante las condiciones de operación que se esperan. El valor de diseño que se sugiere depende asimismo del tamaño del muñón. Para muñones lijados, se puede recurrir a la relación que se plantea enseguida para estimar el valor de diseño.

$$h_o = 0.000\ 25D \quad (14-2)$$

donde  $D$  es el diámetro del cojinete.

### Espaciamiento diametral

El espaciamiento entre el muñón y el cojinete depende del diámetro nominal del cojinete, de la precisión de la máquina para la que se diseñe el cojinete, de la velocidad de giro y de la rugosidad de la superficie del muñón. El coeficiente de expansión térmica tanto para el muñón como para el cojinete también se debe tener en cuenta para asegurar un espaciamiento satisfactorio bajo todas las condiciones de operación que se esperan. Puede utilizarse el parámetro de hacer un espaciamiento en el rango de 0.001 a 0.002 veces el diámetro del cojinete. La figura 14-3 muestra una gráfica de espaciamiento diametral mínimo que se sugiere como una función del diámetro del cojinete y de la velocidad de giro. Es permisible cierto grado de variación por arriba de los valores que presenta la curva.

### Relación entre longitud y diámetro del cojinete

Debido a que el diámetro del muñón es parte del propio eje o flecha, por lo general se ve limitado por las consideraciones relativas a tensión y deflexión que se analizaron en el capítulo 9. Así, la longitud del cojinete se especifica para prever un nivel adecuado de presión en el cojinete. Por lo regular, los cojinetes que se utilizan en maquinaria industrial de uso general

operan a entre 200 y 500 psi (1.4 a 3.4 MPa) de presión en el cojinete, con base en el área proyectada del cojinete [ $p = \text{carga}/(L/D)$ ]. La presión puede variar entre un nivel tan bajo como 50 psi (0.34 MPa), para equipo de trabajo ligero, y 2,000 psi (13.4), para equipo de trabajo pesado, bajo cargas variables, como ocurre con motores de combustión interna. La fuga de aceite del cojinete también se ve afectada por la longitud de éste último. El rango típico de la relación entre longitud y diámetro ( $L/D$ ) para cojinetes hidrodinámicos de película completa es de 0.35 a 1.5. No obstante, muchos cojinetes que trabajan a satisfacción funcionan fuera de este rango. La referencia bibliográfica [16] recomienda  $L/D = 0.60$  para casi todos los usos industriales.

### Temperatura del lubricante

La viscosidad del lubricante es un parámetro de fundamental importancia en el rendimiento de un cojinete. La figura 14-6 muestra la considerable variación de la viscosidad en función de la temperatura, lo cual sugiere la necesidad de controlar la temperatura. Además, la mayor parte de los aceites lubricantes que se derivan del petróleo deben limitarse a 160°F (70°C) para retrasar la oxidación. Como es evidente, la temperatura que interesa es aquella en el interior del cojinete. La energía que genera la fricción o la energía térmica proveniente del propio equipo pueden contribuir a que se incremente la temperatura del aceite por arriba de la que prevalece en el tanque. En los problemas ilustrativos seleccionaremos el lubricante que asegure una viscosidad satisfactoria a 160°F, a menos que se indique otra cosa. Si la temperatura real de operación es baja, el espesor resultante de la película será mayor que el valor de diseño: un resultado conservador. Al responsable del diseño le corresponde asegurar que no se rebase la temperatura límite, es imperativo que se utilice algún sistema de enfriamiento.

### Viscosidad del lubricante

La especificación que se va a utilizar en el lubricante es una de las últimas decisiones que se deben tomar en el procedimiento de diseño. En los cálculos, se utiliza la viscosidad dinámica,  $\mu$ . En el sistema británico de unidades (lb·pulg·s) la viscosidad dinámica se expresa en  $\text{lbs}/\text{m}^2$ , a lo que se le da el nombre de *reyn*, en honor de Osbourne Reynolds quien desarrolló un trabajo de gran importancia en el campo del flujo de fluidos. En unidades SI, la unidad estándar es  $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$  o  $\text{Pa}\cdot\text{s}$ . En trabajos anteriores se solía utilizar la unidad, ahora obsoleta, denominada poise o centipoise, que se deriva de  $\text{dina}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}$  en el sistema métrico. Algunas conversiones útiles son

$$1.0 \text{ reyn} = 6\,895 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$1.0 \text{ Pa}\cdot\text{s} = 1\,000 \text{ centipoise}$$

También pueden resultar útiles otras conversiones de viscosidad [11].

### Número de Sommerfeld

El efecto combinado de muchas de las variables que intervienen en la operación de un cojinete bajo lubricación hidrodinámica se caracteriza por el número adimensional,  $S$ , que se conoce

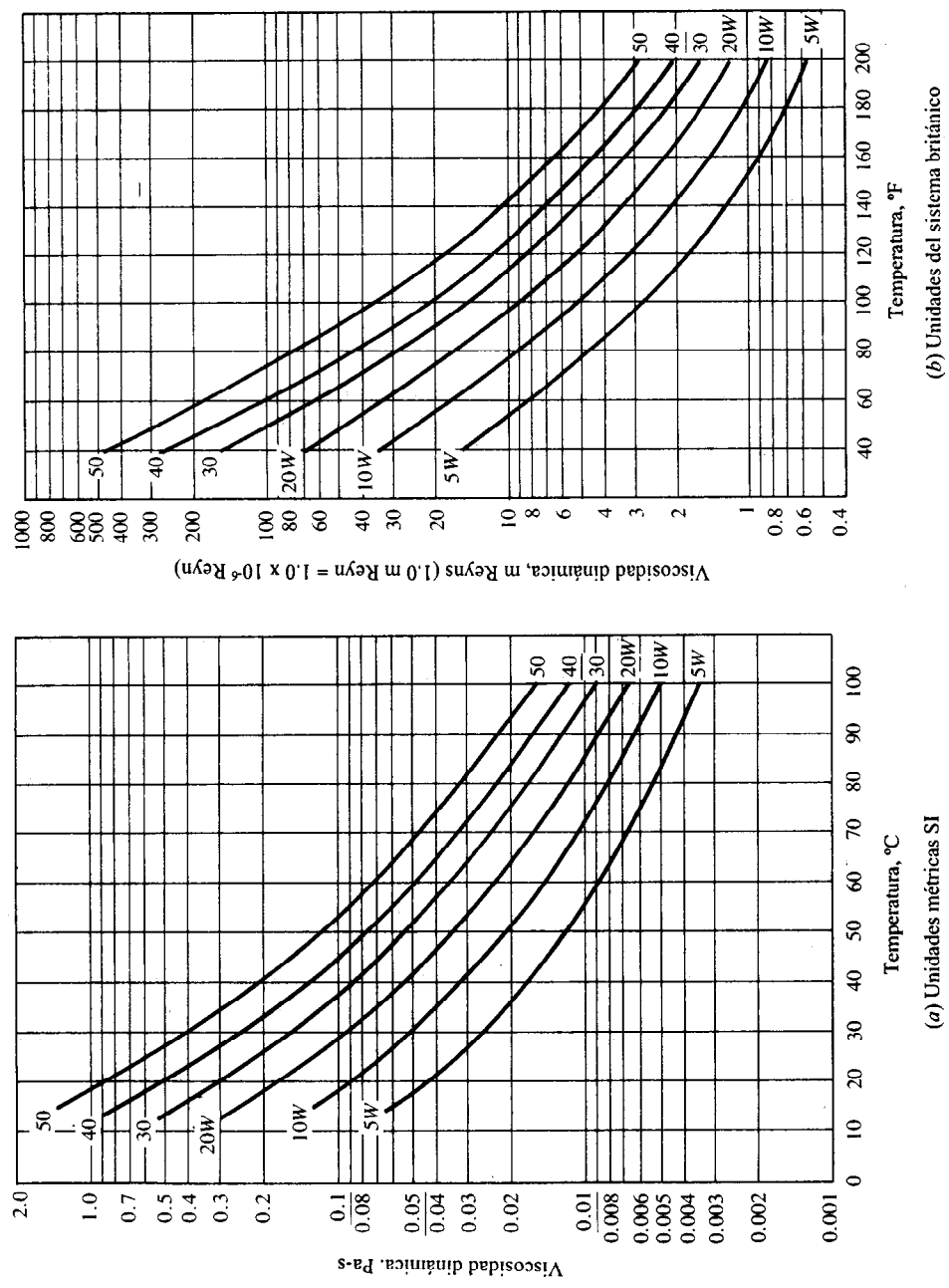


Figura 14-6 Viscosidad contra temperatura para aceites SAE

como *número de Sommerfeld*. De hecho, algunos le asignan el nombre de *número característico de cojinete*, que se define en la forma siguiente

$$S = \frac{\mu n_s (R/C_r)^2}{p} \quad (14-3)$$

Observe que  $S$  es similar al parámetro de cojinete,  $\mu n/p$  que se estudió en la sección 14-3, en cuanto a que implica el efecto combinado de viscosidad, velocidad de giro y presión en el cojinete. Para que  $S$  sea adimensional, hay que utilizar las unidades que se indican a continuación para los factores:

	Unidades del sistema británico	Unidades SI
$\mu$	lb·s / pulg <sup>2</sup> (reyns)	Pa·s (N·s/m <sup>2</sup> )
$n_s$	rev / s	rev/s
$p$	lb / pulg <sup>2</sup> (psi)	Pa (N/m <sup>2</sup> )
$R, C_r$	pulg	m o mm

Se puede utilizar cualquier unidad que sea consistente. La figura 14-7, que se adaptó de la referencia bibliográfica [1], ilustra la relación entre el número de Sommerfeld y la relación de espesor de la película,  $h_o/C_r$ .

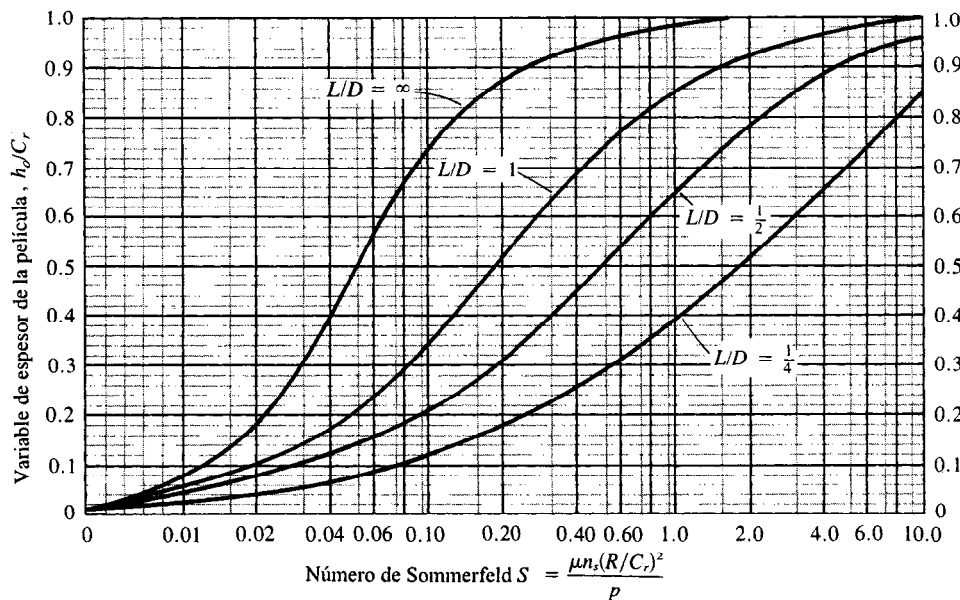
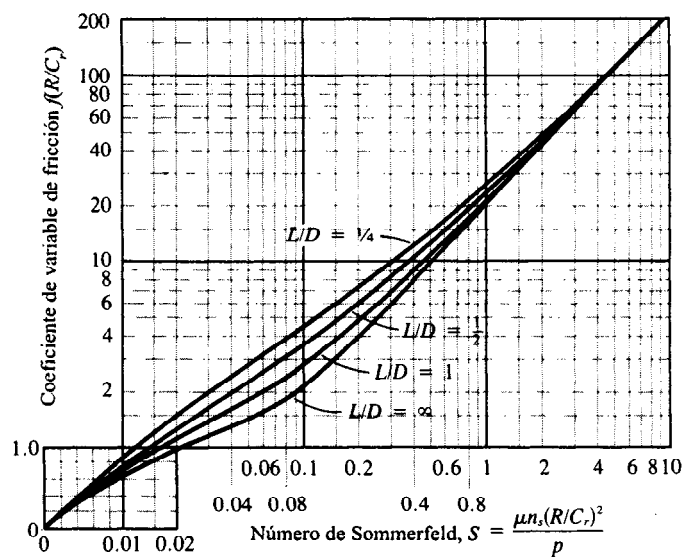


Figura 14-7 Variable de espesor de película,  $h_o/C_r$ , contra número de Sommerfeld,  $S$ . (Se adaptó de John Boyd y Albert A. Raimondi, "A Solution for the Finite Journal Bearing and Its Application to Analysis and Design", partes I y II. *Transactions of the American Society of Lubrication Engineers*, Vol. 1, No. 1., 1958.)



**Figura 14-8** Coeficiente de variable de fricción  $f(R/C_r)$ , contra número de Sommerfeld,  $S$

La figura 14-8 muestra la relación entre  $S$  y el coeficiente de la variable de fricción,  $f(R/C_r)$ . Estos valores se usan en el procedimiento de diseño siguiente. Como se necesitan numerosas decisiones de diseño, son posibles varias soluciones aceptables.

### Procedimiento de diseño

Debido a que por lo regular el diseño del cojinete se lleva a cabo después que ha concluido el análisis de la flecha, casi siempre se conocen los términos siguientes:

Carga radial en el cojinete,  $F$ , por lo regular en lb o N;

Velocidad de giro,  $n$ , casi siempre en rpm;

Diámetro nominal de la flecha en el muñón, a veces se especifica como un diámetro mínimo aceptable con base en la resistencia y la rigidez.

Los resultados del procedimiento de diseño generan valores para el diámetro real del muñón, la longitud del cojinete, el espaciamiento diametral, el espesor mínimo de la película de lubricante durante la operación, el acabado superficial del muñón, el lubricante y su temperatura máxima de operación, el coeficiente de fricción, el torque de fricción y la potencia que se disipa a consecuencia de la fricción.

1. Especifique un valor correspondiente al diámetro del muñón,  $D$ , para realizar pruebas y el radio,  $R = D/2$ .

2. Especifique una presión nominal de operación del cojinete, por lo general de entre 200 y 500 psi (1.4 a 3.4 MPa), donde  $p = F/LD$ . Despeje  $L$ :

$$L = F/pD$$

Después calcule  $L/D$ . Tal vez convenga definir de nuevo  $L/D$  de manera que sea un valor conveniente de entre 0.25 y 1.5 para utilizar las tablas de diseño disponibles. Por último, especifique el valor real de diseño de  $L/D$  y  $L$  y calcule  $p = F/LD$  real.

3. Consulte la figura 14-3 y especifique el espaciamiento diametral,  $C_d$ , con base en los valores correspondientes a  $D$  y  $n$ . Después calcule  $C_r = C_d/2$  y la relación  $R/C_r$ .  
 4. Especifique el acabado superficial que se desea para el muñón y el cojinete, con base también en esta aplicación.  
 5. Calcule el espesor mínimo nominal de la película a partir de:

$$h_o = 0.000\ 25D$$

6. Calcule  $h_o/C_r$ , la relación de espesor de la película.  
 7. A partir de la figura 14-7, determine el valor del número de Sommerfeld para la relación de espesor de la película que se seleccionó y la relación  $L/D$ . Tenga cuidado al interpolar en esta gráfica debido al eje logarítmico y la dispersión no lineal entre las curvas. Para  $L/D > 1$ , sólo es posible obtener datos aproximados. Para  $L/D = 1.5$ , interpole aproximadamente una cuarta parte de la trayectoria entre las curvas para  $L/D = 1$  y  $L/D = \infty$ . Para  $L/D = 2$ , siga la mitad de la trayectoria [7].  
 8. Calcule la velocidad de giro  $n_s$  en revoluciones en rpm.

$$n_s = n/60 \quad \text{donde } n \text{ se indica en rpm}$$

9. Como se conoce cada factor del número de Sommerfeld excepto la viscosidad del lubricante,  $\mu$ , despeje la viscosidad mínima que se requiere la cual generará el espesor mínimo de película que se necesita

$$\mu = \frac{Sp}{n_s(R/C_r)^2} \quad (14-4)$$

10. Especifique una temperatura máxima aceptable para el lubricante, por lo regular 160°F o 70°C. Elija un lubricante de la figura 14-6 que tenga cuando menos la viscosidad que se requiere a temperatura de operación. Si el lubricante que eligió tiene una viscosidad mayor que la que se calculó en el paso 9, calcule de nuevo  $S$  para el nuevo valor de viscosidad. Ahora el valor resultante correspondiente al espesor mínimo de la película será algo mayor que el valor de diseño, resultado que, en general, es aceptable. Si así lo desea, consulte otra vez la figura 14-7 para calcular el nuevo valor de espesor mínimo de la película.

11. A partir de la figura 14-8, obtenga la variable de coeficiente de fricción,  $f(R/C_r)$ .
12. Calcule  $f = f(R/C_r)/(R/C_r) =$  coeficiente de fricción.
13. Calcule el torque de fricción. El producto del coeficiente de fricción y la carga  $F$  da la fuerza de fricción en la superficie del muñón; eso, multiplicado por el radio da el torque:

$$T_f = F_f R = fFR$$

14. Calcule la potencia que se disipa en el cojinete, a partir de la relación entre potencia, torque y velocidad que se ha utilizado muchas veces.

$$P_f = T_f n / 63\,000 \text{ hp}$$

En el problema ilustrativo 14-3 se muestra el procedimiento.

**Problema ilustrativo 14-3.** Diseñe un cojinete de superficie plana para que soporte una carga radial constante de 1,500 lb en tanto el eje o flecha gira a 850 rpm. El análisis de tensión de la flecha determina que el diámetro mínimo aceptable en el muñón es 2.10". La flecha es parte de una máquina que requiere de buena precisión.

**Solución.**

1. Elija  $D = 2.50"$ . Así,  $R = 1.25"$
2. Para  $p = 200$  psi,  $L$  debe ser

$$L = F/pD = 1\,500/(200)(2.50) = 3.00"$$

Para este valor de  $L$ ,  $L/D = 3.00/2.50 = 1.20$ . Para utilizar una de las tablas estándar de diseño, cambie  $L$  a 2.50" de manera que  $L/D = 1.0$ . Esto no es fundamental pero elimina la interpolación. Entonces la presión real es

$$p = F/LD = 1\,500/(2.50)(2.50) = 240 \text{ psi}$$

Esta es una presión conservadora.

3. A partir de la figura 14-3,  $C_d = 0.003$  es adecuado para el espaciamiento diametral, con base en  $D = 2.50"$  y  $n = 850$  rpm. Y  $C_r = Cd/2 = 0.0015"$ . También,

$$R/C_r = 1.25/0.0015 = 833$$

Este valor se utiliza en cálculos posteriores.

4. Para la precisión que se pretende obtener en esta máquina, utilice un acabado superficial de 16 a 32  $\mu$ ", RMS, lo cual requiere un muñón lijado.



5. Espesor mínimo de la película (valor de diseño):

$$h_o = 0.000\ 25D = 0.000\ 25(2.50) = 0.0006" \text{ (aproximadamente)}$$

6. Variable de espesor de la película

$$h_o/C_r = 0.000\ 6/0.001\ 5 = 0.40$$

7. De la figura 14-7, para  $h_o/C_r = 0.40$  y  $L/D = 1$ , se puede leer  $S = 0.13$

8. Velocidad de giro en revoluciones por segundo:

$$n_s = n/60 = 850/60 = 14.2 \text{ rev/s}$$

9. Al despejar la viscosidad a partir del número de Sommerfeld,  $S$ :

$$\mu = \frac{Sp}{n_s(R/C_r)^2} = \frac{(0.13)(240)}{(14.2)(833)^2} = 3.17 \times 10^{-6} \text{ reyn}$$

10. De la gráfica de viscosidad, figura 14-6, se necesita aceite SAE 30 para asegurar viscosidad suficiente a 160°F. La viscosidad real esperada del SAE 30 a 160°F es  $3.3 \times 10^{-6}$  reyn aproximadamente.

11. El número de Sommerfeld para la viscosidad real será

$$S = \frac{\mu n_s(R/C_r)^2}{p} = \frac{(3.3 \times 10^{-6})(14.2)(833)^2}{240} = 0.135$$

12. Coeficiente de fricción, a partir de la figura 14-8:  $f(R/C_r) = 3.5$  para  $S = 0.135$  y  $L/D = 1$ . Ahora, como  $R/C_r = 833$ ,

$$f = 3.5/833 = 0.004\ 2$$

13. Torque de fricción

$$T_f = fFR = (0.004\ 2)(1\ 500)(1.25) = 7.9 \text{ lb·pulg}$$

14. Potencia de fricción:

$$P = T_f n / 63\ 000 = (7.9)(850) / 63\ 000 = 0.11 \text{ hp}$$

Una evaluación cualitativa del resultado requerirá conocer más detalles de la aplicación. Sin embargo, es necesario señalar que un coeficiente de fricción de 0.004 2 es muy bajo. Es probable que una máquina que requiere una flecha tan larga y se somete a fuerzas tan considerables como las que se generan en los cojinetes también necesitará gran potencia para impulsarla. Por consiguiente, la potencia de fricción de 0.11 es, al parecer, insuficiente.

## 14-8 CONSIDERACIONES PRACTICAS PARA COJINETES DE SUPERFICIE PLANA

Al diseñar sistemas de cojinetes es necesario considerar el método con que se les abastecerá de aceite, la distribución del aceite dentro del cojinete, la cantidad de lubricante que se necesita, la cantidad de calor que se genera en los cojinetes y su efecto en la temperatura del lubricante, la disipación de calor del cojinete, cómo mantener limpio el lubricante y el rendimiento de los cojinetes dentro del rango completo de condiciones de operación a las que es probable que se les someta.

Gran parte de estos factores son sólo detalles de diseño que deben resolverse junto con los otros aspectos del diseño mecánico. No obstante, a continuación se presentan algunos parámetros y sugerencias de orden general.

El lubricante puede transportarse hacia los cojinetes por medio de una bomba, que tal vez será impulsada a partir de la misma fuente que impulsa a toda la máquina. En algunos impulsores de engranes, uno de los engranes está diseñado para que se sumerja en un colector de aceite y lleve este lubricante a los engranes que se enlazan y los cojinetes. Es posible utilizar una copa de aceite para que abastezca aceite por fuerza de gravedad si la cantidad de aceite es pequeña.

Se dispone de métodos para estimar la cantidad de aceite que se necesita, considerando las fugas que se presentan en los extremos de los cojinetes [1, 4, 8, 9, 12, 13].

La carga de aceite hacia los cojinetes se debe realizar siempre en un área opuesta al lugar en que se encuentra la presión hidrodinámica que soporta la carga. De lo contrario, el orificio por el cual se carga el aceite destruirá la presurización de la película.

Se suele recurrir al uso de ranuras para distribuir el aceite a lo largo de la longitud del cojinete. El aceite será abastecido a través de un orificio radial en el cojinete que se encuentra en el punto de la longitud media de éste. La ranura se extenderá axialmente en ambos sentidos a partir del orificio, pero terminará un poco antes del extremo del cojinete para evitar que el aceite se salga hacia los lados. Así, el giro del muñón conduce el aceite hacia el área donde se genera la película hidrodinámica.

Siempre hay que tomar en cuenta el enfriamiento del propio cojinete, o el del aceite en el colector que abastece lubricante. La convección natural quizá sea suficiente para transferir calor y mantener una temperatura aceptable en los cojinetes. De lo contrario, se utiliza convección forzada. En aquellos casos en que se genera mucho calor, sobre todo cuando el sistema de cojinetes opera en un área caliente como un horno, se bombea aceite alrededor del cojinete a través de una camisa. Algunos de los cojinetes disponibles en el mercado incorporan esta característica. Otro método consiste en colocar un intercambiador de calor en el colector de aceite, o bien, el aceite se bombea mediante un intercambiador externo.

El lubricante se limpia haciéndolo pasar por filtros conforme es bombeado hacia los cojinetes. Instalar terminales magnéticas dentro del colector resulta útil para atraer y mantener partículas metálicas que podrían raspar el cojinete si se permite que entren en el espaciamiento entre el muñón y el cojinete. Desde luego, es recomendable cambiar el aceite con frecuencia.

El procedimiento de diseño que se utilizó en la sección anterior se completó en función de un conjunto de condiciones: una temperatura específica, espaciamiento diametral, carga y velocidad de giro. Si cualquiera de estos factores se modifica durante la operación de la máquina,

habrá que evaluar el rendimiento del cojinete bajo las nuevas condiciones. Es pertinente realizar pruebas con un prototipo que se someterá a gran variedad de condiciones.

## 14-9 COJINETES HIDROSTATICOS

Recuerde que la lubricación hidrodinámica es resultado de generar una película presurizada de aceite suficiente para que soporte la carga a la que se somete el cojinete, en tanto la película es generada por el movimiento del propio muñón dentro del cojinete. Se señala que se requiere un movimiento relativo y constante entre el muñón y el cojinete para generar y mantener la película.

En algunos tipos de equipo son tales las condiciones que es imposible generar una película hidrodinámica; los dispositivos recíprocos u oscilatorios o máquinas que trabajan muy despacio son algunos ejemplos de lo anterior. Si la carga a la que se somete el cojinete es muy considerable, es probable que sea imposible generar una presión lo suficiente alta para soportar la carga. Aun en aquellos casos en los que es posible desarrollar lubricación hidrodinámica durante la operación normal de la máquina, persiste la lubricación mixta o la lubricación en el límite a lo largo de los ciclos de arranque o encendido y de paro. Es probable que esto resulte inaceptable.

Considere el diseño de la base para un sistema de antena o de telescopio en el que se necesita que la base gire a muy baja velocidad y con suavidad. Además se desea que la fricción sea mínima para que el sistema sea pequeño, capaz de responder con rapidez y su posicionamiento sea preciso. Básicamente, el sistema es un cojinete de empuje o presión que soporta el peso del sistema.

En este tipo de aplicación, se recomienda utilizar *lubricación hidrostática*. El lubricante es abastecido hacia el cojinete a alta presión, de varios cientos de psi o mayor, y la presión que actúa sobre el área del cojinete literalmente levanta la carga del cojinete aun en equipo fijo.

La figura 14-9 ilustra los elementos más importantes de un sistema de cojinetes hidrostáticos. Una bomba de desplazamiento positivo toma aceite de un tanque y lo conduce bajo presión hacia un múltiple de alimentación a partir del cual se alimentan varios cojinetes. En cada cojinete, el aceite pasa a través de un elemento de control que proporciona equilibrio al sistema. El elemento de control puede ser una válvula de control de flujo, un tramo de tubería de diámetro reducido o bien un orificio, todos estos oponen resistencia al flujo de aceite y permiten que los distintos cojinetes operen a una presión lo suficiente alta para que se levante la carga en cada cojinete. Durante la operación, el aceite entra en una ranura dentro del cojinete. Por ejemplo, la figura 14-9(b) muestra un cojinete circular que tiene una ranura o escotadura en el centro que es abastecida de aceite a través de un orificio central. En un principio, la carga reposa sobre el área firme sellando la ranura. Conforme la presión en la ranura alcanza el nivel en el que el producto de multiplicar la presión por el área de la ranura es igual a la carga aplicada, la carga es levantada del cojinete. De inmediato se genera un flujo de aceite a lo largo del área firme abajo de la carga levantada y la presión disminuye hasta la presión atmosférica fuera del cojinete. El flujo de aceite debe mantenerse en un nivel que coincida con el flujo que sale del cojinete. Cuando se presenta el equilibrio, el producto integrado de la presión local multiplicado por el área levanta la presión una cierta distancia,  $h$ , por lo general en el rango de 0.01 a 0.010" (0.025 A 0.25 mm). El espesor de la película,

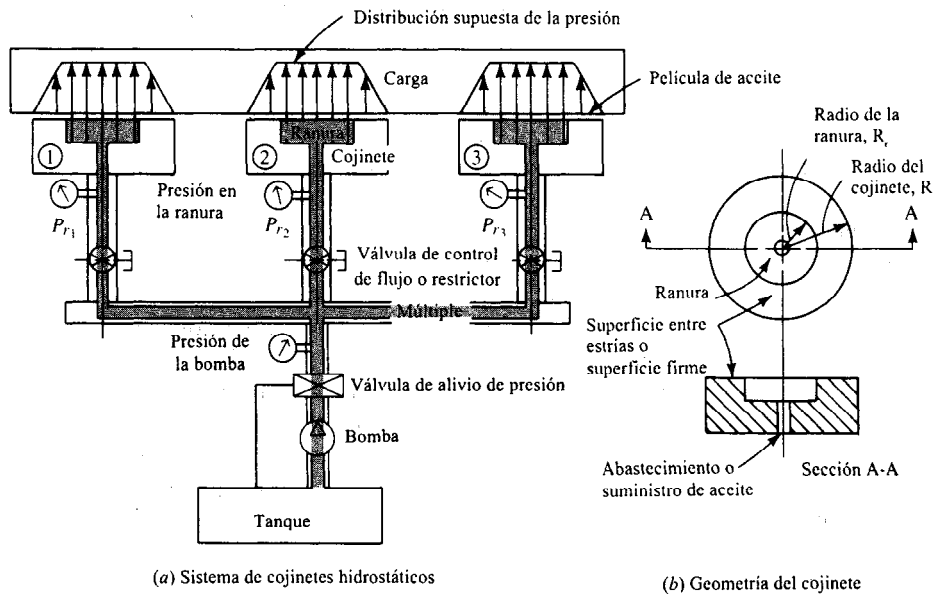


Figura 14-9 Elementos más importantes de un sistema de cojinetes hidrostáticos

$h$ , debe ser lo suficiente grande para asegurar que no exista contacto sólido a lo largo del rango de condiciones de operación, pero debe mantenerse lo más bajo posible para reducir al mínimo el flujo de aceite que pasa por cada cojinete y la potencia de la bomba que se necesita para impulsar el sistema.

### Rendimiento hidrostático de los cojinetes

Son tres los factores que caracterizan el rendimiento de un cojinete hidrostático: su capacidad para soportar carga, el flujo de aceite requerido, y la potencia de bombeo que se necesita, como lo indican los coeficientes adimensionales  $a_f$ ,  $q_f$  y  $H_f$ . Las magnitudes de los coeficientes dependen del diseño del cojinete

$$F = a_f A_p p_r \quad (14-5)$$

$$Q = q_f \frac{F}{A_p} \frac{h^3}{\mu} \quad (14-6)$$

$$P = p_r Q = H_f \left( \frac{F}{A_p} \right)^2 \frac{h^3}{\mu} \quad (14-7)$$

donde  $F$  = carga sobre el cojinete, lb o N  
 $Q$  = volumen de cantidad de flujo de aceite, pulg<sup>3</sup>/s o m<sup>3</sup>/s  
 $Q$  = potencia de bombeo, lb-pulg/s o N·m/s (watts)  
 $a_f$  = coeficiente de carga del cojinete, adimensional  
 $q_f$  = coeficiente de flujo en el cojinete adimensional  
 $H_f$  = coeficiente de potencia en el cojinete, adimensional (Nota:  $H_f = q_f/a_f$ )  
 $Ap$  = área del cojinete, pulg<sup>2</sup> o m<sup>2</sup>  
 $p_r$  = presión de aceite en la ranura del cojinete, psi o Pa  
 $h$  = espesor de la película, pulg o m  
 $\mu$  = viscosidad dinámica del aceite, lb·s/pulg<sup>2</sup> (reyn) o Pa·s

La figura 14-10 muestra la variación típica de los coeficientes adimensionales como función de la geometría del cojinete para uno circular con una ranura circular. Conforme se incrementa el tamaño de la ranura ( $R_r/R$ ), aumenta la capacidad para soportar carga, como lo indica  $a_f$ . Pero al mismo tiempo, se incrementa el flujo a través del cojinete, como lo indica  $q_f$ . El incremento es gradual hasta un valor de  $R_r/R$  de 0.7 aproximadamente, y después rápido para relaciones más altas. Esta cantidad de flujo más alta requiere una potencia de bombeo mucho mayor, como lo indica el coeficiente de potencia que se incrementa con rapidez. A relaciones muy bajas de

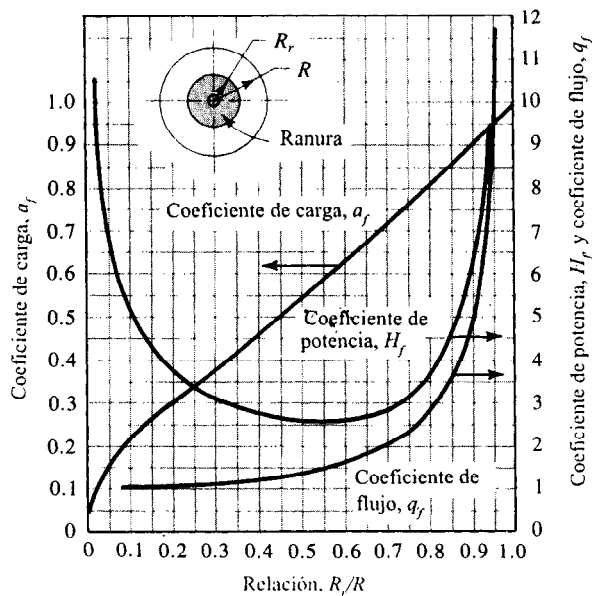


Figura 14-10 Coeficientes adimensionales de rendimiento para cojinetes hidrostáticos circulares. (Cast Bronze Institute. *Cast Bronze Hydrostatic Bearing Design Manual*. Chicago: 1975.)

$R_r/R$  el coeficiente de carga disminuye con celeridad. La presión en la ranura tendrá que incrementarse a fin de compensar y levantar la carga. Una presión más alta exige mayor potencia de bombeo. Por consiguiente, el coeficiente de potencia es alto ya sea a relaciones muy pequeñas de  $R_r/R$  con relaciones altas. Para relaciones entre 0.4 y 0.6 se requiere potencia mínima.

Estas características generales del rendimiento de cojinetes hidrostáticos son comunes en muchas geometrías diferentes de cojinetes. Se ha publicado información abundante relativa al rendimiento de distintas formas de cojinetes [5].

El problema ilustrativo 14-4 ilustrará el procedimiento básico de diseño para cojinetes hidrostáticos.

**Problema ilustrativo 14-4.** La base de una antena de gran tamaño 12 000 libras debe apoyarse en tres cojinetes hidrostáticos, de tal manera que cada cojinete soporte 4,000 lb. Se utilizará una bomba de desplazamiento positivo para abastecer aceite a una presión de hasta 500 psi. Diseñe los cojinetes hidrostáticos.

**Solución.** Se decidió utilizar el diseño de cojinete circular para el cual se proporcionan los coeficientes de rendimiento en la figura 14-10. Los resultados del diseño especificarán las dimensiones de los cojinetes, la presión que se necesita en la ranura de cada cojinete, el tipo de aceite que se requiere al igual que su temperatura, el espesor de la película de aceite cuando los cojinetes soportan la carga, la cantidad de flujo de aceite requerida y la potencia de bombeo necesaria.

1. A partir de la figura 14-10, la potencia mínima que se requiere para un cojinete circular se obtendrá con una relación  $R_r/R$  de aproximadamente 0.50. Para esa relación, el valor del coeficiente de carga,  $a_r = 55$ . La presión en la ranura del cojinete será algo más baja que el máximo disponible de 500 psi debido a la disminución de presión en el restrictor que se colocó entre el múltiple de alimentación y el cojinete. Diseñe para obtener una presión en la ranura que se aproxime a 400 psi. Así, a partir de la ecuación 14-5,

$$A_p = \frac{F}{a_r p_r} = \frac{4\,000 \text{ lb}}{0.55(400 \text{ lb/pulg}^2)} = 18.2 \text{ pulg}^2$$

No obstante  $A_p = \pi D^2/4$ . Por consiguiente el diámetro de cojinete que se necesita es

$$D = \sqrt{4A_p/\pi} = \sqrt{4(18.2)/\pi} = 4.81 \text{ pulg.}$$

Por conveniencia, se especifica  $D = 5.00$ ". Por tanto, el área real del cojinete será

$$A_p = \pi D^2/4 = (\pi)(5.00 \text{ "})^2/4 = 19.6 \text{ pulg}^2$$

Entonces, la presión que se necesita en el cojinete es

$$p_r = \frac{F}{a_f A_p} = \frac{4\,000 \text{ lb}}{0.55(19.6 \text{ "})^2} = 370 \text{ lb/pulg}^2$$

También

$$R = D/2 = 5.00 \text{ "}/2 = 2.50 \text{ "}$$

$$R_r = 0.50R = 0.50(2.50 \text{ "}) = 1.25 \text{ "}$$

2. Especifique el valor de diseño del espesor de la película,  $h$ . Se sugiere que  $h$  sea entre 0.001 y 0.010". Utilice  $h = 0.005$ ".
3. Especifique el lubricante y la temperatura de operación. Seleccione aceite SAE 30 y suponga que la temperatura máxima en la película de aceite será 120°F. Puede consultar un método para estimar la temperatura real de la película durante la operación [5]. A partir de las curvas de viscosidad/temperatura, figura 14-6, la viscosidad se aproxima a  $8.3 \times 10^{-6}$  reyn (lb·s/pulg<sup>2</sup>).
4. Calcule el flujo de aceite a través del cojinete a partir de la ecuación (14-6). El valor de  $a_f = 1.4$  se encuentra a partir de la figura 14-10:

$$Q = q_f \frac{F}{A_p} \frac{h^3}{\mu} = (1.4) \frac{4\,000 \text{ lb}}{19.6 \text{ pulg}^2} \frac{(0.005 \text{ "})^3}{8.3 \times 10^{-6} \text{ lb·s/pulg}^2}$$

$$Q = 4.30 \text{ pulg}^3/\text{s}$$

5. Calcule la potencia de bombeo que se necesita a partir de la ecuación (14-7). El valor de  $H_f = 2.6$  se encuentra a partir de la ecuación 14-10:

$$P = p_r Q = H_f \left( \frac{F}{A_p} \right)^2 \frac{h^3}{\mu} = 2.6 \left( \frac{4\,000}{19.6} \right)^2 \frac{(0.005)^3}{8.3 \times 10^{-6}} = 1\,631 \text{ lb·pulg./s}$$

Por conveniencia, esto puede convertirse a caballos de potencia

$$P = \frac{1\,631 \text{ lb·pulg}}{\text{s}} \frac{1.0 \text{ pies}}{12 \text{ "}} \frac{1.0 \text{ hp}}{550 \text{ lb·pies/s}} = 0.247 \text{ hp}$$

## BIBLIOGRAFIA

1. Boyd, John y Raimondi, Albert A. "A Solution for the Finite Journal Bearing and Its Application to Analysis and Design". Partes I, II y III. *Transactions of the American Society of Lubrication Engineers*, Vol. 1, No. 1, pp. 159-209, 1958.

2. Boyd, John y Raimondi, Albert A. "Applying Bearing Theory to the Analysis and Design of Journal Bearings". Partes I y II. *Journal of Applied Mechanics*, Vol 73, pp. 298-316, 1951.
3. Booser, E. Richard, y Wilcock, Donald F. "New Technique Simplifies Journal Bearing Design". *Machine Design Magazine*. (23 de abril de 1987.)
4. Cast Bronze Institute. *Cast Bronze Bearing Design Manual*. Chicago: Cast Bronze Institute, 1979.
5. Cast Bronze Institute. *Cast Bronze Hidrostatic Bearing Design Manual*. Chicago: Cast Bronze Institute, 1975.
6. Clauss, F. J. *Solid Lubricants and Self-Lubricating Solids*. Nueva York: Academic Press:1972.
7. Faires, V. M. *Design of Machine Elements*. Nueva York: MacMillan Publishing Company, 1965.
8. Fuller D. D. *Theory and Practice of Lubrication for Engineers*. Nueva York: John Wiley & Sons, 1956.
9. Juvinall, R. C. y Marshek, Kurt M. *Fundamentals of Machine Component Design*, 2ª edición. Nueva York: John Wiley & Sons, 1991.
10. *Machine Design Magazine Mechanical Drives Reference Issue*. Cleveland: Penton/IPC, 1987.
11. Mott, R. L. *Applied Fluid Mechanics*, 3ª edición. Columbus: Merrill Publishing, 1990.
12. Someya, Tsunen, Ed. *Journal Bearing Handbook*. Nueva York: Springer-Verlag, 1989.
13. Stolarski, T. A. *Tribology in Machine Design*. Oxford, Inglaterra: Industrial Press, 1990.
14. Welsh, R. J. *Plain Bearing Design Handbook*. Londres: Butterworths, 1983.
15. Wills, J. George: *Lubrication Fundamentals*. Nueva York: Marcel Dekker, 1980.
16. Wolverton, M. P. et. al. "How Plastic Composites Wear at High Temperatures". *Machine Design Magazine*. (10 de febrero de 1983).

## PROBLEMAS

● Para los problemas 1 al 8, diseñe un cojinete de superficie plana, utilizando el método de lubricación en el límite que se explicó en la sección 14-5. Utilíce una relación  $L/D$  para el cojinete en el rango de 0.50 a 1.50. Calcule el factor  $pV$  y especifique un material de la tabla 14-1.

Número de problema	Carga radial (lb)	Diámetro del eje (pulg)	Velocidad del eje (rpm)
1.	225	3.00	1 750
2.	100	1.50	1 150
3.	200	1.25	850
4.	75	0.50	600
5.	850	4.50	625
6.	500	3.75	450
7.	800	3.00	350
8.	60	0.75	750



● Para los problemas 9 al 18, diseñe un cojinete lubricado en forma hidrodinámica, utilizando el método que se describió en la sección 14.7. Especifique el diámetro nominal del muñón, la longitud del cojinete, el espaciamiento diametral, el espesor mínimo de la película de lubricante durante la operación, el acabado superficial del muñón y del cojinete, el lubricante y su temperatura máxima de operación. Para su diseño, calcule el coeficiente de fricción, el torque de fricción y la potencia que se disipa como resultado de la fricción.

Número de problema	Carga radial	Diámetro		Velocidad del eje (rpm)	Aplicación
		mínimo del eje	del eje		
9.	1 250 lb	2.60 "	1 750	Motor eléctrico	
10.	2 250 lb	3.50 "	850	Transportador	
11.	1 875 lb	2.25 "	1 150	Compresora de aire	
12.	1 250 lb	1.75 "	600	Husillo de precisión	
13.	500 lb	1.15 "	2 500	Husillo de precisión	
14.	850 lb	1.45 "	1 200	Polea loca acanalada	
15.	4 200 lb	4.30 "	450	Eje o flecha para impulsor de cadena	
16.	18.7 kN	100 mm	500	Transportador	
17.	2.25 kN	25 mm	2 200	Herramienta mecánica	
18.	5.75 kN	65 mm	1 750	Impresora	

● Para los problemas del 19 al 28 diseñe un cojinete hidrostático que tenga forma circular. Especifique el diámetro del cojinete, el diámetro de la ranura, la presión sobre la ranura, el espesor de la película, el lubricante y su temperatura, la cantidad de flujo de aceite y la potencia de bombeo. La carga que se especifica es para un solo cojinete. Puede optar por utilizar múltiples cojinetes. (El suministro de presión es el máximo del que se dispone en la bomba).

Número de problema	Carga	Presión de alimentación
19.	1 250 lb	300 psi
20.	5 000 lb	300 psi
21.	3 500 lb	500 psi
22.	750 lb	500 psi
23.	250 lb	150 psi
24.	500 lb	150 psi
25.	22.5 kN	2.0 MPa
26.	1.20 kN	750 kPa
27.	8.25 kN	1.5 MPa
28.	12.5 kN	1.5 MPa

---

# 15

## Cojinetes de contacto giratorio

---

- 15-1 Objetivos de este capítulo
  - 15-2 Tipos de cojinetes de contacto giratorio
  - 15-3 Cojinetes de empuje
  - 15-4 Cojinetes montados
  - 15-5 Materiales para cojinetes
  - 15-6 Relación entre carga y vida útil
  - 15-7 Información de los fabricantes de engranes
  - 15-8 Vida útil del diseño
  - 15-9 Selección de cojinetes: sólo cargas radiales
  - 15-10 Selección de cojinetes: cargas radial y de empuje combinadas
  - 15-11 Montaje de cojinetes
  - 15-12 Cojinetes con rodamientos ahusados
  - 15-13 Consideraciones prácticas en la aplicación de cojinetes
  - 15-14 Importancia del espesor de la película de aceite en cojinetes
  - 15-15 Proyecciones de vida útil bajo cargas variables
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

En el capítulo 9 al lector se le asignó la tarea de diseñar un eje o flecha que giraba a 600 rpm y soportaba dos engranes como parte de un sistema transmisor de potencia. Las figuras 9-1 y 9-2 muestran la disposición básica que se propuso. La flecha se diseñó de tal manera que se apoye sobre dos cojinetes en los puntos *B* y *D*. Luego, en el problema ilustrativo 9-1 se terminó el análisis de fuerzas al calcular las fuerzas que se aplican sobre la flecha y después las reacciones en los cojinetes. La figura 9-11 muestra los resultados que se resumen a continuación:

$$R_{Bx} = 485 \text{ lb} \quad R_{By} = 4\,620 \text{ lb}$$

$$R_{Dx} = 1\,223 \text{ lb} \quad R_{Dy} = 1\,680 \text{ lb}$$

donde *x* se refiere al sentido horizontal y *y* al vertical. Todas las fuerzas en los cojinetes se dan en sentido radial. La labor del lector ahora consiste en especificar cojinetes de contac-

to giratorio adecuados para que la flecha soporte esas fuerzas y las transfiera desde la flecha hasta la carcasa del reductor de velocidad.

¿Qué tipo de cojinetes debe seleccionar? ¿En que manera afectan las fuerzas que recién se identificaron a su elección? ¿Qué expectativa de vida útil es razonable para los cojinetes y cómo afecta a la selección de los cojinetes? ¿Qué tamaño hay que especificar? ¿Cómo se van a instalar los cojinetes en la flecha y cuál es su efecto en el diseño detallado de la flecha? ¿Qué dimensiones límite deben definirse para los asientos de los cojinetes en la flecha? ¿Cómo se va a ubicar de manera axial el cojinete en la flecha? ¿En qué forma se va a instalar en la carcasa y se va a ubicar ahí? ¿Es necesario utilizar guardas y sellos para evitar que sustancias contaminantes entren en contacto con los cojinetes? La información que forma parte de este capítulo le será útil para contestar estas y otras decisiones de diseño.

■ ■ ■

## 15-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

El fin que debe cumplir un cojinete es soportar una carga en tanto permite el movimiento relativo entre dos piezas de una máquina. El término *cojinetes de contacto giratorio* se refiere a la extensa variedad de cojinetes en los que se utilizan bolas o algún tipo de rodamiento entre las piezas fijas y las móviles. El tipo más común de cojinete soporta una flecha giratoria, que resiste cargas radiales simples o una combinación de cargas radiales y axiales, es decir de empuje. Algunos cojinetes están diseñados para soportar sólo cargas de empuje. Casi todos los cojinetes se emplean en aplicaciones o usos que implican rotación, pero algunos se utilizan en aplicaciones de movimiento lineal.

Los componentes de un cojinete de contacto giratorio son el anillo o pista de rodamientos interno, el anillo o pista de rodamientos externo y las piezas giratorias. La figura 15-1 ilustra el cojinete de bolas de hilera única y ranura profunda común. Por lo regular, la pista de rodamientos externo es fijo y se sostiene mediante la carcasa de la máquina. La pista de rodamientos interno es presionada contra la flecha giratoria y por tanto gira junto con ésta. Así, las bolas giran entre el anillo interno y el externo. La trayectoria de la carga es a partir de la flecha, hacia la pista de rodamientos interno, hacia las bolas, hacia la pista externa, y, por último, hacia la carcasa. La presencia de las bolas permite un giro muy suave, con baja fricción de la flecha. El coeficiente de fricción típico para un cojinete de contacto giratorio es entre 0.001 y 0.005 aproximadamente. Estos valores sólo reflejan las propias piezas giratorias y los medios para conservarlos dentro del cojinete. La presencia de sellos, lubricante en exceso o cargas poco comunes hace que se incrementen estos valores.

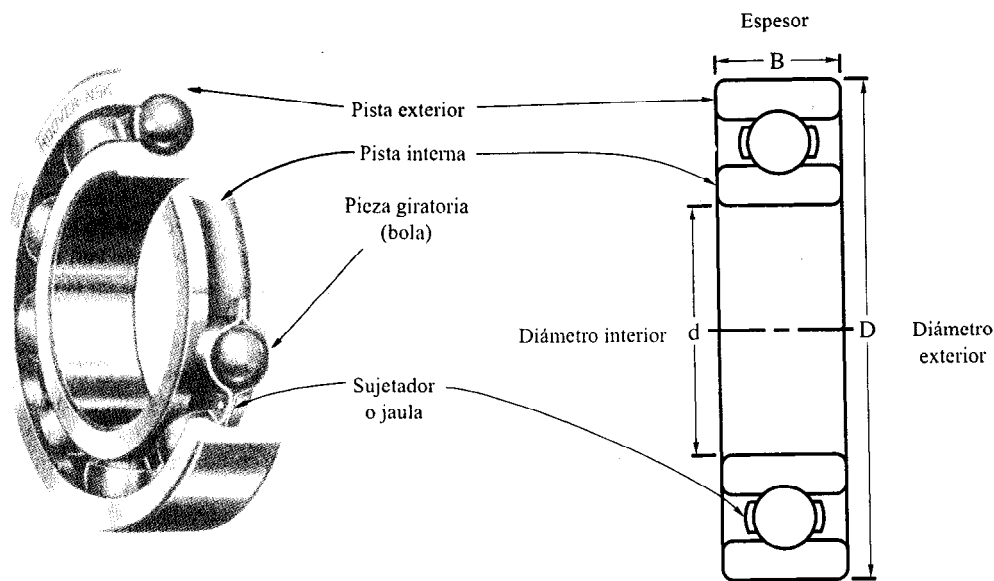


Figura 15-1 Cojinete de bolas de hilera única, ranura profunda. (Hoover-NSK Bearing Company, Ann Arbor, Mich.)

### Objetivos específicos

Al concluir el estudio de este capítulo el lector estará capacitado para:

1. Identificar los tipos de cojinetes de contacto giratorio disponibles en el mercado y seleccionar el tipo adecuado para un uso específico, considerando la manera en que se cargan y las condiciones de operación.
2. Utilizar la relación entre las fuerzas a que se someten los cojinetes y la expectativa de vida de éstos para calcular los factores críticos en la selección de cojinetes.
3. Utilizar la información del rendimiento de los cojinetes que proporcionan los fabricantes para especificar los cojinetes adecuados para un uso específico.
4. Sugerir valores apropiados para la vida útil de diseño de los cojinetes.
5. Calcular la *carga equivalente* en un cojinete correspondiente a las combinaciones de carga axial y carga de empuje que se le aplican.
6. Especificar detalles de montaje para cojinetes que afectan el diseño de la flecha en la cual va a asentarse el cojinete y la carcasa en la que se va a montar.
7. Calcular las cargas equivalentes en cojinetes ahusados de contacto giratorio.
8. Describir el diseño especial de los cojinetes de empuje.



9. Describir distintos tipos de cojinetes montados disponibles en el mercado y su uso en el diseño mecánico.
10. Comprender ciertas consideraciones de índole técnica que intervienen en el uso de cojinetes, incluyendo lubricación, sellos, velocidad límite, tipos de tolerancias en cojinetes y estándares de fabricación y uso de cojinetes.
11. Tomar en cuenta los efectos de distintas cargas sobre la expectativa de vida útil y la especificación de cojinetes.

## 15-2 TIPOS DE COJINETES DE CONTACTO GIRATORIO

A lo largo de este texto se estudian siete tipos diferentes de cojinetes de contacto giratorio y se analizan las aplicaciones en que por lo regular se utilizan cada uno de ellos. Existen muchas variantes de los diseños que se muestran. A medida que se analice cada uno, remítase a la tabla 15-1 para una comparación del rendimiento en relación con otros. Las *cargas radiales* actúan hacia el centro del cojinete a lo largo de un radio. Tales cargas son típicas de aquellas que son generadas por las piezas que transmiten potencia en flechas como por ejemplo los engranes rectos o cilíndricos, impulsores de banda en V e impulsores de cadena. Las *cargas de empuje* son aquellas que actúan paralelas al eje de la flecha. Los componentes axiales de las fuerzas que actúan sobre engranes helicoidales, gusanos y mecanismos de tornillo sin fin, al igual que engranes cónicos o biselados son cargas de empuje. A su vez, los cojinetes que soportan flechas con ejes verticales se ven sujetos a cargas de empuje debido al peso de la flecha y a las piezas de la flecha así como las fuerzas axiales que operan. La *desalineación* se refiere a la desviación angular del eje de la flecha en el cojinete a partir del eje verdadero del propio cojinete. Una especificación excelente para desalineación en la tabla 15-1 indica que el cojinete es capaz de adaptarse a una desviación angular de hasta  $4.0^\circ$ . Un cojinete con una especificación satisfactoria es susceptible de soportar hasta  $0.15^\circ$ , en tanto una especificación pobre indica que se necesitan flechas rígidas con menos de  $0.05^\circ$  de desalineación. Para conocer datos específicos es necesario consultar catálogos de los fabricantes.

**Tabla 15-1 Comparación de tipo de cojinetes**

<i>Tipo de cojinete</i>	<i>Capacidad de carga radial</i>	<i>Capacidad de carga de empuje</i>	<i>Capacidad de desalineación</i>
Bola de hilera única, ranura profunda	Buena	Aceptable	Aceptable
Bola de doble hilera, ranura profunda	Excelente	Buena	Aceptable
Contacto angular	Buena	Excelente	Pobre
Rodamiento cilíndrico	Excelente	Pobre	Aceptable
Aguja	Excelente	Pobre	Pobre
Rodamiento esférico	Excelente	Aceptable/buena	Excelente
Rodamiento ahusado	Excelente	Excelente	Pobre

### Cojinete de bola de hilera única, ranura profunda

Los cojinetes de bola de hilera única, ranura profunda, que en ocasiones se denominan cojinetes de Conrad, son los que se imaginan casi todas las personas cuando se les menciona el término “cojinete de bola”. Por lo general, la pista de rodamientos interna se presiona contra la flecha en el asiento del cojinete con un ajuste de interferencia pequeño para asegurar que gire junto con el eje o flecha. Las piezas esféricas giratorias, o bolas, giran dentro de una ranura profunda tanto en los anillos externos como en los internos. El espaciado de las bolas se mantiene mediante dispositivos de retención o “jaulas”. La ranura permite que se soporte una carga considerable de empuje porque se le diseña con capacidad para soportar carga radial. La carga de empuje se aplicará en un lado de la pista de rodamientos interna mediante un hombro en la flecha o eje. La carga pasará a lo largo del lado de la ranura, a través de la bola, hacia el lado opuesto del anillo de bolas externo, y después hacia la carcasa. El radio de la bola es un poco más pequeño que el radio de la ranura para permitir el rodamiento libre de las bolas. En teoría, el contacto entre una bola y la pista de rodamientos se da en un punto, sin embargo, en realidad es un área circular pequeña debido a la deformación de las piezas. Como la carga es soportada en un área pequeña, se presentan tensiones debidas al contacto muy altas a nivel local. Para incrementar la capacidad de un cojinete de hilera única, se debe utilizar un cojinete que tenga mayor número de bolas o bolas más grandes que funcionen en pistas de rodamientos más grandes.

### Cojinete de doble hilera, ranura profunda

Si se le compara con el diseño de una sola hilera, agregar una segunda hilera de bolas (figura 15-2) incrementa la capacidad para soportar carga radial del tipo de cojinete de ranura profunda porque es mayor el número de bolas que soportan la carga. Por tanto, una mayor carga puede ser soportada por el mismo espacio o una carga específica puede ser soportada en un espacio más pequeño. El espesor más grande de los cojinetes de doble hilera suele afectar de manera adversa la capacidad de desalineación.

### Cojinete de bolas de contacto angular

Si se le compara con el cojinete estándar de hilera única y ranura profunda, en un cojinete de contacto angular, un lado de cada pista de rodamientos es más alto para permitir su adaptación a cargas de empuje más considerables. El boceto de la figura 15-3 muestra el ángulo que se prefiere de la fuerza resultante (cargas axial y de empuje combinadas) con cojinetes disponibles en el mercado que tienen ángulos de entre 15° y 40°.

### Cojinete de rodamientos cilíndricos

Sustituir las bolas esféricas con rodamientos cilíndricos (figura 15-4) con los cambios correspondientes en el diseño de los collares de bolas, proporciona una mayor capacidad de carga radial. El patrón de contacto entre un rodamiento y su collar es, en teoría, una línea y adopta forma rectangular conforme las piezas se deforman bajo el efecto de una carga. Los niveles de tensión debida al contacto son más bajos que los que corresponden a cojinetes de bola de un

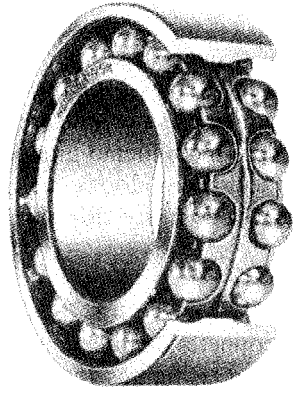
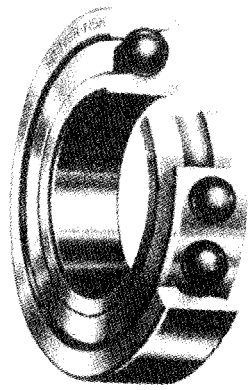
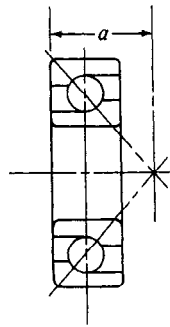


Figura 15-2 Cojinete de bolas de doble hilera, ranura profunda. (Hoover-NSK Bearing Company, Ann Arbor, Mich.)



(a)



(b)

Figura 15-3 Cojinete de bolas de contacto angular. (Hoover-NSK Bearing Company, Ann Arbor, Mich.)

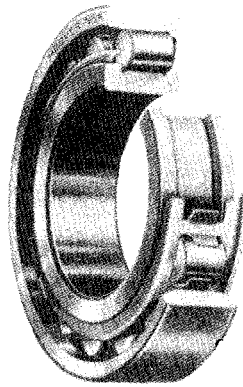
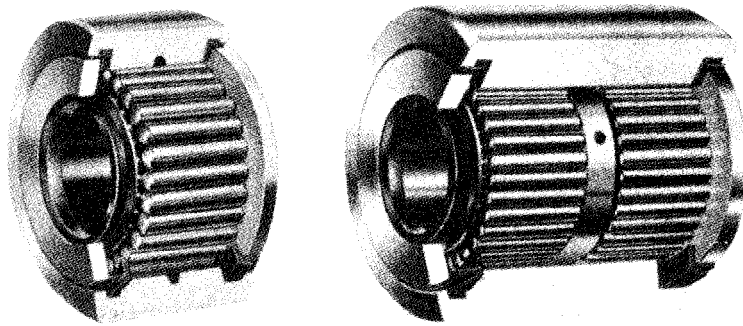


Figura 15-4 Cojinete de rodamientos cilíndricos. (Hoover-NSK Bearing Company, Ann Arbor, Mich.)

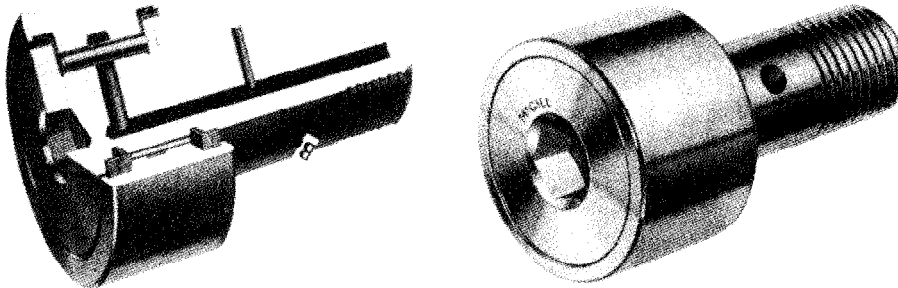
tamaño equivalente, lo que permite que cojinetes más pequeños soporten un carga particular o que un cojinete de un tamaño específico soporte una carga mayor. La capacidad para soportar carga de empuje es pobre porque al lado de los rodamientos se le aplicará cualquier carga de empuje y ello provocará frotamiento y no un verdadero movimiento giratorio. Se recomienda *no* aplicar carga de empuje. Los cojinetes de rodamientos cilíndricos suelen ser muy anchos, lo cual les confiere escasa capacidad para adaptarse a la desalineación angular.

### Cojinete de aguja

Los cojinetes de aguja (figura 15-5) son en realidad cojinetes de rodamientos, pero el diámetro es mucho menor, como puede observarse si se comparan las figuras 15-4 y 15.5. Por lo común para que los cojinetes de aguja soporten una carga específica se requiere un espacio radial más pequeño que el que se necesita para cualquier otro tipo de cojinetes de contacto giratorio. Esto facilita su diseño en muchos tipos de equipo y componentes como bombas, juntas universales, instrumentos de precisión y aparatos para el hogar. La rodilla de leva o seguidor de leva que se ilustra en la figura 15-5(b) es otro ejemplo en el que la operación antifricción de los cojinetes de aguja puede incorporarse con poca necesidad de espacio radial. Al igual que en otros cojinetes de rodamientos, la capacidad de empuje y desalineación es pobre.



(a) Cojinetes de aguja de hilera única y de doble hilera



(b) Cojinetes de aguja adaptados a seguidores de leva

**Figura 15-5** Cojinetes de aguja. (McGill Manufacturing Co., Inc., Bearing Division, Valparaiso, Ind.)



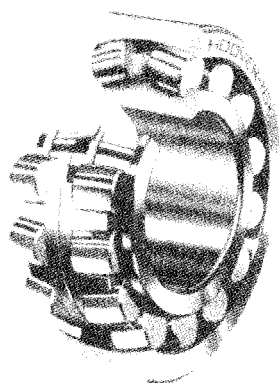


Figura 15-6 Cojinete de rodamientos esféricos. (Hoover-NSK Bearing Company, Ann Arbor, Mich.)

### Cojinete de rodamiento esférico

El cojinete de rodamiento esférico (figura 15-6) es una forma de *cojinete autoalineado*, se denomina así porque existe rotación relativa real de la pista de rodamientos externa en relación a los rodamientos y la pista de rodamientos interna cuando se presenta desalineación angular. Esto proporciona excelente especificación de la capacidad de desalineación en tanto se conservan las mismas especificaciones de capacidad de carga radial.

### Cojinete de rodamientos ahusados

Los cojinetes de rodamientos ahusados (figura 15-7) están diseñados para soportar cargas de empuje sustanciales con cargas radiales altas, lo cual da por resultado excelentes especificaciones en ambos. Se utilizan con frecuencia en cojinetes de rueda para vehículos y equipo móvil

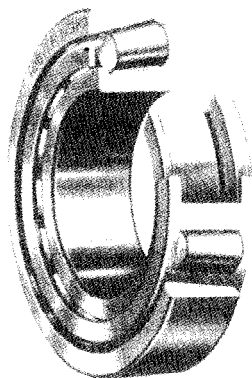


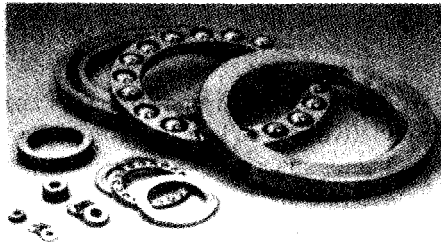
Figura 15-7 Cojinete de rodamientos ahusados. (Hoover-NSK Bearing Company, Ann Arbor, Mich.)

y en maquinaria de trabajo pesado a la que le son inherentes cargas de empuje altas. La sección 15-12 proporciona información adicional acerca de su uso. Las figuras 11-35, 12-6 y 12-20 muestran cojinetes de rodamientos ahusados que se utilizan en reductores de velocidad tipo engrane.

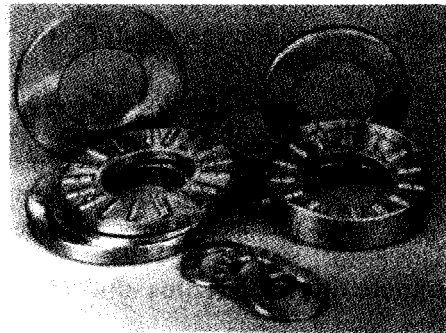
### 15-3 COJINETES DE EMPUJE

Los cojinetes que se han estudiado hasta ahora en este capítulo se han diseñado para que soporten cargas radiales o una combinación de cargas radiales y cargas de empuje. Muchos proyectos de diseño mecánico exigen un cojinete que sólo resista cargas de empuje y en el mercado están disponibles numerosos tipos de cojinetes estándar de empuje. Se utilizan las mismas piezas giratorias: bolas, rodamientos cilíndricos y rodamientos ahusados (véase la figura 15-8).

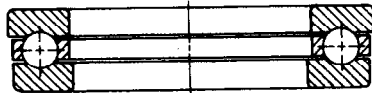
Casi ningún cojinete de empuje es capaz de soportar carga radial, los que si son capaces de hacerlo soportan cargas cuya magnitud es mínima. En consecuencia, el diseño y la selección de tales cojinetes depende sólo de la magnitud de la carga de empuje y de su vida útil de diseño. La



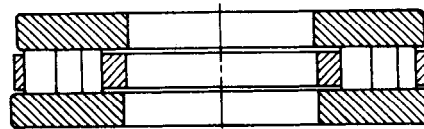
(a) Ejemplo de cojinetes de empuje de bola



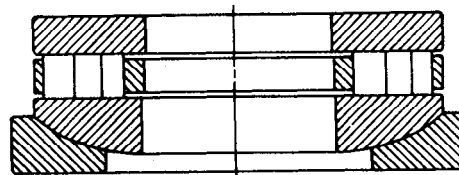
(c) Ejemplos de cojinete de empuje con rodamientos



(b) Sección transversal típica de un cojinete de bola de empuje



Cojinete de rodamientos cilíndricos de empuje estándar



Cojinete de empuje que se alinea por sí mismo

Figura 15-8 Cojinetes de empuje. (Andrews Bearing Corp., Spartanburg, S. C.)

información de la especificación básica de la carga dinámica y la especificación básica de la carga estática se señalan en los catálogos de los fabricantes de la misma manera que se indica para cojinetes radiales.

## 15-4 COJINETES MONTADOS

En muchos tipos de maquinaria pesada y máquinas especiales que se fabrican en cantidades pequeñas, se seleccionan cojinetes montados en lugar de los que no están montados. Los cojinetes montados incorporan métodos para unir la unidad de cojinetes directamente al armazón de la máquina mediante tornillos, en lugar de insertarlos en una ranura que se maquina en la carcasa como sucede con los cojinetes no montados.

La figura 15-9 muestra la configuración más común para un cojinete montado, la *caja de chumacera*. La carcasa se fabrica con acero formado, hierro fundido o acero fundido con orificios o ranuras que se hacen para conexión durante el ensamble de la máquina, momento en el cual se ajusta la alineación de la unidad de cojinetes. Los propios cojinetes pueden ser de cualquiera de los tipos que se estudiaron en secciones anteriores, de bola, de rodamientos ahusados o de rodamientos esféricos que son los mas favorecidos. La capacidad de desalineación es una consideración importante en la aplicación debido a las condiciones en que se van a utilizar esos cojinetes. Esta capacidad se integra ya sea en la fabricación del propio cojinete o en la carcasa.

Como el cojinete en sí es similar a los que ya se estudiaron, el proceso de selección también es casi análogo. Casi todos los catálogos presentan tablas con información abundante y enumeran la capacidad para soportar carga que corresponde a valores de vida útil específicos.

En la figura 15-10 se muestran otras formas de cojinetes montados. Las unidades provistas de *pestaña o reborde* se diseñan para montarse en los armazones verticales laterales de máquinas, para que sostengan flechas o ejes. De nuevo, en el mercado se dispone de varios tipos y tamaños. El término *unidad de compensación* se refiere a un cojinete que se monta en una carcasa, la cual, a su vez, se monta en un armazón que permite el movimiento del cojinete con la flecha en su lugar. La unidad de compensación, que se emplea en transportadores, impulsores de cadena, impulsores de banda y aplicaciones similares, permite ajustar la distancia central de los compo-

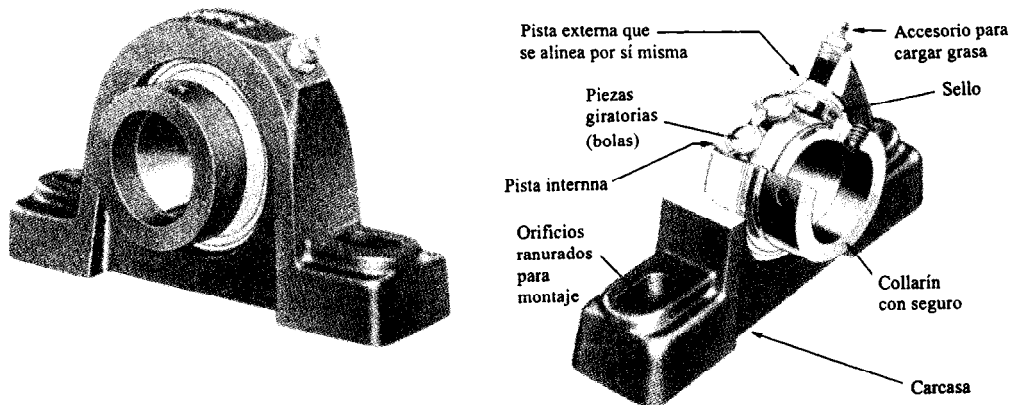
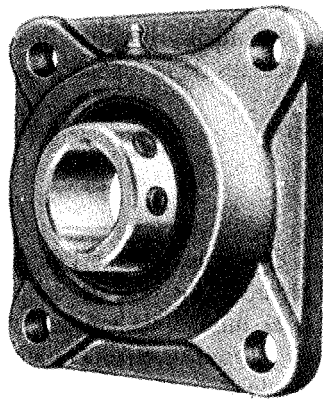
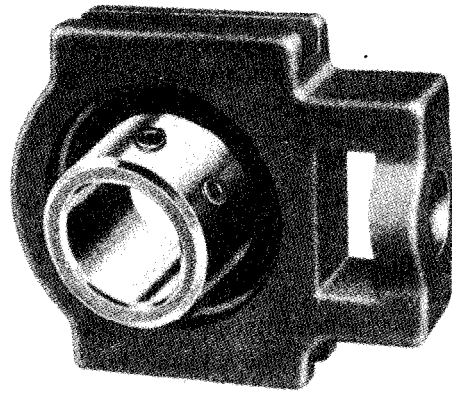


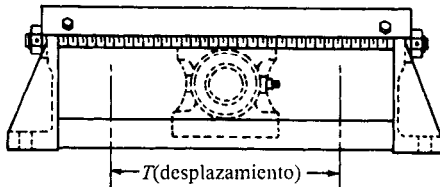
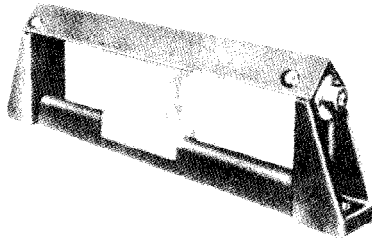
Figura 15-9 Caja de chumacera con cojinete de bolas. (Dodge Division, Reliance Electric Co.)



(a) Cojinete provisto de pestaña reborde con cuatro tornillos



(b) Cojinete de compensación



(c) Armazones de compensación para ángulo superior

**Figura 15-10 Formas de cojinetes montados. (Dodge Division, Reliance Electric Co.)**

nentes del impulsor en el momento en que se instala y durante la operación para absorber el desgaste o la contracción de las piezas del ensamble.

## 15-5 MATERIALES PARA COJINETES

La carga sobre un cojinete de contacto giratorio se ejerce sobre un área reducida. Las tensiones que se producen por contacto son considerables, sin que importe el tipo de cojinete. Las tensiones por contacto de 300,000 psi no son raras en los cojinetes disponibles en el mercado. Para soportar las tensiones altas mencionadas las bolas, los rodamientos y las pistas de rodamientos se fabrican de acero muy duro y resistente o de cerámica que presente las mismas características.

El material que más se utiliza para fabricar cojinetes es acero AISI 52100 que tiene alto contenido de carbón, entre 0.95% y 1.10%, junto con cromo, de 1.30% a 1.60%, 0.25% a 0.45% de manganeso, 0.20% a 0.35% de silicio y otros elementos de aleación en cantidades mínimas pero controladas. Las impurezas se reducen al mínimo con todo cuidado para obtener un acero en extremo limpio. El material se endurece en la superficie en un rango de 58 a 65 en la escala Rockwell C para darle la capacidad de resistir una alta tensión debida al contacto. También se utilizan algunos aceros para herramientas, en particular M1 y M50. El endurecimiento en la superficie mediante carburización se emplea con aceros como AISI 3310, 4620 y 8620 para obtener la alta dureza superficial que se necesita en tanto se mantiene un núcleo duro y resistente. Se requiere un control cuidadoso de la dureza superficial porque las zonas subsuperficiales se generan tensiones críticas. En algunos cojinetes que se someten a cargas más ligeras o en un entorno corrosivo se utilizan piezas de acero inoxidable AISI 440C.

Las piezas giratorias y otros componentes pueden fabricarse de materiales cerámicos como nitruro de silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ). En tanto que su costo es mayor que el del acero, las cerámicas ofrecen ventajas importantes como las que se señalan en la tabla siguiente [6]. Su escaso peso, alta resistencia y alta capacidad térmica hacen que se prefieran para usarlos en motores aeroespaciales, la industria militar y otras aplicaciones demandantes.

	<i>Material</i>			
	<i>Nitruro de silicio</i>	<i>Acero 52100</i>	<i>Acero inoxidable 440 C</i>	<i>Acero M50</i>
Dureza de temperatura ambiente, HRC	78	62	60	64
Módulo elástico a temperatura ambiente, $10^6$ psi	45	30	29	28
Temperatura máxima de operación	1 200°C 2 200°F	180°C 360°F	260°C 500°F	320°C 600°F
Densidad, g/cc	3.2	7.8	7.8	7.6

## 15-6 RELACION ENTRE CARGA Y VIDA UTIL

No obstante que para fabricarlos se utilicen aceros muy resistentes, todos los cojinetes tienen una vida útil limitada y en algún momento presentarán fallas por fatiga debido a la considerable tensión por contacto a la que se les somete. Si embargo, como es obvio, cuanto más ligera sea la carga más prolongada será su vida útil y viceversa. La relación entre carga,  $P$ , y vida útil,  $L$ , para cojinetes de contacto giratorio se puede establecer en los términos siguientes

$$\frac{L_2}{L_1} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^k \quad (15-1)$$

donde  $k = 3.00$  para cojinetes de bola y  $k = 3.33$  para cojinetes de rodamientos o giratorios.

## 15-7 INFORMACION DE LOS FABRICANTES DE ENGRANES

La selección de cojinetes de contacto giratorio en el catálogo de un fabricante implica considerar la capacidad para soportar carga y su geometría que tienen. La tabla 15-2 muestra parte de la información que contiene un catálogo para cojinetes de hilera única y ranura profunda de dos tamaños.

Los cojinetes estándar disponibles en varios tipos son casi siempre extraligeros, ligeros, medios y pesados. El diseño difiere en cuanto al tamaño y número de piezas que soportan carga (bolas o rodamientos) en el cojinete. Por lo general, el número de cojinete indica el tipo y el tamaño del diámetro interno del cojinete. Casi todos los cojinetes se fabrican con dimensiones nominales en unidades métricas, y los dos últimos dígitos del número de cojinete indican el tamaño nominal del diámetro interior. Una lista del diámetro interior se puede observar en la información que contiene la tabla 15-2. Observe que para diámetros interiores de 04 y superiores, la dimensión del diámetro interior en milímetros equivale a cinco veces los dos últimos dígitos en el número de cojinete.

El número que antecede a los dos últimos dígitos indica el tipo. Por ejemplo, muchos fabricantes emplean serie 100 para señalar tipo extraligero, 200 para ligero, 300 para medio y 400 para tipos de trabajo pesado. A los tres dígitos les pueden anteceder otros para indicar un código especial de diseño del fabricante, como en el caso de la tabla 15-2. La figura 15-11 muestra el tamaño relativo de los diferentes tipos de cojinetes.

Aquellos cojinetes cuyo diámetro interior se indica en pulgadas están disponibles con diámetros interiores que varían entre 0.125 0" hasta 15.000".

En primer lugar, tome en cuenta la capacidad para soportar carga, los datos que se reportan para el diseño de cada cojinete incluirán una especificación básica de carga dinámica,  $C$ , y una especificación básica de carga estática,  $C_o$ .

La *especificación básica de carga estática* es la carga que el cojinete es capaz de soportar sin deformación permanente de ningún componente. Si esta carga se excede, el resultado más probable es que los elementos giratorios hagan una muesca en uno de los collares de rodamientos. La deformación producida será similar a la que se genera en la prueba de dureza de Brinell y la falla se denomina a veces como *brinelado*. Una vez que el brinelado existe, la operación del

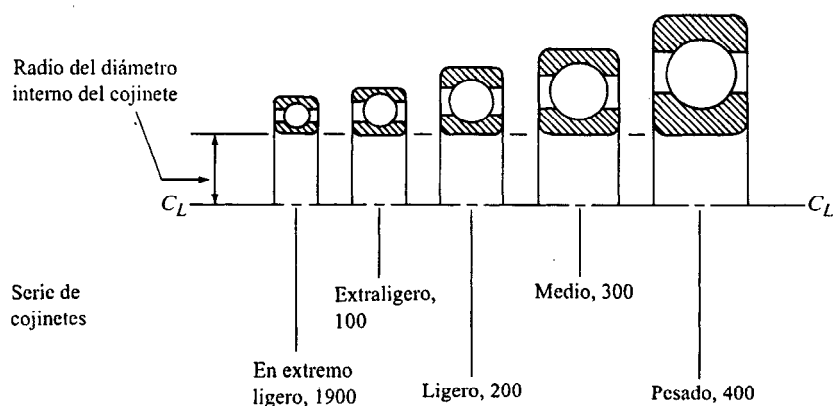
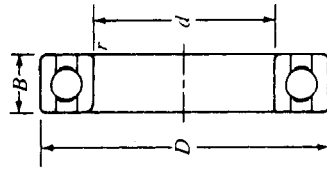


Figura 15-11 Tamaños relativos de series de cojinetes

**Tabla 15-2 Datos para selección de cojinetes bola, de hilera única, ranura profunda, tipo Conrad**



Serie 6200												
Número de cojinete	Dimensiones nominales de los cojinetes							Diámetro de hombro que se prefiere		Peso del cojinete	Especif. básica en cuanto a carga estática	Especif. básica en cuanto a carga dinámica
	d		D		B		r*	Flecha				
	mm	pulg	mm	pulg	mm	pulg		pulg	pulg		pulg	
6200	10	0.3937	30	1.1811	9	0.3543	0.024	0.500	0.984	0.07	520	885
6201	12	0.4724	32	1.2598	10	0.3937	0.024	0.578	1.063	0.08	675	1180
6202	15	0.5906	35	1.3780	11	0.4331	0.024	0.703	1.181	0.10	790	1320
6203	17	0.6693	40	1.5748	12	0.4724	0.024	0.787	1.380	0.14	1010	1660
6204	20	0.7874	47	1.8504	14	0.5512	0.039	0.969	1.614	0.23	1400	2210
6205	25	0.9843	52	2.0472	15	0.5906	0.039	1.172	1.811	0.29	1610	2430
6206	30	1.1811	62	2.4409	16	0.6299	0.039	1.406	2.205	0.44	2320	3350
6207	35	1.3780	72	2.8346	17	0.6693	0.039	1.614	2.559	0.64	3150	4450
6208	40	1.5748	80	3.1496	18	0.7087	0.039	1.811	2.874	0.82	3650	5050
6209	45	1.7717	85	3.3465	19	0.7480	0.039	2.008	3.071	0.89	4150	5650
6210	50	1.9685	90	3.5433	20	0.7874	0.039	2.205	3.268	1.02	4650	6050
6211	55	2.1654	100	3.9370	21	0.8268	0.059	2.441	3.602	1.36	5850	7500
6212	60	2.3622	110	4.3307	22	0.8661	0.059	2.717	3.996	1.73	7250	9050
6213	65	2.5591	120	4.7244	23	0.9055	0.059	2.913	4.390	2.18	8000	9900
6214	70	2.7559	125	4.9213	24	0.9449	0.059	3.110	4.587	2.31	8800	10800
6215	75	2.9528	130	5.1181	25	0.9843	0.059	3.307	4.783	2.64	9700	11400
6216	80	3.1496	140	5.5118	26	1.0236	0.079	3.504	5.118	3.09	10500	12600
6217	85	3.3465	150	5.9055	28	1.1024	0.079	3.740	5.512	3.97	12300	14600
6218	90	3.5433	160	6.2992	30	1.1811	0.079	3.937	5.906	4.74	14200	16600
6219	95	3.7402	170	6.6929	32	1.2598	0.079	4.213	6.220	5.73	16300	18800
6220	100	3.9370	180	7.0866	34	1.3386	0.079	4.409	6.614	6.94	18600	21100
6221	105	4.1339	190	7.4803	36	1.4173	0.079	4.606	7.008	8.15	20900	23000
6222	110	4.3307	200	7.8740	38	1.4961	0.079	4.803	7.402	9.59	23400	24900
6224	120	4.7244	215	8.4646	40	1.5748	0.079	5.197	7.992	11.4	26200	26900

Tabla 15-2 continuación

Serie 6200															
Número de cojinete	Dimensiones nominales de los cojinetes										Diámetro de hombro que se prefiere		Peso del cojinete	Especif. básica en cuanto a carga estática	Especif. básica en cuanto a carga dinámica
	d		D		B		r*	Flecha		Carcasa					
	mm	pulg	mm	pulg	mm	pulg		pulg	pulg						
6226	130	5.1181	230	9.0551	40	1.5748	0.098	5.669	8.504	12.7	29 100	28 700			
6228	140	5.5118	250	9.8425	42	1.6535	0.098	6.063	9.291	19.6	29 300	28 700			
6230	150	5.9055	270	10.6299	45	1.7717	0.098	6.457	10.079	25.3	32 500	30 000			
6232	160	6.2992	290	11.4173	48	1.8898	0.098	6.850	10.886	32.0	35 500	32 000			
6234	170	6.6929	310	12.2047	52	2.0472	0.118	7.362	11.535	38.5	43 000	36 500			
6236	180	7.0866	320	12.5984	52	2.0472	0.118	7.758	11.929	41.0	46 500	39 000			
6238	190	7.4803	340	13.3858	55	2.1654	0.118	8.150	12.717	50.5	54 500	44 000			
6240	200	7.8740	360	14.1732	58	2.2835	0.118	8.543	13.504	61.5	60 000	46 500			

Serie 6300															
Número de cojinete	Dimensiones nominales de los cojinetes										Diámetro de hombro que se prefiere		Peso del cojinete	Especif. básica en cuanto a carga estática	Especif. básica en cuanto a carga dinámica
	d		D		B		r*	Flecha		Carcasa					
	mm	pulg	mm	pulg	mm	pulg		pulg	pulg						
6300	10	0.3937	35	1.3780	11	0.4331	0.024	0.563	1.181	0.12	805	1 400			
6301	12	0.4724	37	1.4567	12	0.4724	0.039	0.656	1.220	0.13	990	1 680			
6302	15	0.5906	42	1.6535	13	0.5118	0.039	0.781	1.417	0.18	1 200	1 980			
6303	17	0.6693	47	1.8504	14	0.5512	0.039	0.875	1.614	0.25	1 460	2 360			
6304	20	0.7874	52	2.0472	15	0.5906	0.039	1.016	1.772	0.32	1 730	2 760			
6305	25	0.9843	62	2.4409	17	0.6693	0.039	1.220	2.165	0.52	2 370	3 550			
6306	30	1.1811	72	2.8346	19	0.7480	0.039	1.469	2.559	0.76	3 150	4 600			
6307	35	1.3780	80	3.1496	21	0.8268	0.059	1.688	2.795	1.01	4 050	5 800			
6308	40	1.5748	90	3.5433	23	0.9055	0.059	1.929	3.189	1.40	5 050	7 050			
6309	45	1.7717	100	3.9370	25	0.9843	0.059	2.126	3.583	1.84	6 800	9 150			
6310	50	1.9685	110	4.3307	27	1.0630	0.079	2.362	3.937	2.42	8 100	10 700			
6311	55	2.1654	120	4.7244	29	1.1417	0.079	2.559	4.331	2.98	9 450	12 300			
6312	60	2.3622	130	5.1181	31	1.2205	0.079	2.835	4.646	3.75	11 000	14 100			
6313	65	2.5591	140	5.5118	33	1.2992	0.079	3.031	5.039	4.63	12 600	16 000			
6314	70	2.7559	150	5.9055	35	1.3780	0.079	3.228	5.433	5.51	14 400	18 000			
6315	75	2.9528	160	6.2992	37	1.4567	0.079	3.425	5.827	6.61	16 300	19 600			



Tabla 15-2 continuación

Serie 6300												
Número de cojinete	Dimensiones nominales de los cojinetes										Diámetro de hombro que se prefiere	
	d		D		B		r*	Flecha		Carcasa	Peso del cojinete	
	mm	pulg	mm	pulg	mm	pulg		pulg	pulg		lb	lb
6316	80	3.149 6	170	6.692 9	39	1.535 4	0.079	3.622	6.220		7.93	18 300
6317	85	3.346 5	180	7.086 6	41	1.614 2	0.098	3.898	6.535		9.37	20 400
6318	90	3.543 3	190	7.480 3	43	1.692 9	0.098	4.094	6.929		10.8	22 500
6319	95	3.740 2	200	7.874 0	45	1.771 7	0.098	4.291	7.323		12.5	24 900
6320	100	3.937 0	215	8.464 6	47	1.850 4	0.098	4.488	7.913		15.3	29 800
6321	105	4.133 9	225	8.858 3	49	1.929 1	0.098	4.685	8.307		17.9	32 500
6322	110	4.330 7	240	9.448 8	50	1.968 5	0.098	4.882	8.898		21.0	38 000
6324	120	4.724 4	260	10.236 2	55	2.165 4	0.098	5.276	9.685		27.6	38 500
6326	130	5.118 1	280	11.023 6	58	2.283 5	0.118	5.827	10.315		40.8	44 500
6328	140	5.511 8	300	11.811 0	62	2.440 9	0.118	6.220	11.102		48.5	51 000
6330	150	5.905 5	320	12.598 4	65	2.559 1	0.118	6.614	11.890		57.3	58 000
6332	160	6.299 2	340	13.385 8	68	2.677 2	0.118	7.008	12.677		58	58 500
6334	170	6.692 9	360	14.173 2	72	2.834 6	0.118	7.402	13.465		84	73 500
6336	180	7.086 6	380	14.960 6	75	2.952 8	0.118	7.795	14.252		98	84 000
6338	190	7.480 3	400	15.748 0	78	3.070 9	0.157	8.346	14.882		112	84 000
6340	200	7.874 0	420	16.535 4	80	3.149 6	0.157	8.740	15.669		127	91 500

\* Chaflán máximo que rebasará el radio de la esquina

Fuente: Hoover-NSK Bearing Company, Ann Arbor, Mich.

cojinete será muy ruidosa, y las cargas por impacto sobre el área de la muesca originarán un desgaste acelerado y fallas cada vez más graves del cojinete.

Para entender la especificación básica de carga dinámica, es necesario, en primer instancia, analizar el concepto de vida útil que se especifica para un cojinete. La fatiga se presenta en el transcurso de un número muy considerable de ciclos de carga; en el caso de un cojinete, equivale a un número muy grande de revoluciones. Además, la fatiga es un fenómeno estadístico que impacta considerablemente en la vida útil real de un conjunto de cojinetes. La vida útil que se especifica es el método estándar para reportar los resultados de muchas pruebas que se llevan a cabo con los cojinetes de un diseño específico. Representa la vida útil que alcanzarán con éxito 90% de los cojinetes cuando se les someta a una carga especificada. Observe que representa asimismo el lapso de vida útil que no cumplirán 10% de los cojinetes. Por tanto, la vida útil especificada se denomina, casi siempre, como la *vida útil*  $L_{10}$  cuando a los cojinetes se les somete a la carga especificada.

Ahora, la especificación *básica de carga dinámica* puede definirse como la carga a la cual pueden someterse los cojinetes mientras cumplen una vida útil especificada ( $L_{10}$ ) de un millón de revoluciones (rev.). Por consiguiente, el fabricante le proporciona un conjunto de datos que relacionan carga con vida útil. La ecuación (15-1) puede utilizarse para calcular la vida útil esperada cuando los cojinetes se someten a la acción de cualquier otra carga.

Debe advertir que diferentes fabricantes recurren a bases distintas para determinar la vida útil especificada. Por ejemplo, algunos utilizan 90 ciclos como la vida útil especificada y calculan la carga especificada para esa vida útil. A su vez, algunos reportarán vida útil *promedio* a la cual no sobrevivirán 50% de los cojinetes. En consecuencia, a la vida promedio se le puede asignar la denominación vida útil  $L_{50}$  y no  $L_{10}$ . Observe que la vida útil promedio es cinco veces aproximadamente más larga que la vida útil  $L_{10}$  [13]. Es necesario tener cuidado para entender las bases con que se establecen las especificaciones en cualquier catálogo en particular.

**Ejemplo ilustrativo 15-1.** Un catálogo indica la especificación básica de carga dinámica para un cojinete de bola como 7,050 lb para una vida útil especificada de un millón de revoluciones. ¿Cuál será la vida útil esperada,  $L_{10}$ , si se le sometiera a una carga de 3,500 lb?

**Solución.** En la ecuación (15-1).

$$P_1 = C = 7\,050 \text{ lb} \quad (\text{especificación básica de carga dinámica})$$

$$P_2 = P_d = 3\,500 \text{ lb} \quad (\text{carga de diseño})$$

$$L_1 = 10^6 \text{ rev} \quad (\text{vida útil } L_{10} \text{ si se le somete a una carga } C)$$

$$k = 3 \quad (\text{cojinete de bolas})$$

Así, sea la vida útil  $L_2$ , que se denomina *vida útil de diseño*,  $L_d$ , cuando se le somete a la carga de diseño

$$L_2 = L_d = L_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^k = 10^6 \left( \frac{7\,050}{3\,500} \right)^{3.00} = 8.17 \times 10^6 \text{ rev}$$

Esto debe interpretarse como la vida útil  $L_{10}$  cuando se le somete a una carga de 3,500 lb.

**Tabla 15-3 Vida útil de diseño recomendada para cojinetes**

<i>Uso</i>	<i>Vida útil de diseño</i> $L_{10}, h$
Aparatos domésticos	1 000–2 000
Motores para aviones	1 000–4 000
Automotriz	1 500–5 000
Equipo agrícola	3 000–6 000
Elevadores, ventiladores industriales, engranes de uso múltiple	8 000–15 000
Motores eléctricos, ventiladores industriales con tolva, máquinas industriales en general	20 000–30 000
Bombas y compresoras	40 000–60 000
Equipo crítico en operación continua las 24 horas	100 000–200 000

Fuente. Eugene A. Avallone y Theodore Baumeister III, eds. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers*, 9ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1986.

## 15-8 VIDA ÚTIL DEL DISEÑO

A partir del problema anterior, se demostró que, si la vida útil especificada es un millón de revoluciones, la ecuación (15-1) puede escribirse como

$$\text{Vida útil de diseño} = L_d = (C/P_d)^k(10^6) \quad (15-2)$$

La  $C$  que se necesita para una carga y una vida útil de diseño específicas será

$$\text{Especificación básica de carga dinámica} = C = P_d (L_d / 10^6)^{1/k} \quad (15-3)$$

La mayoría de la gente no piensa en términos de la cantidad de revoluciones que desarrolla una flecha. Por el contrario, consideran la velocidad a la que gira la flecha, por lo regular en rpm, y la vida útil del diseño de la máquina, casi siempre en horas de operación. La vida útil del diseño es especificada por el responsable del diseño, tomando en cuenta el uso que se le asigna. Como parámetro, puede utilizarse la tabla 15-3. Ahora bien, para una vida útil del diseño especificada en horas, y una velocidad de giro en rpm que se conoce, el número de revoluciones del diseño para el cojinete será

$$L_d = (h)(\text{rpm})(60 \text{ min/h})$$

---

**Problema ilustrativo 15-2.** Calcule la especificación básica de carga dinámica,  $C$ , para un cojinete de bola, de manera que sea capaz de soportar una carga radial de 650 lb de una flecha que gira a 600 rpm, el cual es parte de un ensamble transportador en una planta manufacturera.

**Solución.** A partir de la tabla 15-3, elija una vida útil de diseño de 30,000 h. Por consiguiente  $L_d$  es

$$L_d = (30\,000\text{ h})(600\text{ rpm})(60\text{ min/h}) = 1.08 \times 10^9\text{ rev}$$

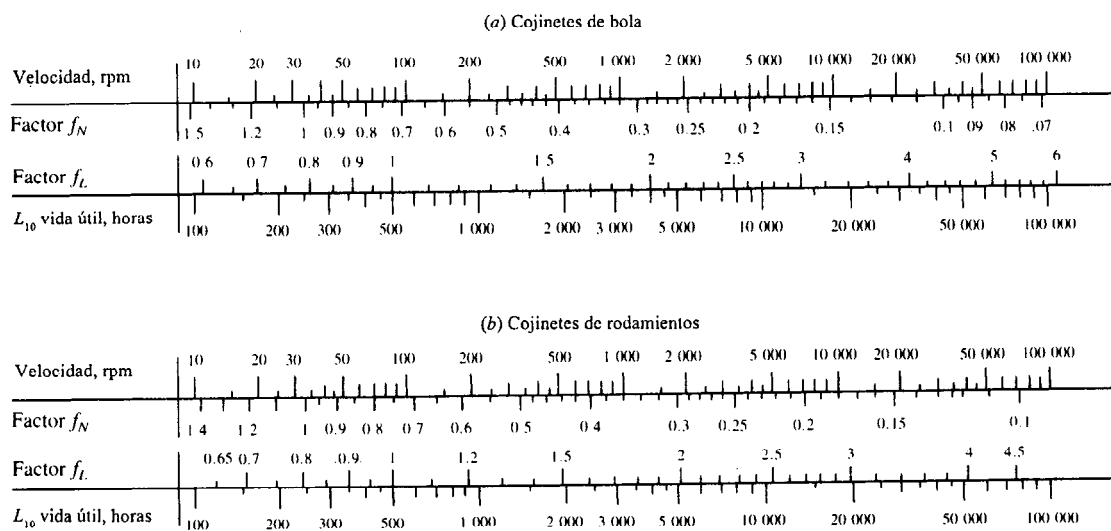
A partir de la ecuación (15-3)

$$C = 650(1.08 \times 10^9/10^6)^{1/3} = 6\,670\text{ lb}$$

A fin de facilitar los cálculos, algunos fabricantes proporcionan gráficas o tablas de factores de vida útil y factores de velocidad que hacen que no sea necesario calcular el número de revoluciones. Observe que la vida útil especificada de un millón de revoluciones será cumplida por una flecha que gira a 33 1/3 revoluciones a lo largo de 500 horas (h). Si la velocidad real o la vida útil que se desea es distinta a estos dos valores, se pueden calcular un factor de velocidad,  $f_N$ , y un factor de vida útil,  $f_L$ , a partir de gráficas como las que se muestran en la figura 15-12. Los factores corresponden a la relación carga/vida útil que se plantea en la ecuación (15-1). La especificación básica que se requiere de carga dinámica,  $C$ , para que un cojinete soporte una carga de diseño,  $P_d$ , será entonces

$$C = P_d f_L / f_N \quad (15-4)$$

Otros catálogos recurren a métodos diferentes, pero todos se basan en la relación carga/vida útil que plantea la ecuación 15-1.



**Figura 15-12** Factores de velocidad y de vida útil para cojinetes de bolas y de rodamientos

Si el ejemplo ilustrativo 15-2 se resolviera utilizando las gráficas de la figura 15-12, resultaría lo siguiente.

$$\begin{aligned}f_N &= 0.381 \quad (\text{para } 600 \text{ rpm}) \\f_L &= 3.90 \quad (\text{para } 30\,000 \text{ horas vida}) \\C &= 650(3.90)/(0.381) = 6\,654 \text{ lb}\end{aligned}$$

Esto es muy similar al valor de 6,670 lb que se calculó antes.

## 15-9 SELECCION DE COJINETES: SOLO CARGAS RADIALES

La selección de un cojinete toma en cuenta la capacidad de carga, como se analizó, al igual que la geometría del cojinete que asegurará que puede instalarse en forma conveniente en la máquina. En primer lugar, se consideran cojinetes no montados que sólo soportan cargas radiales. Después, se considerarán cojinetes no montados que soportan una combinación de carga radial y carga de empuje. El término *no montado* se refiere al caso en el que el responsable del diseño debe prever la aplicación correcta del cojinete en el eje o flecha y dentro de la carcasa.

Por lo general, el cojinete se selecciona una vez que el diseño de la flecha ha avanzado hasta el punto en el que se ha calculado el diámetro mínimo que se necesita para la flecha, utilizando las técnicas que se explicaron en el capítulo 9. Se conocen las cargas radiales junto con la orientación de los cojinetes respecto a otros elementos en la máquina.

### Proceso de selección de los cojinetes

1. Especifique la carga de diseño o *equivalente* en el cojinete. El método para calcular la carga equivalente cuando sólo se aplica una carga radial,  $R$ , toma en cuenta cuál de las dos pistas de bolas, externa o interna, es la que gira.

$$P = VR \quad (15-5)$$

Al factor  $V$  se le llama *factor de rotación* y toma en cuenta el valor de 1.0 si la pista de rodamientos interna es la que gira, el caso más común. Si la pista de rodamientos externa gira, utilice  $V = 1.2$ .

2. Calcule el diámetro mínimo aceptable de la flecha que limitará el tamaño del diámetro interno del cojinete.
3. Seleccione el tipo de cojinete, utilizando la tabla 15-1 como parámetro.
4. Especifique la vida de diseño del cojinete, utilizando la tabla 15-3.
5. Determine el factor de velocidad y el factor de vida útil, si dispone de tales tablas para el tipo de cojinete que se seleccionó. Se usará la figura 15-12.
6. Calcule la especificación básica de carga dinámica que se requiere,  $C$ , a partir de la ecuación (15-1), (15-3) o (15-4).

7. Identifique un conjunto de cojinetes potenciales que tengan la especificación básica de carga dinámica que se necesita.
8. Seleccione el cojinete que tenga la geometría más conveniente, considerando también costo y disponibilidad.
9. Determine las condiciones de montaje, como diámetro del asiento en la flecha y tolerancia, diámetro interior de la carcasa y tolerancia, medios para ubicar axialmente el cojinete y necesidades especiales como sellos o guardas.

**Problema ilustrativo 15-3.** Seleccione un cojinete de bolas, de hilera única y ranuras profundas para que soporte 650 libras de carga radial pura proveniente de una flecha que gira a 600 rpm. La vida útil del diseño debe ser de 30,000 horas. El cojinete se montará en una flecha cuyo diámetro mínimo aceptable es de 1.48".

**Solución.** Observe que esta es una carga radial simple y que la pista de rodamientos interna debe ser presionada contra la flecha y girar junto con esta. Por tanto, el factor  $V = 1.0$  en la ecuación (15-5) y la carga de diseño es igual a la carga radial. Estos son los mismos datos que se usaron en el problema 15-2, donde se encontró que la especificación básica mínima en cuanto a carga dinámica,  $C$ , es 6,670 lb. A partir de la tabla 15-2, que especifica datos de diseño para dos tipos de cojinetes se encontró que se puede utilizar un cojinete 6211 o uno 6308. Cualquiera tiene una  $C$  especificada sólo un poco arriba de 6,670 lb. No obstante, observe que el 6211 presenta un diámetro interno de 55 mm (2.165 4") y que el 6308 tiene uno de 40 mm (1.574 8"). El 6308 está más en línea con el tamaño de flecha que se desea.

#### Resumen de datos para el cojinete que se seleccionó

Número de cojinete: 6308, cojinete de bolas, de hilera única, ranura profunda

Diámetro interno:  $d = 40$  mm (1.574 8")

Diámetro externo:  $D = 90$  mm (3.543 3")

Espesor o ancho:  $B = 23$  mm (0.905 5")

Radio máximo del chaflán:  $r = 0.59$ "

Especificación básica de carga dinámica:  $C = 7,050$  lb

## 15-10 SELECCION DE COJINETES: CARGAS RADIAL Y DE EMPUJE COMBINADAS

Cuando sobre un cojinete se ejercen cargas radiales y de empuje, la carga equivalente es la carga radial constante que generaría la misma vida útil especificada para el cojinete que la carga combinada. El método para calcular la carga equivalente,  $P$ , para tales casos se presenta en el catálogo del fabricante y adopta la forma

$$P = VXR + YT \quad (15-6)$$

donde  $P$  = carga equivalente  
 $V$  = factor de rotación (como se define)  
 $R$  = carga radial aplicada  
 $T$  = carga de empuje aplicada  
 $X$  = factor radial  
 $Y$  = factor de empuje

Los valores de  $X$  y  $Y$  varían en función del diseño específico del cojinete y de la magnitud de la carga radial en relación a la carga radial. Para cargas de empuje relativamente pequeñas,  $X = 1$  y  $Y = 0$ , por tanto, la ecuación de carga equivalente se revierte a la forma de la ecuación (15-5) para cargas radiales puras. Para indicar la carga de empuje límite, —para la cual este es el caso—, los fabricantes indican un factor al que le llaman  $e$ . Si la relación es  $T/R > e$ , se debe utilizar la ecuación (15-6) para calcular  $P$ . Si es  $T/R < e$ , se emplea la ecuación (15-5). La tabla 15-4 muestra un conjunto de datos para un cojinete de bolas de hilera única, ranura profunda. Observe que tanto  $e$  como  $Y$  dependen de la relación  $T/C_o$  donde  $C_o$  es la especificación básica de carga estática para un cojinete en particular. Esto presenta dificultades porque el valor de  $C_o$  no se conoce hasta que se ha seleccionado el cojinete. Por consiguiente, se aplica un método sencillo de ensayo y error. Si a un cojinete se le aplica una carga de empuje significativa junto con una carga radial, realice los pasos siguientes:

1. Suponga un valor de  $Y$  a partir de la tabla 15-4. El valor  $Y = 1.50$  resulta razonable, ya que está a la mitad del rango de valores posibles.
2. Calcule  $P = VXR + YT$ .
3. Calcule la especificación básica de carga dinámica,  $C$ , que se necesita, a partir de la ecuación (15-1), (15-3) o (15-4).
4. Seleccione un cojinete potencial que tenga un valor de  $C$  cuando menos igual al valor que se requiere.
5. Calcule  $C_o$  para el cojinete que se seleccionó.
6. Calcule  $T/C_o$ .
7. Determine  $e$ , a partir de la tabla 15-4.

**Tabla 15-4 Factores radiales y de empuje para cojinetes de hilera única, ranura profunda**

$e$	$T/C_o$	$Y$	$e$	$T/C_o$	$Y$
0.19	0.014	2.30	0.34	0.170	1.31
0.22	0.028	1.99	0.38	0.280	1.15
0.26	0.056	1.71	0.42	0.420	1.04
0.28	0.084	1.55	0.44	0.560	1.00
0.30	0.110	1.45			

Nota:  $X = 0.56$  para todos los valores de  $Y$ .

8. Si  $T/R > e$ , calcule entonces  $Y$  a partir de la tabla 15-4.
9. Si el nuevo valor de  $Y$  es distinto al que se supuso en el paso 1, repita el proceso.
10. Si  $T/R < e$ , utilice la ecuación (15-5) para calcular  $P$  y proceda igual que lo haría para una carga radial simple.

**Problema ilustrativo 15-4.** Seleccione un cojinete de bolas de hilera única, ranura profunda, de la tabla 15-2 de manera que soporte una carga radial de 1,850 lb y una carga de empuje de 675 lb. La flecha debe girar a 1,150 rpm, y se pretende una vida útil de 20,000 h. El diámetro mínimo aceptable para la flecha es 3.10".

**Solución.** Utilizando el procedimiento que recién se explicó:

1. Suponga que  $Y = 1.50$
2.  $P = VXR + YT = (1.0)(0.56)(1\,850) + (1.50)(675) = 2\,049$  lb.
3. A partir de la figura 15-12, el factor de velocidad  $f_N = 0.30$  y el factor de vida útil  $f_L = 3.41$ . Así, la especificación básica de carga dinámica,  $C$ , que se requiere es

$$C = Pf_L/f_N = 2\,049(3.41)/(0.30) = 23\,300 \text{ lb}$$

4. A partir de la tabla 15-2, se podría utilizar cualquier número de cojinete, 6222, o bien, 6318. El 6318 tiene un diámetro interno de 3.543 3" y es adecuado para esta aplicación.
5. Para el cojinete número 6318,  $C_o = 22,500$  lb.
6.  $T/C_o = 675/22\,500 = 0.03$ .
7. A partir de la tabla 15-4,  $e = 0.22$  (aproximadamente).
8.  $T/R = 675/1,850 = 0.36$ . Debido a que  $T/R > e$ , se puede encontrar que  $Y = 1.97$  a partir de la tabla 15-4 por interpolación con base en  $T/C_o = 0.03$ .
9. Calcule de nuevo  $P = (1.0)(0.56)(1,850) + (1.97)(675) = 2,366$  lb:

$$C = 2\,366(3.41)/(0.30) = 26\,900 \text{ lb}$$

El cojinete número 6318 no es satisfactorio con esta carga. Seleccione el 6320 y repita a partir del paso 5.

5.  $C_o = 29\,800$  lb.
6.  $T/C_o = 675/29\,800 = 0.023$ .
7.  $e = 0.20$
8.  $T/R > e$ . Así  $Y = 2.10$ .



$$9. P = (1.0)(0.56)(1\ 850) + (2.10)(675) = 2\ 454\ \text{lb.}$$

$$C = 2\ 454(3.41)/(0.30) = 27\ 900\ \text{lb}$$

Como el cojinete 6320 tiene un valor de  $C = 30,000\ \text{lb}$ , resulta satisfactorio.

## 15-11 MONTAJE DE COJINETES

Hasta ahora, en la selección de un cojinete para un uso en particular, se han considerado la capacidad para soportar carga de los cojinetes y el diámetro interior. Si bien los anteriores son los parámetros más críticos, en el uso exitoso de un cojinete hay que tomar en cuenta su montaje correcto. Los cojinetes son elementos mecánicos de precisión. Es necesario ejercer extremo cuidado en su manejo, instalación y lubricación.

Las consideraciones más importantes al montar un cojinete son las siguientes:

El diámetro del asiento en la flecha y tolerancias respectivas

El diámetro interno de la carcasa y sus tolerancias correspondientes

El diámetro del hombro en la flecha contra el cual se ubicará la pista de rodamientos interna del cojinete

El diámetro del hombro en la flecha que se prevé para ubicar la pista de rodamientos externa

El radio de los chaflanes en la base de la flecha y de los hombros en la flecha

Los medios a que se recurre para mantener el cojinete en su sitio

En una instalación típica, el diámetro interior del cojinete hace una ligera interferencia de ajuste en la flecha, y el diámetro exterior de la pista de rodamientos externa hace un ajuste de espaciado muy justo en el diámetro interno de la carcasa. Para asegurar una operación y vida útil adecuadas, las dimensiones de montaje deben ser controladas en función de una tolerancia de *sólo unos cuantos milésimos de pulgada*. Casi todos los catálogos especifican las dimensiones límite tanto para el diámetro del asiento en la flecha como para el diámetro interno de la carcasa.

A su vez, el catálogo especificará los diámetros de hombro que se desean para la flecha y la carcasa los cuales proporcionarán una superficie segura contra la cual se coloca el cojinete, en tanto se asegura que la flecha sólo estará en contacto con la pista de rodamientos interna y el chaflán de la carcasa sólo estará en contacto con la pista de rodamientos externa. La tabla 15-2 incluye estos valores.

El radio de chaflán que se especifica en el catálogo (véase  $r$  en la tabla 15-2) es el radio máximo permisible *en la flecha y en la carcasa* que dejará libre el radio externo en las pistas del cojinete. Utilizar un radio en extremo grande no permitirá que el cojinete asiente en forma ajustada contra el hombro. Desde luego, el radio real del chaflán debe hacerse lo más grande posible hasta un máximo para reducir al mínimo la concentración de tensiones en el hombro.

Los cojinetes pueden retenerse en sentido axial mediante muchos de los métodos que se estudiaron en el capítulo 10. Tres de los métodos más comunes emplean en anillos de retención

o sujeción, casquetes en los extremos y tuercas de seguridad. La figura 15-13 ilustra una disposición posible. Observe que, en el caso del cojinete del lado izquierdo, el diámetro de la flecha es un poco más pequeño a la izquierda del asiento del cojinete. Esto permite que el cojinete se deslice con suavidad a lo largo de la flecha hasta el lugar en el que debe ser presionado. El anillo de sujeción para la pista de rodamientos externa se puede incorporar como parte de la pista de rodamientos externa y no como una pieza separada.

El cojinete del lado derecho se mantiene en la flecha con una tuerca de seguridad roscada que se atornilla en el extremo de la flecha. Para el diseño de tuercas de seguridad estándar véase la figura 15-14. La lengüeta interna en la roldana de seguridad entra en una ranura en la flecha, y una de las lengüetas externas se dobla hasta entrar en una ranura en la tuerca después que esta última asienta para evitar que la tuerca retroceda. El casquete exterior no sólo protege al cojinete sino también retiene la pista de rodamientos externa en su sitio.

Hay que tener cuidado para asegurar que los cojinetes no se fuercen demasiado. Si ambos cojinetes se mantienen apretados, cualquier cambio en dimensiones debido a expansión térmica o a la acumulación de tolerancias no favorables provocará que los cojinetes se traben y puede conducir a que se presenten cargas inesperadas peligrosas en los cojinetes. Es pertinente darle a un cojinete ubicación total en tanto se permite que el otro flote en forma axial.

## 15-12 COJINETES CON RODAMIENTOS AHUSADOS

El ahusado en los rodamientos de cojinetes que tienen rodamientos ahusados, evidente en la figura 15-7, da por resultado una trayectoria de la carga diferente a la de los cojinetes que se han estudiado hasta ahora. La figura 15-15 muestra dos cojinetes con rodamientos ahusados que soportan una flecha con una combinación de carga radial y axial. El diseño de la flecha es tal que a la carga de empuje se le opone el cojinete del lado izquierdo. Sin embargo, una característica peculiar de este tipo de cojinete consiste en que una carga radial en uno de los

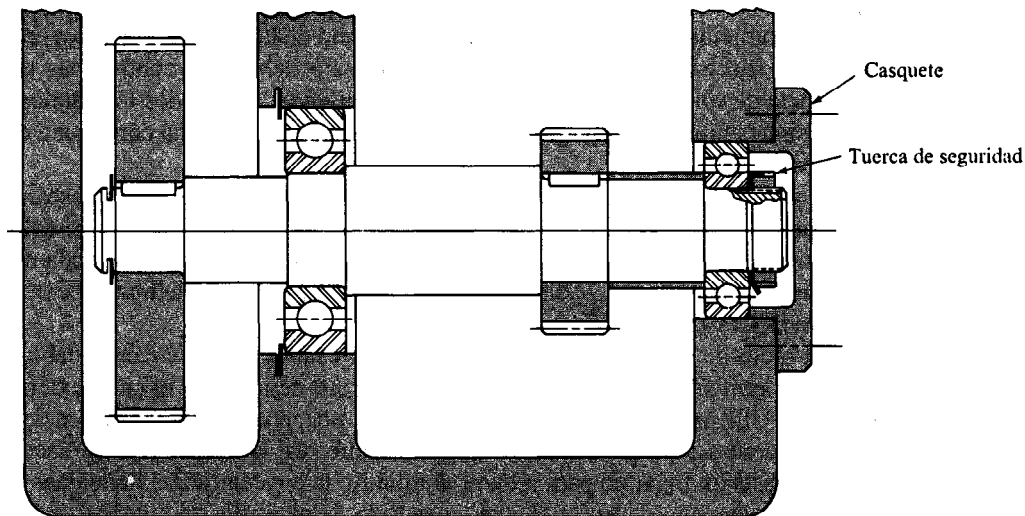
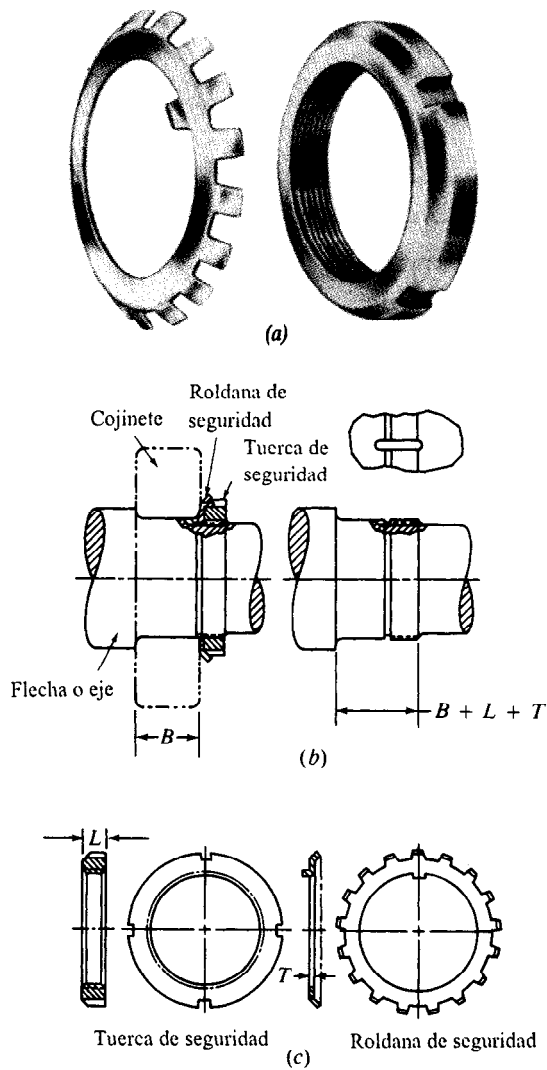


Figura 15-13 Ilustración del montaje de cojinetes



**Figura 15-14 Tuerca y roldana de seguridad para sujetar cojinetes. (SKF Industries, Inc., King of Prussia, Pa.)**

cojinetes origina también un empuje en el cojinete del lado opuesto; al analizar el cojinete hay que tomar en cuenta esta característica.

Es necesario, asimismo, determinar con cuidado dónde tiene lugar la reacción radial. La parte (b) de la figura 15-15 muestra una dimensión  $a$  que se encuentra mediante la intersección de una línea perpendicular al eje del rodamiento y a la línea central de la flecha o eje. La reacción radial en el cojinete actúa a lo largo de este punto. La distancia  $a$  se reporta en la tabla de datos correspondiente a los cojinetes.

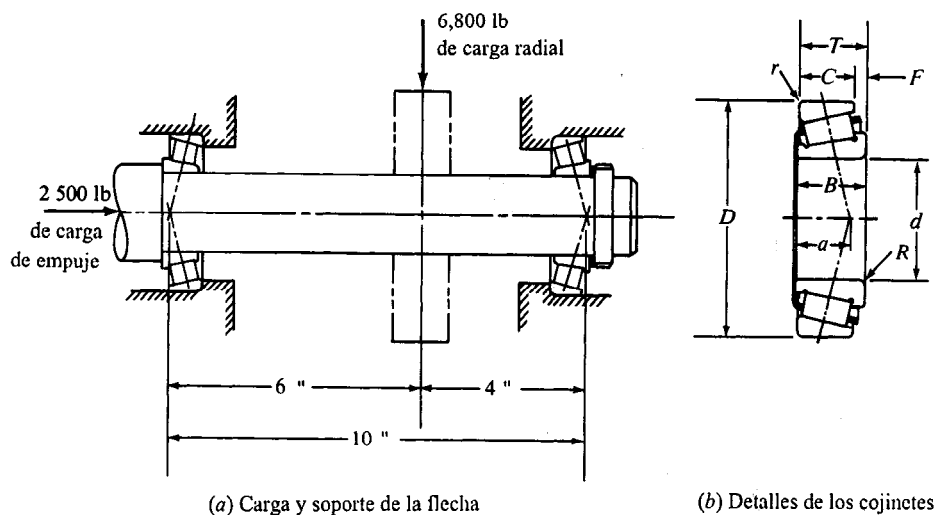


Figura 15-15 Ejemplo de instalación de cojinetes con rodamientos ahusados

La *Anti-Friction Bearings Manufacturers' Association* (AFBMA, Asociación de Fabricantes de Cojinetes Antifricción) sugiere el método siguiente para calcular cargas equivalentes en un cojinete de rodamientos ahusados

$$P_A = 0.4F_{rA} + 0.5 \frac{Y_A}{Y_B} F_{rB} + Y_A T_A \quad (15-7)$$

$$P_B = F_{rB} \quad (15-8)$$

donde  $P_A$  = carga radial equivalente en el cojinete A

$P_B$  = carga radial equivalente en el cojinete B

$F_{rA}$  = carga radial aplicada en el cojinete A

$F_{rB}$  = carga radial aplicada en el cojinete B

$T_A$  = carga de empuje en el cojinete A

$Y_A$  = factor de empuje para el cojinete A a partir de tablas

$Y_B$  = factor de empuje para el cojinete B a partir de tablas

La tabla 15-5 muestra un conjunto abreviado de datos provenientes de un catálogo para ilustrar el método para calcular cargas equivalentes.

Para los varios cientos de diseños de cojinetes de rodamientos ahusados disponibles en el mercado, el valor de empuje varía desde un valor tan bajo como 1.07 hasta uno tan alto como 2.26. En problemas de diseño, por lo general, es necesario utilizar un procedimiento de ensayo y error. El problema 15-5 ilustra un método.

Tabla 15-5 Datos para cojinetes de rodamientos

<i>Diámetro interno</i>	<i>Diámetro externo</i>	<i>Espesor o ancho</i>	<i>a</i>	<i>Factor de empuje, Y</i>	<i>Especificación básica en cuanto a carga dinámica, C</i>
1.000 0	2.500 0	0.812 5	0.583	1.71	8 370
1.500 0	3.000 0	0.937 5	0.690	1.98	12 800
1.750 0	4.000 0	1.250 0	0.970	1.50	21 400
2.000 0	4.375 0	1.500 0	0.975	2.02	26 200
2.500 0	5.000 0	1.437 5	1.100	1.65	29 300
3.000 0	6.000 0	1.625 0	1.320	1.47	39 700
3.500 0	6.375 0	1.875 0	1.430	1.76	47 700

*Nota:* dimensiones en pulgadas. Carga  $C$  en libras para una vida útil  $L_{10}$  de un millón de revoluciones.

**Problema ilustrativo 15-5.** La flecha que se muestra en la figura 15-15, soporta una carga transversa de 6,800 lb y una carga de empuje de 2,500 lb. Al empuje le opone resistencia el cojinete  $A$ . La flecha gira a 350 rpm y se va a utilizar en un equipo agrícola. Especifique cojinetes con rodamientos ahusados adecuados para la flecha.

**Solución.** Las cargas radiales en los cojinetes son

$$F_{rA} = 6\,800 (4'' / 10'') = 2\,720 \text{ lb}$$

$$F_{rB} = 6\,800 (6'' / 10'') = 4\,080 \text{ lb}$$

$$T_A = 2\,500 \text{ lb}$$

Para utilizar la ecuación (15-6) es necesario suponer valores que correspondan a  $Y_A$  y  $Y_B$ . Utilice  $Y_A = Y_B = 1.75$ . Así,

$$P_A = 0.40(2\,720) + 0.5 \frac{1.75}{1.75} 4\,080 + 1.75(2\,500) = 7\,503 \text{ lb}$$

$$P_B = F_{rB} = 4\,080 \text{ lb}$$

Utilice la tabla 15-3 como parámetro, seleccione 4,000 h como vida útil del diseño. En consecuencia, el número de revoluciones será

$$L_d = (4\,000 \text{ h})(350 \text{ rpm})(60 \text{ min/h}) = 8.4 \times 10^7 \text{ rev}$$

Ahora es posible calcular la especificación básica en cuanto a carga dinámica que se requiere a partir de la ecuación (15-3), utilizando  $k = 3.33$ .

$$C_A = P_A(L_d/10^6)^{1/k}$$

$$C_A = 7\,503(8.4 \times 10^7/10^6)^{0.30} = 28\,400 \text{ lb}$$

En forma análoga,

$$C_B = 4\,080(8.4 \times 10^7/10^6)^{0.30} = 15\,400 \text{ lb}$$

De la tabla 15-4, se pueden elegir los cojinetes siguientes:

Cojinete *A*:

$$d = 2.500 \text{ 0 "} \quad D = 5.000 \text{ 0 "}$$

$$C = 29\,300 \text{ lb} \quad Y_A = 1.65$$

Cojinete *B*:

$$d = 1.750 \text{ 0 "} \quad D = 4.000 \text{ 0 "}$$

$$C = 21\,400 \text{ lb} \quad Y_B = 1.50$$

Ahora se calculan de nuevo las cargas equivalentes.

$$P_A = 0.40(2\,720) + 0.5 \frac{1.65}{1.50} 4\,080 + 1.65(2\,500) = 7\,457 \text{ lb}$$

$$P_B = F_{rB} = 4\,080 \text{ lb}$$

A partir de lo anterior, los valores de  $C_A = 28,200 \text{ lb}$  y  $C_B = 15,400$  aún resultan satisfactorios para los cojinetes que se seleccionaron.

Al utilizar las ecuaciones para cargas equivalentes correspondientes a cojinetes de rodamientos ahusados hay que observar una recomendación. Si, a partir de la ecuación (15-7), la carga equivalente en el cojinete *A* es menor que la carga radial aplicada, tendrán que utilizarse las ecuaciones siguientes.

Si  $P_A < F_{rA}$ , entonces sea  $P_A = F_{rA}$  y calcule  $P_B$ .

$$P_B = 0.4F_{rB} + 0.5 \frac{Y_B}{Y_A} F_{rA} - Y_B T_A \quad (15-9)$$

Para cojinetes de bola de contacto angular, en los que el diseño de las pistas o pistas de rodamientos da por resultado una trayectoria de carga similar a la de los cojinetes de rodamientos ahusados, se utiliza un análisis similar. La figura 15-3 muestra un cojinete de contacto angular y el ángulo a través del centro de presión. Estos es equivalente a la línea perpendicular al eje del

cojinete de rodamientos ahusados. La reacción radial que tiene lugar en el cojinete actúa a través de la intersección de esta línea y del eje de la flecha. Además, una carga radial sobre un cojinete induce una carga de empuje en el cojinete opuesto, lo cual requiere utilizar las fórmulas de carga equivalente del tipo que se usó en las ecuaciones (15-7) y (15-9). El ángulo de la línea de carga en los cojinetes de contacto angular disponibles en el mercado varía entre 15° y 40°.

### 15-13 CONSIDERACIONES PRACTICAS EN LA APLICACION DE COJINETES

En esta sección se analiza la lubricación de cojinetes, su instalación, carga previa, rigidez, operación ante cargas variables, sellado, velocidades límite, tipos de tolerancia en los cojinetes y estándares relacionados con la fabricación y aplicaciones de los cojinetes.

#### Lubricación

Las funciones de la lubricación en una unidad de cojinetes son las que se indican enseguida:

1. Proporcionar una película de baja fricción entre las piezas giratorias y las pistas del cojinete y en los puntos en que hay contacto con jaulas, superficies de guía, sujetadores y demás
2. Proteger a los componentes del cojinete en contra de la corrosión
3. Contribuir a que se disipe el calor de la unidad de cojinetes
4. Llevar el calor lejos de la unidad de cojinetes
5. Ayudar a dispersar las sustancias contaminantes y la humedad de los cojinetes

Los cojinetes de contacto giratorio casi siempre se lubrican con aceite, o bien, mediante grasa. Bajo temperaturas ambiente normales (aproximadamente 21°C [70°F]) y velocidades relativamente bajas, de menos de 500 rpm, la grasa es aceptable. A velocidades o temperaturas ambiente más altas, se requiere utilizar lubricación por un flujo continuo de aceite, quizá sea necesario enfriar el aceite en forma externa.

Los aceites que se utilizan en la lubricación de cojinetes son, en general, puros, minerales, y estables. En condiciones en las que las velocidades son más bajas y las cargas más ligeras, se utiliza aceite menos denso. Ante cargas más pesadas y velocidades más altas o una combinación de ambos factores, se utilizan aceites más pesados, hasta SAE 30. Un límite superior recomendable en cuanto a temperatura del lubricante es 160°F. La selección del aceite o grasa indicado depende de muchos factores, por consiguiente, es necesario analizar cada aplicación con el fabricante del cojinete. En general, una viscosidad de entre 70 y 100 SUS (*Saybolt Universal Seconds*) debe mantenerse a la temperatura de operación del lubricante en el cojinete. En algunas aplicaciones críticas, como el uso de cojinetes en turbinas y dispositivos de muy alta velocidad, el aceite lubricante es bombeado a presión hacia una carcasa cerrada en la que se aloja el cojinete donde el aceite es dirigido hacia los propios elementos giratorios. También se proporciona una trayectoria controlada de regreso. Se le da seguimiento a la temperatura del aceite en el colector y se controla mediante intercambiadores de calor o refrigeración para mantener la viscosidad del aceite dentro de límites aceptables. Tales sistemas ofrecen una lubricación confiable y aseguran que se elimine el calor en los cojinetes.

Véase la sección 15-14 para un análisis adicional de la importancia del espesor de la película de lubricante en los cojinetes. La referencia bibliográfica [7] contiene información abundante de este tema.

Las grasas que se emplean en cojinetes son mezclas de aceites lubricantes y agentes que los hacen más espesos, por lo regular detergentes como litio o bario. Los detergentes actúan como conductores para el aceite que se extrae en el punto en que se necesita dentro del cojinete. A veces se agregan aditivos que evitan la corrosión o la oxidación del propio aceite. En las clasificaciones de las grasas se especifican temperaturas de operación a las que se someterán éstas, según las define la AFBMA y que se describen a continuación.

Grupo	Tipo de grasa	Rango de temperaturas de operación (F)
I	De uso general	-40-250
II	Para alta temperatura	0-300
III	Para temperatura media	32-200
IV	Para baja temperatura	-67-225
V	Para temperatura en extremo alta	hasta 450

## Instalación

Ya se estableció que casi todos los cojinetes deben instalarse con un ligero ajuste de interferencia entre el diámetro interno del cojinete y la flecha a fin de prevenir la posibilidad de que gire la pista interna del cojinete respecto a la flecha. Tal condición dará por resultado un desgaste desigual de las piezas del cojinete y fallas inmediatas. Entonces, para instalar el cojinete se requiere aplicar fuerzas de magnitud considerable en forma axial. Es necesario tener mucho cuidado para que el cojinete no se dañe durante la instalación. La fuerza de instalación tiene que aplicarse directamente en la pista de rodamientos interna del cojinete.

Si la fuerza se aplicara a través de la pista interna, la carga será transferida por medio de las piezas giratorias hacia la pista interna. Debido a lo pequeña que es el área de contacto, es probable que tal transferencia de fuerzas tensione demasiado alguna pieza, con lo cual excederá la capacidad para soportar carga estática. Esto provocará brinelado, junto con el ruido y el desgaste rápido consecuentes en esta condición. Para cojinetes grandes quizá sea necesario calentar el cojinete para expandir su diámetro y mantener las fuerzas de instalación dentro de límites razonables. Al remover los cojinetes para utilizarlos de nuevo se requiere tomar precauciones similares. En el mercado están disponibles extractores de cojinetes que facilitan esta tarea.

## Carga previa

Algunos cojinetes se fabrican con espaciamentos internos que deben ubicarse en un sentido específico para asegurar que la operación sea satisfactoria. En tales casos, es necesario proporcionar carga previa, por lo regular en sentido axial. En flechas horizontales, casi siempre se utilizan resortes a los que a veces se les da ajuste axial de la deflexión de resorte para ajustar



la cantidad de carga previa. Cuando existen limitaciones de espacio, se sugiere utilizar roldanas Belleville ya que proporcionan fuerzas muy considerables con deflexiones mínimas. Se pueden utilizar calzas para ajustar la deflexión real y la carga previa que se obtiene (véase el capítulo 7). En flechas verticales el peso del ensamble de la flecha quizá sea suficiente para proporcionar la carga previa necesaria.

### Rigidez de los cojinetes

La *rigidez* es la deflexión que sufre un cojinete en particular cuando soporta una carga específica. Por lo regular, la rigidez radial es muy importante porque afecta al comportamiento dinámico del sistema de la flecha giratoria. En términos generales, cuanto más blando sea el cojinete (baja rigidez), menor será la velocidad crítica del ensamble de la flecha. La rigidez se mide en las unidades que se utilizan para resortes, como libras por pulgada o newtons por milímetro. Desde luego, los valores de rigidez son muy considerables, entre 500,000 y 1'000,000 lb/pulg. resultan razonables. Cuando necesite información de este tipo, hay que consultarla con el fabricante ya que rara vez se incluye en los catálogos estándar.

### Cargas variables

Las relaciones carga/vida útil que se han utilizado hasta ahora suponen que la carga es razonablemente constante en lo que respecta a magnitud y sentido. Si la carga varía en forma considerable, para calcular la vida útil que se espera obtener del cojinete, hay que utilizar una carga media efectiva [1, 2]. Las cargas oscilatorias requieren realizar también un análisis especial porque sólo unas cuantas de las piezas giratorias comparten la carga. Para conocer información adicional acerca de proyecciones de vida útil bajo cargas variables véase la sección 15-15.

### Sellos

Cuando el cojinete tiene que funcionar en entornos húmedos o sucios, casi siempre se especifican guardas y sellos. Se pueden instalar en cualquiera o en ambos lados de las piezas que giran. Las guardas son, por lo general, de acero y se afianzan en la pista fija pero dejan libre la pista que gira. Los cojinetes a los que se les adaptan tanto sellos como guardas y se cargan previamente en la fábrica, a veces se les da el nombre de *prelubricados*. Aunque es probable que estos cojinetes ofrezcan un servicio satisfactorio a lo largo de muchos años, las condiciones extremas son susceptibles de originar una degradación de las propiedades lubricantes de la grasa. La presencia de sellos incrementa también la fricción en los cojinetes, en la carcasa, o en la interface entre flecha y carcasa. En flechas de alta velocidad, se suele utilizar un *sello de laberinto*, que consta de un anillo alrededor de la flecha que no hace contacto con ésta y que tiene un espaciado radial de unas cuantas milésimas de pulgada. En el anillo se maquinan ranuras, con frecuencia en forma de cuerda; el movimiento relativo de la flecha respecto al anillo genera la acción de sellado.

## Velocidades límite

Casi todos los catálogos incluyen velocidades límite para cada cojinete. El exceder estos límites puede dar por resultado temperaturas de operación excesivamente altas debido a la fricción entre las jaulas que soportan a las piezas que giran. Por lo general la velocidad límite es más baja para cojinetes grandes que para los pequeños. Además, un cojinete en particular tendrá una velocidad límite más baja conforme se incrementan las cargas. Si se ejerce especial cuidado, ya sea en la fabricación de la jaula del cojinete o bien en su lubricación, los cojinetes son capaces de operar a velocidades más altas que aquellas que se enumeran en el catálogo. Para tales aplicaciones hay que consultar al fabricante. Utilizar piezas giratorias de cerámica cuya masa es más reducida quizá dé por resultado velocidades límite más altas.

## Estándares

En el establecimiento de estándares para la industria de los cojinetes intervienen varios grupos. A continuación se presenta una lista parcial de ellos.

Anti-Friction Bearing Manufacturers' Association	(AFBMA)
Annular Bearing Engineers Committee	(ABEC)
Roller Bearing Engineers Committee	(RBEC)
Ball Manufacturers Engineers Committee	(BMEC)
American National Standards Institute	(ANSI)
International Standards Organization	(ISO)

Muchos de los estándares los enumeran al mismo tiempo la ANSI y la AFBMA. El catálogo de la ANSI incluye 22 estándares de cojinetes. A continuación se mencionan tres de ellos:

*Terminología y definiciones para cojinetes de rodamientos y de bolas y sus piezas, ANSI B3.7.*

*Especificaciones de carga y vida útil ante fatiga para bolas de cojinetes, ANSI/AFBMA 9.*

*Especificaciones de carga y vida útil ante fatiga para rodamientos de cojinetes, ANSI/AFBMA 11.*

## Tolerancias

En la industria de los cojinetes se reconocen diferentes tipos de tolerancias para adaptarlas a las necesidades de la amplia variedad de equipos en los que se emplean cojinetes giratorios de contacto. En general, todos los cojinetes son piezas de maquinaria de precisión y deben considerarse como tales. Como se señaló antes, el rango general de tolerancias es del orden de unas cuantas diezmilésimas de pulgada. Los tipo estándar de tolerancias se definen mediante ABEC, como se identifica enseguida.

- ABEC 1: Cojinetes de bolas radiales estándar y de rodamientos o giratorios
- ABEC 3: Cojinetes de rodamientos para instrumentos de semiprecisión
- ABEC 5: Cojinetes de bolas radiales y de rodamientos de precisión

ABEC 5P: Cojinetes de bolas para instrumentos de precisión

ABEC 7: Rodamientos de bolas radiales de alta precisión

ABEC 7P: Cojinetes de rodamientos para instrumentos de alta precisión

En casi todos los usos se utilizan tolerancias ABEC 1, acerca de las cuales los catálogos casi siempre incluyen información. Para los vástagos o mandriles de herramientas mecánicas, que por lo general necesitan rodamientos extrasuaves y precisos se usan los tipos ABEC 5 o ABEC 7.

## 15-14 IMPORTANCIA DEL ESPESOR DE LA PELICULA DE ACEITE EN COJINETES

En cojinetes que operan bajo cargas pesadas o a velocidades altas, es de fundamental importancia mantener una película de aceite lubricante en la superficie de las piezas que giran. Se requiere un abastecimiento constante de aceite limpio que tenga la viscosidad adecuada. Mediante un análisis minucioso de la geometría del cojinete, de la velocidad de giro y de las propiedades del lubricante es posible estimar el espesor de la película de aceite entre las piezas giratorias y las pistas. Si bien el espesor puede ser de sólo unas cuantas micropulgadas, se ha demostrado que la falta de aceite en el área de contacto es una causa importante de fallas prematuras en cojinetes de contacto giratorio. Por el contrario, si se puede mantener un espesor de película de lubricante significativamente mayor que la altura de las rugosidades características de la superficie, la vida útil que puede esperarse será mucho mayor que la que indica la información incluida en los catálogos [7, 15].

La naturaleza de la lubricación en la interface entre las piezas giratorias y las pistas se denomina *lubricación elastohidrodinámica* ya que depende de la deformación elástica específica que se presenta en las superficies que se enlazan bajo la influencia de altas tensiones debidas al contacto de una película de lubricante presurizado generada por la acción dinámica de las piezas que giran.

La información que se necesita para evaluar el espesor de la película para cojinetes de rodamientos o giratorios se incluye en secciones subsecuentes.

### Factores de geometría en los cojinetes

Diámetro de las bolas

Número de bolas

Radio de la curvatura de la ranura de la pista interna tanto en sentido circunferencial como axial

Diámetro de paso del cojinete; el promedio del diámetro interno y del diámetro externo

Rugosidad superficial de las bolas y las pistas

Angulo de contacto para cojinetes de contacto angular

### Factores de los materiales con que se fabrican cojinetes

Módulo de elasticidad de las bolas y de las pistas

Razón de Poisson

**Factores del lubricante**

Viscosidad dinámica a temperatura de operación *dentro* del cojinete

Coefficiente de presión de viscosidad; el cambio de viscosidad en función de la presión

**Factores operativos**

Velocidad de giro tanto de la pista interna como de la externa

Carga radial

Carga de empuje

Los detalles del análisis se proporcionan en la referencia bibliográfica [7]. En la referencia bibliográfica [15] se proporciona un método simplificado con gráficas útiles para simplificar el cálculo de parámetros cuya importancia es fundamental.

En los resultados del análisis se incluye

El espesor mínimo de la película de lubricante,  $h_o$

La rugosidad compuesta de las bolas y las pistas,  $S$

La relación:  $\Lambda = h_o/S$

La vida útil de servicio del cojinete depende del valor de  $\Lambda$ :

Si  $\Lambda < 0.90$ , es de esperarse una vida útil más corta que la especificada como consecuencia del daño superficial debido a una película de lubricante no adecuada

Si  $\Lambda$  está en el rango de 0.90 a 1.50, se puede esperar la vida útil de servicio que se especificó.

Si  $\Lambda$  se encuentra en el rango de 1.50 a 3.00, es posible un incremento en la vida útil de servicio de hasta tres veces la vida especificada.

Si  $\Lambda$  es mayor que 3.0, es probable que la vida útil de servicio sea hasta seis veces la vida útil especificada.

**Sugerencias para obtener una vida útil prolongada en los cojinetes**

1. Elija un cojinete que tenga una vida útil adecuada utilizando los procedimientos que se describen a lo largo de este capítulo.
2. Verifique que el cojinete tenga un acabado superficial fino y que no se dañe debido al manejo brusco, prácticas deficientes en su instalación, corrosión, vibración o exposición a flujo de corriente eléctrica.
3. Asegúrese de que las cargas de operación estén dentro de los valores de diseño.
4. Abastezca al cojinete con un flujo abundante de lubricante limpio cuya viscosidad a la temperatura de operación, sea la adecuada dentro del cojinete de conformidad con las recomendaciones del fabricante. De ser necesario, proporcione enfriamiento externo al aceite. Para un sistema que ya existe, este es el factor susceptible de ser controlado en mayor medida sin que haya necesidad de recurrir a un nuevo diseño significativo del propio sistema.
5. En caso que sea imposible realizar un nuevo diseño. Elabore el sistema de manera que opere a la velocidad más baja posible.

## 15-15 PROYECCIONES DE VIDA ÚTIL BAJO CARGAS VARIABLES

Los procedimientos de diseño y análisis que se han utilizado hasta ahora a lo largo del texto suponen que el cojinete operará con una sola carga de diseño en el transcurso de su vida útil. Utilizando los datos que publican los fabricantes en los catálogos, es posible hacer proyecciones muy precisas acerca de la vida útil del cojinete bajo tales condiciones. Si las cargas varían según transcurre el tiempo, habrá que modificar los procedimientos.

Uno de los procedimientos que los fabricantes recomiendan recibe el nombre *regla de Palmgren-Miner*, a veces sólo *regla de Miner*. Las referencias bibliográficas [11 y 12] describen su trabajo, y la referencia [10] analiza un método modificado que se adapta más a los cojinetes.

La base de la regla de Miner consiste en que si un cojinete en particular es sometido a una serie de cargas de magnitudes diferentes a lo largo de lapsos cuya duración se conoce, a la larga, cada carga contribuye a la falla del cojinete en proporción a la relación de la carga con la vida útil que se espera cumpla el cojinete si se le somete a la acción de esa carga. Así, al efecto acumulado de la serie de cargas se le tiene que atribuir todas esas contribuciones a que se presenten fallas.

Un método similar, que se describe en la referencia bibliográfica [7], introduce el concepto de *carga media efectiva*,  $F_m$ :

$$F_m = \left( \frac{\sum_i (F_i)^p N_i}{N} \right)^{1/p} \quad (15-10)$$

donde  $F$  = carga individual entre una serie de cargas  $i$

$N_i$  = número de revoluciones a las que opera  $F_i$

$N$  = número total de revoluciones durante un ciclo completo

$p$  = exponente de la relación carga/vida útil;  $p = 3$  para cojinetes de bola;

$p = 10/3$  para rodamientos

Como alternativa, si el cojinete gira a velocidad constante, y debido a que el número de revoluciones es proporcional al tiempo de operación,  $N_i$  puede ser el número de minutos de operación a  $F_i$  y  $N$  es la suma del número de minutos que comprende el ciclo total. Es decir,

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_i$$

Así, la vida útil total esperada, en millones de revoluciones del cojinete, será

$$L = \left( \frac{C}{F_m} \right)^p \quad (15-11)$$

**Problema ilustrativo 15-6.** Un cojinete de bolas, de hilera única, ranura profunda, número 6308, es sometido al conjunto de cargas siguiente durante los tiempos que se especifican:

Condición	$F_i$	Tiempo
1	650 lb	30 min
2	750 lb	10 min
3	250 lb	20 min

Este ciclo de 60 minutos se repite continuamente a lo largo de la vida útil del cojinete. La flecha que es soportada por el cojinete gira a 600 rpm. Estime la vida útil total del cojinete.

**Solución.** Utilizando la ecuación (15-10),

$$F_m = \left( \frac{\sum_i (F_i)^p N_i}{N} \right)^{1/p} \quad (15-10)$$

$$F_m = \left( \frac{30(650)^3 + 10(750)^3 + 20(250)^3}{30 + 10 + 20} \right)^{1/3} = 597 \text{ lb}$$

ahora utilizando la ecuación (15-11),

$$L = \left( \frac{C}{F_m} \right)^p \quad (15-11)$$

A partir de la tabla 15-2 para el cojinete 6308, encontramos que  $C = 7,050 \text{ lb}$ . Por tanto,

$$L = \left( \frac{7\,050}{597} \right)^3 = 1\,647 \text{ millones de revoluciones}$$

A una velocidad de giro de 600 rpm, el número de horas de vida útil será,

$$L = \frac{1\,647 \times 10^6 \text{ rev}}{1} \cdot \frac{\text{min}}{600 \text{ rev}} \cdot \frac{\text{h}}{60 \text{ min}} = 45\,745 \text{ h}$$

Observe que este es el mismo cojinete que se utilizó en el problema ilustrativo 15-3 el cual se seleccionó para operar, cuando menos, durante 30,000 horas cuando soporte una carga de 650 lb.

## BIBLIOGRAFIA

1. Avallone, Eugene A., y Baumeister, Theodore, III, eds. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers*, 9ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1986.
2. Dodge Division of Reliance Electric Company, *Dodge Mounted Bearings Bulletin*. Mishawaka, Ind.: Reliance Electric Company.
3. Eschmann, Paul, Hasbargen, Ludwig, Weigand Karl y

- Brandlein, Johannes. *Ball and Roller Bearings: Theory, Design and Application*, 2ª edición. Nueva York: John Wiley & Sons, 1985.
4. FAG Bearings Corporation. *Precision Bearings Catalog*. Stamford, Conn.: FAG Bearings Company.
  5. FMC Corporation *Bearing Technical Journal*. Indianapolis, Ind.: FMC Bearing Division, FMC Corporation.
  6. Hannoosh, J. G. "Ceramic Bearings Enter the Mainstream". *Design News*. (23 de noviembre de 1988).
  7. Harris, Tedric A. *Rolling Bearing Analysis*, 3ª edición. Nueva York: John Wiley & Sons, 1991.
  8. Hoover NSK Bearing Company. *Catalog No. AM-I, Ball, Tapered Roller, Cilindrical Roller, & Spherical Roller Bearings*. Ann Arbor, Mich.: Hoover NSK Bearing Company.
  9. Juvinall, Robert C., y Marshek, Kurt M. *Fundamentals of Machine Component Design*. 2ª edición. Nueva York: John Wiley & Sons, 1991.
  10. Kauzklarich, James J. "The Palmgren-Miner Rule Derived". *Proceedings of the 15th Leeds/Lyon Symposium of Tribology*. (Leeds, Reino Unido, 6-9 de septiembre de 1988).
  11. Miner, M. A. "Cumulative Damage in Fatigue". *Journal of Applied Mechanics*, vol. 67, pp. A159-A164, 1945.
  12. Palmgren, A. *Ball and Roller Bearing Engineering*. 3ª edición. Filadelfia, Pa.: Burbank, 1959.
  13. SKF Industries, Inc. *SKF Engineering Data*. Filadelfia, Pa.: SKF Industries, Inc.
  14. The Timken Company. *Tapered Roller Bearing Engineering Journal*. Canton, Ohio: The Timken Company.
  15. Werner, J. M. "Predicting Service Life for Ball Bearings". *Machine Design Magazine*, pp. 102-107. (7 de marzo de 1974).

## PROBLEMAS

1. Un cojinete radial de bolas tiene una especificación básica en cuanto a carga dinámica de 2,350 lb para una vida útil especificada ( $L_{10}$ ) de un millón de revoluciones. ¿Cuál será su vida útil  $L_{10}$  cuando opere a una carga de 1,675 lb?
2. Determine la especificación básica en cuanto a carga dinámica que se necesita para que un cojinete soporte 1,250 lb de una flecha que gira a 880 rpm si la vida útil de diseño debe ser de 20,000 horas.
3. Un catálogo indica la especificación básica de carga dinámica para un cojinete de bolas como 3,150 lb para una vida útil especificada de un millón de revoluciones. ¿Cuál será la vida útil  $L_{10}$  del cojinete si se le sometiera a una carga de (a) 2,200 lb, (b) 4,500 lb?
4. Calcule la especificación básica en cuanto a carga dinámica que se requiere,  $C$ , para que un cojinete de bolas soporte una carga radial de 1,450 lb a una velocidad de la flecha de 1,150 rpm para un ventilador industrial.
5. Especifique cojinetes adecuados para la flecha del problema ilustrativo 9-1. Observe los datos que contienen las figuras 9-1, 9-2, 9-10 y 9-11.
6. Especifique cojinetes adecuados para la flecha del problema ilustrativo 9-3. Observe los datos que contienen las figuras 9-12, 9-14 y 9-15.
7. Especifique cojinetes adecuados para la flecha del problema ilustrativo 9-4. Observe los datos que contienen las figuras 9-16, y 9-17.
8. Para cualquiera de los cojinetes que se especifican en los problemas del 2 al 7, trace un dibujo a escala de la flecha, los cojinetes y aquella parte de la carcasa que soportará las pistas externas de los cojinetes. Asegúrese de considerar los radios de los chaflanes y la ubicación axial de los cojinetes.
9. Un cojinete tiene que soportar una carga axial de 455 lb y carga de empuje nula. A partir de la tabla 15-2, especifique un cojinete adecuado si la flecha gira a 1,150 rpm y la vida útil de diseño es de 20,000 horas.

- Para cada uno de los problemas que se plantean enseguida, repita el problema 9 con los nuevos datos.

Problema número	Carga radial	Carga de empuje	rpm	Vida útil de diseño
10.	857 lb	0	450	30 000
11.	1 265 lb	645 lb	210	5 000
12.	235 lb	88 lb	1 750	20 000
13.	2 875 lb	1 350 lb	600	15 000
14.	3.8 kN	0	3 450	15 000
15.	5.6 kN	2.8 kN	450	2 000
16.	10.5 kN	0	1 150	20 000
17.	1.2 kN	0.85 kN	860	20 000

18. En el capítulo 9, las figuras 9-18 a la 9-33 mostraron ejercicios de diseño de flechas que se relacionan con los problemas que se presentan al final del capítulo. Para cada cojinete, de cada flecha, especifique un cojinete adecuado a partir de la tabla 15-2. Si el diseño de la flecha ya se ha completado hasta el punto en el que se conoce el diámetro mínimo aceptable en el asiento del cojinete, tenga en cuenta ese diámetro al momento de especificar el cojinete. Observe los enunciados de los problemas del capítulo 9 para la velocidad de la flecha y los datos de la carga.
19. El cojinete número 6332 de la tabla 15-2 soporta los conjuntos de cargas que se señalan a continuación mientras gira a 600 rpm.

Condición	Carga, $F_i$	Tiempo, $N_i$
1	4 500 lb	25 min
2	2 500 lb	15 min

Calcule la vida útil  $L_{10}$  esperada para el cojinete bajo estas condiciones si el ciclo se repite continuamente.

20. El cojinete número 6318 de la tabla 15-2 soporta los conjuntos de cargas que se señalan a continuación mientras gira a 600 rpm.

Condición	Carga, $F_i$	Tiempo, $N_i$
1	2 500 lb	25 min
2	1 500 lb	15 min

Calcule la vida útil  $L_{10}$  esperada para el cojinete bajo estas condiciones si el ciclo se repite continuamente.

21. El cojinete número 6211 de la tabla 15-2 gira soporta los conjuntos de cargas que se señalan a continuación mientras gira a 1,700 rpm.

Condición	Carga, $F_i$	Tiempo, $N_i$
1	600 lb	480 min
2	200 lb	115 min
3	100 lb	45 min

Calcule la vida útil  $L_{10}$  esperada para el cojinete bajo estas condiciones si el ciclo se repite continuamente.

22. El cojinete número 6211 de la tabla 15-2 gira soporta los conjuntos de cargas que se señalan a continuación mientras gira a 1,700 rpm.

Condición	Carga, $F_i$	Tiempo, $N_i$
1	450 lb	480 min
2	180 lb	115 min
3	50 lb	45 min

Calcule la vida útil  $L_{10}$  esperada para el cojinete bajo estas condiciones si el ciclo se repite continuamente.

23. El cojinete número 6206 de la tabla 15-2 gira soporta los conjuntos de cargas que se señalan a continuación mientras gira a 101 rpm durante un turno de 8 horas.

Condición	Carga, $F_i$	Tiempo, $N_i$
1	500 lb	6.75 h
2	800 lb	0.40 h
3	100 lb	0.85 h

Calcule la vida útil  $L_{10}$  esperada para el cojinete bajo estas condiciones si el ciclo se repite continuamente. Si la máquina funciona durante dos turnos al día, seis días a la semana, ¿en cuantas semanas espera que haya que sustituir el cojinete?

24. El cojinete número 6212 de la tabla 15-2 soporta los conjuntos de cargas que se señalan a continuación mientras gira a 101 rpm durante un turno de 8 horas.



Condición	Carga radial	Carga de empuje	Tiempo, $N_i$
1	1 750 lb	350 lb	6.75 h
2	600 lb	250 lb	0.40 h
3	280 lb	110 lb	0.85 h

Calcule la vida útil  $L_{10}$  esperada para el cojinete bajo estas condiciones si el ciclo se repite continuamente. Si la máquina funciona durante dos turnos al día, seis días a la semana, ¿en cuantas semanas espera que haya que sustituir el cojinete?

---

# 16 Control del movimiento: embragues y frenos

---

- 16-1 Objetivos de este capítulo
  - 16-2 Descripciones de embragues y frenos
  - 16-3 Tipos de embragues y frenos de fricción
  - 16-4 Parámetros de desempeño o rendimiento
  - 16-5 Tiempo que se necesita para acelerar una carga
  - 16-6 Inercia de un sistema en relación con la velocidad de la flecha del embrague
  - 16-7 Inercia efectiva para cuerpos que se mueven en forma lineal
  - 16-8 Absorción de energía: requisitos de disipación de calor
  - 16-9 Tiempo de respuesta
  - 16-10 Materiales para fricción y coeficientes de fricción
  - 16-11 Embrague o freno tipo placa
  - 16-12 Frenos de disco con calibrador
  - 16-13 Embrague o freno cónico
  - 16-14 Frenos de tambor
  - 16-15 Frenos de banda
  - 16-16 Otros tipos de embragues y frenos
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

La empresa en la que usted labora fabrica sistemas transportadores para bodegas y terminales de camiones. Los transportadores llevan cajas de material a cualquiera de las estaciones en las que se cargan camiones. A fin de ahorrar energía y disminuir el desgaste en las partes operativas del transportador, se decidió operar sólo aquellas partes del sistema que tienen suficiente demanda para entregar una caja. El sistema debe operar automáticamente mediante una serie de sensores, interruptores, controladores programables y sistema de supervisión general computarizado. Su labor consiste en recomendar el tipo y tamaño de unidades de embrague y de freno para arrancar y detener, respectivamente, los distintos transportadores.

Algunas decisiones de diseño que a usted le corresponde tomar son:

1. ¿Cuánto tiempo hay que esperar para acelerar los transportadores después que se ha activado el comando inicial de arranque?
2. ¿Que tan rápido deben detenerse los transportadores?
3. ¿Cuántos ciclos por hora se esperan?
4. ¿De qué tanto espacio se dispone para instalar las unidades de embrague y de freno?

5. ¿De que medios se dispone para activar las unidades de embrague y de freno: corriente eléctrica, aire comprimido, presión hidráulica, o algún otro?
6. En general, ¿que tipo de embrague y freno hay que utilizar?
7. ¿Que tamaño y modelo de unidades se tiene que especificar?

Junto con estas decisiones, el lector necesita información acerca del propio sistema transportador, por ejemplo:

1. ¿Qué tanta carga se aplicará a los transportadores cuando arranquen y se detengan?
2. ¿Cuál es el diseño del propio transportador y cuáles son los pesos, formas y dimensiones de sus componentes?
3. ¿Cómo se impulsa el transportador; mediante motor eléctrico, motor hidráulico o de qué otra manera?
4. ¿Los productos se mueven en un solo nivel, o acaso el sistema presenta cambios de elevación?

La información que se presenta en este capítulo le ayudará a diseñar un sistema de este tipo.

■ ■ ■

### 16-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Los sistemas mecánicos necesitan controlarse siempre que haya necesidad de cambiar el sentido del movimiento de uno o más de sus componentes. Cuando un dispositivo se arranca o enciende en un principio, tiene que acelerar a partir del estado de reposo hasta alcanzar la velocidad de operación. Según vaya terminando sus funciones, suele ser necesario que el sistema vuelva al estado de reposo. En aquellos sistemas que operan de manera continua, a menudo es necesario cambiar de velocidad para ajustarse a las distintas condiciones de operación. En ocasiones, la seguridad es la que dicta el método para controlar el movimiento que se va a utilizar, como ocurre con una carga que descende por medio de un malacate o de un elevador.

En este capítulo lo que más interesa es el control del movimiento giratorio en sistemas que son impulsados por motores eléctricos, turbinas y similares. En última instancia, el movimiento lineal puede generarse mediante eslabones, transportadores u otros mecanismos.

Los elementos mecánicos que más se utilizan para controlar el movimiento son el embrague y el freno, que se definen en los términos siguientes.

Un *embrague* es un dispositivo que se emplea para conectar o desconectar un componente que es impulsado, de la planta motriz principal del sistema. Por ejemplo, en una máquina que debe completar ciclos con frecuencia, se permite que el motor trabaje en forma continua y se

interpone un embrague entre el motor y la máquina que es impulsada. Luego, el embrague completa ciclos de encender y apagar para conectar y desconectar la carga. Esto permite que el motor funcione a una velocidad eficiente, y también que el sistema complete ciclos con mayor rapidez ya que no es necesario acelerar el pesado rotor del motor en cada ciclo.

Un *freno* es un dispositivo que se utiliza para llevar al estado de reposo a un sistema que se encuentra en movimiento, para disminuir su velocidad, o bien, para controlar su velocidad hasta un cierto valor bajo condiciones variables.

### Objetivos específicos

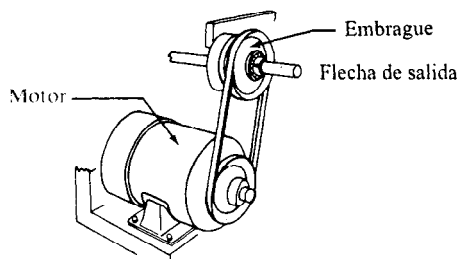
Una vez que concluya este capítulo el lector será capaz de:

1. Definir los términos *embrague* y *freno*.
2. Distinguir un embrague de un *cople de embrague*.
3. Describir un freno seguro contra fallas.
4. Hacer una descripción de un módulo embrague–freno.
5. Especificar la capacidad que se requiere para acelerar un sistema, o bien, impulsar un sistema en particular de manera confiable.
6. Calcular el tiempo que se necesita para acelerar un sistema o para hacer que se detenga aplicando un torque (par) específico.
7. Definir la inercia de un sistema en términos de su valor  $Wk^2$ .
8. Calcular las necesidades de disipación de energía de un embrague o de un freno.
9. Determinar el tiempo de respuesta para un sistema de embrague–freno.
10. Mencionar seis métodos de actuación que se utilizan para frenos y embragues.
12. Llevar a cabo el diseño y el análisis de embragues y frenos tipo placa, disco calibrador, cono, tambor, zapata y de banda.
13. Mencionar otros nueve tipos de embragues y frenos.

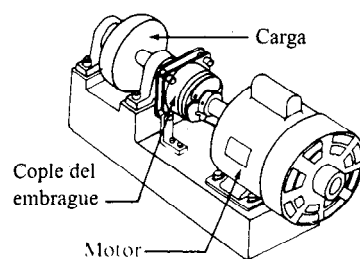
### 16-2 DESCRIPCIONES DE EMBRAGUES Y FRENOS

En la figura 16-1 se muestran varias disposiciones o arreglos de embragues y frenos. Por convención, el término *embrague* se reserva para la aplicación en que la conexión se realiza con una flecha paralela a la flecha del motor, como se ilustra en la figura 16-1(a). Si la conexión se hace con una flecha en línea con el motor, se recurre al término *cople de embrague*, como se ilustra en la figura 16-1(b).

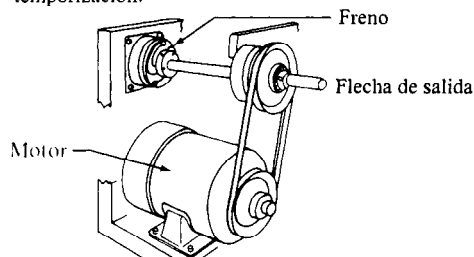
También por convención, un freno [figura 16-1(c)] es actuado mediante alguna acción evidente: la aplicación de una presión de fluido, la activación de una corriente eléctrica o el movimiento manual de una palanca. Un freno que es actuado por un resorte que se aplica en forma automática en ausencia de una acción evidente se denomina *freno seguro contra fallas* [figura 16-1(d)]. Cuando se interrumpe el suministro de energía se activa el freno.



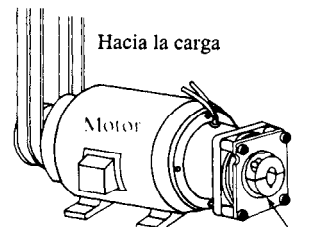
(a) Embrague: transmite movimiento giratorio hacia una flecha paralela sólo cuando se energiza la bobina, utilizando poleas acanaladas, ruedas dentadas, engranes o poleas de sincronización o temporización.



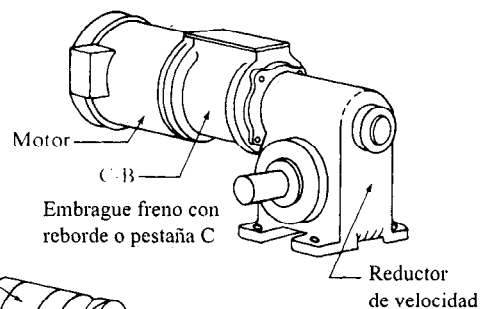
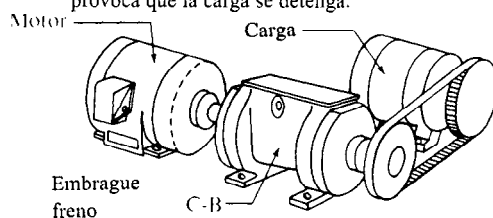
(b) Embrague con cople: transmite movimiento giratorio hacia una flecha en línea sólo cuando se energiza la bobina. Se utiliza en aplicaciones para separar ejes.



(c) Freno: detiene (frena) carga cuando se energiza la bobina. El panel muestra al embrague impartiendo movimiento giratorio a la flecha de salida (de carga) en tanto el freno se desenergiza. A su vez, la desenergización de la bobina del embrague y la energización de la bobina del freno provoca que la carga se detenga.



(d) Freno seguro contra fallas: detiene la carga mediante la desenergización de la bobina; al apagar se activa el freno.



(e) Tres tipos de montaje para módulos embrague freno: *embrague freno* combina funciones de embrague y freno en un paquete preensamblado completo con flechas de entrada y salida. *Embrague freno con reborde o bisagra* realiza la misma función pero para utilizarlo entre un motor

con reborde o pestaña NEMA "C" y un reductor de velocidad. *Motor embrague freno*: módulo preensamblado para montarse en un motor de pestaña o reborde NEMA "C" y presenta una flecha de salida para su conexión a una carga.

**Figura 16-1** Aplicaciones típicas de embragues y frenos. (Electroid Corp., Springfield, N. J.)

Cuando en un sistema se requieren las funciones de un embrague al igual que la de un freno, se suelen disponer en la misma unidad, el *módulo embrague-freno*, es decir, cuando se activa el embrague se desactiva el freno y viceversa [véase la figura 16-1(e)].

Un embrague de deslizamiento es un embrague que, por diseño, transmite sólo un torque limitado; en consecuencia se deslizará en cuanto se presente un torque mayor que el especificado. Se emplea para proporcionarle una aceleración controlada a una carga que es ligera y que requiere de menor potencia motriz. Se utiliza asimismo como dispositivo de seguridad, para proteger componentes costosos o sensibles en caso que algún sistema se trabase.

La mayor parte del análisis que se lleva a cabo en esta sección se centrará en embragues y frenos que transmiten movimiento a través de la fricción en la interface entre dos partes que giran y se mueven a velocidades diferentes. En la última sección se estudian, de manera breve, otros tipos de embragues y frenos.

### 16-3 TIPOS DE EMBRAGUES Y FRENOS DE FRICCION

Los embragues y frenos que utilizan superficies de fricción como medio para transmitir torque a fin de arrancar o detener un mecanismo se clasifican según la geometría de las superficies de fricción y por los medios que se usan para activarlos. En algunos casos, es posible utilizar la misma geometría básica como freno o embrague mediante la conexión selectiva de las piezas que generan fricción al impulsor, a la máquina que es impulsada o al armazón fijo de la máquina.

En la figura 16-2 se presentan dibujos de los tipos de embragues y frenos que se explican a continuación

#### Embrague o freno de placa

Cada superficie de fricción tiene la forma de un anillo o corona circular sobre una placa plana. Dos o más placas de fricción se mueven en sentido axial para entrar en contacto con una placa lisa con la cual se enlazan, esta placa casi siempre se fabrica de acero y el torque de fricción es transmitido hacia ella.

#### Freno de disco calibrador

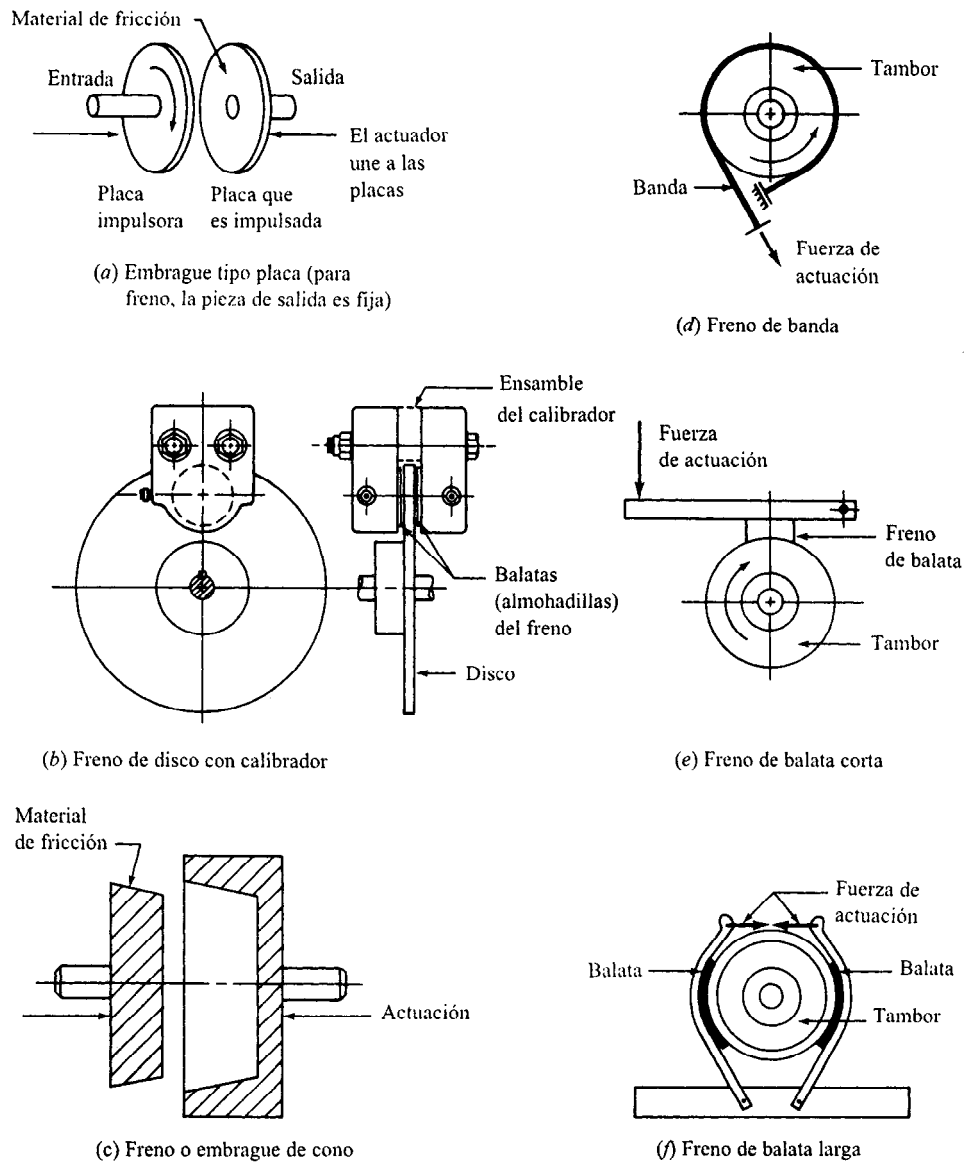
A la máquina que se pretende controlar, se le conecta un rotor en forma de disco. Las balatas de fricción, que sólo cubren una parte del disco, están contenidas dentro de un ensamble fijo que se denomina *calibrador* y se fuerzan contra el disco mediante presión hidráulica o neumática.

#### Embrague o freno de cono

Un dispositivo de este tipo es similar a un embrague o freno de placa a excepción de que las superficies que se enlazan se encuentran en una parte de un cono en lugar de una placa plana.

#### Freno de banda

El material que se fricciona, el cual sólo se utiliza como freno, se ubica en una banda flexible que casi rodea a un tambor cilíndrico el cual se conecta a la máquina que se desea controlar. Cuando se desea frenar, la banda se aprieta contra el tambor y ejerce una fuerza tangencial para detener la carga.



**Figura 16-2** Tipos de embragues y frenos de fricción. [(b) Tol-O Matic, Minneapolis, Minn.]

### Freno de bloque o de balata

Unas balatas, rígidas y curvas, que se colocan opuestas al material de fricción, se fuerzan contra la superficie de un tambor, ya sea desde el exterior o el interior y ejercen una fuerza tangencial para detener la carga.

### Actuación

Los siguientes diseños pueden aplicarse para activar muchos de los embragues o frenos que ya se describieron. Las figuras 16-3 a 16-9 muestran una variedad de diseños disponibles en el mercado.

**Manual.** El operador aporta la fuerza, por lo regular mediante un arreglo de palanca para multiplicar la fuerza.

**Aplicada mediante resorte.** A veces se le da el nombre de diseño *seguro contra fallas* cuando se utiliza en relación a un freno, el freno es aplicado automáticamente mediante resortes a menos que esté presente una fuerza opuesta. Por tanto, si hay falla de potencia, o si se pierde presión neumática o hidráulica, o bien, si el operador no es capaz de realizar la función, los resortes aplican el freno y detienen la carga. El concepto puede utilizarse también para activar o desactivar un embrague.

**Centrífugo.** En ocasiones se utiliza un embrague centrífugo a fin de permitir que el sistema que es impulsado acelere sin que exista una carga conectada. Así, a una velocidad que se selecciona por anticipado, la fuerza centrífuga mueve las piezas del embrague para que entren en contacto y conecten la carga. Conforme el sistema aminora su velocidad, la carga se desconectará en forma automática.

**Neumática.** Se introduce aire comprimido en un cilindro o en alguna otra cámara. La fuerza que genera la presión en un pistón o en un diafragma hace que entren en contacto las superficies de fricción con los elementos que se encuentran conectados a la carga.

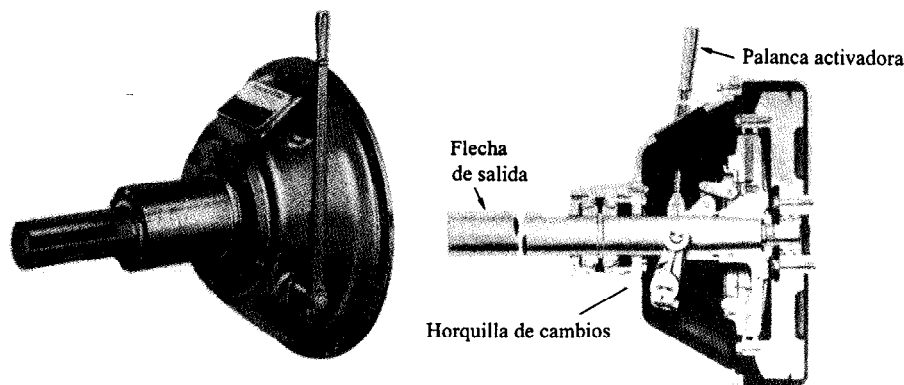
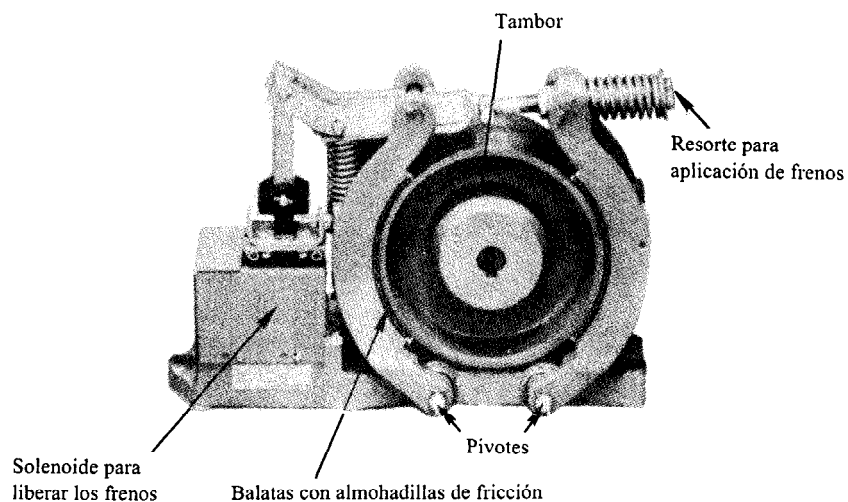
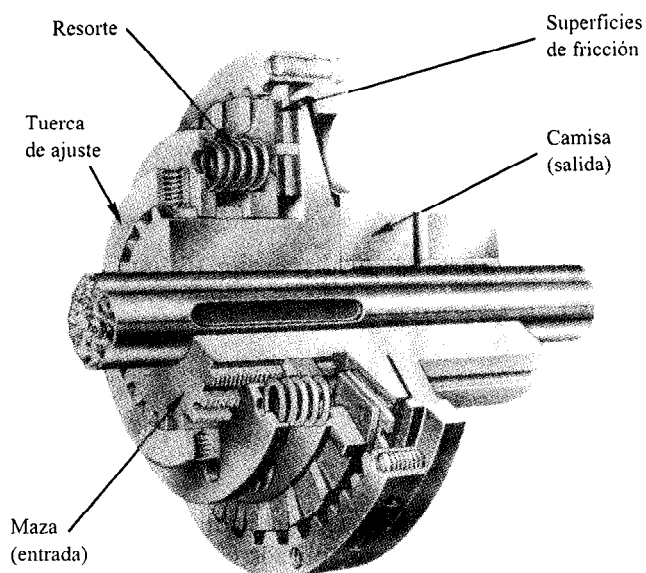


Figura 16-3 Embrague que opera en forma manual. (Rockford Division, Borg-Warner Corp., Rockford Ill.)

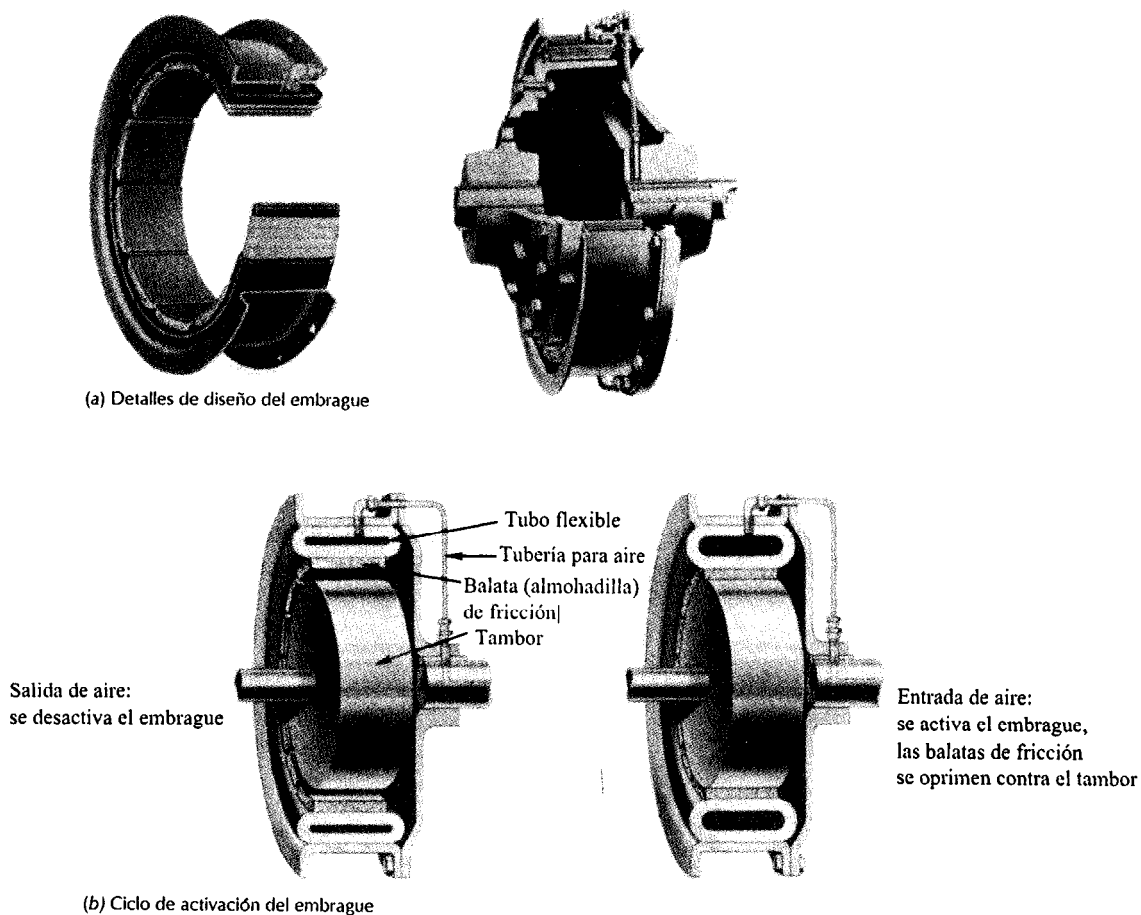




**Figura 16-4** Freno de balata larga que se aplica mediante resorte y se libera por electricidad. (Eaton Corp., Cutler-Hammer Products, Milwaukee, Wis.)



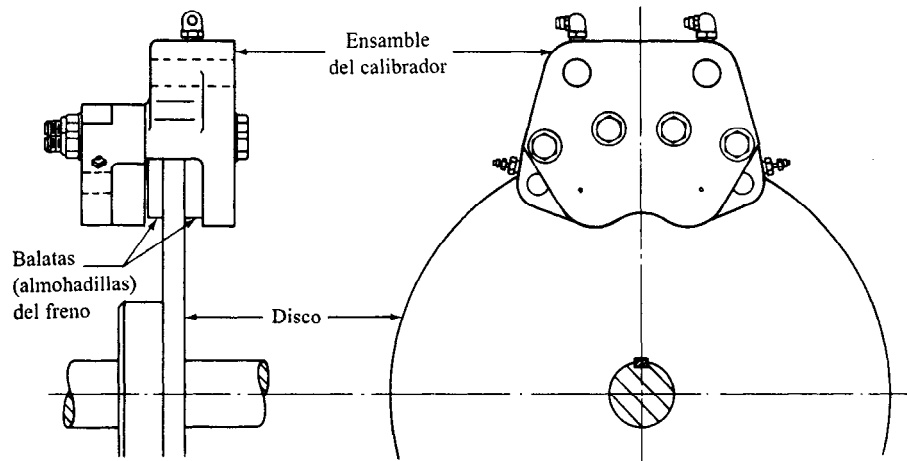
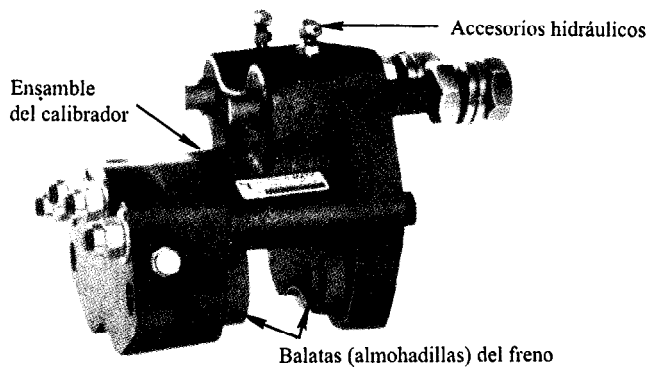
**Figura 16-5** Embrague por deslizamiento. Los resortes aplican presión normal en las placas de fricción; la fuerza del resorte es ajustable para variar el nivel de torque al cual se deslizará el embrague



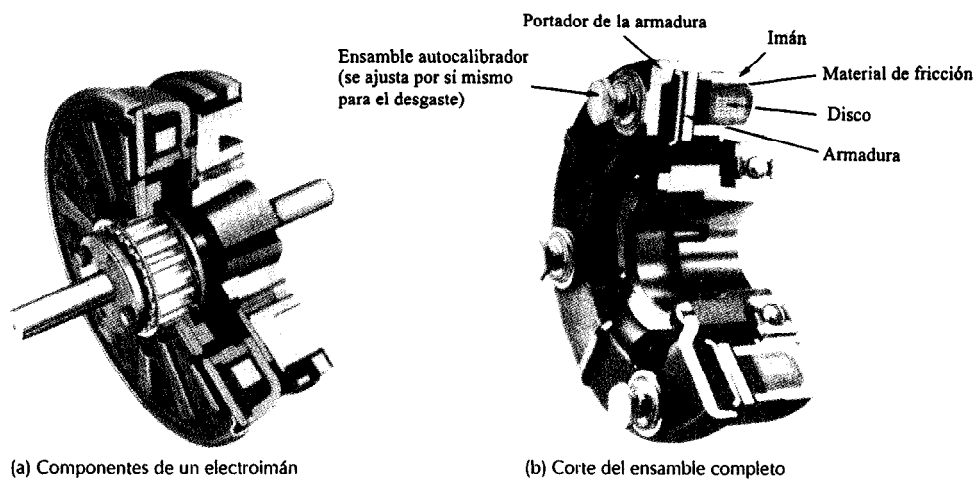
**Figura 16-6** Embrague o freno activado mediante aire. (Eaton Corp., Airflex Division, Cleveland, Ohio)

**Hidráulica.** Similar al tipo neumático excepto que utiliza aceite como fluido hidráulico y no aire, por lo regular el actuador hidráulico es aplicado cuando se requieren fuerzas de actuación altas.

**Electromagnética.** Se aplica una corriente eléctrica a una bobina, con lo cual se genera un flujo electromagnético. Después, la fuerza magnética atrae una armadura que está conectada a la máquina que se pretende controlar. Por lo general, la armadura es tipo placa.



**Figura 16-7 Ensamble de un freno de disco que se activa hidráulicamente. (Tool-O-Matic, Minneapolis, Minn.)**



**Figura 16-8 Embrague o freno tipo placa activado electrónicamente. (Warner Electric Brake & Clutch Co., South Beloit, Ill.)**

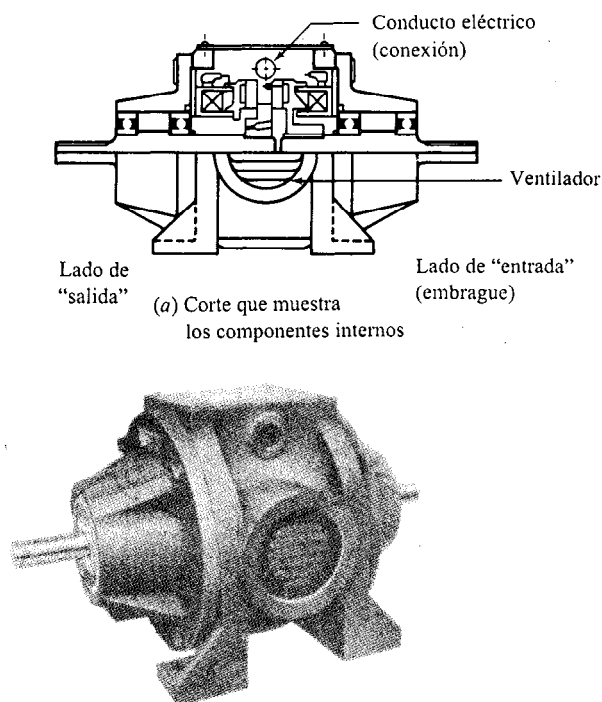


Figura 16-9 Módulo de freno y embrague que funciona por electricidad. (Electroid Corp., Springfield, N. J.)

#### 16-4 PARAMETROS DE DESEMPEÑO O RENDIMIENTO

Los principios de la física nos indican que siempre que cambia la velocidad o sentido en el movimiento de un cuerpo, es necesario que exista una fuerza que ejerce su acción sobre el cuerpo. Si el cuerpo está girando, hay que aplicarle un torque al sistema para incrementar su velocidad o disminuirla. Cuando ocurre un cambio de velocidad, tiene lugar un cambio correspondiente en la energía cinética del sistema. Por consiguiente, el control de movimiento implica inherentemente controlar la energía, ya sea añadiendo energía para acelerar un sistema o absorbiéndola para desacelerarlo.

Los parámetros que intervienen en la especificación de embragues y frenos se describen en la lista siguiente:

1. Torque que se necesita para acelerar o desacelerar el sistema.
2. Tiempo necesario para lograr el cambio de velocidad.
3. La cantidad de ciclos: número de ciclos de encendido y apagado por unidad de tiempo.
4. La inercia de las piezas que giran o se trasladan.
5. El entorno del sistema: temperaturas, efectos del enfriamiento, etcétera.

6. Capacidad para disipar energía del embrague o del freno.
7. Tamaño físico y configuración.
8. Medios para la actuación.
9. Vida útil y confiabilidad del sistema.
10. Costo y disponibilidad.

Para determinar la capacidad de torque que se requiere de un embrague o freno, se emplean dos métodos básicos. Uno se refiere a la capacidad de potencia del motor que impulsa al sistema. Recuerde que, en general, potencia es = torque  $\times$  velocidad de giro ( $P = Tn$ ). Así, la capacidad de torque que se necesita por lo general se expresa en la forma

$$T = \frac{CPK}{n} \quad (16-1)$$

donde  $C$  es un factor conveniente para unidades y  $K$  es un factor de servicio que se basa en la aplicación. Más adelante se abordará, con mayor detalle, este punto.

Observe que el torque que se necesita es inversamente proporcional a la velocidad de giro. Por este motivo, se recomienda colocar el embrague o freno en el eje de más alta velocidad del sistema de manera que el torque requerido es el mínimo. Cuando el torque es más bajo, el tamaño, costo, y tiempo de respuesta son, por lo general, más bajos. Una desventaja es que el eje que se tiene que acelerar o desacelerar debe sufrir un cambio considerable de velocidad y la cantidad de deslizamiento quizá sea mayor. Este efecto puede generar más calor debido a la fricción, lo cual conduce a problemas térmicos, sin embargo, se compensa por el efecto del enfriamiento incrementado debido al movimiento más rápido de las piezas del embrague o del freno.

El valor del factor  $K$  en la ecuación de torque es, en gran parte, una decisión de diseño. Enseguida se presentan algunos de los parámetros comunes.

1. Para frenos bajo condiciones promedio, utilice  $K = 1.0$ .
2. Para frenos que se someten a trabajo ligero donde la flecha de salida no asume su carga normal hasta una vez que ha adquirido velocidad, utilice  $K = 1.5$ .
3. Para embragues que se sometan a trabajo pesado donde las cargas conectadas tienen que ser aceleradas, utilice  $K = 3.0$ .
4. Para embragues en sistemas que se someten a cargas variables, utilice un factor  $K$  cuando menos igual al factor por el cual el torque al paro del motor excede al torque con carga total. Esto se examina en el capítulo 17, no obstante, para un motor industrial común (diseño  $B$ ) utilice  $K = 2.75$ . Para un torque alto de arranque de motor (diseño  $C$  o capacitor para arranque de motor), quizá se necesite  $K = 4.0$ . Esto asegura que el embrague será capaz de transmitir tanto torque como el motor y que no se deslizará después que haya adquirido velocidad.
5. Para embragues en sistemas que son impulsados por motores a gasolina, motores diesel u otras plantas motrices principales, considere la capacidad de torque pico del impulsor. Tal vez se necesite  $K = 0$ .

La tabla siguiente relaciona el valor de  $C$  con unidades que suelen utilizarse para torque, potencia y velocidad de giro. Por ejemplo, si la potencia se indica en hp, y la velocidad en rpm, entonces, para obtener el torque en lb·pie, utilice  $T = 5,252(P/n)$ .

Torque	Potencia	Velocidad	$C$
lb·pies	hp	rpm	5 252
lb·pulg	hp	rpm	63 025
N·m	W	rad/s	1
N·m	W	rpm	9.549
N·m	kW	rpm	9 549

Si bien el método para calcular el torque de la ecuación (16-1) generará un rendimiento aceptable en usos comunes, no proporciona un medio para estimar el tiempo real que se necesita para acelerar la carga con un embrague o desacelerar la carga con un freno. El segundo método que se describe enseguida, sí lo hace.

### 16-5 TIEMPO QUE SE NECESITA PARA ACELERAR UNA CARGA

El principio básico que interviene se toma de la dinámica:

$$T = I\alpha$$

donde  $I$  es el momento de inercia de la masa de los componentes que se están acelerando y  $\alpha$  es la aceleración angular, es decir, la cantidad de cambio de velocidad angular. El propósito común de tal análisis consiste en calcular el torque que se necesita para originar un cambio en la velocidad de giro,  $\Delta n$ , de un sistema en una cantidad específica de tiempo,  $t$ . Pero  $\Delta n/t = \alpha$ . A su vez, conviene más expresar el momento de inercia de la masa en términos de *radio de giro*,  $k$ . Por definición,

$$k = \sqrt{I/m} \quad \text{o} \quad k^2 = I/m$$

donde  $m$  es la masa y  $m = W/g$ . Por consiguiente

$$I = mk^2 = Wk^2/g$$

Por consiguiente la ecuación correspondiente a torque se convierte en

$$T = I\alpha = \frac{Wk^2}{g} \frac{(\Delta n)}{t} \quad (16-2)$$

Al término  $Wk^2$  se le suele llamar solo *inercia* de la carga, aunque, en términos estrictos, esa designación no es correcta. Una gran proporción de los componentes de un sistema mecánico

Radio de giro:

$$k^2 = \frac{1}{2} (R_1^2 + R_2^2)$$

Volumen:

$$V = \pi(R_1^2 - R_2^2)L$$

Peso:

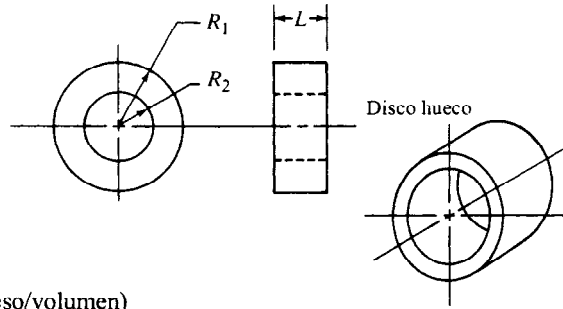
$$W = \delta_w V$$

$$\delta_w = \text{Densidad de peso (peso/volumen)}$$

Inercia ( $Wk^2$ ):

$$Wk^2 = \delta_w V k^2 = \delta_w \pi (R_1^2 - R_2^2) L (R_1^2 + R_2^2) / 2$$

$$Wk^2 = \frac{\pi \delta_w L}{2} (R_1^4 - R_2^4)$$



Unidades típicas:  $L, R_1, R_2$  en pulgadas

$$\delta_w \text{ pulg lb/pulg}^3$$

$$Wk^2 \text{ pulg lb}\cdot\text{pie}^2$$

$$Wk^2 = \frac{\pi}{2} \times \delta_w \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^3} \times L (\text{pulg}) \times (R_1^4 - R_2^4) \text{ pulg}^4 \times \frac{1 \text{ pie}^2}{144 \text{ pulg}^2}$$

$$Wk^2 = \frac{\delta_w L (R_1^4 - R_2^4)}{91.67} \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$

Caso especial para el acero:  $\delta_w = 0.283 \text{ lb/pulg}^3$

$$Wk^2 = \frac{L(R_1^4 - R_2^4)}{323.9} \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$

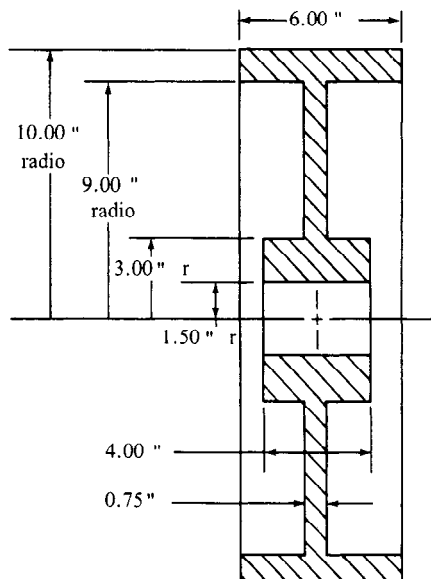
**Figura 16-10 Propiedades de un disco hueco**

que deben acelerarse presentan forma de cilindros o discos. La figura 16-10 proporciona las relaciones del radio de giro y  $Wk^2$  para discos huecos. Los discos sólidos son solo un caso especial con un radio interior de cero. Los objetos más complejos se pueden analizar considerando que se fabrican con un conjunto de discos más sencillos. El problema ilustrativo 16-1 ilustra el proceso.

Ahora se puede calcular el torque que se necesita para acelerar la polea. La ecuación (16-2) se puede plantear en una forma más conveniente si se observa que, por lo general,  $T$  se expresa en  $\text{lb}\cdot\text{pie}$ ,  $Wk_2$  en  $\text{lb}\cdot\text{pie}^2$ ,  $n$  en rpm y  $t$  en segundos. Al utilizar  $g = 32.2 \text{ pies/seg}^2$  y convertir unidades se obtiene

$$T = \frac{Wk^2(\Delta n)}{308t} \text{ lb}\cdot\text{pie} \quad (16-3)$$

**Problema ilustrativo 16-1.** Calcule el valor de  $Wk^2$  para la polea de acero para banda plana que se muestra en la figura 16-11.



**Figura 16-11** Polea para los ejemplos ilustrativos 16-1 y 16-2

**Solución.** Es posible considerar que la polea consta de tres componentes cada uno de los cuales es un disco hueco.  $Wk^2$  para la polea total es la suma de  $Wk^2$  de cada componente.

**Parte 1.** Usando la fórmula de la figura 16-10 para un disco de acero

$$Wk^2 = \frac{(R_1^4 - R_2^4)(L)}{323.9} \text{ lb}\cdot\text{pie}^2 = \frac{[(10.0)^4 - (9.0)^4](6.0)}{323.9}$$

$$Wk^2 = 63.70 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$

**Parte 2.**

$$Wk^2 = \frac{[(9.0)^4 - (3.0)^4](0.75)}{323.9} = 15.00 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$

**Parte 3.**

$$Wk^2 = \frac{[(3.0)^4 - (1.5)^4](4.0)}{323.9} = 0.94 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$

$$Wk^2 \text{ total} = 63.70 + 15.00 + 0.94 = 79.64 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$



**Problema ilustrativo 16-2.** Calcule el torque que debe transmitir un embrague para acelerar la polea de la figura 16-11 del estado de reposo hasta 550 rpm en 2.50 segundos. A partir del problema ilustrativo 16-1,  $Wk^2 = 79.64 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$ .

**Solución.** Utilizando la ecuación (16-3)

$$T = \frac{(79.64)(550)}{308(2.5)} = 56.9 \text{ lb}\cdot\text{pie}$$

En resumen, si un embrague que es capaz de ejercer cuando menos 56.9 lb·pie de torque se enlaza con una flecha que soporta la polea que se muestra en la figura 16-11, la polea podría acelerarse a partir del estado de reposo hasta 550 rpm, en 2.50 segundos o menos.

## 16-6 INERCIA DE UN SISTEMA EN RELACION CON LA VELOCIDAD DE LA FLECHA DEL EMBRAGUE

En muchos sistemas mecánicos prácticos, existen varias piezas en distintas flechas, que operan a diferentes velocidades. Se requiere determinar la inercia efectiva de todo el sistema *según afecta al embargue*. La inercia efectiva de una carga conectada que opera a una velocidad de giro distinta a la del embrague es proporcional a la raíz cuadrada de la relación de las velocidades. Esto es

$$Wk_e^2 = Wk^2 \left( \frac{n}{n_c} \right)^2 \quad (16-4)$$

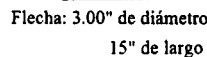
donde  $n$  es la velocidad de la carga que interesa y  $n_c$  es la velocidad del embrague.

**Problema ilustrativo 16-3.** Calcule la inercia total del sistema que se describe en la figura 16-12, según se observa en el embrague. Después calcule el tiempo que se necesita para acelerar el sistema desde un estado de reposo hasta un velocidad de motor de 550 rpm si el embrague ejerce un torque de 24.0 lb·pie. La  $Wk^2$  para la armadura del embrague, que también tiene que ser acelerado, es 0.22 lb·pie<sup>2</sup>.

**Solución.** El embrague y el engrane  $A$  girarán a 550 rpm sin embargo, debido a la reducción de engrane, el engrane  $B$ , su flecha y la polea giran a

$$n_2 = 550 \text{ rpm}(24/66) = 200 \text{ rpm}$$

Ahora calcule la inercia para cada elemento en relación a la velocidad del embrague. Suponga que los engranes son discos cuyos diámetros internos son iguales al diámetro de paso del engrane y los diámetros internos son iguales al diámetro de la flecha. La ecuación de la figura 16-10 que corresponde a un disco de acero se utilizará para calcular  $Wk^2$ .



**Figura 16-12** Sistema para el problema ilustrativo 16-3

Engrane  $A$ :

$$Wk^2 = [(2.00)^4 - (0.625)^4](2.50)/323.9 = 0.122 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$

Engrane *B*

$$Wk^2 = [(5.50)^4 - (1.50)^4](2.50)/323.9 = 7.02 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$

No obstante, debido a la diferencia de velocidad, la inercia efectiva es

$$Wk_p^2 = 7.02(200/550)^2 = 0.93 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$

**Polea:** a partir del ejemplo ilustrativo 16-1,  $Wk^2 = 79.64 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$ . La inercia efectiva es

$$Wk_p^2 = 79.64(200/550)^2 = 10.53 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$

**Flecha:**

$$Wk^2 = (1.50)^4(15.0)/323.9 = 0.234 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$

La inercia efectiva es

$$Wk_p^2 = 0.234(200/550)^2 = 0.03 \text{ lb}\cdot\text{pie}^2$$

La inercia total efectiva según se observa en el embrague es

$$Wk_e^2 = 0.22 + 0.12 + 0.93 + 10.53 + 0.03 = 11.83 \text{ lb-pie}^2$$

Al despejar la ecuación (16-3) para el tiempo, se obtiene

$$t = \frac{Wk_e^2(\Delta n)}{308T} = \frac{(11.83)(550)}{308(24.0)} = 0.88 \text{ segundos}$$

## 16-7 INERCIA EFECTIVA PARA CUERPOS QUE SE MUEVEN EN FORMA LINEAL

Hasta ahora, únicamente se han estudiado componentes que giran. Muchos sistemas incluyen dispositivos lineales como transportadores, cables de malacates y sus cargas, o cremalleras recíprocas impulsadas por engranes que también tienen inercia y necesitan ser acelerados. Es conveniente representar estos dispositivos con una inercia efectiva que se mide mediante  $Wk^2$  como se ha hecho para cuerpos giratorios. Esto puede lograrse si se relacionan las ecuaciones de energía cinética para movimiento lineal y giratorio. La energía cinética real para un cuerpo que está girando es

$$KE = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} V^2 = \frac{WV^2}{2g}$$

donde  $V$  es la velocidad lineal del cuerpo. Se utilizará pies/minuto para las unidades de velocidad. Para un cuerpo que gira

$$KE = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} \frac{Wk^2}{g} \omega^2 = \frac{Wk^2\omega^2}{2g}$$

Si  $Wk_e^2$  es la inercia efectiva y al igualar estas dos fórmulas se obtiene

$$Wk_e^2 = W \left( \frac{V}{\omega} \right)^2$$

donde  $\omega$  debe indicarse en rad/minuto con el fin de que sea consistente. Utilizando  $n$  rpm en lugar de  $\omega$  rad/minuto, hay que sustituir  $\omega = 2\pi n$ . Así

$$Wk_e^2 = W \left( \frac{V}{2\pi n} \right)^2 \quad (16-5)$$

**Problema ilustrativo 16-4.** El transportador que se muestra en la figura 16-13 se mueve a 80 pies/minuto. El peso combinado de la banda y las piezas de que consta es 140 lb. Calcule la inercia equivalente  $Wk^2$  para el transportador en relación a la flecha que impulsa a la banda.

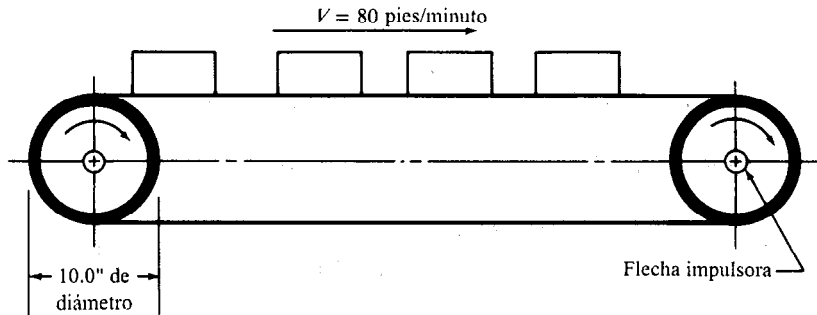


Figura 16-13 Transportador para el problema ilustrativo 16-4

**Solución.** La velocidad de giro de la flecha es

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{80 \text{ pies}}{\text{min}} \frac{1}{5.0''} \frac{12''}{\text{pies}} = 192 \text{ ciclos/minuto}$$

Entonces, la  $Wk^2$  será

$$Wk_e^2 = W \left( \frac{V}{\omega} \right)^2 = (140 \text{ lb}) \left( \frac{80 \text{ pies/min}}{192 \text{ ciclos/minuto}} \right)^2 = 24.3 \text{ lb} \cdot \text{pie}^2$$

## 16-8 ABSORCION DE ENERGIA: REQUISITOS DE DISIPACION DE CALOR

Cuando se utiliza un freno para detener un objeto que gira o un embrague para acelerarlo, el embrague o freno debe transmitir energía mediante las superficies de fricción a medida que éstas se deslizan en relación una a otra. En estas superficies se genera calor, lo cual tiende a incrementar la temperatura de la unidad. Desde luego, el calor en la unidad se disipa después y se alcanza un equilibrio de temperatura para un conjunto particular de condiciones de operación. Esa temperatura debe ser lo suficiente baja para asegurar una vida prolongada de las piezas que se friccionan y de otras piezas operativas de la unidad, como bobinas eléctricas, resortes y cojinetes.

La energía que debe ser absorbida o disipada por la unidad por ciclo es igual a la energía cinética de los componentes que se están acelerando o deteniendo. Es decir,

$$E = \Delta KE = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m k^2 \omega^2 = \frac{W k^2 \omega^2}{2g}$$

• Para unidades típicas en el sistema británico de unidades ( $\omega = n \text{ rpm}$ ;  $Wk^2$  en  $\text{lb} \cdot \text{pies}$ ; y  $g = 32.2 \text{ pies/s}^2$ ), se obtiene

$$\begin{aligned} E &= \frac{Wk^2(\text{lb} \cdot \text{pies})}{2(32.2 \text{ ft/s}^2)} \frac{n^2 \text{ rev}^2}{\text{min}^2} \frac{(2\pi)^2 \text{ rad}}{\text{rev}^2} \frac{1 \text{ min}^2}{60^2 \text{ s}^2} \\ E &= 1.7 \times 10^{-4} Wk^2 n^2 \text{ lb} \cdot \text{pie} \end{aligned} \quad (16-6)$$

En unidades SI, la masa es en kilogramos (kg), el radio de giro en metros (m) y la velocidad angular en radianes por segundo (rad/s). Así

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m k^2 \omega^2 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2\text{)}$$

No obstante la unidad newton es igual a  $\text{kgm/s}^2$ . Por consiguiente,

$$E = \frac{1}{2} m k^2 \omega^2 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (16-7)$$

No se necesitan más factores de conversión.

Si existen ciclos de operación repetitivos, la energía de la ecuación (16-6) o (16-7) debe multiplicarse por la cantidad de ciclos, por lo regular en ciclos/minuto en el sistema británico de unidades y ciclos/s para unidades SI. El resultado será la generación de energía por unidad de tiempo, que debe compararse con la capacidad para disipar calor del embrague o freno que se está considerando para la aplicación.

Durante los ciclos de apagado y encendido de embrague y freno, parte de esta operación se hace a la velocidad total de operación del sistema y parte se encuentra en reposo. La capacidad combinada de disipación de calor es el promedio de la capacidad a cada velocidad ponderado con base en la proporción del ciclo a cada velocidad (véase el problema ilustrativo 16-5).

## 16-9 TIEMPO DE RESPUESTA

El término *tiempo de respuesta* se refiere al tiempo que se necesita para que la unidad, embrague o freno, cumpla su función después que la acción es iniciada por la aplicación de una corriente eléctrica, presión neumática, fuerza de resorte o fuerza manual. La figura 16-14 muestra un ciclo completo utilizando un módulo de embrague y freno. La curva en línea recta alcanza su

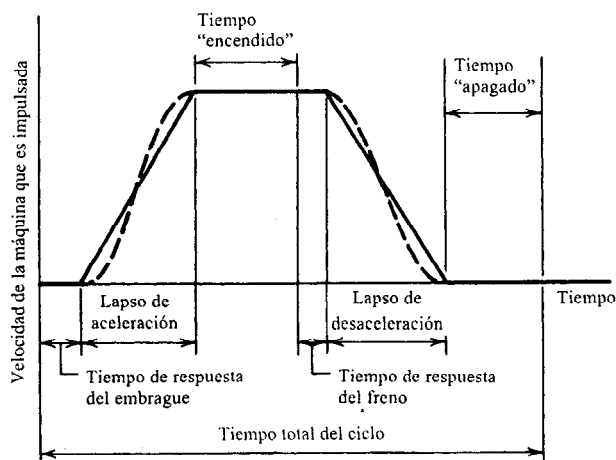


Figura 16-14 Ciclo típico de activación y desactivación de un embrague

**Tabla 16-1 Datos de rendimiento de embrague-freno**

Tamaño de la unidad	Capacidad de torque (lb·pie)	Inercia $Wk^2$ (lb·pie <sup>2</sup> )	Disipación de calor (pie·lb/minuto)		Tiempo de respuesta (segundos)	
			En reposo	1 800 rpm	Embrague	Freno
A	0.42	0.000 17	750	800	0.022	0.019
B	1.25	0.001 4	800	1 200	0.032	0.024
C	6.25	0.021	1 050	2 250	0.042	0.040
D	20.0	0.108	2 000	6 000	0.090	0.089
E	50.0	0.420	3 000	13 000	0.110	0.105
F	150.	1.17	9 000	62 000	0.250	0.243
G	240.	2.29	18 000	52 000	0.235	0.235
H	465.	5.54	20 000	90 000	0.350	0.350
I	700.	13.82	26 000	190 000	0.512	0.512

Nota: Las especificaciones de torque corresponden a estática. La capacidad de torque disminuye conforme se incrementa la diferencia de velocidad entre las partes que se enlazan. En los datos acerca de disipación de calor se puede utilizar interpolación.

nivel ideal en tanto la línea curva proporciona la forma general del movimiento del sistema. El tiempo de respuesta real variará, aun para una unidad específica, con cambios en la carga, entorno u otras condiciones de operación.

Los embragues y frenos disponibles en el mercado para aplicaciones típicas en maquinaria presentan tiempos de respuesta desde unos cuantos milisegundos (1/1,000 segundos) para un dispositivo pequeño, por ejemplo un transportador de papel, hasta 1.0 segundos aproximadamente para una máquina más grande como el ensamble de un transportador. Es necesario consultar la literatura que editan los fabricantes. Para darle una idea de la capacidad de embragues y frenos disponibles en el mercado, la tabla 16-1 proporciona muestras de datos para unidades que trabajan con corriente eléctrica.

**Problema ilustrativo 16-5.** Para el sistema que se presenta en la figura 16-12, y utilizando los datos del problema ilustrativo 16-3, estime el tiempo que requiere un ciclo total si el sistema es controlado por la unidad G de la tabla 16-1 y debe permanecer en marcha, a velocidad constante, durante 1.50 segundos y estar apagado, es decir en reposo, durante 0.75 segundos; estime también el tiempo de respuesta del embrague y el freno y los tiempos de aceleración y desaceleración. En caso que el sistema cumpla ciclos completos, calcule la cantidad de disipación de calor y compárela con la capacidad de la unidad.

**Solución.** La figura 16-15 muestra el tiempo estimado total que transcurre en un ciclo como 2,896 segundos. En la tabla 16-1, se encuentra que el sistema de embrague y freno ejerce 240 lb·pie de torque y su tiempo de respuesta es 0.235 segundos tanto para el embrague como para el freno.

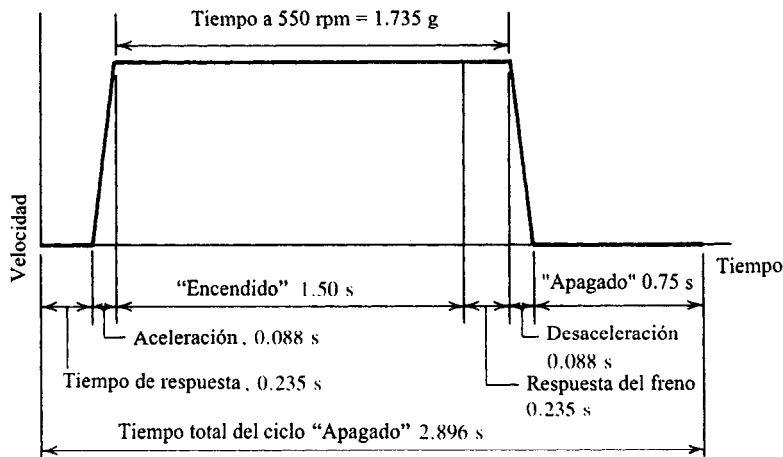


Figura 16-15 Ciclo de tiempo para el problema ilustrativo 16-5

Lapso o tiempo de aceleración y desaceleración [ecuación (16-3)]:

$$t = \frac{Wk_e^2(\Delta n)}{308T} = \frac{(11.83)(550)}{308(240)} = 0.088 \text{ segundos}$$

Cantidad de ciclos y disipación de calor: para un tiempo total en un ciclo de 2.896 segundos, el número total de ciclos por minuto será

$$C = \frac{1.0 \text{ cycle}}{2.896 \text{ sec}} \frac{60 \text{ sec}}{\text{min}} = 20.7 \text{ ciclos/minuto}$$

La energía que se genera con cada actuación ya sea del embrague o del freno es

$$E = 1.7 \times 10^{-4} Wk^2 n^2 = 1.7 \times 10^{-4} (11.83)(550)^2 = 608 \text{ lb·pie}$$

La generación de energía por minuto es

$$E_t = 2EC = (2)(608 \text{ lb·pie/ciclo})(20.7 \text{ ciclos/min}) = 25\,200 \text{ lb·pie/minuto}$$

Esto es mayor que la capacidad de disipación de calor de la unidad  $G$  en reposo (18,000 lb·pie/minuto). Por consiguiente, calcule una capacidad promedio ponderada para este ciclo. Primero, al consultar la figura 16-15 durante 1.735 segundos aproximadamente "se encuentra" a una velocidad de 550 rpm. El equilibrio del ciclo, 1.161 segundos, se presenta en estado de reposo. A partir de la tabla 16-1, e interpolando entre velocidad cero y 1,800 rpm, la cantidad de disipación de calor a 550 rpm es de casi 28,400 lb·pie/minuto. Por consiguiente la capacidad promedio ponderada de la unidad  $G$  es

$$E_{\text{promedio}} = \frac{t_0}{t_t} E_0 + \frac{t_{550}}{t_t} E_{550}$$

donde  $t_t$  = tiempo total de un ciclo  
 $t_0$  = tiempo en reposo (0 rpm)  
 $t_{550}$  = tiempo a 550 rpm  
 $E_0$  = capacidad de disipación de calor en reposo  
 $E_{550}$  = capacidad de disipación de calor a 550 rpm

Entonces

$$E_{\text{promedio}} = \frac{1.161}{2.896} (18\ 000) + \frac{1.735}{2.896} (28\ 400) = 24\ 230 \text{ lb·pie/minuto}$$

Esto es un poco menor de lo que se requiere y el diseño será marginal. Se deben especificar pocos ciclos por minuto.

## 16-10 MATERIALES PARA FRICCIÓN Y COEFICIENTES DE FRICCIÓN

Gran parte de los tipos de embragues y frenos que se estudian en este capítulo utilizan superficies que se enlazan o que son impulsadas mediante materiales que se friccionan. La función de estos materiales consiste en desarrollar una fuerza de fricción sustancial cuando los medios de actuación del freno generan una fuerza normal. La fuerza de fricción origina una fuerza o torque que retarda el movimiento existente si se aplica como freno, o que acelera una pieza que se encuentra en reposo o que se mueve a una velocidad más baja, si se aplica como embrague.

Las propiedades que se desea presenten los materiales de fricción se analizan enseguida:

1. Cuando operen contra los materiales con los que se enlazan en el sistema, deben tener un coeficiente de fricción relativamente alto. El coeficiente de fricción más alto no siempre es la mejor opción, debido a que la actuación conjunta suele ser auxiliada por una fuerza o torque de fricción más moderada.
2. El coeficiente de fricción debe ser constante en alguna medida a lo largo del rango de presiones y temperaturas de operación, de tal manera, que sea posible esperar un rendimiento predecible.
3. Los materiales deben tener buena resistencia al desgaste.
4. Deben ser químicamente compatibles con los componentes que se enlazan.
5. Es necesario reducir al mínimo las dificultades ambientales.

En embragues y frenos se utilizan distintos materiales para fabricar elementos de fricción y muchos de ellos están patentados por los fabricantes. El cuero se utilizó mucho a lo largo de varios años porque, cuando está seco y opera contra superficies lisas de hierro o acero, manifiesta un coeficiente de fricción de entre 0.30 y 0.50. En épocas anteriores también se solía utilizar varios compuestos con base de asbesto que presentan coeficientes de fricción de entre 0.35 y 0.50. Se ha demostrado que los asbestos representan un riesgo para la salud y se les ha sustituido con compuestos moldeados de polímeros y hule. Cuando se requiere flexibilidad, como en el



Tabla 16-2 Coeficientes de fricción

Material de fricción	Material de fricción		Rango de presión	
	En seco	En aceite	(psi)	(kPa)
Compuestos moldeados	0.25–0.45	0.06–0.10	150–300	1 035–2 070
Materiales tejidos	0.25–0.45	0.08–0.10	50–100	345–690
Metal sinterizado	0.15–0.45	0.05–0.08	150–300	1 035–2 070
Corcho	0.30–0.50	0.15–0.25	8–15	55–100
Madera	0.20–0.45	0.12–0.16	50–90	345–620
Hierro fundido	0.15–0.25	0.03–0.06	100–250	690–1 725
Con base de papel	—	0.10–0.15	—	—
Grafito/resina	—	0.10–0.14	—	—

caso de frenos de banda, el material base se entreteje hasta formar una tela que a veces se refuerza con alambre metálico, se satura con una resina y se deja secar. También el corcho y la madera se utilizan a menudo. En algunos embragues que se llenan con aceite, se utilizan materiales que tienen al papel como base. En entornos en que prevalecen condiciones severas se suele utilizar materiales como hierro fundido, hierro sinterizado u otros metales o materiales de grafito. La tabla 16-2 señala rangos aproximados de coeficientes de fricción y la presión que los materiales son capaces de soportar.

Para aplicaciones en la industria automotriz, los estándares los establece la *Society of Automotive Engineers* (SAE, Sociedad de Ingenieros Automotrices). En el estándar SAE J866a, *Prácticas recomendadas para sistemas de identificación de fricción para revestimientos de frenos y balatas para frenos de vehículos de motor*, se define un conjunto de códigos para clasificar materiales de fricción de acuerdo con el coeficiente de fricción, sin considerar el material que se utiliza. En la tabla 16-3 se enumeran estos códigos.

Tabla 16-3 Códigos de clasificación de coeficiente de fricción de la SAE. (por las siglas en inglés de la Sociedad de Ingenieros Automotrices.)

Letra del código	Coeficiente de fricción
C	No más de 0.15
D	Más de 0.15 pero no más de 0.25
E	Más de 0.25 pero no más de 0.35
F	Más de 0.35 pero no más de 0.45
G	Más de 0.45 pero no más de 0.55
H	Más de 0.55
Z	Sin clasificar

En aquellos problemas que se presentan a lo largo del texto que requieren un coeficiente de fricción se utiliza un valor de 0.25 a menos que se especifique otra cosa. Con base en los valores que se reportan aquí, el valor anterior es, en alguna medida, bajo, con lo cual se deben obtener diseños conservadores.

## 16-11 EMBRAGUE O FRENO TIPO PLACA

La figura 16-2(a) muestra un boceto sencillo de un embrague tipo placa, en tanto la figura 16-8 muestra un corte de un embrague o freno, actuado por medios eléctricos, disponible en el mercado. En la figura 16-8, un electroimán ejerce una fuerza axial la cual une a las superficies de fricción. Cuando se obliga a dos cuerpos a que entren en contacto entre sí mediante una fuerza normal, se genera una fuerza de fricción que tiende a oponerse al movimiento relativo. Este es el principio en el cual se basa el freno o embrague tipo placa.

A medida que el plano de fricción gira en relación a la placa con la que enlaza, con una fuerza axial que tiende a juntarlos, la fuerza de fricción actúa en sentido tangencial y genera torque en el embrague o freno. En cualquier punto, la presión a nivel local multiplicada por el diferencial de área en ese punto, es la *fuerza normal*. La fuerza normal multiplicada por el coeficiente de fricción es la *fuerza de fricción*. El producto de multiplicar la fuerza de fricción por el radio del punto es el *torque* que se genera en ese punto. *Torque total* es la suma de todos los torques sobre el área total de la placa. La suma puede encontrarse integrando a lo largo del área.

Por lo regular, existe alguna variación de presión sobre la superficie de la placa de fricción y es necesario establecer algún supuesto acerca de la naturaleza de la variación antes que se pueda calcular el torque total. Un supuesto conservador que origina un resultado útil consiste en que la superficie de fricción se desgastará en forma uniforme a lo largo de toda el área conforme opere el embrague o freno. Este supuesto implica que el producto de la presión ( $p$ ) a nivel local multiplicada por la velocidad lineal relativa ( $V$ ) entre las placas es constante. Se ha encontrado que el desgaste es casi proporcional al producto de  $p$  por  $V$ .

Si se consideran estos factores y se completa el análisis se obtiene el resultado siguiente para torque de fricción

$$T_f = fN(R_o + R_i)/2$$

Sin embargo, la última parte de esta relación es el radio medio,  $R_m$ , de la corona circular de la placa. En consecuencia,

$$T_f = fNR_m \quad (16-8)$$

Cómo se señaló antes, este resultado es conservador, ello significa que el torque real que se genera es un poco mayor de lo previsto.

Observe que el torque es proporcional al radio medio, pero que en la ecuación (16-8) no interviene relación de área alguna. Por tanto, para completar el diseño de las dimensiones finales se requiere algún otro parámetro. El factor que falta en la ecuación (16-8) es la cantidad de desgaste en el material de fricción que se espera. Es obvio que aun con el mismo valor de radio medio, un freno cuya área sea más extensa se desgastará menos que uno que tenga un área menos extensa.

Los fabricantes de materiales de fricción pueden ayudar a la determinación final de la relación entre desgaste y el área de la superficie de fricción. No obstante, los parámetros siguientes permiten estimar el tamaño físico de los frenos y se utilizarán para resolver problemas en el texto.

La especificación en cuanto a desgaste ( $WR$ ) se basará en la potencia de fricción ( $P_f$ ) absorbida por el freno por unidad de área ( $A$ ), donde

$$P_f = T_f \omega \quad (16-9)$$

y  $\omega$  es la velocidad angular del disco. En unidades SI, con torque en N·m y  $\omega$  en rad/s, la potencia de fricción es en N·m/s o watts. En el sistema británico de unidades con torque en lb·" y velocidad angular expresada como  $n$  rpm, la potencia de fricción se indica en hp, que se calcula a partir de

$$P_f = \frac{T_f n}{63\,000} \text{ hp} \quad (16-10)$$

Para aplicaciones industriales, se utilizará

$$WR = P_f/A \quad (16-11)$$

$WR = 0.04$  hp/pulg<sup>2</sup> para aplicaciones frecuentes, una especificación conservadora

$WR = 0.10$  hp/pulg<sup>2</sup> para servicio promedio

$WR = 0.40$  hp/pulg<sup>2</sup> para frenos que suelen utilizarse poco, lo que permite que se enfrien entre aplicaciones

**Problema ilustrativo 16-6.** Calcule las dimensiones de un freno tipo placa con corona circular para que genere un torque al freno de 300 lb·pulg. Los resortes proporcionarán una fuerza normal de 320 lb entre las superficies de fricción. El coeficiente de fricción es 0.25. El freno se utilizará en servicio industrial promedio, para detener una carga que gira a 750 rpm.

**Solución.**

1. Calcule el radio medio que se necesita. A partir de la ecuación (16-8),

$$R_m = \frac{T_f}{fN} = \frac{300 \text{ lb·pulg}}{(0.25)(320 \text{ lb})} = 3.75 \text{ "}$$

2. Especifique una relación de  $R_o/R_i$  y despeje para las dimensiones. Un valor razonable para la relación es 1.50 aproximadamente. El rango posible es entre 1.2 y 2.5 según el criterio del responsable del diseño. Si se utiliza 1.50,  $R_o = 1.50R_i$ , y,

$$R_m = (R_o + R_i)/2 = (1.5R_i + R_i)/2 = 1.25R_i$$

Así

$$R_i = R_m/1.25 = (3.75 \text{ "})/1.25 = 3.00 \text{ "}$$

$$R_o = 1.50R_i = 1.50(3.00) = 4.50 \text{ "}$$

3. Calcule el área de la superficie de fricción.

$$A = \pi(R_o^2 - R_i^2) = \pi[(4.50)^2 - (3.00)^2] = 35.3 \text{ pulg}^2$$

4. Calcule la potencia de fricción que es absorbida.

$$P_f = \frac{T_f n}{63\,000} = \frac{(300)(750)}{63\,000} = 3.57 \text{ hp}$$

5. Calcule la relación de desgaste.

$$WR = \frac{P_f}{A} = \frac{3.57 \text{ hp}}{35.3 \text{ "}^2} = 0.101 \text{ hp/pulg}^2$$

6. Juzgue qué tan adecuado resulta  $WR$ . Si es demasiado alta, vuelva al paso 2 e incremente la relación. Si resulta muy baja, disminuya la relación. En este ejemplo  $WR$  es aceptable.

Si se utiliza más de una placa de fricción, es posible diseñar una unidad más compacta. El torque de fricción para una placa es multiplicado por el número de placas para determinar el torque de fricción total.

## 16-12 FRENOS DE DISCO CON CALIBRADOR

Las balatas de los frenos de disco entran en contacto con el disco giratorio mediante la presión de un fluido que ejerce su acción sobre un pistón que se encuentra en el calibrador. Las balatas tienen forma redonda o de media luna corta para cubrir una mayor parte de la superficie del disco [véase figura 16-8(b) y figura 16-13]. Sin embargo, una ventaja del freno de disco es que el disco está expuesto a la atmósfera, lo que promueve la disipación del calor. Como el disco gira junto con la máquina que se pretende controlar, se acentúa aún más la disipación de calor. El efecto de enfriamiento incrementa la resistencia al desvanecimiento de este tipo de frenos respecto a los frenos tipo placa.

## 16-13 EMBRAGUE O FRENO CONICO

El ángulo de inclinación de la superficie cónica del embrague o freno de cono es casi siempre de  $12^\circ$ . Si se tiene cuidado se puede utilizar un ángulo más reducido, pero existe tendencia a que las superficies de fricción sean actuadas de pronto y provoquen una sacudida Conforme se

incrementa el ángulo, aumenta la cantidad de fuerza axial que se necesita para generar un torque de fricción particular. Por tanto  $12^\circ$  representa un compromiso razonable.

En relación a la figura 16-16, se observa que, según se aplica una fuerza axial,  $F_a$ , mediante un resorte, en forma manual, o bien, por presión de un fluido, se genera una fuerza normal  $N$  entre las superficies de fricción que se enlazan, alrededor de la totalidad de la periferia del cono. La fuerza de fricción que se desea,  $F_f$ , se genera en sentido tangencial, donde  $F_f = fN$ . Se supone que la fuerza de fricción actúa en el radio medio del cono, por consiguiente el torque de fricción es

$$T_f = F_f R_m = f N R_m \quad (16-8)$$

Además de la fuerza de fricción dirigida en sentido tangencial, a lo largo de la superficie del cono se desarrolla una fuerza de fricción y se opone a la tendencia de la pieza que tiene la superficie cónica a moverse en sentido axial lejos del cono externo. A esta fuerza la denominaremos  $F'_f$  y la calcularemos, a su vez, a partir de

$$F'_f = f N$$

Para la condición de equilibrio del cono externo, la suma de las fuerzas horizontales debe ser cero. Así,

$$F_a = N \sin \alpha + F'_f \cos \alpha = N \sin \alpha + f N \cos \alpha = N(\sin \alpha + f \cos \alpha)$$

o bien

$$N = \frac{F_a}{\sin \alpha + f \cos \alpha} \quad (16-12)$$

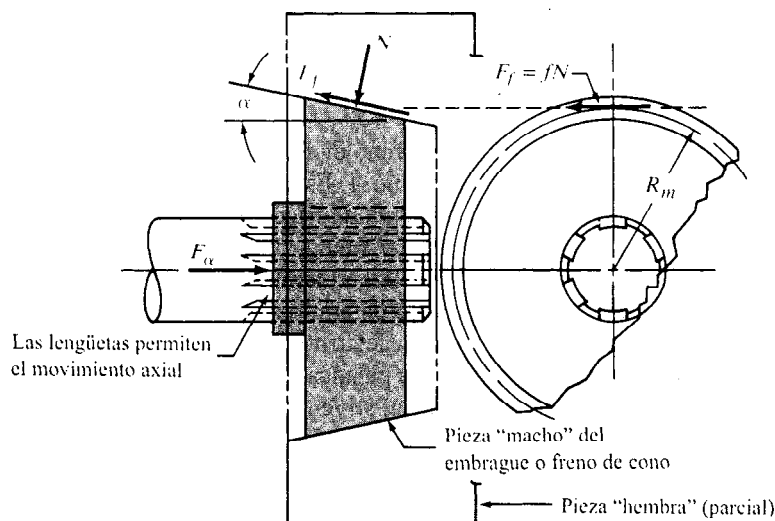


Figura 16-16 Embrague o freno de cono

Al sustituir esto en la ecuación (16-8) se obtiene

$$T_f = \frac{f R_m F_a}{\sin \alpha + f \cos \alpha} \quad (16-13)$$

**Problema ilustrativo 16-7.** Calcule la fuerza axial que requiere un freno de cono si tiene que ejercer un torque de frenado de 50 lb·pie. El radio medio del cono es 5.0". Utilice  $f = 0.25$ ". Haga la prueba con ángulos de cono de 10°, 12° y 15°.

**Solución.** Se puede despejar la ecuación (16-13) para la fuerza axial  $F_a$

$$F_a = \frac{T_f(\sin \alpha + f \cos \alpha)}{f R_m} = \frac{(50 \text{ lb·pie})(\sin \alpha + 0.25 \cos \alpha)}{(0.25)(5.0/12) \text{ pie}}$$

$$F_a = 480(\sin \alpha + 0.25 \cos \alpha) \text{ lb}$$

Así, los valores de  $F_a$  como una función del ángulo de cono son

$$\text{Para } \alpha = 10^\circ, \quad F_a = 202 \text{ lb}$$

$$\text{Para } \alpha = 12^\circ, \quad F_a = 217 \text{ lb}$$

$$\text{Para } \alpha = 15^\circ, \quad F_a = 240 \text{ lb}$$

## 16-14 FRENOS DE TAMBOR

### Frenos de tambor de balata corta

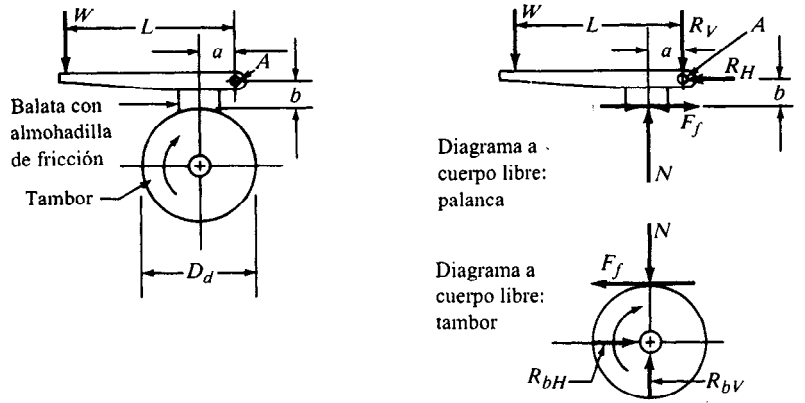
La figura 16-17 muestra un dibujo de un freno de tambor en el que la fuerza actuante  $W$  actúa sobre una palanca que pivotea sobre el perno  $A$ . Esto genera una fuerza normal entra la balata y el tambor que gira. Se supone que la fuerza de fricción resultante actúa en forma tangencial respecto al tambor si la balata es corta. La fuerza de fricción multiplicada por el radio del tambor es el torque de fricción que desacelera al tambor.

Los objetivos del análisis consisten en determinar la relación entre la carga aplicada y la fuerza de fricción, así como poder evaluar el efecto de las decisiones de diseño como, por ejemplo, el tamaño del tambor, las dimensiones de la palanca, y la ubicación del pivote  $A$ . Los diagramas a cuerpo libre que presenta la figura 16-17(a) sirven de apoyo para este análisis. Para la palanca, podemos sumar los momentos alrededor del pivote  $A$ .

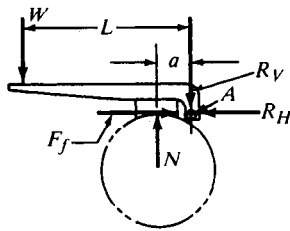
$$\sum M_a = 0 = WL - Na + F_f b \quad (16-14)$$

Sin embargo, observe que  $F_f = fN$  o  $N = F_f/f$ . Entonces,

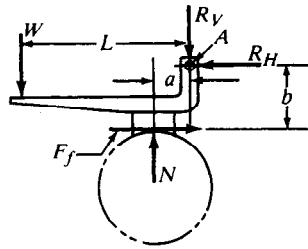
$$0 = WL - F_f a/f + F_f b = WL - F_f(a/f - b)$$



(a) Diseño de la palanca 1



(b) Diseño de la palanca 2



(c) Diseño de la palanca 3

**Figura 16-17 Freno de tambor de balata corta**

Al despejar para  $W$  se obtiene

$$W = \frac{F_f(a/f - b)}{L} \quad (16-15)$$

Al despejar para  $F_f$  se obtiene

$$F_f = \frac{WL}{(a/f - b)} \quad (16-16)$$

Estas ecuaciones se pueden utilizar para torque de fricción si se observa que

$$T_f = F_f D_d / 2 \quad (16-17)$$

donde  $D_d$  es el diámetro del tambor.

Observe las posiciones alternas del pivote en las partes (b) y (c) de la figura 16-17. En (b), la dimensión  $b = 0$ .

**Problema ilustrativo 16.8.** Calcule la fuerza de actuación que se necesita para el freno de tambor de balata corta de la figura 16-17 para generar un torque de fricción de 50 lb·pie. Utilice un diámetro de tambor de 10.0",  $a = 3.0$ " y  $L = 15.0$ ". Considere valores correspondientes a  $f$  de 0.25, 0.50 y 0.75 y distintos puntos de ubicación del pivote  $A$  de tal manera que  $b$  varíe entre 0 y 6.0".

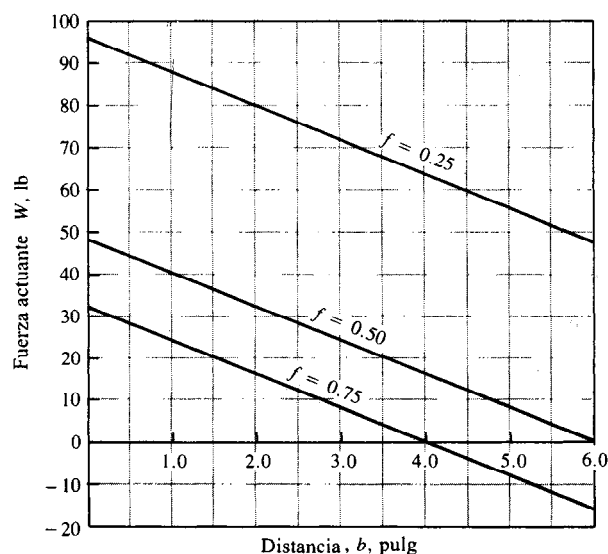
**Solución.** La fuerza de fricción que se requiere se puede encontrar a partir de la ecuación (16-17):

$$F_f = 2T_f / D_d = (2)(50 \text{ lb.pie}) / (10/12 \text{ pies}) = 120 \text{ lb}$$

En la ecuación (16-15), se sustituyen  $a$ ,  $L$  y  $F_f$

$$W = \frac{F_f(a/f - b)}{L} = \frac{120 \text{ lb}[(3.0 \text{ "})/f - b]}{15.0 \text{ "}} = 8(3/f - b) \text{ lb}$$

Los distintos valores de  $f$  y  $b$  se pueden sustituir en esta última ecuación para calcular los datos correspondientes a las curvas de la figura 16.18, mostrando la carga que actúa contra la distancia  $b$  para diferentes valores de  $f$ . Observe que para algunas combinaciones, el valor de  $W$  es *negativo*. Esto significa que el freno *actúa por sí mismo* y que para liberarlo se necesita una fuerza ascendente que ejerza su acción sobre la palanca.



**Figura 16-18** Resultados del problema ilustrativo 16-8



### Frenos de tambor de balata corta

El supuesto que se utilizó para frenos de balata corta, que la fuerza de fricción resultante actuaba a la mitad de la balata, no puede utilizarse para en el caso de balatas que cubren más de  $45^\circ$  aproximadamente de la balata. En tales casos, la presión entre el recubrimiento de fricción y el tambor es, en extremo, no uniforme, al igual que el momento de la fuerza de fricción respecto al pivote de la balata.

Las ecuaciones siguientes rigen el rendimiento de un freno de balata larga, utilizando la terminología de la figura 16-19 [3].

1. Torque de fricción en el tambor

$$T_f = r^2 f w p_{\max} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (16-18)$$

2. Fuerza de actuación

$$W = (M_N + M_f)/L \quad (16-19)$$

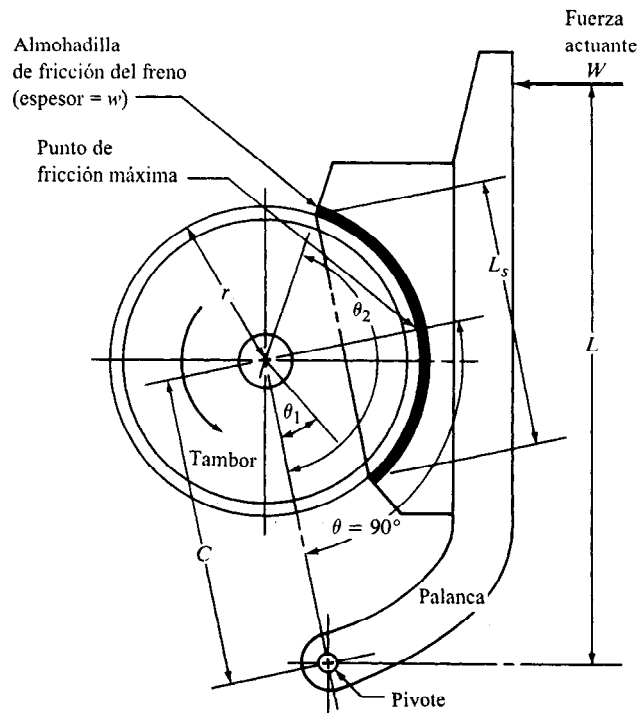


Figura 16-19 Terminología para freno de tambor de balata larga

donde

$M_N$  = Momento de fuerza normal respecto al pasador o perno

$$M_N = 0.25p_{\max}wrC[2(\theta_2 - \theta_1) - \sin 2\theta_2 + \sin 2\theta_1] \quad (16-20)$$

$M_f$  = Momento de fuerza de fricción respecto al pasador o perno

$$M_f = fp_{\max}wr[r(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + 0.25C(\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1)] \quad (16-21)$$

El signo de  $M_f$  es negativo (–) si la superficie del tambor se mueve lejos del pivote y positivo (+) si se mueve hacia el pivote.

### 3. Potencia de fricción

$$P_f = T_f n / 63\,000 \text{ hp} \quad (16-22)$$

donde  $n$  = velocidad de giro en rpm.

### 4. Area de la balata (Nota: se utiliza área proyectada.)

$$A = L_s w = 2wrsen[(\theta_2 - \theta_1)/2] \quad (16-23)$$

### 5. Relación de desgaste

$$WR = P_f / A \quad (16-24)$$

El uso de estas relaciones en el diseño y análisis de un freno de balata larga se muestra en el problema ilustrativo 16–9.

**Problema ilustrativo 16–9.** Diseñe un freno de tambor de balata larga de manera que genere un torque de fricción de 750 lb·pulg para detener un tambor que se desplaza a 120 rpm.

#### Solución.

1. Seleccione un material de fricción para el freno y especifique la presión máxima que se desea y el valor de diseño para el coeficiente de fricción. La tabla 16–2 enumera algunas propiedades generales de los materiales de fricción. Cuando sea posible hay que utilizar valores reales de prueba o datos específicos que proporciona el fabricante. El valor de diseño para  $p_{\max}$  debe ser mucho menor que la presión permisible que se indica en la tabla 16–2 a fin de mejorar la vida útil respecto al desgaste.

Para este problema se decidió utilizar un compuesto de polímero y diseñar en función de una presión máxima de casi 75 psi. Observe que, como se ilustra en la figura 16–19, la presión máxima se presenta en la sección que se encuentra a 90° del pivote. Si la balata no se extiende cuando menos 90°, las ecuaciones que aquí se utilizan no son válidas [3]. Además, para diseño use  $f = 0.25$ .

- Proponga valores de prueba para la geometría del freno de tambor y su balata. Aquí es necesario tomar algunas decisiones en relación al diseño. Utilice como parámetro la disposición general que se muestra en la figura 16-19. No obstante, el uso específico que le dé el lector así como su creatividad pueden llevarlo a realizar modificaciones en la disposición. Intente con los valores:  $r = 4.0''$ ;  $C = 8.0''$ ;  $L = 15''$ ;  $\theta_1 = 30^\circ$ ;  $\theta_2 = 150^\circ$ .
- A partir de la ecuación (16-18) despeje el espesor que se necesita en la balata

$$w = \frac{T_f}{r^2 f p_{\max} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}$$

Para este problema

$$w = \frac{750 \text{ lb/pulg}}{(4.0'')^2 (0.25) (75 \text{ lb/''}^2) (\cos 30^\circ - \cos 150^\circ)} = 1.44''$$

Por conveniencia, considere que  $w = 1.50''$ . Como la presión máxima es proporcional al espesor, la presión máxima real será

$$p_{\max} = 75 \text{ psi} (1.44/1.50) = 72 \text{ psi}$$

- Calcule  $M_N$  a partir de la ecuación (16-20). El valor de  $\theta_2 - \theta_1$  se debe indicar en radianes, con  $\pi$  radianes =  $180^\circ$ . Así

$$\theta_2 - \theta_1 = 120^\circ (\pi \text{ rad}/180^\circ) = 2.09 \text{ rad}$$

El momento de la fuerza normal en la balata es

$$\begin{aligned} M_N &= 0.25 (72 \text{ lb} \cdot \text{pulg}^2) (1.50'') (4.0'') (8.0'') \\ &\quad [2(2.09) - \sin(300^\circ) + \sin(60^\circ)] \\ M_N &= 5\,108 \text{ lb} \cdot \text{pulg} \end{aligned}$$

- Calcule el momento de la fuerza de fricción en la balata,  $M_f$ , a partir de la ecuación (16-21)

$$\begin{aligned} M_f &= 0.25 (72 \text{ lb} \cdot \text{pulg}^2) (1.50'') (4.0'') \\ &\quad [(4.0 \text{ in})(\cos 30^\circ - \cos 150^\circ) \\ &\quad + 0.25 (8.0'') (\cos 300^\circ - \cos 60^\circ)] \\ M_f &= 748 \text{ lb} \cdot \text{pulg} \end{aligned}$$

- Calcule la fuerza de actuación que se requiere,  $W$ , a partir de la ecuación (16-19).

$$W = (M_N - M_f)/L = (5\,108 - 748)/(15) = 291 \text{ lb}$$

Observe el signo menos debido a que la superficie del tambor se aleja del pivote.

7. Calcule la fuerza de fricción a partir de la ecuación (16-22).

$$P_f = T_f n / (63\,000) = (750)(120) / (63\,000) = 1.43 \text{ hp}$$

8. Calcule el área proyectada de la balata a partir de la ecuación (16-23)

$$A = L_s w = 2wr \sin[(\theta_2 - \theta_1)/2]$$

$$A = 2(1.50 \text{ "})(4.0 \text{ "}) \sin(120^\circ/2) = 10.4 \text{ pulg}^2$$

9. Calcule la relación de desgaste,  $WR$ .

$$WR = P_f / A = 1.43 \text{ hp} / 10.4 \text{ "}^2 = 0.14 \text{ hp/"}^2$$

10. Evalúe qué tan adecuados son los resultados. En este problema se necesita más información de la aplicación para evaluar los resultados. No obstante, la relación de desgaste parece ser razonable para servicio promedio (véase la sección 16-11) y la geometría al parecer es satisfactoria.

## 16-15 FRENOS DE BANDA

La figura 16-20 muestra la configuración típica de un freno de banda. La banda flexible, que casi siempre se fabrica de acero, se opone a un material de fricción susceptible de conformarse a la curvatura del tambor. La aplicación de una fuerza sobre la palanca ejerce tensión en la

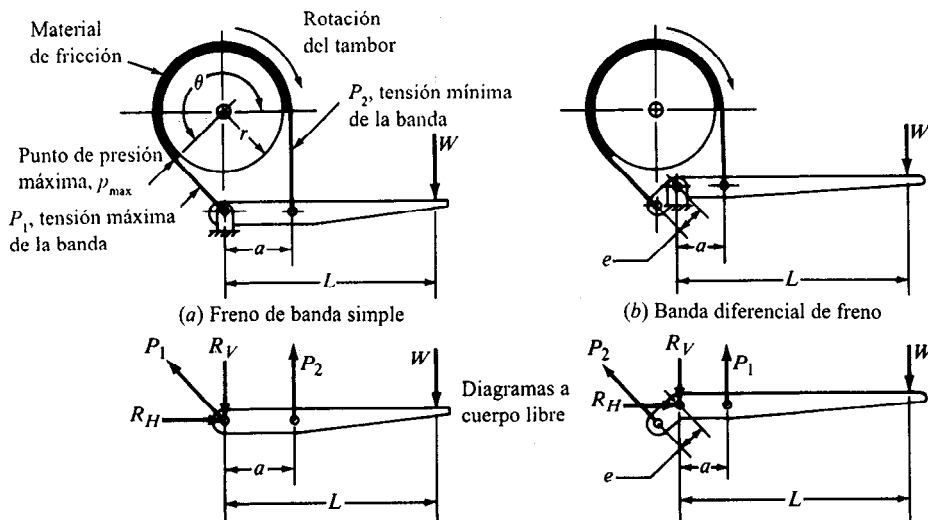


Figura 16-20 Diseño de freno de banda

banda y oprime al material de fricción contra el tambor. La fuerza normal, que así se genera, provoca que se origine la fuerza tangencial hacia la superficie del tambor, lo cual retrasa al tambor.

La tensión en la banda disminuye del valor  $P_1$  en el lado del pivote de la banda hasta  $P_2$  en el lado de la palanca. Entonces el torque neto en la banda es

$$T_f = (P_1 - P_2)r \quad (16-25)$$

donde  $r$  es el radio del tambor.

Es posible demostrar [3] que la relación entre  $P_1$  y  $P_2$  es la función logarítmica

$$P_2 = P_1/e^{f\theta} \quad (16-26)$$

donde  $\theta$  es el ángulo total de cobertura de la banda en radianes.

El punto de presión máxima en el material de fricción se presenta en el extremo más cercano a la tensión máxima,  $P_1$  donde

$$P_1 = p_{\max}rw \quad (16-27)$$

y  $w$  es el espesor o ancho de la banda.

Para los dos tipos de freno de banda que se ilustran en la figura 16-20, los diagramas a cuerpo libre de las palancas se pueden utilizar para mostrar las relaciones siguientes para la fuerza que actúa,  $W$ , como una función de las tensiones en la banda. Para el freno de banda simple de la figura 16-20(a),

$$W = P_2a/L \quad (16-28)$$

El tipo que se muestra en la figura 16-20(b) se denomina *freno de banda diferencial*, donde la fuerza de actuación es

$$W = (P_2a - P_1e)/L \quad (16-29)$$

El procedimiento de diseño se presenta en el contexto del problema ilustrativo 16-10.

**Problema ilustrativo 16-10.** Diseñe un freno de banda que ejerza un torque de frenado de 720 lb·" en tanto disminuye la velocidad del tambor a partir de 120 rpm..

**Solución.**

1. Escoja un material y especifique un valor de diseño para la presión máxima. Se recomienda utilizar un material tejido para facilitar su conformación respecto a la forma cilíndrica del tambor. Utilice  $p_{\max} = 25$  psi y un valor de diseño de  $f = 0.25$ . Véase la sección 16-10.

2. Especifique un valor de geometría de prueba:  $r$ ,  $\theta$ ,  $w$ . Para este problema, inténtelo con  $r = 6.0"$ ,  $\theta = 225^\circ$ ,  $w = 2.0"$ . Observe que  $225^\circ = 3.93$  radianes.
3. Calcule la tensión máxima de la banda,  $P_1$ , a partir de la ecuación (16-27).

$$P_1 = p_{\max}rw = (25 \text{ lb / pulg}^2)(6.0 \text{ "})(2.0 \text{ "}) = 300 \text{ lb}$$

4. Calcule la tensión  $P_2$  a partir de la ecuación (16-26)

$$P_2 = \frac{P_1}{e^{f\theta}} = \frac{300 \text{ lb}}{e^{(0.25)(3.93)}} = 112 \text{ lb}$$

5. Calcule el torque de fricción,  $T_f$

$$T_f = (P_1 - P_2)r = (300 - 112)(6.0) = 1\,128 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$$

*Nota:* Repita los pasos del 2 al 5 hasta que obtenga una geometría y un torque de fricción satisfactorios. Haga la prueba con un diseño más pequeño, digamos  $r = 5.0"$ .

$$P_1 = (25)(5.0)(2.0) = 250 \text{ lb}$$

$$P_2 = \frac{250 \text{ lb}}{e^{(0.25)(3.93)}} = 93.7 \text{ lb}$$

$$T_f = (250 - 93.7)(5.0) = 782 \text{ lb}\cdot\text{pulg (OK)}$$

6. Especifique la geometría de la palanca y calcule la fuerza de actuación necesaria. Utilice  $a = 5.0"$ ;  $L = 15.0"$ . Así,

$$W = P_2(a/L) = 93.7 \text{ lb (5.0/15.0)} = 31.2 \text{ lb}$$

7. Calcule la relación de desgaste promedio a partir de  $WR = P_f/A$ .

$$A = 2\pi rw(\theta/360) = 2(\pi)(5.0 \text{ "})(2.0 \text{ "})(225/360) = 39.3 \text{ pulg}^2$$

$$P_f = T_f n / 63\,000 = (782)(120) / (63\,000) = 1.50 \text{ hp}$$

$$WR = P_f / A = (1.50 \text{ hp}) / (39.3 \text{ pulg}^2) = 0.038 \text{ hp / pulg}^2$$

Esto debe resultar conservador para servicio promedio.

## 16-16 OTROS TIPOS DE EMBRAGUES Y FRENOS

Hasta ahora, el presente capítulo se ha centrado en embragues y frenos que utilizan materiales de fricción para transmitir el torque entre los elementos que giran; sin embargo, se dispone de muchos otros tipos. A continuación se presentan descripciones breves de ellos, sin embargo,

no se proporciona información relativa al diseño. Muchos son únicos para el fabricante y en los catálogos se ofrece información acerca de su uso.

### Embrague de quijadas

Los dientes de los conjuntos de quijadas que se enlazan se activan mediante el deslizamiento axial de una o ambas piezas. Los dientes pueden tener lados rectos o triangulares, o bien, incorporar alguna curva no muy pronunciada para facilitar la activación o enlazamiento. Una vez que están enlazados, existe una transmisión efectiva del torque. Por lo regular el embrague de quijadas se enlaza mientras el sistema está detenido o en tanto trabaja muy despacio.

### Embrague de trinquete

Aunque en términos estrictos no es un embrague, el embrague de trinquete y uña común permite la activación y desactivación alternada de las piezas móviles y, en consecuencia, pueden utilizarse en aplicaciones similares. Por lo general, el trinquete se mueve sólo una fracción de revolución por ciclo.

### Embragues de leva de rodamientos y de cuña

Existen diferencias en la geometría específica de los embragues de leva, rodamientos y de cuña; sin embargo, todos desempeñan una función similar. Cuando la flecha de entrada está girando en el sentido del impulso, las piezas internas (cuñas, rodamientos o levas), se encuñan entre las piezas impulsoras y las que son impulsadas y, por consiguiente, transmiten torque. Pero cuando la pieza de entrada gira en sentido opuesto, las piezas internas se desplazan para desactivarse y no se transmite torque alguno. Por tanto, se pueden utilizar en aplicaciones similares a los embragues de trinquete pero su operación es mucho más suave y con una cantidad virtualmente infinita de incremento en el movimiento. Otra aplicación es el *movimiento libre* en el que el embrague gira libremente cuando la máquina es impulsada en la dirección que se pretende. No obstante, si se desactiva el embrague y la carga empieza a invertir su dirección o sentido, el embrague se bloquea y evita el movimiento. Este tipo de embrague se utiliza también para *impulso libre*: un impulso positivo en tanto la carga no gire más rápido que el impulsor. Si la carga tiende a girar más rápido (impulso libre) que el impulsor, se desactivan las piezas del embrague. Esto protege equipos que pueden resultar dañados por exceso de velocidad.

### Embrague de fibra

Un embrague de fibra funciona en forma similar a los embragues de impulso libre que se definieron antes. Pero en lugar de impulsar a través de piezas sólidas, el torque es transmitido mediante fibras rígidas cuya orientación es preferencial. Cuando giran en sentido opuesto al preferencial, las fibras “se abaten” y no se transmite torque.

### **Embrague de resorte envolvente**

También se utiliza en casos similares a los de embragues de impulso libre, el resorte envolvente se fabrica con un alambre rectangular y por lo general tiene un diámetro interior un poco más grande que el de la flecha en la que se instala. En consecuencia, no se transmite torque alguno, Pero cuando se estira un extremo del resorte, este "se envuelve" en la superficie de la flecha y se transmite un torque en forma positiva a través del resorte.

### **Embragues de revolución única**

A menudo se pretende que una máquina cumpla un ciclo completo y después se detenga. El embrague de revolución única permite contar con esta característica. Una vez que se desplaza, impulsa a la flecha de salida hasta que se detiene en forma positiva al término de un ciclo. Algunos tipos pueden activarse para más de una revolución pero volverán a una posición fija, digamos en la parte superior de un golpe de prensa.

### **Embragues de fluido**

Este tipo de embrague consta de dos piezas separadas sin conexión mecánica entre sí. Un fluido llena una cavidad entre las piezas, y, conforme una de las piezas gira tiende a ejercer un esfuerzo cortante sobre el fluido, lo que origina que se transmita torque hacia la pieza con la que enlaza. El impulso que resulta es muy suave por que los picos de carga provocarán que una pieza se mueva en forma relativa respecto a otra. En esta situación, es similar al embrague de deslizamiento que ya se explicó.

### **Embrague de corriente Eddy o corriente parásita**

Cuando un disco conductor se mueve a través de un campo magnético, se inducen en el disco corrientes Eddy o parásitas las cuales provocan que sobre el disco se ejerza una fuerza en sentido opuesto al sentido del giro. La fuerza puede utilizarse para frenar el disco o para transmitir torque hacia una pieza que se enlaza como un embrague. Una ventaja de este tipo de unidad es que no existe conexión mecánica entre las piezas. El torque se puede controlar variando la corriente que llega a los electroimanes.

### **Embragues de sobrecarga**

El impulso es positivo, en tanto el torque esté por abajo de un valor de ajuste. A torques más altos alguna pieza se desactiva en forma automática. En un tipo de embrague de sobrecarga se utiliza una serie de bolas esféricas que se colocan en retenes y se mantienen ahí mediante la fuerza de un resorte. Cuando se alcanza el nivel de torque de desplazamiento, las bolas son forzadas a salir de los retenes y desactivan el impulsor.



## BIBLIOGRAFIA

1. Avallone, Eugene A., y Baumeister, Theodore, III, eds. *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers*, 9ª edición. Nueva York: McGraw Hill Book Company, 1986.
2. Electroid Corporation. *Engineering Catalog No. 900E*. Springfield, N. J.: Electroid Corporation.
3. Faires, V. M. *Design of Machine Elements*, 4ª edición. Nueva York: Macmillan Publishing Company, 1965.
4. Juvinall, Robert C. y Marshek, Kurt M. *Fundamentals of Machine Component Design*, 2ª edición. Nueva York: John Wiley & Sons, 1991.
5. *Machine Design Magazine, Power & Motion Control Reference Volume*. Cleveland, Ohio, Penton Publishing, Inc., junio de 1990.
6. Orthwein, William C. *Clutches and Brakes: Design and Selection*. Nueva York: Marcel Dekker, 1986.
7. Shigley, J. E. y Mischke, C. R. *Mechanical Engineering Design*, 5ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1988.
8. Society of Automotive Engineers. *Standard J866a, Recommended Practice for Friction Identification System for Brake Linings and Brake Blocks for Motor Vehicles*. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers, 1987.
9. Warner Electric Brake & Clutch Company. *Catalog P-137-15*. Beloit Wis.: Warner Electric Brake & Clutch Company.

## PROBLEMAS

1. Especifique el torque que se necesita para un embrague que se va a conectar a una flecha de un motor que trabaja a 1,750 rpm. El motor está especificado a 5.0 hp y su tipo de diseño es el B.
2. Especifique el torque que se necesita para un embrague que se va a conectar a una flecha de un motor diesel que trabaja a 2,500 rpm. El motor está especificado a 75.0.
3. Especifique el torque que se necesita para un embrague que se va a conectar a una flecha de un motor eléctrico que trabaja a 1,150 rpm. El motor está especificado a 0.50 hp e impulsa un ventilador ligero.
4. Se considera un diseño alternativo del sistema que se describió en el problema 1. En lugar de colocar el embrague en la flecha del motor, se pretende colocarlo en la flecha de salida de un reductor de velocidad que gira a 180 rpm. La transmisión de potencia aún es de 5.0 hp aproximadamente. Determine la especificación que se requiere para el embrague.
5. Determine la especificación de torque de frenado que se necesita para cada uno de los problemas 1 al 4 para condiciones industriales promedio.
6. Especifique el torque que se necesita para un embrague en N·m si está conectado a la flecha de un motor eléctrico de diseño B especificado a 20.0 kW y que gira a 3,450 rpm.
7. Un módulo embrague-freno se va a conectar entre un motor eléctrico de diseño C y un reductor de velocidad. El motor está especificado a 50.0 kW a 900 rpm. Indique las especificaciones que se necesitan en el torque para las partes de embrague y freno del módulo para servicio industrial promedio. El impulsor va a un transportador grande.
8. Calcule el torque que se necesita para acelerar un disco sólido de acero desde el estado de reposo hasta 550 rpm en 2.0 segundos. El disco tiene 24.0" de diámetro y 2.5" de espesor.
9. El ensamble que se muestra en la figura 16-21 debe detenerse mediante un freno de 775 rpm a cero en 0.50 seg. o menos. Calcule el torque de frenado.
10. Calcule el torque de embrague para acelerar el sistema (figura 16-22) a partir del estado de reposo hasta una velocidad de motor de 1,750 rpm en 1.50 segundos. Omite la inercia del embrague.
11. Un malacate, cuyo dibujo aparece en la figura 16-23, baja una carga a una velocidad de 50 pies/minuto. Calcule la especificación de torque que se requiere para que el freno en la flecha del malacate detenga al sistema en 0.25 segundos.
12. La figura 16-24 muestra un molino a tambor que es impulsado mediante una unidad de reducción de sistema de tornillo sinfin.

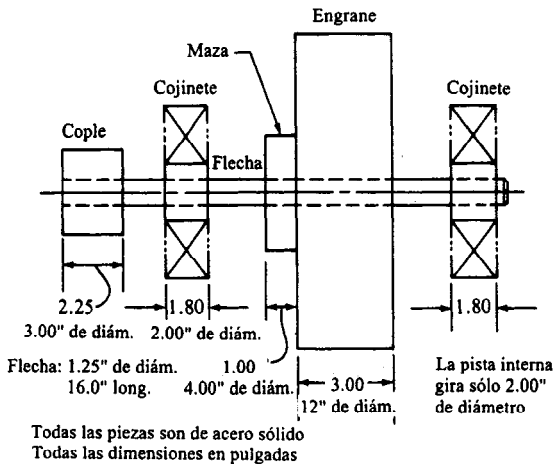


Figura 16-21 (Problema 9)

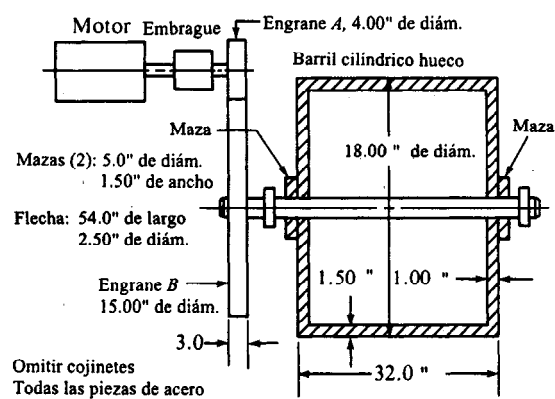


Figura 16-22 (Problema 10)

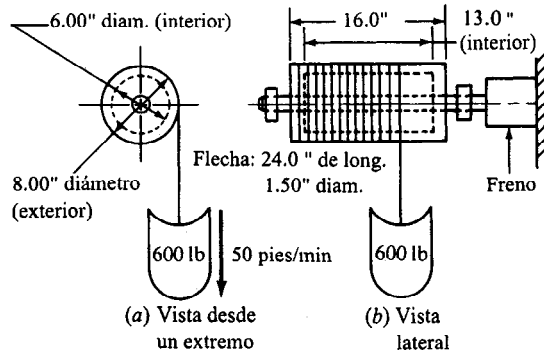


Figura 16-23 (Problema 11)

Utilice un coeficiente de fricción de 0.25. El freno se utilizará en servicio industrial promedio, para detener una carga desde 1,150 rpm.

14. Diseñe un freno tipo placa para la aplicación que se describe en el problema 9. Especifique el coeficiente de fricción de diseño, las dimensiones de la placa y la fuerza axial que se necesita.
15. Calcule la fuerza axial necesaria para un embrague de cono si debe ejercer un torque de impulso de 15 lb·pie. La superficie del cono tiene un diámetro medio de 6.0" y un ángulo de  $12^\circ$ . Utilice  $f = 0.25$ .
16. Diseñe un freno de cono para la aplicación que se describe en el problema 9. Especifique los coeficientes de fricción del diseño, el diámetro medio de la superficie del cono y la fuerza axial requerida.
17. Calcule la fuerza de actuación que se requiere para el freno de balata corta de la figura 16-17 para generar un torque de fricción de 150 lb·pie. Utilice un diámetro de tambor de 12.0",  $a = 4.0$ " y  $L = 24.0$ ". Use  $f = 0.25$  y  $b = 5.0$ ".
18. Si todos los demás datos del problema 17 permanecen sin cambio, determine la dimensión  $b$  que se necesita para que el freno actúe por sí mismo.
19. Diseñe un freno de tambor de balata corta para que genere un torque de 100 lb·pie. Especifique el diámetro del tambor, el diámetro de la palanca actuadora y la fuerza de actuación.
20. Diseñe un freno de tambor de balata larga que genere un torque de fricción de 100 lb·pie para detener una carga desde 480 rpm. Especifique el material de fricción, el tamaño del tambor, la configuración de la balata, localización de los pivotes y la fuerza de actuación.

- Evalúe la especificación en cuanto a torque que se necesita para que un embrague acelere el molino a 38.0 rpm a partir del estado de reposo en 2.0 segundos, (a) si el embrague se coloca en la flecha del motor, y (b) si se coloca en la salida del reductor. Omite la inercia de las flechas del engrane, las pistas de los cojinetes y el embrague. Considere que el gusano y el mecanismo de tornillo sinfin son cilindros sólidos.
13. Calcule las dimensiones de freno tipo placa con corona circular de manera que genere un torque de frenado de 75 lb·pulg. La presión neumática desarrollará una fuerza normal de 150 lb entre las superficies de fricción.

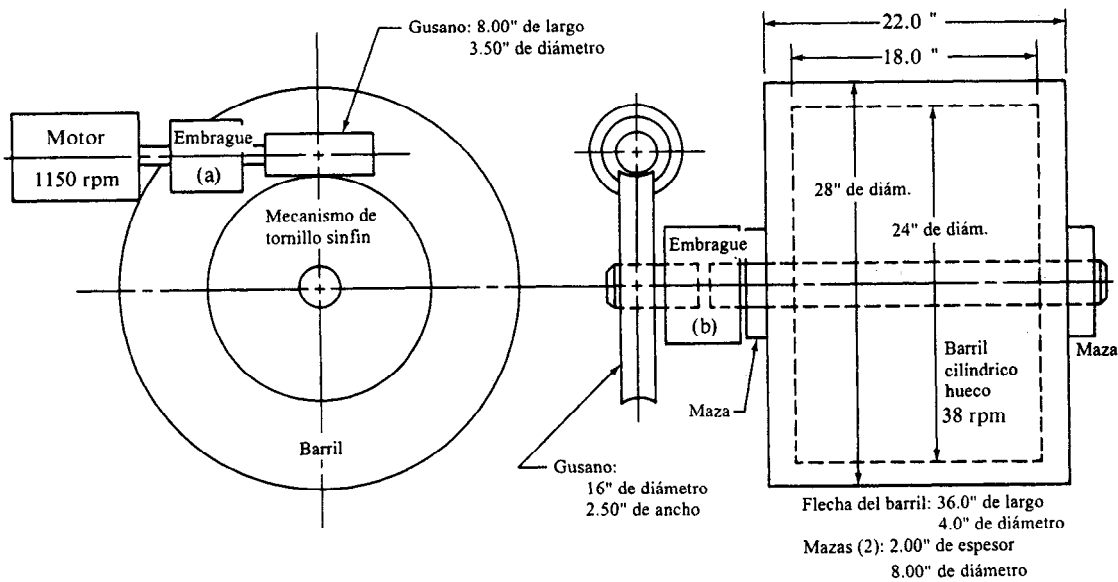


Figura 16-24 (Problema 12)

21. Diseñe un freno de banda de manera que ejerza un torque de frenado de 75 lb·pie en tanto detiene un tambor desde 350 rpm hasta el estado de reposo. Especifique un material, el diámetro del tambor, el

espesor de la banda, el ángulo de cobertura del material de fricción, la configuración de la palanca actuadora y la fuerza de actuación.

---

# 17 Motores eléctricos

---

- 17-1 Objetivos de este capítulo
  - 17-2 Factores en la selección de motores
  - 17-3 Energía de CA e información general acerca de motores de CA
  - 17-4 Principios de operación de motores de inducción de CA
  - 17-5 Rendimiento de motores de CA
  - 17-6 Motores trifásicos de inducción por inducido de barras
  - 17-7 Motores monofásicos
  - 17-8 Tipos de armazones o bastidores y carcasas de motores de CA
  - 17-9 Controles para motores de CA
  - 17-10 Energía de CD
  - 17-11 Motores de CD
  - 17-12 Control de motor de CD
  - 17-13 Otros tipos de motores
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

Considere, de nuevo, el sistema de transportador que diseñó, el cual se describió en la sección 16-1 del capítulo 16. Una posibilidad para impulsar el sistema era utilizar un motor eléctrico. ¿Qué tipo de motor debe utilizar? ¿A qué velocidad operará? ¿De qué tipo de corriente eléctrica dispone para alimentar el motor? ¿Cuál es el tipo que se

necesita? ¿Qué tipo de carcasa y de tipo de montaje hay que especificar? ¿Cómo se conecta el motor a la polea impulsora del sistema transportador? La información que contiene este capítulo le será útil para responder estas y otras preguntas.

■ ■ ■

### 17-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPÍTULO

El motor eléctrico se utiliza mucho para proporcionar la energía motriz principal a maquinaria industrial, productos de consumo y equipo de oficina. En este capítulo se describen los distintos tipos de motores y se señalan las características de su rendimiento. El objetivo es proporcionarle al lector los conocimientos que requiere para especificar motores y comunicarse con vendedores a fin de adquirir el motor adecuado para uso en particular.

Los tipos de motores que se estudian en este capítulo son de corriente directa (CD), de corriente alterna (CA; tanto monofásicos como trifásicos), motores universales, y motores de CA de velocidad variable. Se examinan también los controles para motores.

#### Objetivos específicos

Una vez que concluya este capítulo, el lector será capaz de:

1. Describir los factores que deben ser especificados para seleccionar un motor adecuado.
2. Hacer una descripción de los principios que rigen en la operación de motores de CA.
3. Identificar las clasificaciones típicas de motores eléctricos de CA de acuerdo con las especificaciones de potencia.
4. Identificar los voltajes y frecuencias comunes de CA y la velocidad a la que funcionan los motores de CA que operan en esos sistemas.
5. Describir en que consiste la CA monofásica y trifásica.
6. Describir los diseños típicos de armazones, tamaños y tipos de carcasas para motores de CA.
7. Describir la forma general de la curva de rendimiento de un motor.
8. Describir el rendimiento comparativo de motores monofásicos de CA *de inducción, de capacitor permanente dividido, de fase dividida y de capacitor de encendido*.
9. Describir los motores trifásicos de CA de inducido de jaula o de jaula de ardilla.
10. Describir el rendimiento comparativo de motores trifásicos de CA *diseño NEMA B, diseño NEMA C, diseño NEMA D y de rotor bobinado*.
11. Hacer una descripción de los *motores sincrónicos*.

12. Describir los *motores universales*.
13. Describir tres medios para generar CD y los voltajes comunes que se producen.
14. Hacer una exposición de las ventajas y desventajas de los motores de CD si se les compara con los motores de CA.
15. Describir cuatro diseños básicos de motores de CD: *derivado-bobinado*, *bobinado en serie*, *bobinado compuesto*, y de *imán permanente*; y explicar sus curvas de rendimiento.
16. Describir motores de torque, servomotores, motores de pasos, motores de CD sin escobillas y motores de circuito impreso.
17. Describir sistemas de control de motores para protección del sistema, control de velocidad, encendido, apagado, y protección contra sobrecarga.
18. Describir controles de velocidad para motores de CA.
19. Describir el control para motores de CD.

## 17-2 FACTORES EN LA SELECCION DE MOTORES

Como mínimo, para los motores es necesario especificar los aspectos siguientes:

- Tipo de motor: de CD, CA, monofásico, trifásico y demás.
- Especificación de potencia y velocidad
- Voltaje y frecuencia de operación
- Tipo de carcasa
- Tamaño del armazón
- Detalles relativos al montaje

Además, es probable que existan necesidades especiales que deben ser comunicadas al vendedor. Los factores principales a tomar en cuenta al seleccionar un motor incluyen los siguientes:

- Torque de operación, velocidad de operación y especificación de potencia. Observe que estos se relacionan mediante la ecuación,  $\text{potencia} = \text{torque} \times \text{velocidad}$
- Torque de arranque
- Variaciones de carga que se esperan y variaciones de velocidad correspondientes que pueden tolerarse.
- Limitaciones de la corriente durante las fases de arranque y funcionamiento.
- Ciclo de trabajo: qué tan a menudo hay que encender y apagar el motor.
- Factores ambientales: temperatura, presencia de atmósferas corrosivas o explosivas, exposición al clima o a líquidos, disponibilidad de aire para enfriar y demás.
- Variaciones de voltaje que se esperan: casi todos los motores tolerarán hasta  $\pm 10\%$  de variación respecto al voltaje que se especifica. Más allá de este, se requieren diseños especiales.

- Cargas a las que se someten las flechas: en particular cargas laterales y cargas de empuje susceptibles de afectar la vida de los cojinetes de las flechas.

### Tamaño del motor

Para agrupar motores cuyo tamaño es similar se emplea una clasificación general que se basa en el tamaño. Se suele utilizar el caballaje (hp), y a veces se utiliza la unidad métrica de watts o kilowatts. La conversión es

$$1.0 \text{ hp} = 0.746 \text{ kW} = 746 \text{ W}$$

Las clasificaciones se indican enseguida:

- Caballaje subfraccional: 1 a 40 milicaballos (mhp) donde  $1 \text{ mhp} = 0.001 \text{ hp}$ . Por tanto, este rango incluye 0.001 a 0.040 hp (0.75 W a 30 W, aproximadamente).
- Caballaje fraccional: 1/20 a 1.0 hp (37 W a 746 W aproximadamente).
- Caballaje integral: 1.0 hp (0.75 kW) y mayores.

## 17-3 ENERGIA DE CA E INFORMACION GENERAL DE MOTORES DE CA

La corriente alterna (CA) es generada por la instalación eléctrica y es transmitida hacia el consumidor industrial, comercial o residencial en una extensa variedad de formas. En Estados Unidos, la corriente alterna tiene una frecuencia de 60 hertz (Hz) o 60 ciclos/segundo. En muchos otros países, se emplea 50 Hz. Algunas aeronaves emplean corriente de 400 Hz que proviene de un generador que se encuentra a bordo.

La corriente alterna también se clasifica como monofásica o trifásica. Casi todas las unidades que dan servicio a los hogares, es decir las residenciales, al igual que las instalaciones de luz comercial sólo disponen de corriente monofásica, que es conducida por dos conductores más la tierra. El aspecto de la forma de onda de la corriente será como el que aparece en la figura 17-1, una onda senoidal continua a la frecuencia de sistema cuya amplitud es el voltaje que se especifica para la corriente. La corriente trifásica es transmitida mediante un sistema de tres cables y consta de tres ondas distintas de la misma amplitud y frecuencia, cada fase es compensada por la siguiente a  $120^\circ$ , como se ilustra en la figura 17-2. Las instalaciones industriales y comerciales de gran tamaño utilizan corriente trifásica para las cargas eléctricas más considerables porque se pueden utilizar motores más pequeños que representan una operación más económica.

### Voltajes de CA

En la tabla 17-1 se ilustran algunas de las especificaciones de voltaje en CA más comunes. Se proporcionan el voltaje nominal del sistema y la especificación típica de voltaje para motor en ese sistema tanto monofásica como trifásica. En casi todos los casos, se debe utilizar el voltaje más alto disponible debido a que el flujo de corriente para una potencia en particular es más pequeño. Esto permite utilizar conductores más pequeños.

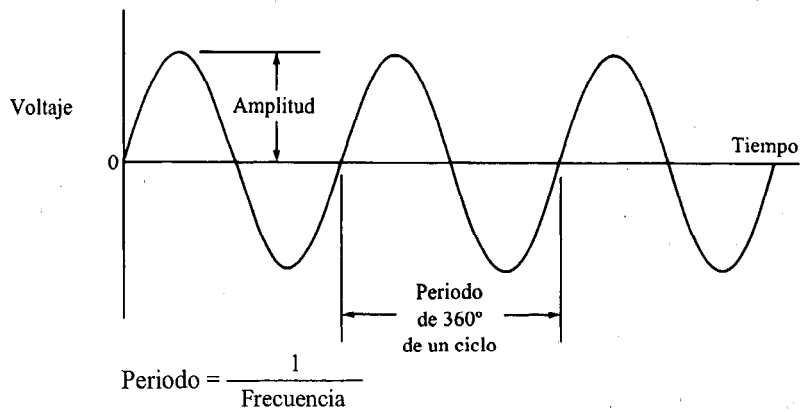


Figura 17-1 CA monofásica

### Velocidades de motores de CA

Un motor de CA a carga cero tenderá a operar a su *velocidad sincrónica*,  $n_s$ , o a una velocidad muy cercana a esta, que se relaciona con la frecuencia de CA y con el número de polos eléctricos,  $p$ , que se bobinan en el motor, de acuerdo con la ecuación

$$n_s = \frac{120f}{p} \text{ rev/min} \quad (17-1)$$

Los motores tienen un número par de polos, por lo regular entre 2 y 12, lo que da por resultado las velocidades sincrónicas que se indican en la tabla 17-2 para corriente de 60 Hz. Sin

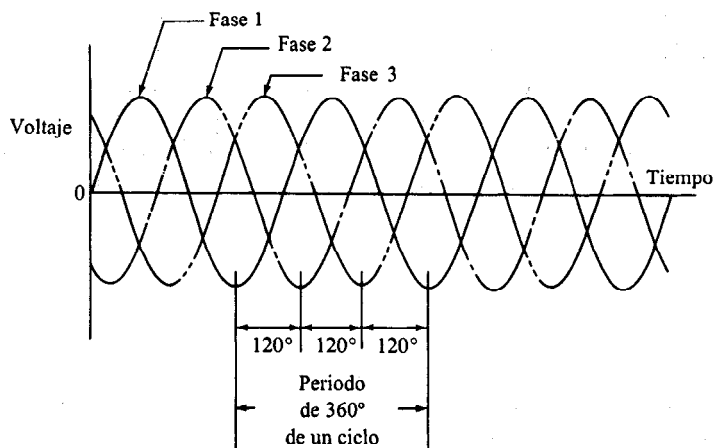


Figura 17-2 CA trifásica



**Tabla 17-1 Voltajes de motores de CA**

<i>Voltaje del sistema</i>	<i>Especificaciones de voltaje del motor</i>	
	<i>Monofásico</i>	<i>Trifásico</i>
120	115	115
120/208	115	200
240	230	230
480	—	460
600	—	575

embargo, el motor de inducción, el tipo que más se utiliza, opera a una velocidad cada vez más baja que su velocidad sincrónica conforme se incrementa la demanda de carga, es decir torque. Cuando el motor está transmitiendo el torque para el que está especificado se encuentra operando cerca de su velocidad especificada con carga total, que se señala asimismo en la tabla 17-2. Observe que la velocidad con carga total no es precisa, y que las que se indican son motores con deslizamiento normal de 5%. Algunos motores que se explican más adelante son motores de “alto deslizamiento” que tienen velocidades con carga total más bajas. Algunos motores de 4 polos se especifican a 1,750 rpm a carga total, lo cual indica un deslizamiento que sólo se aproxima a 3%. Los *motores sincrónicos* operan precisamente a la velocidad sincrónica sin deslizamiento.

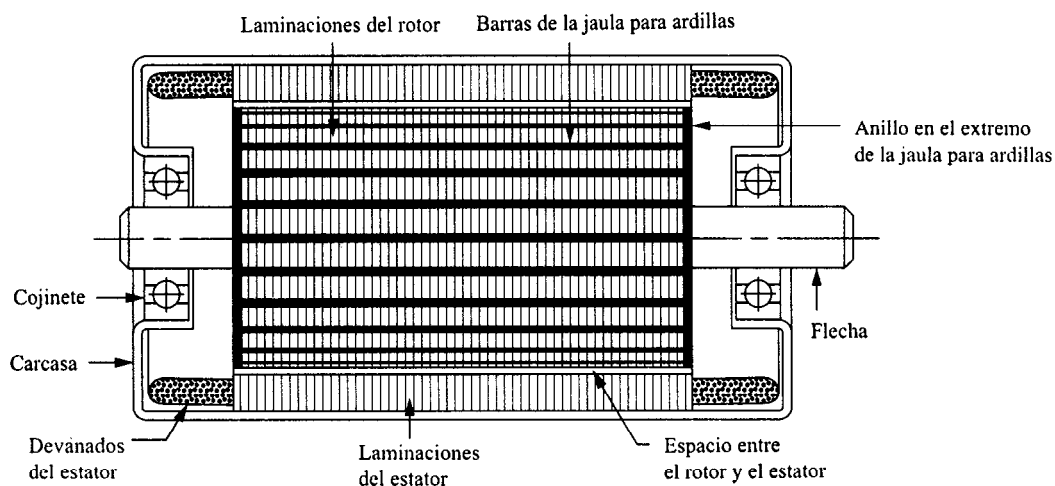
## 17-4 PRINCIPIOS DE OPERACION DE MOTORES DE INDUCCION DE CA

Más adelante, en este capítulo, se estudiarán los detalles particulares de varios tipos distintos de motores de CA, pero el más común de estos es el *motor de inducción*. Las dos partes activas de un motor de inducción son el *estator* o elemento fijo y el *rotor* o elemento giratorio. La figura 17-3 muestra una sección transversal longitudinal de un motor de inducción con el estator, en forma de cilindro hueco, el cual se encuentra fijo en la carcasa. El rotor está colocado

**Tabla 17-2 Velocidades de motores CA**

<i>Número de polos</i>	<i>Velocidad sincrónica (rpm)</i>	<i>Velocidad con carga total<sup>a</sup> (rpm)</i>
2	3 600	3 450
4	1 800	1 725
6	1 200	1 140
8	900	850
10	720	690
12	600	575

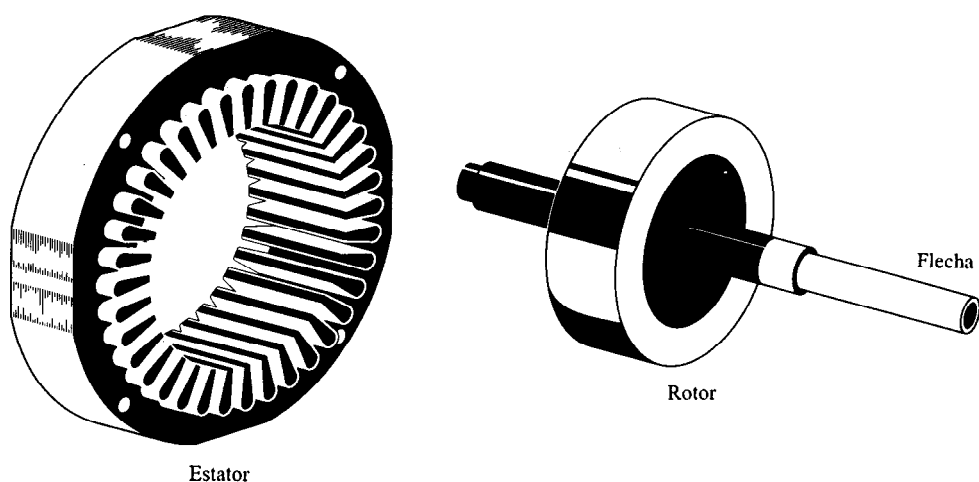
<sup>a</sup>Aproximadamente 95% de velocidad sincrónica (deslizamiento normal).



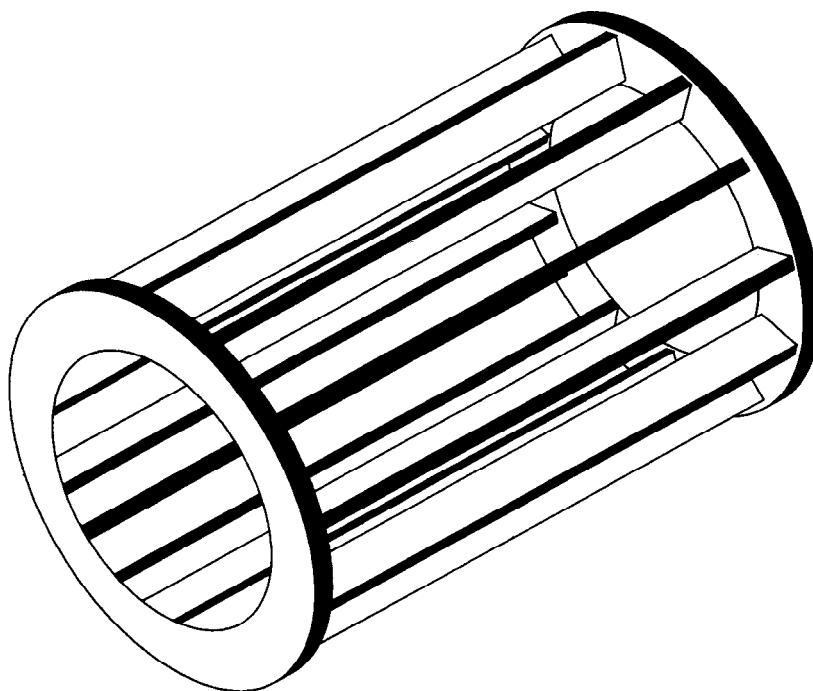
**Figura 17-3** Sección longitudinal a través de un motor de inducción

dentro del estator e integrado en la flecha. Esta, a su vez, es soportada por cojinetes en la carcasa.

El estator consta de muchos discos planos y delgados de acero, llamados *laminaciones*, que se montan uno sobre otro y se aíslan entre sí. La figura 17-4 muestra la forma de las laminaciones, incluyendo una serie de ranuras alrededor de su parte interior. Por lo general, estas ranuras están alineadas de igual manera que las laminaciones están una sobre otra, por consiguiente forman



**Figura 17-4** Laminaciones de un motor de inducción



**Figura 17-5** Jaula para ardillas

canales a lo largo del núcleo del estator. A través de los canales pasan varias capas de alambre de cobre que se entrelazan para formar una serie de devanados continuos, conocidos como *bobinas*. La forma o patrón de las bobinas en el estator determina el número de polos para el motor, casi siempre 2, 4, 6, 8, 10 o 12. La tabla 17-2 muestra que la velocidad a la que gira el motor depende del número de polos.

El rotor también tiene laminaciones colocadas una arriba de la otra con canales a lo largo de su longitud. Por lo regular los canales están rellenos con barras sólidas que se fabrican de un buen conductor de electricidad como cobre o aluminio, con los extremos de todas las barras conectados a anillos continuos en cada extremo. En algunos rotores más pequeños, el conjunto completo de barras y anillos en los extremos se funden en aluminio como una unidad integral. Como se ilustra en la figura 17-5, si esta pieza fundida fuera observada sin las laminaciones, su aspecto sería similar al de una jaula para ardillas. Por consiguiente, a los motores de inducción se les suele llamar motores de jaula de ardilla. La combinación de la jaula para ardillas y las laminaciones se fija en la flecha del motor con precisión para asegurar la alineación concéntrica con el estator y un buen equilibrio dinámico mientras gira. Cuando el rotor se instala sobre los cojinetes en los que se apoya y se inserta dentro del estator, existe un pequeño hueco de casi 0.020" (0.50 mm) entre la superficie exterior del rotor y la superficie interna del estator.

## Motores trifásicos

Los principios que rigen la operación de motores de CA se analiza primero en motores trifásicos de inducción, más adelante se analizan los diseños monofásicos. La energía eléctrica trifásica, que se ilustra en forma esquemática en la figura 17-2, esta conectada al devanado del estator. Conforme la corriente fluye en el devanado se generan campos electromagnéticos que están expuestos a los conductores en el rotor. Debido a que las tres fases de la corriente son desplazadas respecto a las otras al transcurrir el tiempo, el efecto que se genera es un conjunto de campos magnéticos que giran alrededor del estator. Un conductor colocado en un campo magnético movable presenta una corriente que es inducida sobre él, a la vez que se ejerce una fuerza perpendicular al conductor. La fuerza actúa cerca de la periferia del rotor, en consecuencia se genera un torque para hacer que gire el rotor.

La producción de una corriente inducida es lo que lleva a que esos motores se denominen como *motores de inducción*. Observe, también, que no existen conexiones eléctricas directas al rotor, lo cual simplifica en gran medida el diseño y la construcción del motor y contribuye a su gran confiabilidad.

## 17-5 RENDIMIENTO DE MOTORES DE CA

El rendimiento de motores eléctricos por lo regular se muestra en una gráfica de velocidad contra torque, como se muestra en la figura 17-6. El *eje vertical* es la velocidad de giro del motor como porcentaje de la velocidad sincrónica. El eje horizontal es el torque que desarrolla el motor como porcentaje de la carga total o torque especificado. Cuando ejerce su torque con carga total, el motor opera a su velocidad con carga total y transmite la velocidad para la cual está especificado. Véase la tabla 17-2 para conocer una lista de velocidades sincrónicas y de velocidades con carga total.

El torque en la parte inferior de la curva donde la velocidad es cero se denomina *torque de arranque* o *torque con el rotor bloqueado*. Es el torque disponible para poner en movimiento la

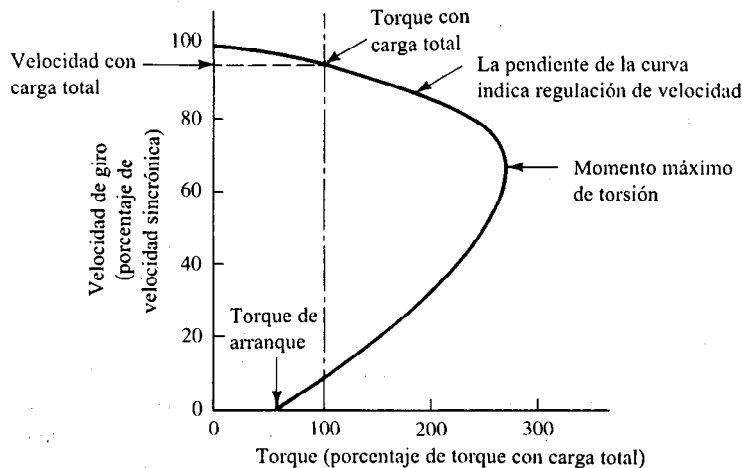


Figura 17-6 Forma general de una curva de rendimiento para motores

carga en un principio e iniciar su aceleración. Este es uno de los parámetros más importantes en la selección de motores, como se estudiará en las descripciones individuales de los tipos de motor.

La rodilla de la curva se denomina *momento máximo de torsión* y es el torque máximo que desarrolla el motor durante la aceleración. La pendiente de la curva velocidad/torque en la sección cercana al punto de operación con carga total es una indicación de *regulación de velocidad*. Una curva plana, con pendiente no muy pronunciada, indica buena regulación de velocidad con escasa variación de velocidad conforme varía la carga. Por el contrario, una curva pronunciada, con pendiente pronunciada, es indicativo de una regulación deficiente de la velocidad, y el motor manifestará cambios considerables de velocidad conforme varíe la carga. Tales motores originan una aceleración “suave” de una carga que puede representar una ventaja en algunas aplicaciones. No obstante, donde se pretende que la velocidad sea constante, habrá que seleccionar un motor con buena regulación de la velocidad.

## 17-6 MOTORES TRIFASICOS DE INDUCCION POR INDUCIDO DE BARRAS (DE JAULA DE ARDILLAS)

Tres de los motores de corriente alterna trifásica que más se utilizan se designan sólo como diseños B, C y D por la *National Electrical Manufacturers Association* (NEMA). Difieren sobre todo en el valor de torque de arranque y en la regulación de velocidad cerca de la carga total. La figura 17-7 muestra las curvas de rendimiento para los tres diseños con el fin de hacer comparaciones. Cada uno de los diseños emplea el tipo de rotor sólido de jaula de ardilla, por consiguiente no existe conexión eléctrica al rotor.

El diseño de cuatro polos con una velocidad sincrónica de 1,800 rpm es el más común y está disponible en todas las especificaciones de potencia de 1/4 hp a 500 hp. Ciertos tamaños están disponibles en diseños con 2 polos (3,600 rpm), 6 polos (1,200 rpm) 8 polos (900 rpm), 10 polos (720 rpm) y 12 polos (600 rpm).

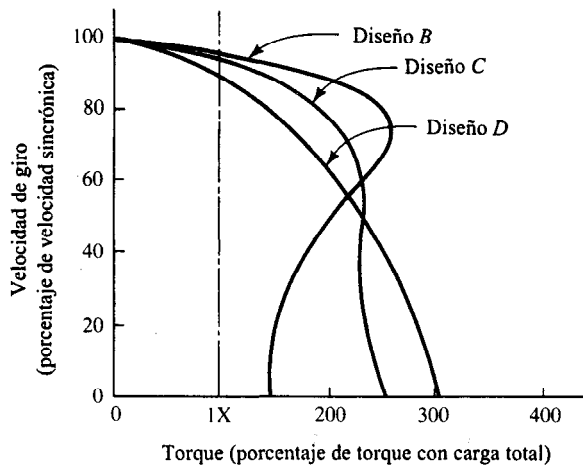
### Diseño NEMA B

El rendimiento del motor de diseño B trifásico es similar al del motor monofásico de fase dividida que se describe más adelante. Presenta un torque de arranque moderado (casi 150% de torque con carga total) y una buena regulación de velocidad. El momento máximo de torsión, es, casi siempre, alto, de 200% de torque con carga total o más. El torque al arranque es razonablemente alto, de casi seis veces la corriente con carga total. También hay que seleccionar el circuito de arranque a fin de estar en posibilidad de manejar esta corriente durante el breve lapso que se necesita para que el motor adquiriera velocidad.

Las aplicaciones comunes de los motores de diseño B son bombas centrífugas, ventiladores, ventiladores con tolva y herramientas mecánicas como moledoras y tornos.

### Diseño NEMA C

El alto torque de arranque es la ventaja principal de los motores de diseño C. Con ellos es posible impulsar cargas que exigen entre 200% y 300% de torque total para arrancar. Por lo regular, la corriente de arranque es más baja que para el motor de diseño B respecto al mismo torque de arranque. La regulación de velocidad es buena y casi igual que para el motor de diseño B. Las



**Figura 17-7 Curvas de rendimiento para motores trifásicos: diseños B, C, D**

compresoras recíprocas, los sistemas de refrigeración, los transportadores que se someten a cargas muy considerables y los molinos de bolas y de cabillas son algunos de los usos más comunes.

### Diseño NEMA D

Este tipo de motores ofrecen un torque al arranque alto, de casi 300% de torque con carga total. Sin embargo, también presenta regulación deficiente de la velocidad, lo que da por resultado cambios de velocidad considerables con cargas variables. Un motor de este tipo, que a veces se denomina *motor de alto deslizamiento*, funciona con un deslizamiento de entre 5% y 13% con carga total, en tanto los motores de diseño B y C operan con un deslizamiento de entre 3% y 5%. En consecuencia, la velocidad con carga total será más baja para el motor de diseño D.

La regulación deficiente de la velocidad se considera una ventaja en algunas aplicaciones y es el motivo principal por el que para aplicaciones como prensas de punzón, guillotinas, frenos para prensas para láminas de metal, grúas, elevadores y bombas de pozos petroleros se seleccionan motores de diseño D. Permitir que el motor aminore su velocidad en forma significativa cuando se incrementan las cargas le confiere al sistema una respuesta "suave", lo cual reduce el choque y los jalones que resienten el sistema impulsor y la máquina que es impulsada. Considere un elevador: cuando arranca la cabina de un elevador que se somete a la acción de una carga considerable, la aceleración debería ser suave y debería de aproximarse a su velocidad de operación sin que se presentara jaloneo excesivo. Este comentario se aplica también a una grúa. Si cuando el gancho de una grúa se somete a una carga considerable, se genera un jaloneo excesivo, la aceleración pico será alta. La considerable fuerza de inercia que se genera puede romper el cable.

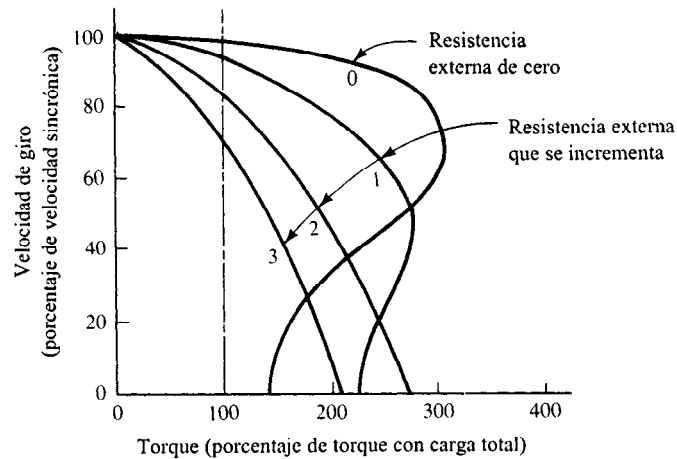
### Motores de rotor devanado o bobinado

Como su nombre implica, el rotor de un motor provisto de rotor bobinado tiene devanados eléctricos que se conectan mediante anillos deslizantes al circuito de energía externo. La

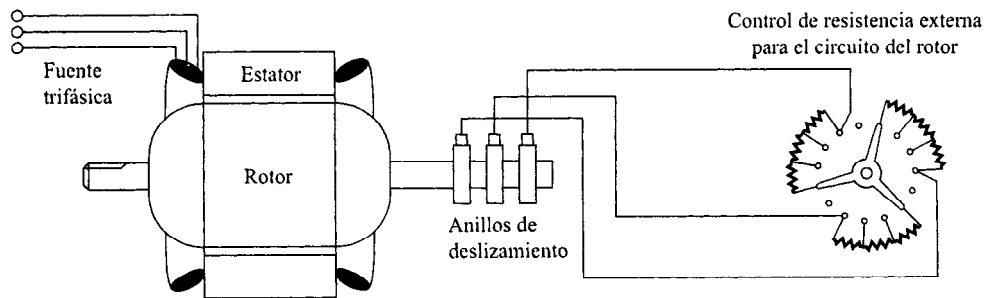
inserción selectiva de resistencias en el circuito del rotor permite que el rendimiento del motor se adapte a las necesidades del sistema y que se cambie con relativa facilidad para absorber cambios en el sistema o variar en realidad la velocidad del motor.

La figura 17-8 muestra los resultados que se obtienen al cambiar la resistencia en el circuito del rotor. Observe que las cuatro curvas corresponden al mismo motor y que el punto 0 de la curva determina el rendimiento con resistencia externa igual a cero. Esto es similar al diseño B. Las curvas 1, 2 y 3 muestran el rendimiento con niveles cada vez más altos en el circuito del rotor. Por consiguiente, el torque al arranque y la regulación de velocidad (suavidad) pueden afinarse en función de la carga. Es posible obtener un ajuste de velocidad bajo una carga específica hasta casi 50% de la velocidad con carga total.

El diseño del rotor devanado se utiliza en aplicaciones como prensas para impresión, equipo para triturar, transportadores y malacates.



(a)



(b) Esquema de un motor con rotor devanado con control externo de resistencia

**Figura 17-8** (a) Curvas de rendimiento para un motor trifásico con rotor devanado con resistencia externa variable en el circuito del rotor (b) Esquema de un motor con rotor devanado con control externo de resistencia

### Motores sincrónicos

Totalmente distinto al motor de inducción de jaula de ardilla o al motor con rotor devanado o bobinado, el motor sincrónico opera precisamente a la velocidad sincrónica sin que se presente deslizamiento. Tales motores están disponibles en tamaños a partir del caballaje subfraccional (se utilizan para sincronizadores o temporizadores e instrumentos), hasta varios cientos de caballos para impulsar compresoras de gran tamaño, bombas o ventiladores de tolva.

El motor sincrónico tiene que arrancarse y acelerarse mediante un mecanismo independiente de los propios componentes del motor sincrónico porque a velocidad cero proporcionan muy poco torque. Por lo general, este mecanismo es un devanado tipo jaula de ardilla independiente dentro del rotor que al principio acelera la flecha del motor. Cuando la velocidad del rotor es de un porcentaje mínimo de la velocidad sincrónica, se excitan los polos del motor y el rotor entra en sincronía. En ese punto la jaula para ardillas no es efectiva y el motor sigue trabajando a velocidad sin importar las variaciones de carga hasta un punto que se denomina *par motor crítico o límite*. Una carga por arriba del par motor crítico o límite sacará al motor de sincronía y provocará que el motor se detenga.

### Motores universales

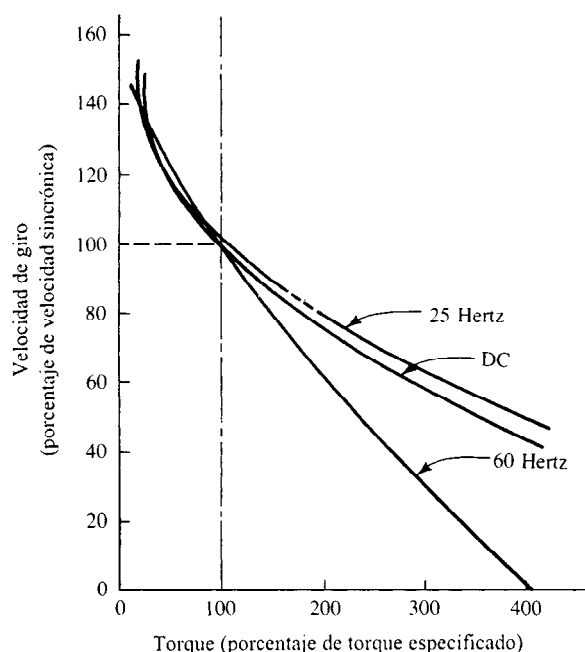
Estos motores funcionan con corriente alterna o bien directa. Su construcción es similar a la de un motor de CD bobinado en serie, que se describe más adelante. Dentro, el rotor tiene bobinas eléctricas que están conectadas al circuito externo mediante un conmutador en la flecha, un tipo de ensamble de anillo de deslizamiento compuesto por varios segmentos de cobre en los que se desplazan escobillas de carbón fijas. El contacto se mantiene por medio de una ligera presión de resorte.

Por lo general, los motores universales trabajan a velocidades altas, de 3,500 a 20,000 revoluciones. Esto da por resultado una relación potencia a peso y potencia a tamaño alta para este tipo de motor, lo que lo hace adecuado para herramientas manuales como taladros, sierras y mezcladoras de alimentos. En las aspiradoras y máquinas de coser también se suelen utilizar motores universales. La figura 17-9 muestra un conjunto típico de curvas velocidad/torque para una versión de alta velocidad del motor universal e ilustra el rendimiento para corriente alterna y directa de 60 Hz y 25 Hz. Se puede observar que el rendimiento cerca de la carga especificada es similar, sin importar la naturaleza de la corriente de entrada, y que estos motores presentan una regulación deficiente de la velocidad, es decir, la velocidad varía en gran medida con la carga.

## 17-7 MOTORES MONOFASICOS

Los cuatro tipos más comunes de motores monofásicos son el de *fase dividida*, *de capacitor*, *de división permanente* y el *monofásico de inducción*. Cada uno es único en su construcción física y en la manera en que los componentes eléctricos se conectan para el encendido y el funcionamiento del motor. En este caso no se hace énfasis en cómo diseñar los motores sino en el rendimiento, por tanto, es posible elegir un motor adecuado.





**Figura 17-9** Curvas de rendimiento para un motor universal

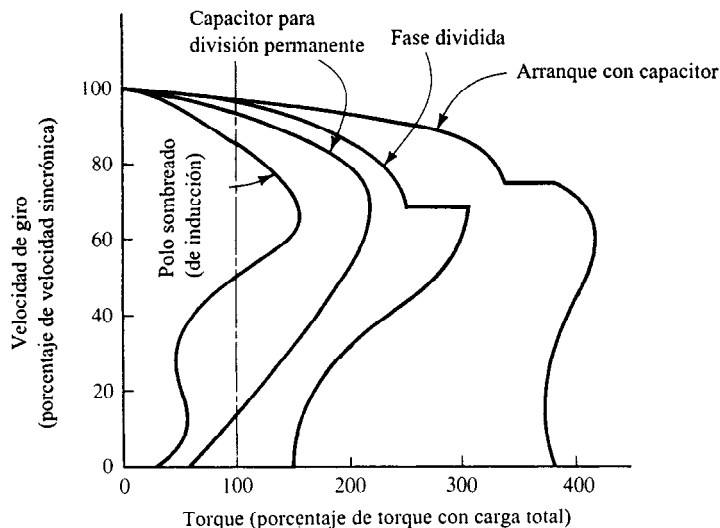
La figura 17-10 muestra las características de rendimiento de estos cuatro tipos de motores a fin de que sea posible compararlos. Las características especiales de las cuatro curvas de rendimiento para los cuatro tipos de motores se analizan en secciones subsecuentes.

En general, la construcción de los motores monofásicos es similar a la de los motores trifásicos, consisten de un estator fijo, un rotor sólido y una flecha soportada por cojinetes. El principio de inducción que se analizó antes se aplica también a los motores monofásicos. Se presentan diferencias porque la corriente monofásica no gira inherentemente alrededor del rotor para generar un campo movable. Cada tipo utiliza un esquema distinto para iniciar el arranque del motor. Véase la figura 17-11.

Por lo regular, los motores monofásicos se encuentran en el rango de caballaje subfraccional o fraccional, de 1/50 hp (15 W) a 1.0 hp (750 W) si bien hay disponibles algunos de hasta 10 hp (7.5 kW).

### Motores de fase dividida

El estator del motor de fase dividida [figura 17-11(b)] tiene dos bobinados o devanados: el bobinado principal, que está continuamente conectado al cable de corriente y el bobinado de encendido que sólo está conectado mientras arranca el motor. El devanado de encendido genera un ligero cambio de fase que origina el torque inicial para arrancar y acelerar el rotor. Una vez



**Figura 17-10** Curvas de rendimiento para cuatro tipos de motores eléctricos monofásicos

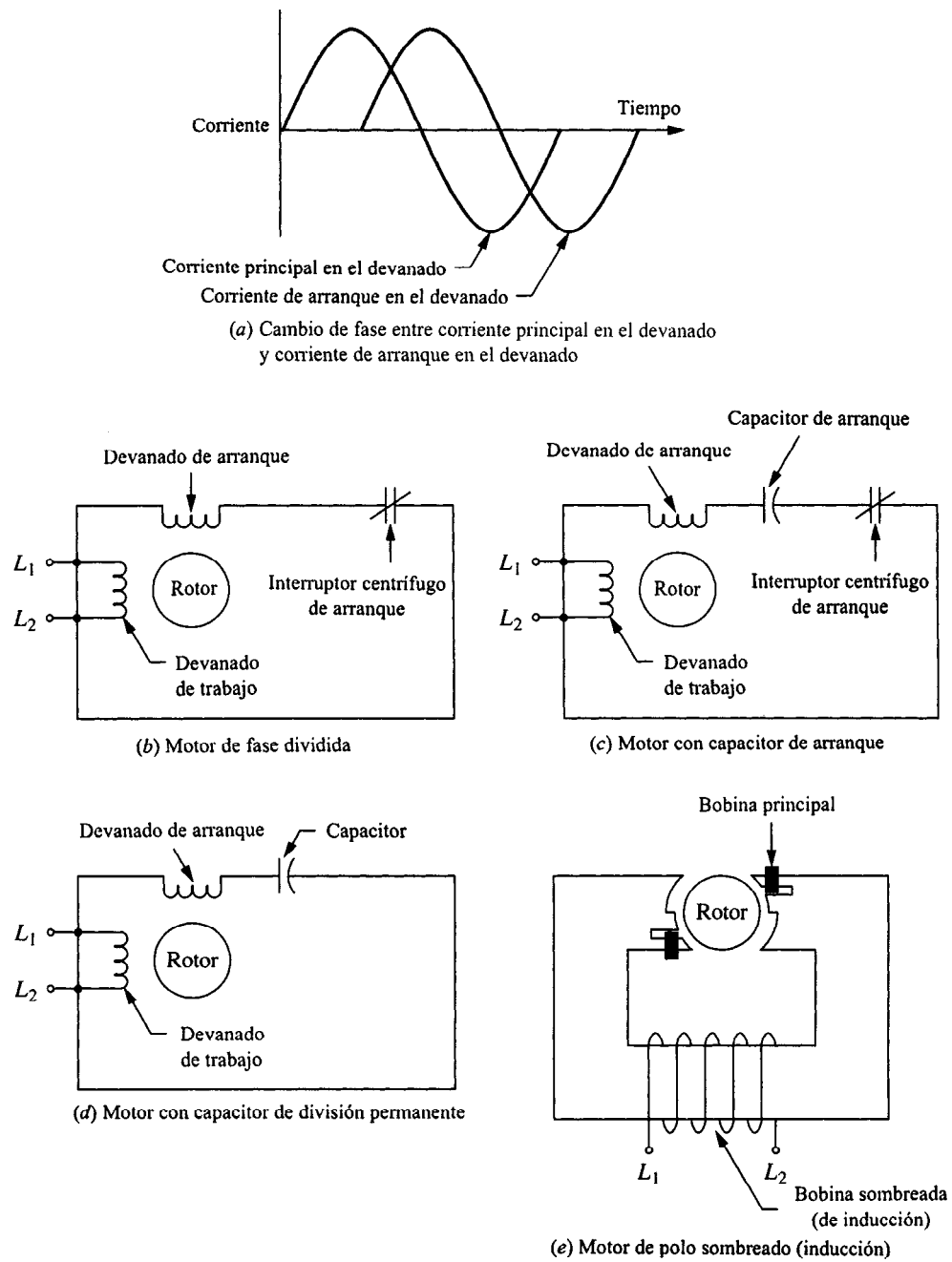
que el rotor alcanza aproximadamente 75% de su velocidad sincrónica, el devanado de arranque es cortado por un interruptor centrífugo y el rotor sigue trabajando con el bobinado principal.

La curva de rendimiento para el motor de fase dividida se ilustra en la figura 17-10. Presenta un torque de arranque moderado, cerca de 150% de torque con carga total. Su eficiencia es buena y está diseñado para operación continua. La regulación de velocidad es buena. Una de las desventajas es que requiere un interruptor centrífugo para cortar el bobinado de encendido. El paso en la curva de velocidad/torque indica este corte.

Estas características hacen que el motor de fase dividida sea uno de los tipos más comunes, empleado en máquinas para oficina, herramientas mecánicas, bombas centrífugas, podadoras eléctricas y aplicaciones similares.

### Motores con capacitor de encendido

Al igual que los motores de fase dividida, el motor con capacitor de encendido [figura 17-11(c)] también tiene dos bobinados, uno principal o de funcionamiento y uno de encendido o de arranque, pero este tipo de motor tiene un capacitor que se conecta en serie con el bobinado de encendido, lo cual proporciona un torque de encendido o arranque mucho más alto que el motor de fase dividida. Es común un torque de arranque o encendido de 250% de carga total. Otra vez se utiliza un interruptor centrífugo para cortar el devanado o bobinado de encendido y el capacitor. Así, las características de trabajo del motor son muy similares a las del motor de fase dividida: buena regulación de la velocidad y buena eficiencia para operación continua.



**Figura 17-11** Diagramas esquemáticos de motores monofásicos

Entre las desventajas se incluye el interruptor y el capacitor en alguna medida voluminoso. El capacitor se suele montar en la parte superior del motor y se nota mucho (véase figura 17-17). También puede integrarse en un paquete que contiene el interruptor de encendido, un relevador u otros elementos de control.

Entre los usos que se le dan al motor con capacitor de encendido se incluyen los numerosos tipos de máquinas que requieren un torque de encendido o arranque alto, como transportadores que se someten a cargas considerables, compresoras para refrigeración, bombas y agitadores para fluidos pesados.

### Motores con capacitor de división permanente

Un capacitor se conecta en serie con el bobinado de encendido todo el tiempo. El torque de arranque del motor con capacitor de división permanente [figura 17-11(d)] es, casi siempre, en extremo bajo, de casi 40% o menos del torque con carga total. Por consiguiente sólo se suelen utilizar en ventiladores y ventiladores con tolva que requieren cargas de inercia baja. Una ventaja consiste en que el rendimiento en el funcionamiento y la regulación de velocidad son susceptibles de adaptarse para adecuarlos a la carga por medio de la selección de un valor de capacitor adecuado. Además, no se requiere interruptor centrífugo.

### Motores de inducción

El motor de inducción [figura 17-11(e)] sólo tiene un bobinado, el principal o de funcionamiento. La reacción de encendido es generada por la presencia de una banda de cobre alrededor de un lado de cada polo. La banda de baja resistencia "induce" al polo para que genere un campo magnético giratorio para arrancar el motor.

Este tipo de motor es sencillo y económico, no obstante, su eficiencia es baja al igual que su torque de arranque o encendido. La regulación de velocidad es deficiente y en tanto opera de manera normal tiene que ser enfriado mediante un ventilador. Por consiguiente, se utiliza sobre todo en ventiladores que se montan en flechas y ventiladores con tolva mediante los cuales se esparce aire sobre el motor. En algunas bombas pequeñas, juguetes y aparatos para el hogar que se utilizan en forma intermitente también se recurre a motores de inducción debido a su bajo costo.

## 17-8 TIPOS DE ARMAZONES O BASTIDORES Y CARCASAS DE MOTORES DE CA

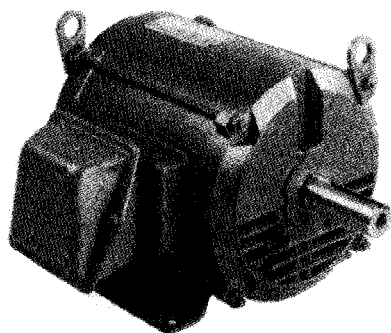
### Tipos de armazones

El diseño del equipo en el cual se va a montar el motor determina el tipo de armazón que se necesita. Enseguida se describen algunos.

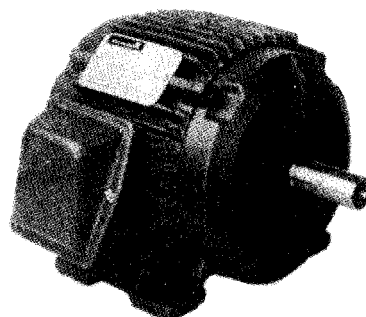
#### Montado mediante una base

El tipo de armazón que más se utiliza para maquinaria industrial es el que se monta en una base integrada a la máquina provista de orificios estándar para atornillarle el motor (véase la figura 17-12).

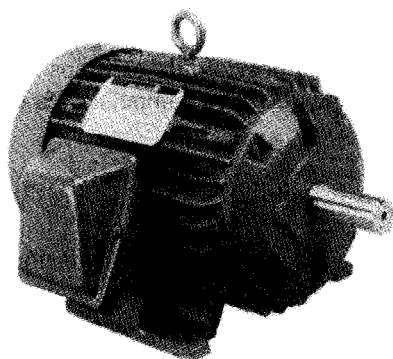




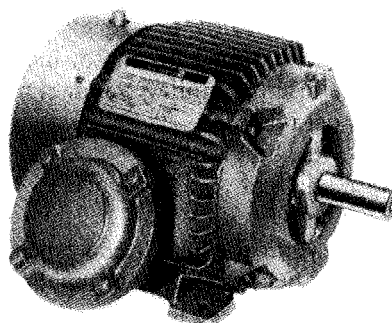
(a) Abierto protegido, a prueba de goteo



(b) Cerrado por completo, no ventilado, a prueba de pelusa



(c) Cerrado por completo, enfriado por ventilador



(d) A prueba de explosiones, a prueba de ignición de polvo

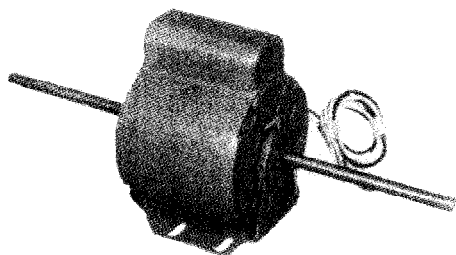
**Figura 17-12** Motores con base para montaje con varios tipos de carcasas (Reliance Electric Co., Cleveland, Ohio)

### Base acojinada

Incluye una base con aislamiento elástico del motor respecto al armazón del motor a fin de reducir la vibración y el ruido (véase la figura 17-13).

### Montaje con cara C

En la flecha del extremo del motor se incluye una cara maquinada que tiene orificios con cuerda hembra, después, el equipo que es impulsado se atornilla directamente al motor. El diseño de la cara ha sido estandarizado por la *National Electrical Manufacturers Association* (NEMA). Véanse figuras 17-14 y 17-15.



**Figura 17-13** Motor cerrado, con base acojinada con flecha de dos extremos (Century Electric Inc., St. Louis, Mo.)

### **Montaje con reborde D**

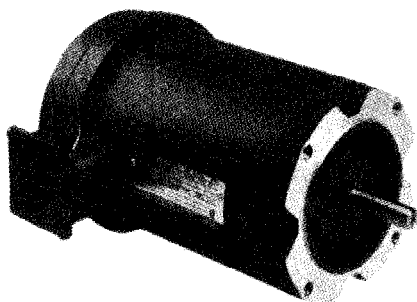
La flecha del extremo del motor incluye un reborde provisto de orificios estándar de lado a lado para insertar tornillos y unir el motor al equipo que se va a impulsar. La NEMA controla el diseño del reborde.

### **Montaje vertical**

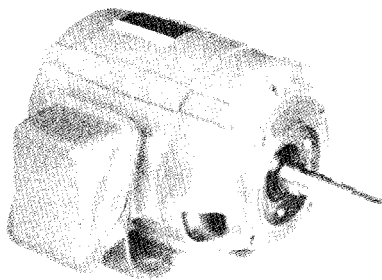
El montaje vertical es un diseño especial debido a los efectos de la orientación vertical sobre los cojinetes del motor. Por lo regular, la conexión al equipo que se va a impulsar se realiza mediante orificios para tornillos en una cara C o un reborde D como se explicó antes (véase la figura 17-16).

### **Sin montaje**

Algunos fabricantes de equipo sólo compran el rotor y el estator al fabricante de motores y después los integran a su máquina. Las compresoras para equipos de refrigeración casi siempre se construyen en esta forma.



**Figura 17-14** Motor con cara C. Véase la figura 12-20 para un ejemplo de un reductor diseñado para enlazarse con un motor de cara C. (Reliance Electric Co., Cleveland, Ohio.)



**Figura 17-15** Motor NEMA de cara C, con base rígida, a prueba de goteo para usarse con una bomba acoplada (Century Electric Inc., St. Louis, Mo.)

### Montajes para uso especial

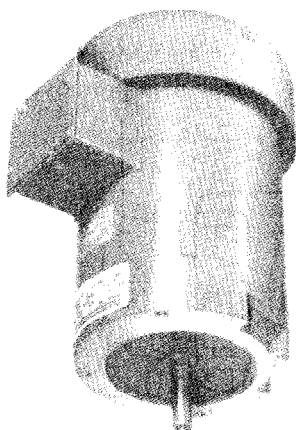
Para ventiladores, bombas, quemadores de aceite, y demás, se hacen muchos diseños especiales.

### Carcasas

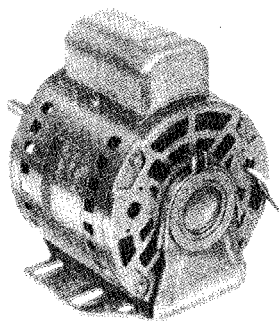
Las piezas alrededor del motor que soportan a las piezas activas y las protegen varían según el grado de protección que se requiere. En las figuras 17-12 a la 17-17 se muestran algunos tipos de carcasas y se explican a continuación.

#### Abierta

Por lo regular alrededor del estator se proporciona una carcasa de lámina de metal de bajo calibre provista de placas en los extremos para soportar los cojinetes de la flecha. La carcasa



**Figura 17-16** Motor con cara C, cerrado por completo, no ventilado, con tapa a prueba de goteo para operación vertical. (Century Electric Inc., St. Louis, Mo.)



**Figura 17-17** Motor con armazón abierto, se muestra con base acojinada. El montaje puede realizarse también mediante tornillos de lado a lado, una banda acojinada o un anillo acojinado. (Century Electric Inc., St. Louis, Mo.)

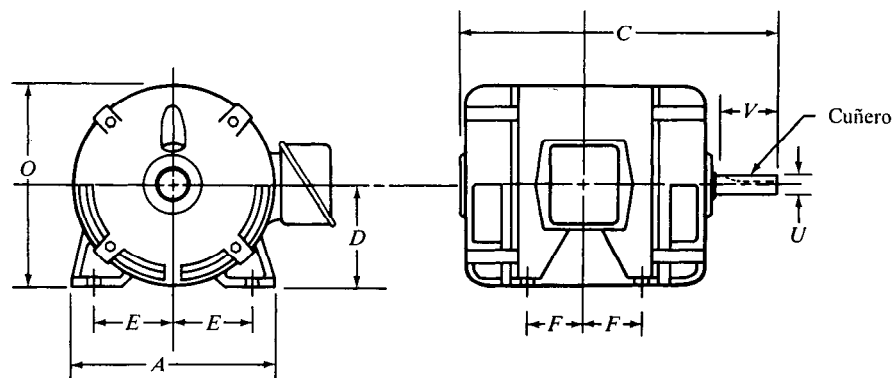
contiene diversos orificios o ranuras que permiten la entrada de aire para enfriar el motor. Tal motor debe ser protegido por la carcasa de la propia máquina (véase figura 17-17).

### Protegida

A veces se le llama *a prueba de goteo*, sólo en la parte inferior de la carcasa se proporcionan aberturas para ventilación de manera que los líquidos que escurren sobre el motor no pueden entrar en éste. Tal vez es el tipo que más se utiliza [véase la figura 17-12(a)].

### Cerrada por completo sin ventilación (TENV, por las siglas en inglés de Totally Enclosed Nonventilated)

La carcasa no presenta abertura alguna y no se toman medidas especiales para enfriar el motor a excepción de las aletas que se funden en el armazón para promover el enfriamiento



**Figura 17-18** Clave para las dimensiones NEMA de armazones estándar de motores que se presentan en la tabla 17-3



por convección. El diseño protege al motor contra entornos perjudiciales [véase la figura 17-12(b)].

### Cerrado por completo enfriado mediante un ventilador

El diseño cerrado por completo enfriado mediante ventilador (TEFC, por las siglas de *Totally Enclosed Fan-Cooled*, en inglés) es similar al TENV excepto que se monta un ventilador en un extremo de la flecha para esparcir aire sobre la carcasa provista de aletas (véase la figura 17-12(c)).

### TEFC-XP

El diseño TEFC-XP, a prueba de explosiones, es similar a la carcasa TEFC, con la excepción de que se proporciona protección especial para evitar fuego o explosiones en entornos riesgosos [véase la figura 17-12(d)].

## Tamaños del armazón

Las dimensiones críticas de armazones de motores son controladas por los tamaños para armazones de la NEMA. Incluyen altura y espesor total; altura desde la base hasta la línea central de la flecha; diámetro de la flecha, longitud y tamaño del cuñero; y dimensiones de los orificios para montaje. En la tabla 17-3 se mencionan algunos tamaños de armazón para motores trifásicos, de inducción, montados mediante una base, a prueba de goteo de 1,725 rpm. Para las descripciones de las dimensiones consulte la figura 17-18.

**Tabla 17-3 Tamaños de armazones de motores**

hp	Tamaño del armazón	Dimensiones (")								
		A	C	D	E	F	O	U	V	Cuñero
1/4	48	5.63	9.44	3.00	2.13	1.38	5.88	0.500	1.50	0.05 Plano
1/2	56	6.50	10.07	3.50	2.44	1.50	6.75	0.625	1.88	3/16 × 3/32
1	143T	7.00	10.69	3.50	2.75	2.00	7.00	0.875	2.00	3/16 × 3/32
2	145T	7.00	11.69	3.50	2.75	2.50	7.00	0.875	2.00	3/16 × 3/32
5	184T	9.00	13.69	4.50	3.75	2.50	9.00	1.125	2.50	1/4 × 1/8
10	215T	10.50	17.25	5.25	4.25	3.50	10.56	1.375	3.13	5/16 × 5/32
15	254T	12.50	22.25	6.25	5.00	4.13	12.50	1.625	3.75	3/8 × 3/16
20	256T	12.50	22.25	6.25	5.00	5.00	12.50	1.625	3.75	3/8 × 3/16
25	284T	14.00	23.38	7.00	5.50	4.75	14.00	1.875	4.38	1/2 × 1/4
30	286T	14.00	24.88	7.00	5.50	5.50	14.00	1.875	4.38	1/2 × 1/4
40	324T	16.00	26.00	8.00	6.25	5.25	16.00	2.125	5.00	1/2 × 1/4
50	326T	16.00	27.50	8.00	6.25	6.00	16.00	2.125	5.00	1/2 × 1/4

*Nota:* Todos los motores son de cuatro polos, trifásicos, de CA de 60 Hz, de inducción. Consulte la figura 17-18 para descripción de dimensiones

## 17-9 CONTROLES PARA MOTORES DE CA

Como se describió en la figura 17-9, existen numerosas funciones que deben desempeñar los controles de los motores. El grado de complejidad del control depende del tamaño y tipo del motor de que se trate. A veces los motores pequeños fraccionales o subfraccionales se pueden poner en marcha mediante un interruptor sencillo que conecta directamente el motor al cable de voltaje total. Los motores de mayor tamaño y algunos más pequeños en equipo crítico requieren de mayor protección.

Las funciones de los controles de motores son las siguientes:

1. Encender y parar el motor.
2. Proteger el motor contra sobrecargas que provocarán que el motor reciba niveles de corriente altamente peligrosos.
3. Proteger el motor contra el calentamiento excesivo.
4. Proteger al personal para evitar que entre en contacto con partes peligrosas del sistema eléctrico.
5. Proteger los controles contra el ambiente.
6. Evitar que los controles provoquen incendios o explosiones.
7. Proporcionar torque, aceleración, velocidad, o desaceleración controladas para el motor.
8. Permitir el arranque en secuencia de una serie de motores u otros dispositivos.
9. Permitir la operación coordinada de diferentes partes de un sistema, tal vez incluyendo varios motores.
10. Proteger los conductores del circuito ramificado al cual está conectado el motor.

La selección adecuada de un sistema de control para motor exige conocer, cuando menos, los factores que se mencionan enseguida:

1. Tipo de servicio eléctrico: voltaje y frecuencia; limitaciones de corriente monofásica o trifásica.
2. Tipo y tamaño de motor: especificaciones de potencia y velocidad; especificación de corriente con carga total; especificación de corriente con rotor bloqueado.
3. Operación que se pretende: ciclo de trabajo (continuo, arrancar/apagar o intermitente); velocidades discretas únicas o múltiples u operación con velocidad variable; en un sentido o con reversa.
4. Entorno: temperatura; agua (lluvia, nieve, aguanieve, agua que se salpica o se aplica por aspersión); polvo y tierra; gases o líquidos corrosivos; vapores o polvos explosivos; aceites o lubricantes.
5. Limitaciones de espacio.
6. Accesibilidad de los controles.
7. Factores de ruido o aspecto.

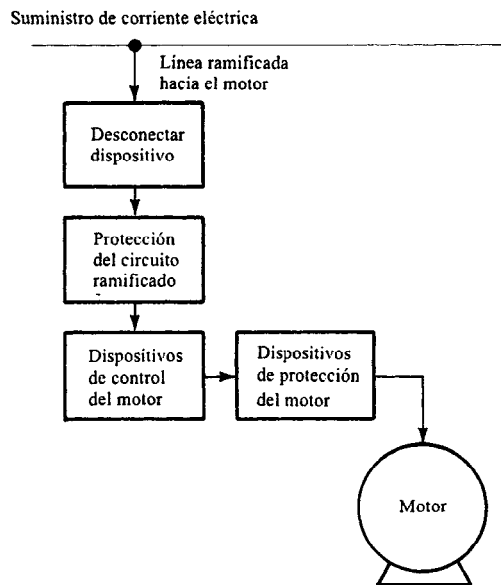


Figura 17-19 Diagrama de bloques para control de motor

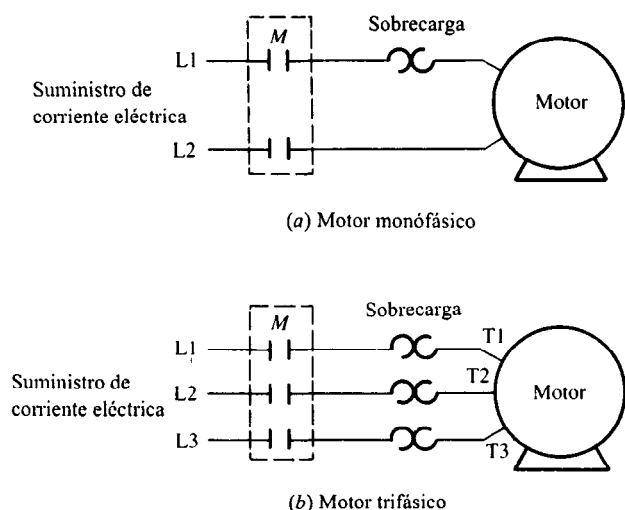
## Arrancadores

Existen varias clasificaciones de arrancadores para motores: manuales o magnéticos; en un sentido con reversa; control de dos o tres cables; arranque o encendido con voltaje total o reducido; velocidad única o múltiple; paro o detención normal mediante freno o clavija de contacto. Por lo regular, todos estos incluyen alguna forma de protección contra sobrecarga que se analizará después.

## Encendido en un sentido, manual y magnético, con voltaje total

La figura 17-20 muestra el diagrama esquemático de conexión que corresponde a arrancadores manuales para motores monofásicos y trifásicos. El símbolo *M* indica un contactor, es decir interruptor, normalmente abierto que se activa en forma manual, por ejemplo, jalando una palanca. Los contactores se clasifican de acuerdo con la potencia del motor que pueden manejar con seguridad. La potencia del motor se relaciona de manera indirecta con la corriente que utiliza el motor, y el diseño del contactor debe prever que se establezca un contacto seguro durante el encendido o arranque del motor, considerando la corriente de arranque; tiene que conducir el rango esperado de corriente de operación sin que se genere calentamiento excesivo; e interrumpir o cortar el contacto sin originar arcos excesivos que puedan quemar los contactos. La NEMA determina las especificaciones. Las tablas 17-4 y 17-5 muestran las especificaciones para tamaños NEMA de arrancadores seleccionados.

Observe en la figura 17-20 que en los tres cables de los motores trifásicos se requiere de protección contra sobrecargas, en cambio, en los motores monofásicos esa protección es necesaria sólo en un cable.



**Figura 17-20 Arrancadores manuales. *M* = contactores normalmente abiertos. Todos actúan juntos.**

La figura 17-21 muestra los diagramas esquemáticos de conexión para arrancadores magnéticos en los que se utilizan controles provistos de dos y tres cables. En el control de tres cables el botón de “encendido” es un contacto de tipo momentáneo. Conforme es activado en forma manual, se energiza la bobina conectada en paralelo con el interruptor y cierra, magnéticamente, los contactores de línea que se señalan con la literal *M*. Los contactores permanecen cerrados hasta que se oprime el botón de “apagado”, o bien, hasta que el voltaje de la línea cae hasta un valor bajo establecido. (Recuerde que un voltaje de línea bajo provoca que el motor utilice exceso de corriente.) Cualquiera de estos casos provoca que se abran los contactores magnéticos, con lo cual se detiene el motor. Para arrancar de nuevo el motor hay que oprimir el botón de encendido.

**Tabla 17-4 Especificaciones de arrancadores de CA de voltaje total para corriente monofásica**

Número NEMA de tamaño	Especificaciones de corriente (amperes)	Especificación de potencia a voltajes específicos					
		110 V		220 V		440 y 550 V	
		hp	kW	hp	kW	hp	kW
00	—	½	0.37	¾	0.56	—	—
0	15	1	0.75	1½	1.12	1½	1.12
1	25	1½	1.12	3	2.24	5	3.73
2 <sup>a</sup>	50	3	2.24	7½	5.60	10	7.46
3 <sup>a</sup>	100	7½	5.60	15	11.19	25	18.65

<sup>a</sup>Sólo se aplica a arrancadores que operan magnéticamente.

Tabla 17-5 Especificaciones de arrancadores de CA de voltaje total para corriente trifásica

Número NEMA de tamaño	Especificaciones de corriente (amperes)	Especificación de potencia a voltajes específicos					
		110 V		220 V		440 y 550 V	
		hp	kW	hp	kW	hp	kW
00	—	3/4	0.56	1	0.75	1	0.75
0	15	1½	1.12	2	1.49	2	1.49
1	25	3	2.24	5	3.73	7½	5.60
2	50	7½	5.60	15	11.19	25	18.65
3	100	15	11.19	30	22.38	50	37.30

El control de dos cables cuenta con un botón de arranque que opera en forma manual, el cual permanece activado después que arranca el motor. Como característica de seguridad, el interruptor se abrirá cuando se presente una situación de bajo voltaje. Sin embargo, cuando el voltaje aumente de nuevo hasta alcanzar un nivel aceptable, los contactos se cierran y el motor arrancará otra vez. Es necesario verificar que este modo de operación sea seguro.

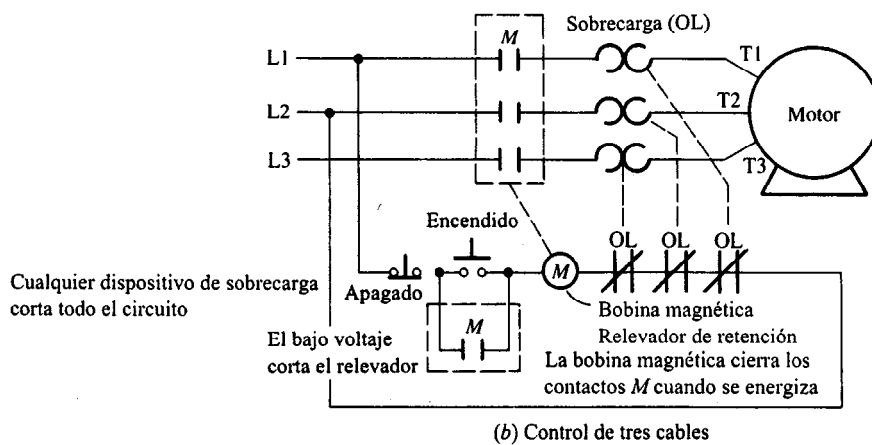
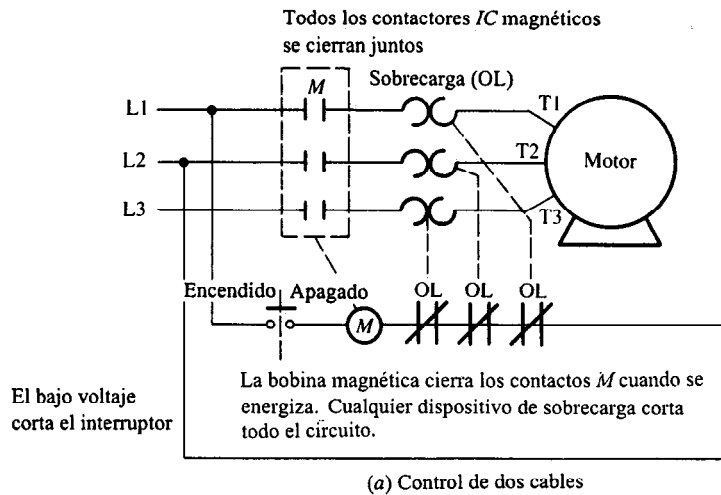
### Arrancadores con reversa

La figura 17-22 ilustra la conexión de un arrancador con reversa para un motor trifásico. El sentido del giro de un motor trifásico puede invertirse intercambiando dos de los tres cables que transmiten corriente. Los contactores que se identifican con *F* se utilizan para el sentido directo. Los contactores *R* intercambian a L1 y L3 para invertir el sentido. Los botones de *Directa* y *Reversa* activa sólo uno de los conjuntos de contactores.

### Arranque con voltaje reducido

Los motores que se estudiaron en secciones anteriores al igual que los circuitos ilustrados en las figuras 17-20 a la 17-22 emplean arranque con voltaje total. Es decir, cuando el sistema es activado, la línea de voltaje total se aplica a las terminales del motor. Esto originará el máximo esfuerzo de arranque, pero en algunos casos no es recomendable. Para limitar los jalones, controlar la aceleración de una carga y limitar la corriente de arranque, en ocasiones se recurre al arranque con voltaje reducido. Este encendido suave se utiliza en algunos transportadores, malacates, bombas y cargas similares.

La figura 17-23 muestra un método para abastecer un voltaje reducido al motor cuando arranca. La primer acción consiste en el cierre de los contactores que se señalan con *A*. Así, la corriente pasa a través de un conjunto de resistencias que reducen el voltaje en cada terminal del

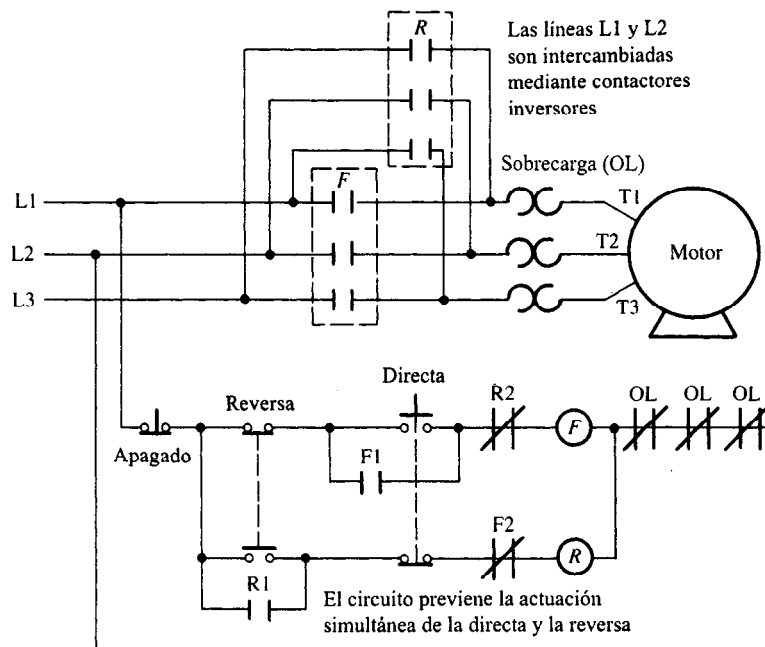


**Figura 17-21 Arrancadores magnéticos para motores trifásicos**

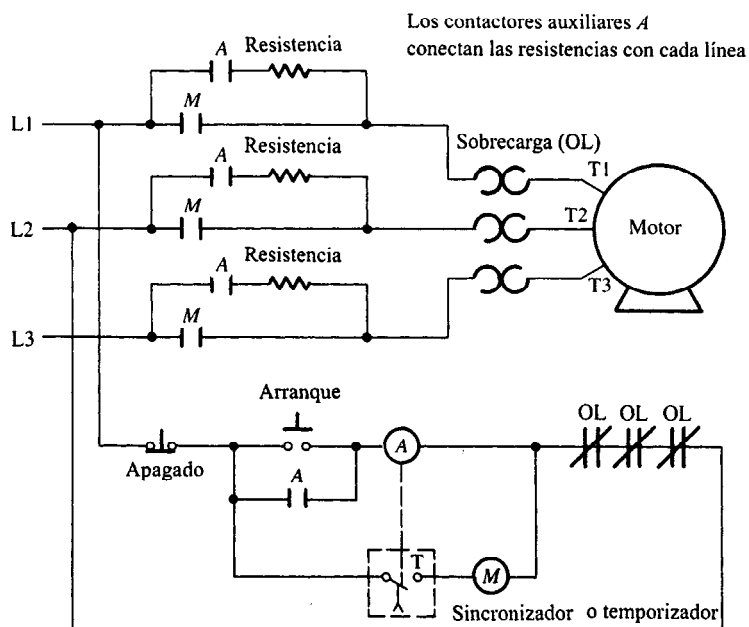
motor. Una reducción típica sería de casi 65% del voltaje normal en la línea; la corriente pico de la línea se reducirá a 65% de la corriente normal con rotor bloqueado, y el torque de arranque será 42% del torque normal con rotor bloqueado [4]. Una vez que el motor acelera, se cierran los contactos principales *M* y se aplica voltaje total al motor. Casi siempre se utiliza un temporizador para controlar la secuencia de los contactores *A* y *M*.

### Arranque de motor con velocidad doble

Un motor de velocidad doble provisto de dos bobinados independientes para generar las diferentes velocidades se puede poner en marcha con el circuito que se muestra en la figura 17-24. El operador cierra en selectiva los contactos *F* (alta velocidad [fast]) o *S* (baja velocidad



**Figura 17-22 Control de reversa para un motor trifásico**



Primero se activan los contactores principales. Después el temporizador activa los contactores principales poniendo en corto circuito las resistencias de encendido.

**Figura 17-23 Arranque con voltaje reducido mediante el método de resistencia principal**

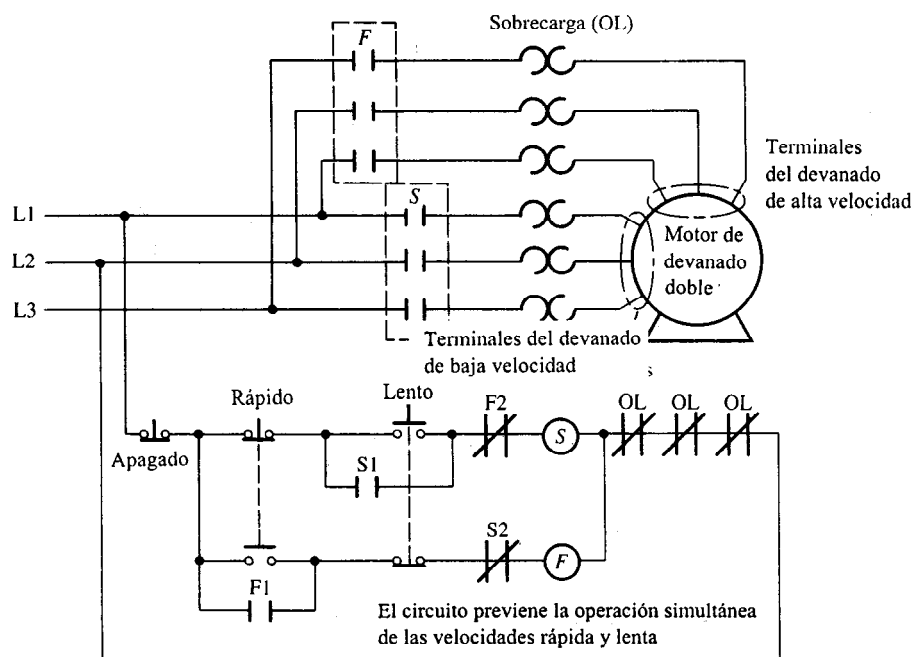


Figura 17-24 Control de velocidad para un motor trifásico de doble devanado

[slow]) para obtener la velocidad que desea. Para este circuito también se aplican las otras características para arrancar circuitos que se analizaron antes.

### Como se detiene el motor

Donde no existen condiciones especiales cuando se apaga o detiene el sistema, se puede permitir que el motor se desplace hasta el punto en que se detiene una vez que se interrumpe el suministro de energía. El tiempo que se requiere para detenerlo depende de la inercia y la fricción que se generan en el sistema. Si se necesita detenerlo con rapidez y en forma controlada, se puede recurrir a frenos externos. Se dispone de *frenos para motor* en los que el freno es parte integral del motor. Por lo regular, el diseño es de naturaleza "seguro ante fallas", en el que el freno es desactivado por una bobina electromagnética cuando el motor se energiza. Cuando el motor se desenergiza ya sea a propósito o a consecuencia de una falla en el suministro de energía, el freno es activado mediante fuerza mecánica proveniente de un resorte.

En circuitos con arrancadores reversibles, se puede utilizar la *detención mediante clavija de contacto*. Cuando se desea detener el motor que trabaja en sentido directo es posible operar de inmediato el control para ponerlo en reversa, en esta situación se aplica un torque desacele- rador al rotor que se detiene con rapidez. Cuando el motor se encuentra en reposo hay que tener cuidado de cortar el circuito de reversa para evitar que siga operando en reversa.



## Protección contra sobrecarga

La causa principal de las fallas en motores eléctricos es el sobrecalentamiento de las bobinas debido al exceso de corriente. Esta depende de la carga que se le aplica al motor. Desde luego, un corto circuito originará una corriente alta virtualmente instantánea cuyo nivel resulta perjudicial.

Los *fusibles* ofrecen protección contra cortos circuitos, no obstante es de fundamental importancia tener precaución al utilizar fusibles en motores. Un fusible contiene un elemento que se funde virtualmente cuando a través de él fluye un nivel particular de corriente, por consiguiente, se abre el circuito. Para reactivar el sistema es necesario cambiar el fusible. En los circuitos de motores se requiere de fusibles de acción retardada o fusibles de acción lenta para evitar que se fundan cuando se enciende el motor, utilizando aquella corriente de arranque, relativamente baja, que es normal y no perjudicial. Una vez que el motor ha encendido, el fusible se fundirá cuando se presente un valor de corriente excesiva que se establece con antelación.

Los fusibles no son adecuados para motores más grandes o críticos porque brindan protección sólo a un nivel único de corriente excesiva. El diseño de cada motor tiene una curva de sobrecalentamiento característica como lo denota la figura 17-25. Ello indica que el motor es capaz de soportar diferentes niveles de corriente excesiva durante lapsos distintos. Por ejemplo, para la curva de calentamiento de motor que se muestra en la figura 17-25, podría existir una corriente equivalente al doble de la corriente con carga total (200%) durante nueve minutos antes de que se genere una temperatura, que resulte perjudicial en el devanado. Sin embargo, una sobrecarga de 400% provocará daños en menos de dos minutos. Un dispositivo ideal de protección contra sobrecarga equivaldría a la curva de sobrecalentamiento de ese motor en particular, este dispositivo siempre cortará el motor a un nivel seguro de corriente como lo ilustra la figura 17-25. En el mercado están disponibles dispositivos que ofrecen esta protección. En algunos se utilizan aleaciones fundidas especiales, tiras bimetálicas similares a un termostato, o

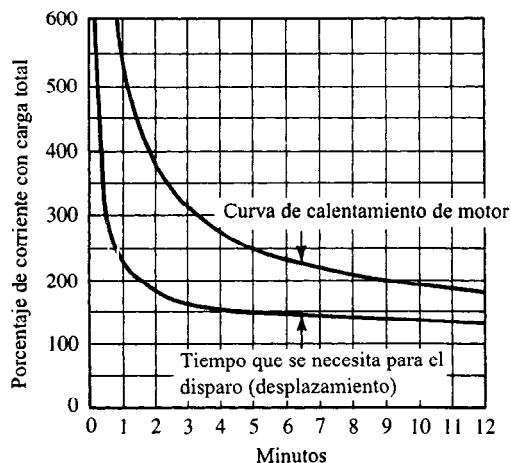


Figura 17-25 Curva de calentamiento de motor y curva de respuesta de un protector contra sobrecarga común. (E. P. Anderson y Rex Miller. *Electric Motors*, 3ª edición. Indianapolis, Ind.: Theodore Aurel & Co., 1977.)

Tabla 17-6 Carcasas para controles de motores

<i>Número NEMA de diseño</i>	<i>Descripción</i>
1	Para uso general; en interiores; no a prueba de polvo
3	A prueba de polvo; a prueba de lluvia; resistente a la intemperie
3R	A prueba de polvo; a prueba de lluvia; a prueba de aguanieve
4	A prueba de agua; puede soportar aspersión directa de agua con una manguera; se utiliza en barcos y en plantas procesadoras de alimentos donde se requiere enjuagar
4X	A prueba de agua: resistente a la corrosión
7	Para lugares peligrosos, clase I: puede operar en áreas en las que hay gases o vapores inflamables
9	Lugares peligrosos, clase II: áreas en las que hay combustibles en polvo
12	Uso industrial: resistente al polvo, la pelusa, los aceites y refrigerantes
13	A prueba de aceite, a prueba de polvo

bien, bobinas magnéticas sensibles a la corriente que fluye por ellas. Casi todos los arrancadores para motores grandes incluyen protección contra sobrecargas integrada en ellos.

En otro tipo de protección contra sobrecarga se utiliza un dispositivo sensible a la temperatura que se inserta en el devanado del motor cuando se fabrica. Por consiguiente, abre el circuito del motor cuando en el devanado se genera una temperatura peligrosa, independientemente del motivo.

### Carcasas para controles de motores

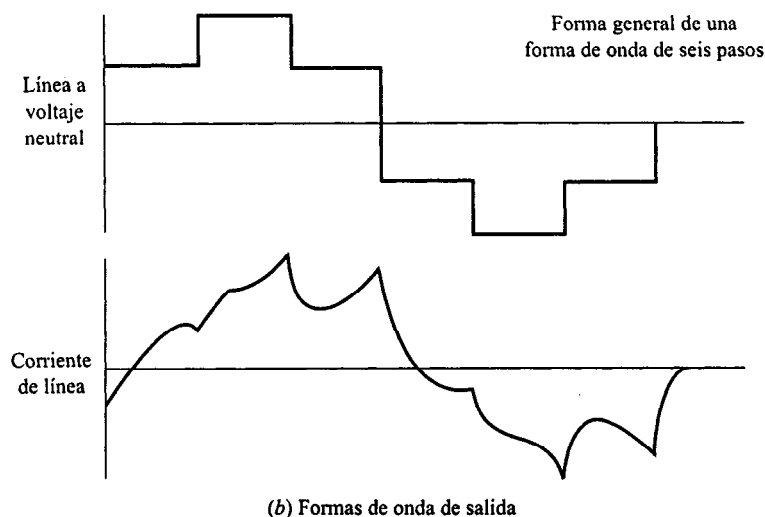
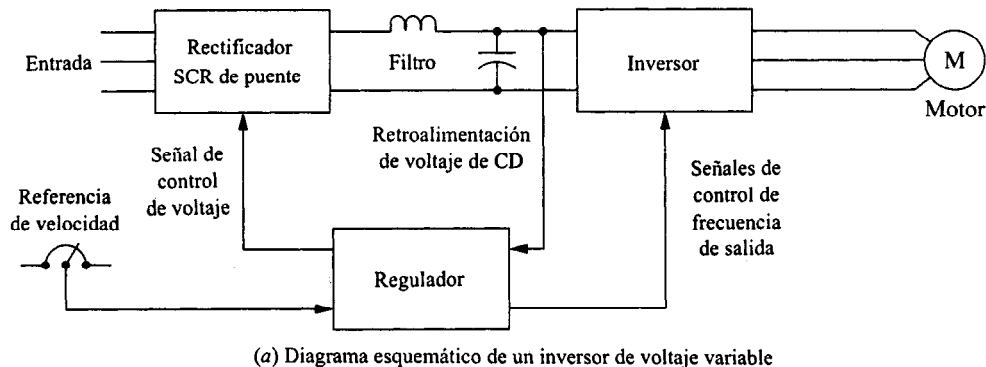
Como se estableció antes, una de las funciones del sistema de control de un motor es proteger al personal para no entrar en contacto con partes peligrosas del sistema eléctrico, además, hay que proteger al sistema contra factores ambientales. La carcasa cumple estas funciones.

La NEMA estableció estándares para carcasas que corresponden a la gran variedad de entornos con que se enfrentan los controles de motores. Los tipos más comunes se describen en la tabla 17-6.

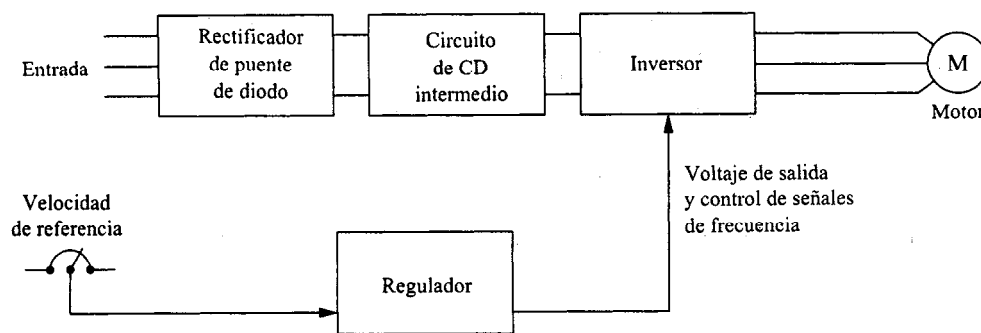
### Impulsores de CA de velocidad variable

Los motores de CA estándar operan a una velocidad fija para una carga específica si son impulsados a una frecuencia, digamos de 60 Hz. La operación a velocidad variable se puede

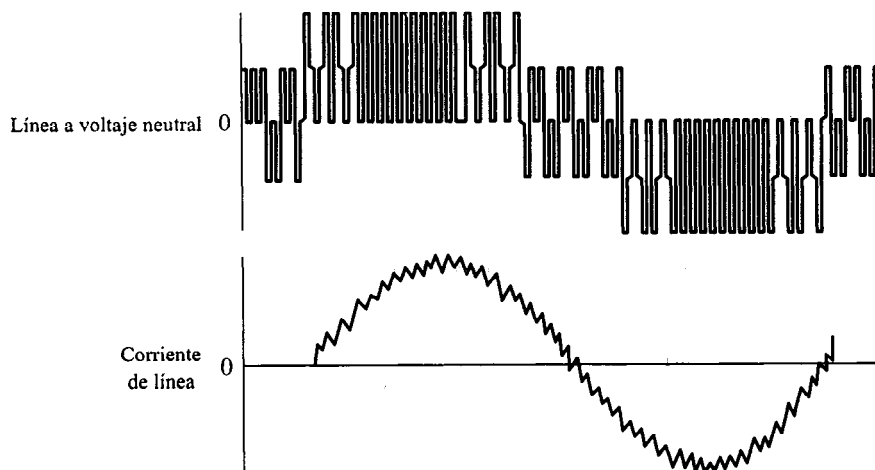
obtener con un sistema de control que genera energía cuya frecuencia es variable. Es común que se utilicen dos tipos de tal control, el *método de seis pasos* y el *método de ancho de pulso* (PWM, por sus siglas en inglés). Cualquiera de los métodos utiliza el voltaje de línea de 60 Hz y primero lo rectifica para convertirlo en voltaje de CD. Después, el método de seis pasos utiliza un inversor para generar una serie de ondas cuadradas que proporcionan un voltaje al devanado del motor que cambia tanto el voltaje como la frecuencia en seis pasos por ciclo. En el sistema PWM, el voltaje de CD entra a un inversor que genera una serie de pulsos cuyo ancho es variable. La cantidad de inversiones de polaridad determina la frecuencia que se aplica al motor. Véanse las figuras 17-26 y 17-27.



**Figura 17-26** Método de seis pasos para el control de un motor de CA de velocidad variable. (Allen-Bradley, A Rockwell Company, Motion Control Division, Mequon, Wis.)



(a) Diagrama esquemático de un controlador de modulación de ancho de pulso (PWM)



(b) Formas de onda de salida

**Figura 17-27** Método de modulación de ancho de pulso de un control de un motor de CA de velocidad variable. (Allen-Bradley, A Rockwell Company, Motion Control Division, Mequon, Wis.)

## 17-10 ENERGIA DE CD

Los motores de CD, como se analiza en la sección subsecuente, presentan varias ventajas inherentes respecto a los motores de CA. Una de las desventajas de los motores de CD es que es necesario tener disponible una fuente de CD. Casi todas las instalaciones residenciales, comerciales e industriales sólo cuentan con CA que es abastecida por la compañía de luz local. Para proporcionar CD se recurre a tres métodos:

1. **Baterías:** casi siempre se dispone de baterías con voltajes de 1.5, 6.0, 12.0 y 24.0 volts (V). Se utilizan para dispositivos portátiles o para aplicaciones movibles. La energía es CD simple pero el voltaje varía con el transcurso del tiempo a medida que se descarga la batería. Lo voluminoso, el peso y la vida útil perecedera de estos aditamentos representan una desventaja.

Tabla 17-7 Especificaciones de voltaje para motores de CD

<i>Voltaje de CA de entrada</i>	<i>Especificación de motor de CD</i>	<i>Código NEMA</i>
115 V AC, monofásico	90 V DC	K
230 V AC, monofásico	180 V DC	K
230 V AC, trifásico	240 V DC	C o D
460 V AC, trifásico	500 V DC o 550 V DC	C o D
460 V AC, trifásico	240 V DC	E

2. Generadores: impulsados por motores eléctricos de CA, motores de combustión interna, motores de turbina, dispositivos que recurren al viento como fuerza motriz, turbinas hidráulicas y demás, los generadores de CD producen CD simple. Los voltajes comunes son 115 y 130 V. En algunas industrias se mantienen generadores como estos para distribuir CD a toda la planta.
3. Rectificadores: *rectificación* es el proceso de convertir energía de CA con su variación de voltaje senoidal con el transcurso del tiempo a energía de CD que en su forma ideal no registra variaciones. Un dispositivo cuyo uso está muy difundido es el rectificador controlado de silicio (SCR, por sus siglas en inglés). Una dificultad que se presenta en la rectificación de energía de CA para producir CD es que siempre existe “fluctuación” en alguna u otra medida, una variación mínima de voltaje como función del tiempo. La fluctuación excesiva es susceptible de provocar sobrecalentamiento del motor de CD. Casi todos los dispositivos SCR disponibles en el mercado producen corriente directa con una fluctuación razonablemente baja. La tabla 17-7 enumera las especificaciones de voltaje de CD que más se utilizan para motores impulsados mediante energía de CA rectificada conforme lo define la NEMA.

## 17-11 MOTORES DE CD

Las ventajas de los motores que operan con corriente directa se resumen a continuación:

- La velocidad puede ajustarse si se utiliza un reóstato simple para ajustar el voltaje que se aplica al motor.
- El sentido de rotación es reversible si se invierte la polaridad del voltaje que se aplica al motor.
- El control automático de la velocidad es simple para que se adapte a las velocidades de dos o más motores, o bien, para programar una variación de la velocidad como función del tiempo.
- La aceleración y la desaceleración pueden controlarse para proporcionar el tiempo de respuesta que se pretende o para disminuir el jaloneo.
- El torque puede controlarse variando la corriente que se aplica al motor. Esto es recomendable en aplicaciones en que es necesario controlar la tensión, como enrollar película en un carrete.

- El frenado dinámico se puede obtener invirtiendo la polaridad de la energía mientras gira el motor. El torque invertido efectivo aminora la velocidad del motor sin tener que recurrir al freno mecánico
- Los motores de CD casi siempre responden rápido. La aceleración es rápida cuando se cambia el voltaje, debido a que tiene un diámetro de rotor pequeño que les da una alta relación torque a inercia.

Los motores de CD tienen devanados en el rotor, y cada bobina tiene dos conexiones al conmutador que se encuentra en la flecha. El conmutador consta de una serie de segmentos de cobre mediante los cuales la corriente eléctrica es transmitida hacia el rotor. La trayectoria de la corriente desde la parte fija del motor hacia el conmutador se realiza a través de un par de escobillas, por lo regular de carbón, que se mantienen en contacto con el conmutador mediante bobinas ligeras o resortes de hoja. El mantenimiento de las escobillas es una de las desventajas de los motores de CD.

## **Tipos de motores de CD**

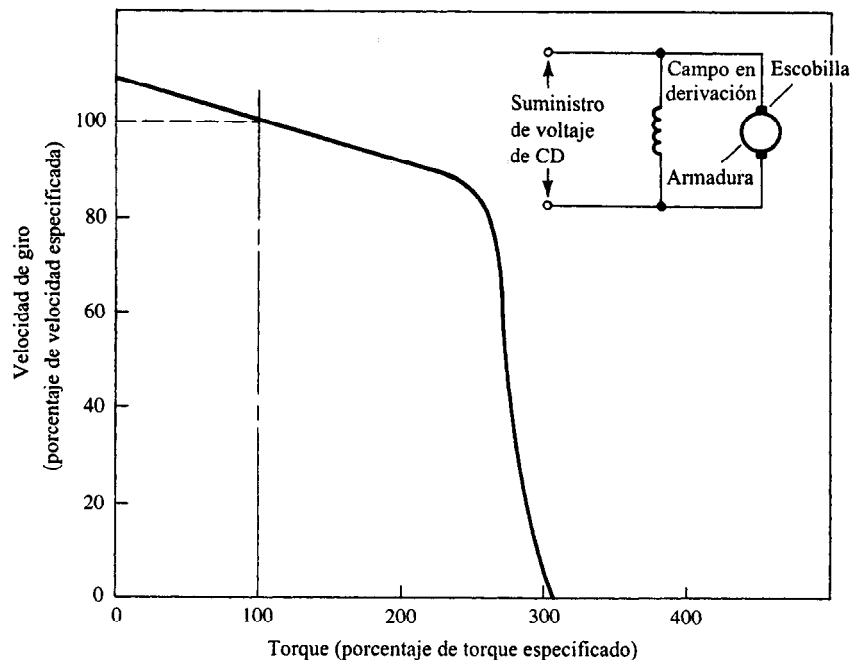
Cuatro tipos de motores de CD que se utilizan mucho son el *bobinado en derivación*, *bobinado en serie*, *bobinado compuesto* y los de *magneto o imán permanente*. Estos se describen en términos de sus curvas velocidad/torque de una manera similar a la que se utiliza para motores de CA. Una diferencia en este caso es que el eje de velocidad se expresa en porcentaje de *velocidad especificada con carga directa*, en lugar de un porcentaje de velocidad sincrónica, ya que ese término no se aplica a los motores de CA.

### **Motor de CD bobinado en derivación**

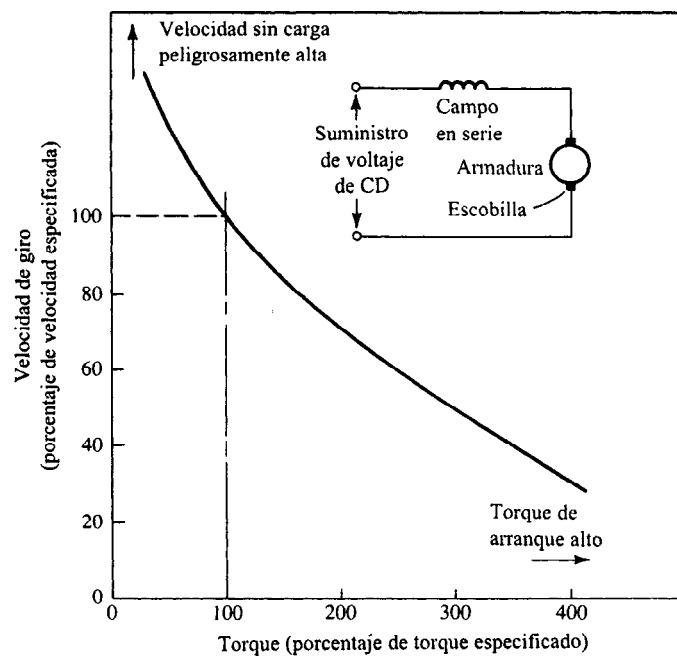
El campo electromagnético se conecta en paralelo con la armadura giratoria, como se observa en el dibujo de la figura 17-28. La curva velocidad/torque muestra una regulación de velocidad buena en alguna medida hasta aproximadamente dos veces el torque con carga total, después de ese punto se registra una caída rápida. La velocidad sin carga es sólo un poco más alta que la velocidad con carga total. Compare esto con el motor bobinado en serie que se presenta a continuación. Los motores bobinados en derivación se utilizan sobre todo para ventiladores y ventiladores con tolva pequeños.

### **Motor de CD bobinado en serie**

El campo electromagnético está conectado en serie con la armadura giratoria, como se muestra en la figura 17-29. La curva velocidad/torque es muy pronunciada, lo que le da al motor un rendimiento suave que es adecuado en grúas, malacates e impulsores de tracción para vehículos. El torque de arranque es muy alto, tanto como 800% de torque especificado con carga total. Si embargo, una dificultad importante con motores bobinados en serie es que, en teoría, la velocidad sin carga es ilimitada. El motor puede alcanzar una velocidad peligrosa si la carga se desconectara en forma accidental. Se sugiere utilizar dispositivos de seguridad, por ejemplo detectores de velocidad excesiva, que apagan el motor.



**Figura 17-28** Curva de rendimiento de un motor de CD devanado en derivación



**Figura 17-29** Curva de rendimiento de un motor de CD devanado en serie

### Motores de CD con bobinado compuesto

El motor de CD con bobinado compuesto emplea tanto un campo en serie como un campo en derivación, como se explica en la figura 17-30. Su desempeño se encuentra entre el de un motor bobinado en serie y el de uno bobinado en derivación. El torque de arranque que proporciona es razonablemente alto y una característica de velocidad suave, sin embargo, presenta una velocidad sin carga que se controla inherentemente. Esto lo hace adecuado para grúas, las cuales son susceptibles a perder sus cargas en forma súbita. Por seguridad y para fines de control, el motor trabajará despacio cuando se le apliquen cargas pesadas y cuando se le apliquen cargas ligeras trabajará con rapidez con el objeto de incrementar la productividad.

### Motores de CD de imán o magneto permanente

En lugar de utilizar electroimanes, el motor de CD de imán o magneto permanente utiliza magnetos o imanes permanentes a fin de proveer un campo para la armadura. Como se ilustra en la figura 17-31, la corriente directa pasa a través de la armadura. El campo es casi constante en todo momento y da por resultado una curva de velocidad/torque lineal. La corriente que se utiliza varía asimismo, de manera lineal, en función del torque. Entre los usos que se le da a motores de este tipo se incluye los ventiladores y ventiladores con tolva para enfriar paquetes electrónicos en aeronaves, actuadores pequeños para control en aeronaves, como energía automotriz de apoyo para ventanas y asientos y ventiladores en automóviles, para calefacción y aire acondicionado. Estos motores suelen tener integrados reductores de velocidad tipo engrane para generar una salida de baja velocidad y torque alto.

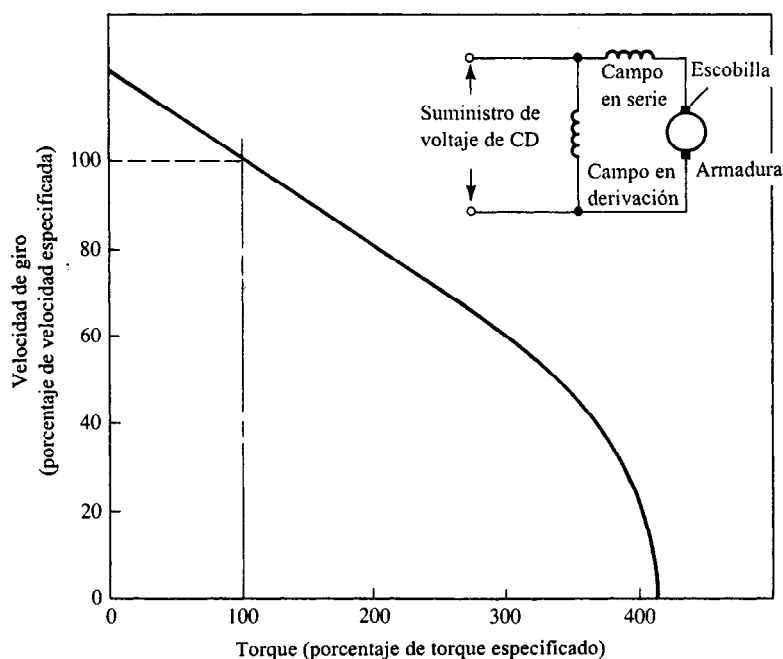


Figura 17-30 Curva de rendimiento de un motor de CD con bobinado compuesto



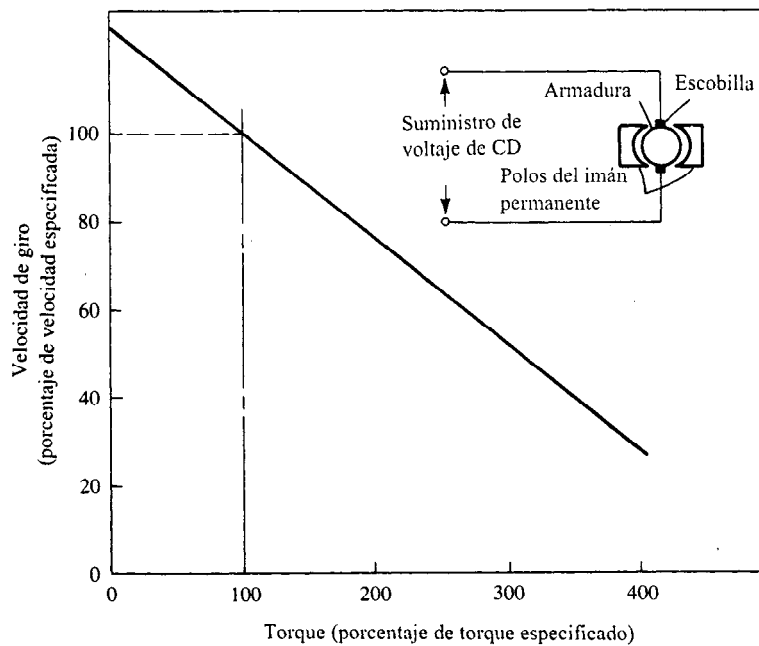


Figura 17-31 Curva de rendimiento de un motor de CD con magneto o imán permanente

## 17-12 CONTROL DE MOTOR DE CD

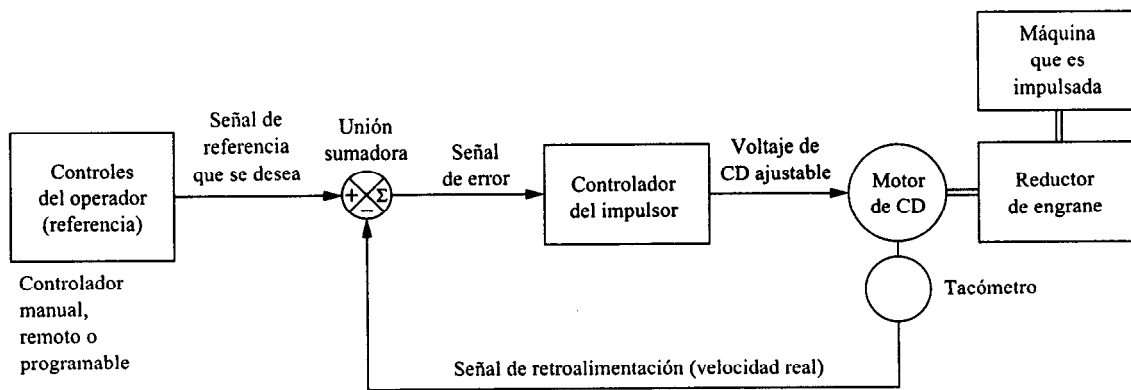
En esencia, arrancar motores de CD presenta los mismos problemas que se estudiaron para motores de CA en términos de limitar la corriente de arranque y la prevención en cuanto a disponer de dispositivos interruptores y contar con relevadores que tengan capacidad suficiente para manejar las cargas de operación. Sin embargo, la situación se hace más severa por la presencia de los conmutadores en el circuito del rotor que son más sensibles a la corriente excesiva.

El control de velocidad se logra mediante la variación de la resistencia en las líneas que contienen la armadura o el campo del motor. Los detalles dependen de si el motor es de tipo en serie, en derivación o compuesto. Al dispositivo de resistencia variable a veces se le llama *reóstato* y es capaz de proporcionar resistencia que varía paso a paso o resistencia que cambia en forma continua. La figura 17-32 muestra los diagramas esquemáticos para diversos tipos de controles de velocidad para motores de CD.

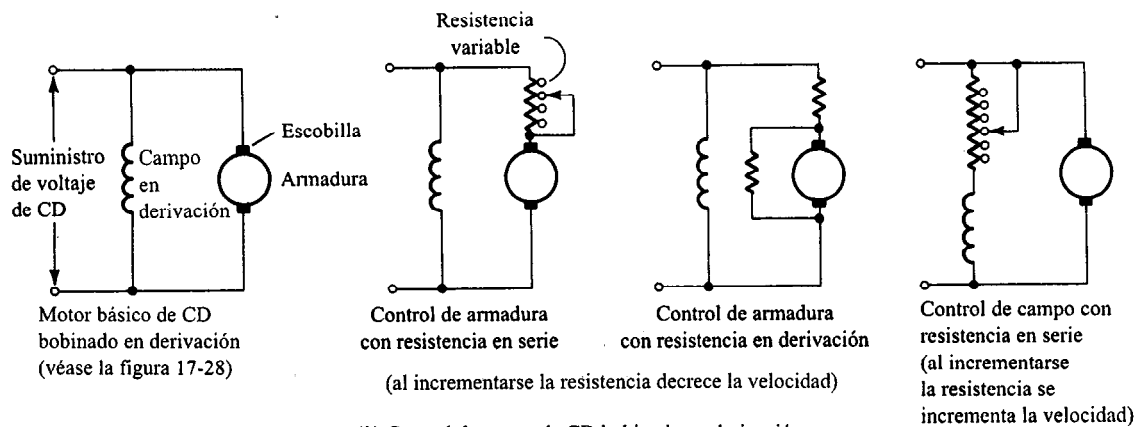
## 17-13 OTROS TIPOS DE MOTORES

### Motores de torque

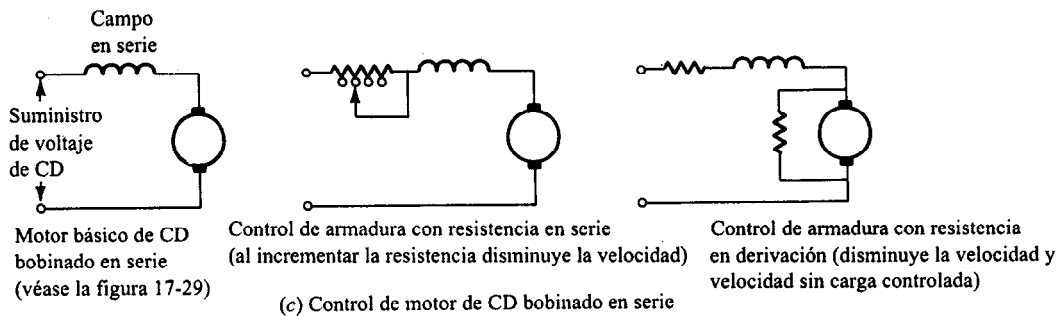
Como el nombre implica, los *motores de torque* se seleccionan por su capacidad para ejercer un cierto torque y no para una potencia especificada. Este tipo de motor suele operar en una



(a) Diagrama esquemático de un control de motor de CD



(b) Control de motor de CD bobinado en derivación



(c) Control de motor de CD bobinado en serie

**Figura 17-32 Control de un motor de CD. (Fuente para (a): Allen-Bradley, A Rockwell Company, Motion Control Division, Mequon, Wis.)**

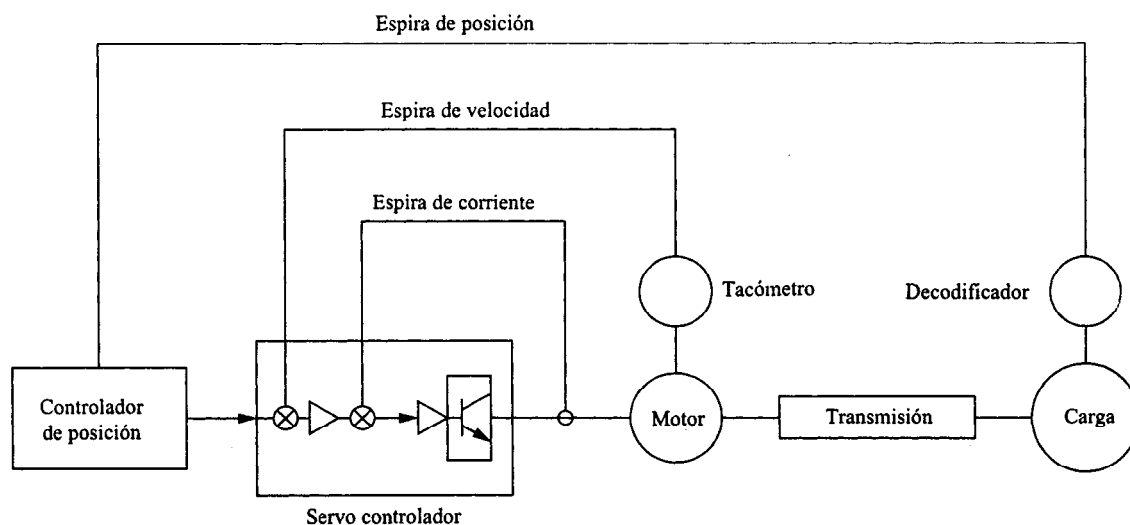
condición de paro para mantener una tensión de ajuste en una carga. La operación continua a baja velocidad o a velocidad cero provoca que la generación de calor represente un problema potencial. En caso severos, quizá sea necesario utilizar ventiladores externos para enfriamiento.

Con un diseño especial, muchos de los tipos de motores de CA y CD que se analizan en otras secciones del libro se pueden utilizar como motores de torque.

## Servomotores

Están disponibles servomotores de CA o CD que proporcionan control automático de posición o velocidad de un mecanismo en respuesta a una señal de control. Semejantes motores se utilizan en actuadores de aeronaves, instrumentos, impresoras de computadoras y herramientas mecánicas. Casi todos presentan características de respuesta rápida debido a la inercia baja de los componentes giratorios y a al torque en alguna medida alto que ejerce el motor.

La figura 17-33 muestra un diagrama esquemático de un sistema controlador de servomotor. Se ilustran tres espiras de control; la espira de posición, la de velocidad y la de corriente. El control de velocidad se efectúa detectando la velocidad del motor mediante un tacómetro y alimentando la señal de nuevo a través de la espira de velocidad hacia el controlador. La posición es detectada mediante un decodificador óptico o un dispositivo similar en la carga que es impulsada y la señal se alimenta de nuevo a través de la espira de posición hacia el controlador. El controlador suma las entradas, las compara con el valor deseado que establece el programa de control y genera una señal para controlar el motor. Por tanto, el sistema es un servocontrol de espira cerrada. Los usos comunes para este tipo de control son para herramientas mecánicas de control numérico, máquinas de ensambles para usos especiales y actuadores de control de superficies para aeronaves.



**Figura 17-33** Sistema controlador de servomotor. (Allen-Bradley, A Rockwell Company, Motion Control Division, Mequon, Wis.)

### Motores de pasos

Una corriente de pulsos electrónicos es transmitida a un motor de pasos, que después responde con un giro fijo, es decir paso, para cada pulso. Por consiguiente es posible obtener una posición angular muy precisa contando y controlando el número de pulsos que se transmiten al motor. En los motores que están disponibles en el mercado se pueden obtener distintos ángulos de paso, como 1.8°, 3.6°, 7.5°, 15°, 30°, 45° y 90°. Cuando los pulsos cesan, el motor se detiene automáticamente y se mantiene en posición. Debido a que muchos de estos motores están conectados a la carga mediante un reductor de velocidad tipo engrane, es posible obtener posiciones muy precisas con una fracción muy pequeña de un paso. Además, el reductor proporciona un incremento de torque.

### Motores sin escobillas

El motor de CD típico requiere de escobillas para hacer contacto con el conmutador giratorio que se encuentra en la flecha del motor. Este es un modo de falla muy importante en estos motores. En el motor de CD sin escobillas, la interrupción de las bobinas se logra mediante dispositivos electrónicos de estado sólido lo cual da por resultado una vida útil muy prolongada. La emisión de interferencia electromagnética se reduce por igual si se le compara con motores de CD de escobilla.

### Motores de circuito impreso

El rotor del motor de circuito impreso es un disco plano que opera entre dos imanes permanentes. El diseño que resulta tiene un diámetro extenso en cierta medida y longitud axial reducida; en ocasiones se le llama *motor achatado o plano*. El rotor presenta una inercia en extremo baja, por tanto, es posible obtener relaciones de aceleración altas.

### Motores lineales

Eléctricamente, los motores lineales son similares a los motores giratorios o rotatorios, a excepción de que los componentes, el estator y el rotor tienen forma plana en lugar de cilíndrica. Entre los tipos de motores lineales se incluyen los motores de CD provistos de escobillas, los motores de CD sin escobillas, motores de paso y el motor monofásico. Su capacidad se mide en términos de la fuerza que puede ejercer el motor, lo cual varía entre algunas libras y 2,500 lb. El rango de velocidad es entre 40 y 100 pulg/segundo.

### BIBLIOGRAFIA

1. Allen-Bradley. *Drives & Motion Controllers Catalog*, Mequon, Wis.: Allen-Bradley, A Rockwell International Company.
2. Anderson, Leonard R., y MacNeill, Jack. *Electric Machines and Transformers*. Englewood Cliffs, Nueva Jersey: Prentice-Hall, 1988.
3. Avallone, Eugene, P., y Baumeister, Theodore, III. *Marks' Handbook for Mechanical Engineers*, 9ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1986.
4. Martin, Merrill. "How to Select a Variable Speed Drive". *Machine Design Magazine*. (25 de octubre de 1990).

5. Penton Publishing, Inc. "Electrical/Electronic Reference Issue", *Machine Design Magazine*. (19 de mayo de 1988).
6. Thorpe, James F. *Mechanical System Components*. Boston: Allyn & Bacon, 1989.

## PROBLEMAS

1. Mencione seis aspectos que deben ser especificados para motores eléctricos.
2. Enumere ocho factores que hay que tener en cuenta cuando se selecciona un motor eléctrico.
3. Defina *ciclo de trabajo*.
4. ¿Qué tanta variación de voltaje toleran casi todos los motores de CA?
5. Enuncie la relación entre torque, potencia y velocidad?
6. ¿Qué significa la abreviatura *CA*?
7. Describa y haga un dibujo de la forma de energía de CA monofásica?
8. Describa y haga un dibujo de la forma de energía de CA trifásica?
9. ¿Cuál es la frecuencia estándar de CA en Estados Unidos?
10. ¿Cuál es la frecuencia estándar de CA en Europa?
11. ¿Qué tipo de corriente eléctrica está disponible en una casa estadounidense típica?
12. ¿Cuántos conductores se requieren para transmitir energía o corriente monofásica? ¿Cuántos para la trifásica?
13. Suponga que va a seleccionar un motor eléctrico para una máquina que se utilizará en una planta industrial. Se dispone de los tipos siguientes de CA: monofásica de 120 V; monofásica de 240 V; trifásica de 240 V; trifásica de 480 V. En general, ¿para que tipo de corriente especificará su motor?
14. Defina *velocidad sincrónica* para un motor de CA?
15. Defina *velocidad con carga total* para un motor de CA.
16. ¿Cuál es la velocidad para un motor de CA de cuatro polos cuando trabaja en Estados Unidos, en Francia?
17. La placa de un motor especifica 3,450 rpm de velocidad con carga total. ¿Cuántos polos tiene el motor? ¿Cuál será su velocidad aproximada con carga cero?
18. Si un motor de cuatro polos opera con CA de 400 hz, ¿cuál será su velocidad sincrónica.
19. Si un motor de CA está especificado como de cuatro polos/6 polos, ¿cuáles serán sus velocidades aproximadas con carga total?
20. ¿Qué tipo de control utilizará para que un motor de CA trabaje a velocidades variables?
21. Describa un motor de cara C.
22. Describa un motor con reborde D.
23. ¿Qué significa la abreviatura *NEMA*?
24. Describa un motor protegido.
25. Describa un motor *TEFC*.
26. Describa un motor *TENV*.
27. ¿Qué tipo de carcasa de motor especificaría para que se utilice en una planta en la que se fabrica harina para pasteles?
28. ¿Qué tipo de motor especificaría para una moladora de carne si el motor va a estar descubierto?
29. La figura 17-34 muestra una máquina que va a ser impulsada por un motor de 5 hp, protegido de CA, montado con base y que tiene un armazón 184T. El motor tiene que alinearse con la flecha de la máquina que va a ser impulsada. Haga un dibujo completo con dimensiones, mostrando vistas lateral y superior estándar de la máquina y el motor. Diseñe una base de montaje adecuada mostrando los orificios para montar el motor.
30. Defina *torque con rotor bloqueado*. ¿Qué otro término se utiliza para este parámetro?
31. ¿Qué se pretende señalar al decir que la regulación de velocidad de un motor es más deficiente que la de otro?
32. Defina *momento máximo de torsión*.
33. Mencione los cuatro tipos más comunes de motores monofásicos de CA.
34. Remítase a la curva de rendimiento de un motor de CA en la figura 17-35.
  - a. ¿Qué tipo de motor es probable que represente la curva?
  - b. Si el tipo de motor es de 6 polos, especificado a 0.75 hp, ¿qué tanto torque puede ejercer con la carga que se especifica?
  - c. ¿Qué tanto torque es capaz de desarrollar el motor para arrancar una carga?
  - d. ¿Cuál es el momento máximo de torsión para el motor?

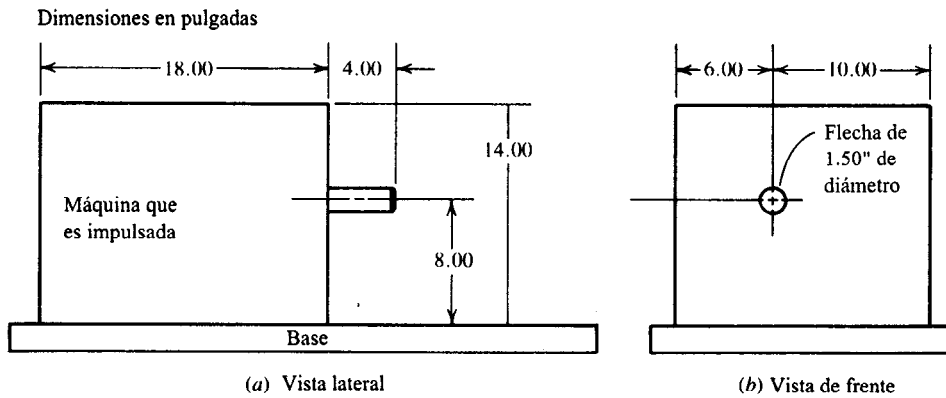


Figura 17-34 (Problema 29)

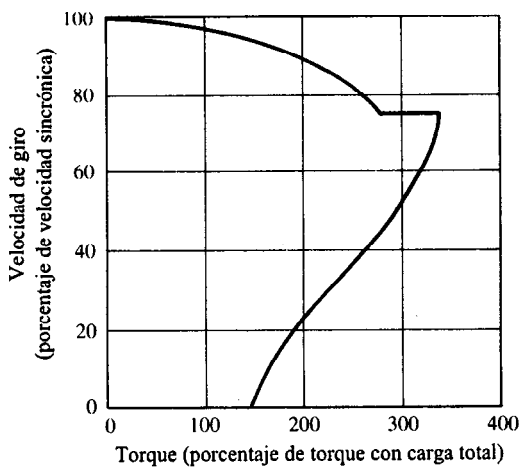


Figura 17-35 (Problema 34)

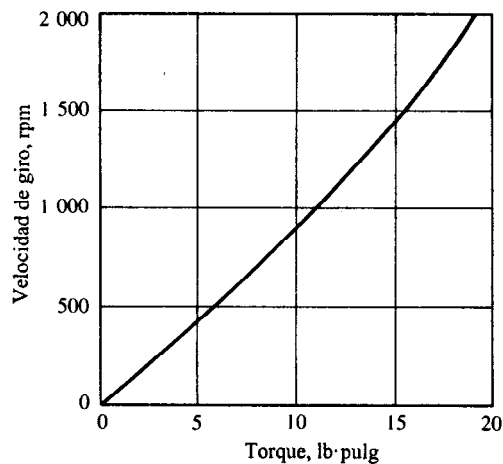


Figura 17-36 (Problema 36)

35. Repita las partes b, c y d del problema 34 si el motor es de dos polos, especificado a 1.50 kW.
36. Un ventilador de enfriamiento para una computadora debe funcionar a 1,725 rpm, con impulso directo proveniente de un motor eléctrico. La curva velocidad/torque para el ventilador se ilustra en la figura 17-36. Especifique un motor adecuado, indicando tipo de motor, caballaje y número de polos.
37. La figura 17-37 muestra la curva de velocidad/torque para una compresora de refrigeración doméstica, que está diseñada para operar a 3,450 rpm. Especifique un motor adecuado, indicando tipo, especificación de potencia en watts y número de polos.
38. ¿Cómo se ajusta la velocidad para un motor provisto de rotor con devanado?
39. ¿Cuál es la velocidad con carga total de un motor sincrónico de 10 polos?
40. ¿Qué quiere decir el término *par motor crítico o límite*, cuando se aplica a un motor sincrónico?
41. Analice las razones por las que los motores universales se suelen utilizar para herramientas manuales y aparatos domésticos pequeños?
42. ¿Por qué se utiliza el adjetivo *universal* para describir un motor universal?

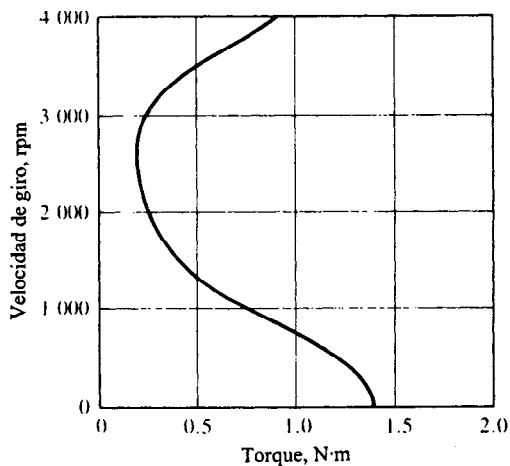


Figura 17-37 (Problema 37)

43. Mencione tres métodos para generar CD.
44. Enumere 12 voltajes de CD comunes.
45. ¿Qué es un control SCR? ¿Para que se emplea?
46. Si en un motor se indica que genera *fluctuación baja*, ¿qué significa el término?
47. Si pretende utilizar un motor de CD en su hogar y en éste solo dispone de corriente monofásica de 115 VCA, ¿Qué necesita? ¿Qué tipo de motor tiene que conseguir?
48. Enumere siete ventajas de los motores de CD respecto a los de CA.
49. Analice dos desventajas de los motores de CD.
50. Mencione cuatro tipos de motores de CD.
51. ¿Qué le ocurre a un motor de CD bobinado en serie si la carga en él cae hasta casi cero?
52. Suponga que un motor de CD de magneto permanente es capaz de ejercer un torque de 15.0 N·m cuando opera a 3,000 rpm. ¿Qué torque podría ejercer a 2,200 rpm?
53. Enumere 10 funciones del control de un motor.
54. ¿Qué tamaño de arrancador para motor se requiere para un motor trifásico de 10 hp, que opera con 220 V?
55. Un motor de CA monofásico de 110 V tiene una especificación de 1.00 kW en la placa. ¿Qué tamaño de arrancador requiere?
56. ¿Qué significa el término *apagado mediante clavija conectora* y cómo se lleva a cabo?
57. ¿Por qué un fusible no es un dispositivo de protección adecuado para un motor industrial?
58. ¿Qué tipo de carcasa para control de motor especificaría para ser utilizada en un establecimiento de lavado de autos?
59. ¿Qué podría hacerle al circuito de control para un motor de CD en serie, estándar, para darle una velocidad sin carga controlada?
60. ¿Qué sucede si conecta una resistencia en serie con la armadura de un motor de CD bobinado en derivación?
61. ¿Qué sucede si conecta una resistencia en serie con el campo de derivación de un motor de CD bobinado en derivación?

---

# **18** Tornillos de potencia, de cabeza redonda y afianzadores

---

- 18-1 Objetivos de este capítulo
  - 18-2 Tornillos de potencia
  - 18-3 Tornillos de cabeza redonda
  - 18-4 Afianzadores
  - 18-5 Otros medios para afianzar
-



## ➡ Usted es el diseñador ⬅

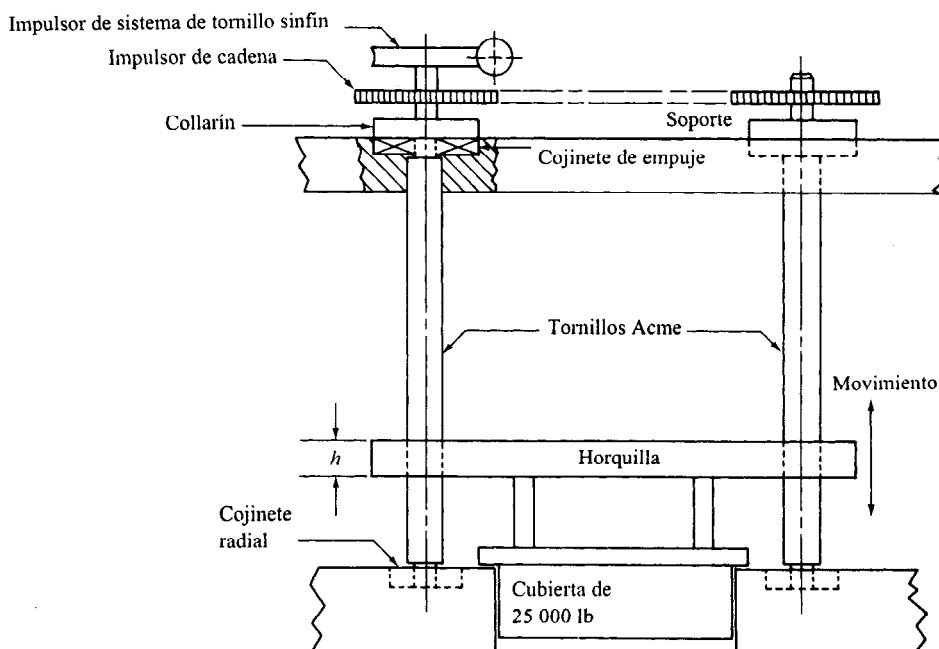
Usted es integrante de un equipo de ingeniería en una planta procesadora de acero de gran tamaño. Uno de los hornos en los que se calienta el acero antes de darle su tratamiento térmico final está instalado bajo el suelo y los largos lingotes se bajan para colocarlos dentro de éste en sentido vertical. Mientras los lingotes se someten a reacciones dentro del horno, sobre la abertura de éste se coloca una plancha metálica de gran tamaño y pesada a fin de reducir al mínimo la fuga de calor y proporcionar una temperatura más uniforme. La plancha pesa 25,000 lb.

Se le solicita al lector diseñar un sistema que permita levantar la plancha cuando menos 15" respecto al suelo en 12.0 segundos y bajarla de nuevo en otros 12.0 segundos.

¿Qué concepto de diseño propondría? Desde luego, son varios los factibles, pero suponga que sugirió uno como el que se describe en la figura 18.1. Se recomienda una estructura de apoyo elevada sobre la que se montará un sistema de gusano y tornillo sin fin. Una flecha será impulsada directamente mediante el impulsor de engrane en

tanto una segunda flecha será impulsada al mismo tiempo por un impulsor de cadena. Las flechas son tornillos de potencia que se apoyan sobre cojinetes en las partes superior e inferior. Una horquilla se conecta a la plancha y se monta en los tornillos con las tuercas que enlazan con el tornillo que está integrado con la horquilla. Por tanto, conforme gira el tornillo, las tuercas soportan a la horquilla y la plancha verticalmente cuando sube o desciende.

Como responsable del diseño del sistema para levantar la plancha, debe tomar varias decisiones. ¿Qué calibre de tornillo se requiere para asegurar que puede levantar con seguridad la plancha de 25,000 lb? Observe que los tornillos se someten a tensión o esfuerzo según se apoyan en los collarines que se encuentran en el sistema de soporte elevado. ¿Qué diámetro, tipo y tamaño de cuerda hay que utilizar? El dibujo sugiere un tipo de cuerda Acme. ¿Qué otros tipos están disponibles? ¿A qué velocidad tienen que girar los tornillos para levantar la plancha en tres minutos o menos? ¿Qué tanta potencia se requiere para impulsar los tornillos? ¿Qué aspectos de seguri-



**Figura 18-1** Sistema impulsado por un tornillo Acme para levantar una placa que se utiliza como cubierta

dad deben ser observados en tanto se maneja esta carga pesada? ¿Qué ventajas ofrece utilizar un tornillo de cabeza redonda en lugar de uno de potencia?

El material que compone este capítulo le será útil para tomar estas decisiones, además, le proporciona información acerca de afianzadores con cuerda.



## 18-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Los tornillos de potencia y los de cabeza redonda están diseñados para convertir el movimiento giratorio en movimiento lineal y ejercer la fuerza necesaria para mover una pieza de una máquina a lo largo de una trayectoria deseada. Los tornillos de potencia operan con base en el principio clásico de la cuerda de tornillo y la tuerca con la que enlaza. Si el tornillo se apoya en cojinetes y gira en tanto se evita que la tuerca gire, la tuerca se enroscará a lo largo del tornillo. En caso de que constituya parte integral de una máquina, por ejemplo, la que sostiene la cortadora de un torno, el tornillo impulsará el soporte de la cortadora a lo largo de la cama de la máquina para hacer un corte. Por el contrario, si la tuerca se mantiene fija mientras gira, el tornillo es el que se desplaza. En el gato de tornillo o de gusano se emplea este principio.

En cuanto a función, el tornillo de cabeza redonda es similar a un tornillo de potencia, no obstante, la configuración es distinta. La tuerca contiene numerosas bolas que hacen contacto giratorio con los hilos de la cuerda del tornillo, lo cual genera una fricción muy baja y una alta eficiencia, si se le compara con tornillos de potencia. En las herramientas mecánicas modernas, equipo de automatización, sistemas de dirección de vehículos y actuadores de aeronaves se emplean tornillos de cabeza redonda a fin de obtener alta precisión, respuesta rápida y operación suave.

Los afianzadores con cuerda se incluyen en el presente capítulo porque dependen del mismo principio fundamental que el tornillo. Su función es sostener un componente de una estructura o máquina en posición en relación al armazón o algún otro componente. Se describen varios tipos de tornillos mecánicos, tornillos para láminas de metal y tornillos para madera, pernos y tuercas junto con información importante de su uso y técnicas de análisis. Por último, se hace una explicación de otros métodos para afianzar.

### Objetivos específicos

Una vez que concluya este capítulo, el lector será capaz de:

1. Describir el funcionamiento de un tornillo de potencia y la forma general de *cuerdas cuadradas*, *cuerdas Acme* y *cuerdas trapezoidales* según se utilizan en tornillos de potencia.
2. Calcular el torque que hay que aplicarle a un tornillo de potencia para levantar o bajar una carga.
3. Calcular la eficiencia de tornillos de potencia.
4. Calcular la energía que se requiere para insertar o impulsar un tornillo de potencia.
5. Describir el diseño de un tornillo de cabeza redonda y la tuerca con la que enlaza.

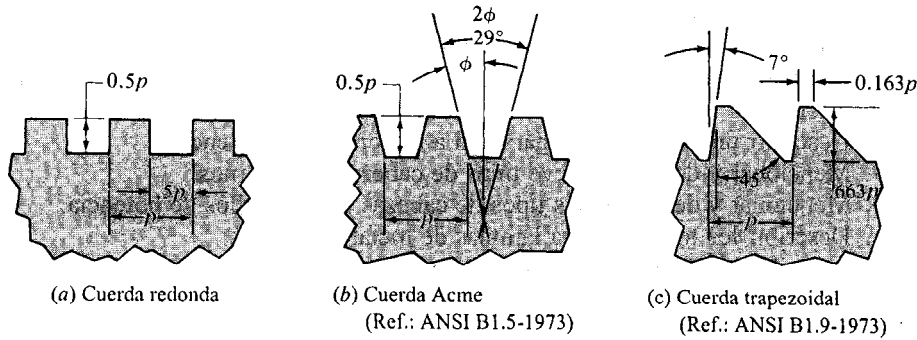
6. Especificar tornillos de cabeza redonda adecuados para un conjunto específico de requisitos relativos a carga, velocidad y vida útil.
7. Calcular la energía que se requiere para insertar o impulsar un tornillo de potencia y su eficiencia.
8. Describir un perno en comparación a un tornillo de potencia.
9. Mencionar y describir nueve tipos de cabezas para pernos.
10. Mencionar y describir seis tipos de cabezas para tornillos de potencia.
11. Describir los tornillos para láminas de metal y las pijas.
12. Describir seis tipos de tornillos de ajuste y su uso.
13. Describir nueve tipos de dispositivos para evitar que una tuerca en un tornillo se afloje.
14. Utilizar tablas de información para materiales de acero de diversos grados que se utilizan para fabricar tornillos según las publica la *Society of Automotive Engineers (SAE)*, la *American Society for Testing and Materials (ASTM)* y aquellas que se editan acerca de grados métricos estándar.
15. Mencionar cuando menos diez materiales distintos al acero que se utilicen para fabricar afianzadores.
16. Utilizar tablas de información para cuerdas estándar de tornillos en los sistemas estadounidense estándar (American Standard) y métrico acerca de dimensiones y análisis de tensiones.
17. Definir *carga de prueba*, *carga de afianzamiento* y *torque de tirantez* según se utilizan para pernos y tornillos y calcule valores de diseño.
18. Calcular el efecto de agregar una fuerza que se aplica en forma externa en un ensamble atornillado incluyendo la fuerza final en los tornillos o pernos y en las piezas que se afianzan.
19. Enumerar y describir 16 técnicas de recubrimiento y acabado que se utilizan para afianzadores metálicos.
20. Describir los remaches, afianzadores de operación rápida, la soldadura, la soldadura fuerte o con latón y los adhesivos, y compararlos con pernos y tornillos que se utilizan para afianzar.

## 18-2 TORNILLOS DE POTENCIA

La figura 18-2 muestra tres tipos de cuerdas de tornillos de potencia: la cuerda cuadrada, la cuerda Acme y la cuerda trapezoidal. De estas, la cuadrada y la trapezoidal son las más eficientes. Es decir, requieren un torque mínimo para desplazar una carga particular a lo largo del tornillo. No obstante, la cuerda Acme no es mucho menos eficiente y fácil de maquinar. La cuerda trapezoidal es recomendable cuando la fuerza debe transmitirse sólo en un sentido.

La tabla 18-1 proporciona las combinaciones que más se utilizan de diámetro principal básico,  $D$ , y número de hilos por pulgada cuadrada,  $n$ , para cuerdas de tornillos Acme. El paso,  $p$ , es la distancia desde un punto en un hilo hasta el punto correspondiente en el hilo adyacente, y  $p = 1/n$ .

Otras dimensiones necesarias que se enumeran en la tabla 18-1 incluyen el diámetro menor mínimo y el diámetro mínimo de paso de un tornillo con cuerda externa. Al realizar análisis de tensiones en el tornillo, el método más seguro consiste en calcular el área que corresponde al



**Figura 18-2** Formas de cuerdas de tornillos de potencia. (b, ANSI B1.5—1973; c, ANSI B1.9—1973.)

diámetro menor para tensiones por esfuerzo de tracción o de compresión. Sin embargo, un cálculo más preciso de la tensión es resultado de utilizar el *área de tensión por esfuerzo de tracción*, que se indica en la tabla, la cual se calcula a partir de

$$A_t = \frac{\pi}{4} \left[ \frac{D_r + D_p}{2} \right]^2 \quad (18-1)$$

Esta es el área que corresponde al promedio del diámetro menor, o raíz,  $D_r$ , y el diámetro de paso,  $D_p$ . Los datos reflejan los mínimos para tornillos disponibles en el mercado de acuerdo con las tolerancias que se sugieren [3].

El área de tensión por esfuerzo de corte,  $A_s$ , que se indica en la tabla, también se encuentra en la información publicada [3] y representa el área que se somete a esfuerzo de corte aproximadamente en la línea de paso de los hilos o cuerdas para una longitud de enlazamiento de 1.0". Otras longitudes requerirán que el área se modifique en razón de la longitud actual con 1.0".

### Torque que se requiere para mover una carga

Cuando se utiliza un tornillo de potencia para ejercer una carga, como al levantar una carga con un gato, es necesario saber qué tanto torque hay que aplicarle a la tuerca del tornillo para mover la carga. Los parámetros a considerar incluyen la fuerza que hay que mover,  $F$ ; el tamaño del tornillo según lo indica su diámetro de paso,  $D_p$ ; el desplazamiento del tornillo,  $L$ ; y el coeficiente de fricción,  $f$ ; observe que el *desplazamiento* se define como la distancia axial a lo largo de la cual se moverá el tornillo en una revolución completa. Para el caso común de un tornillo de una sola cuerda, el desplazamiento es igual al paso y se puede leer en la tabla 18-1, o se puede calcular a partir de  $L = p = 1/n$ .

En el desarrollo de la ecuación (18-2) correspondiente al torque que se requiere para hacer girar el tornillo, se emplea la figura 18-3(a) que describe una carga que está siendo empujada sobre un plano inclinado. Esta es una representación razonable de una cuerda cuadrada si se

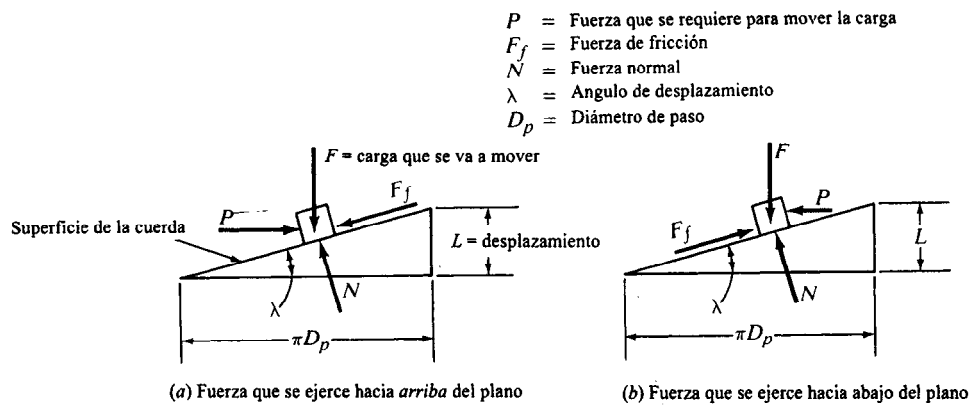
Tabla 18-1 Roscas para tornillos Acme que se prefieren

<i>Diámetro mayor nominal (pulg)</i>	<i>Hilos de cuerda por pulgada n</i>	<i>Paso, p = 1/n (pulg)</i>	<i>Diámetro menor mínimo</i>	<i>Diámetro de paso mínimo</i>	<i>Area de tensión por esfuerzo de tracción (pulg.<sup>2</sup>)</i>	<i>Area de tensión por esfuerzo de corte (pulg.<sup>2</sup>)</i>
1/4	16	0.062 5	0.161 8	0.204 3	0.026 32	0.335 5
5/16	14	0.071 4	0.214 0	0.261 4	0.044 38	0.434 4
3/8	12	0.083 3	0.263 2	0.316 1	0.065 89	0.527 6
7/16	12	0.083 3	0.325 3	0.378 3	0.097 20	0.639 6
1/2	10	0.100 0	0.359 4	0.430 6	0.122 5	0.727 8
5/8	8	0.125 0	0.457 0	0.540 8	0.195 5	0.918 0
3/4	6	0.166 7	0.537 1	0.642 4	0.273 2	1.084
7/8	6	0.166 7	0.661 5	0.766 3	0.400 3	1.313
1	5	0.200 0	0.750 9	0.872 6	0.517 5	1.493
1 1/8	5	0.200 0	0.875 3	0.996 7	0.688 1	1.722
1 1/4	5	0.200 0	0.999 8	1.121 0	0.883 1	1.952
1 3/8	4	0.250 0	1.071 9	1.218 8	1.030	2.110
1 1/2	4	0.250 0	1.196 5	1.342 9	1.266	2.341
1 3/4	4	0.250 0	1.445 6	1.591 6	1.811	2.803
2	4	0.250 0	1.694 8	1.840 2	2.454	3.262
2 1/4	3	0.333 3	1.857 2	2.045 0	2.982	3.610
2 1/2	3	0.333 3	2.106 5	2.293 9	3.802	4.075
2 3/4	3	0.333 3	2.355 8	2.542 7	4.711	4.538
3	2	0.500 0	2.432 6	2.704 4	5.181	4.757
3 1/2	2	0.500 0	2.931 4	3.202 6	7.388	5.700
4	2	0.500 0	3.430 2	3.700 8	9.985	6.640
4 1/2	2	0.500 0	3.929 1	4.199 1	12.972	7.577
5	2	0.500 0	4.428 1	4.697 3	16.351	8.511

\*Por pulgada de longitud de enlazamiento.

considera que la cuerda se está desenroscando del tornillo y se coloca plana. El torque para una cuerda Acme es un poco diferente a esto debido al ángulo de la cuerda. La ecuación revisada para la cuerda Acme se muestra más adelante.

El torque que se calculó a partir de la ecuación (18-2) se denomina  $T_u$ , lo cual implica que la fuerza se aplica para mover una carga a lo largo del plano, es decir, para levantar la carga. Esta observación resulta por completo adecuada si la carga es levantada en sentido vertical, como ocurre con un gato. No obstante, si la carga es horizontal o presenta algún ángulo, la ecuación (18-2) sigue siendo válida si la carga debe avanzar a lo largo del tornillo "a través de la cuerda". La ecuación (18-4) muestra el torque que se necesita,  $T_d$ , para bajar una carga o moverla "hacia afuera de la cuerda".



**Figura 18-3** Análisis de fuerza en la cuerda de un tornillo

El torque que se necesita para mover una carga a lo largo de la cuerda es

$$T_u = \frac{FD_p}{2} \left[ \frac{L + \pi f D_p}{\pi D_p - f L} \right] \quad (18-2)$$

Esta ecuación corresponde a la fuerza que se necesita para compensar la fricción entre el tornillo y la cuerda además de la fuerza que se requiere para mover la carga. Si el tornillo o la tuerca se apoya contra una superficie plana mientras gira, en esa superficie se desarrollará un torque de fricción adicional. Por este motivo, muchos gatos y dispositivos similares incluyen dispositivos antifricción en esos puntos.

El torque de fricción que se va a utilizar en la ecuación (18-2) depende de los materiales que se utilicen y de la manera en que se lubrique el tornillo. Para tornillos de acero bien lubricados que actúan sobre tuercas de acero,  $f = 0.15$  debe resultar un valor conservador.

Un factor importante en el análisis acerca del torque es el ángulo de inclinación del plano. En una cuerda de tornillo, al ángulo de inclinación se le denomina como *ángulo de desplazamiento*,  $\lambda$ , es el ángulo entre la tangente a la hélice de la cuerda y el plano transversal al eje del tornillo. A partir de la figura 18-3 es posible observar que

$$\tan \lambda = L/(\pi D_p) \quad (18-3)$$

donde  $\pi D_p$  es la circunferencia de la línea de paso del tornillo. Así, si la rotación o giro del tornillo tiende a levantar la carga, moverla hacia arriba de la inclinación, la fuerza de fricción se opone al movimiento y actúa hacia abajo del plano.

Por el contrario, si el giro del tornillo tiende a bajar la carga la fuerza de fricción ejercerá su acción hacia arriba del plano, como se ilustra en la figura 18-3(b). El análisis de torque cambia, ello origina la ecuación (18-4):

$$T_d = \frac{FD_p}{2} \left[ \frac{\pi f D_p - L}{\pi D_p + f L} \right] \quad (18-4)$$

Si la pendiente de la cuerda es muy pronunciada, es decir su ángulo de desplazamiento es alto, es probable que la fuerza de fricción no sea capaz de superar la tendencia de la carga a “deslizarse” hacia abajo del plano y la carga caerá a consecuencia de la fuerza de gravedad. Sin embargo, en casi todos los casos de tornillos de potencia con cuerdas únicas, el ángulo de desplazamiento es más bien pequeño y la fuerza de fricción es lo suficiente grande para oponerse a la carga y evitar que se deslice hacia bajo del plano. Un tornillo de este tipo se denomina *autoasegurador* o *autocerrador*, una característica recomendable para gatos y dispositivos similares. En términos cuantitativos, la condición que debe ser satisfecha para que exista el autocerrado es

$$f > \tan \lambda \quad (18-5)$$

El coeficiente de fricción tiene que ser mayor que la tangente del ángulo de desplazamiento. Para  $f = 0.15$ , el valor correspondiente del ángulo de desplazamiento es  $8.5^\circ$ . Para  $f = 0.1$ , para superficies muy lisas, bien lubricadas, el ángulo de desplazamiento del autoasegurado es  $5.7^\circ$ . Los ángulos de desplazamiento para los diseños de tornillo que se indican en la tabla 18-1 varía entre  $1.94^\circ$  y  $5.57^\circ$ , por tanto, se espera que todos se autoasegurarán. Sin embargo, hay que evitar la operación en condiciones en la que existe vibración ya que ésta puede provocar que se mueva el tornillo.

### Eficiencia de un tornillo de potencia

La *eficiencia* para la transmisión de una fuerza mediante un tornillo de potencia se puede expresar como la relación del torque que se requiere para mover el tornillo sin fricción con la que se necesita para moverlo donde si existe fricción. La ecuación (18-2) proporciona el torque que se necesita con fricción,  $T_u$ . Si  $f = 0$ , el torque que se necesita sin fricción,  $T'$ , es

$$T' = \frac{FD_p}{2} \frac{L}{\pi D_p} = \frac{FL}{2\pi} \quad (18-6)$$

En consecuencia, la eficiencia,  $e$ , es

$$e = \frac{T'}{T_u} = \frac{FL}{2\pi T_u} \quad (18-7)$$

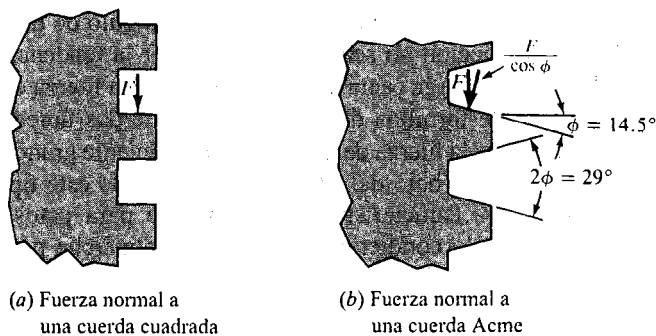
### Formas alternas de las ecuaciones de torque

Las ecuaciones (18-2) y (18-4) se pueden expresar en términos de ángulo de desplazamiento, en lugar del desplazamiento y el diámetro de paso, observando la relación en la ecuación (18-3). Con esta sustitución, el torque que se necesita para mover la carga será

$$T_u = \frac{FD_p}{2} \left[ \frac{(\tan \lambda + f)}{(1 - f \tan \lambda)} \right] \quad (18-8)$$

y el torque que se necesita para bajar la carga es

$$T_d = \frac{FD_p}{2} \left[ \frac{(f - \tan \lambda)}{(1 + f \tan \lambda)} \right] \quad (18-9)$$



**Figura 18-4 Fuerza en una cuerda ACME**

### Ajuste para cuerdas Acme

La diferencia entre las cuerdas Acme y las cuerdas cuadradas es la presencia del ángulo de cuerda,  $\phi$ . A partir de la figura 18-2 se puede observar que  $2\phi = 29^\circ$ , y por consiguiente  $\phi = 14.5^\circ$ . Esto modifica el sentido en el que actúan las fuerzas en la cuerda respecto a lo que se describe en la figura 18-3. La figura 18-4 muestra que  $F$  tendrá que ser sustituida por  $F/\cos \phi$ . Al extender esto al análisis relativo al torque se obtendrán formas modificadas de las ecuaciones (18-8) y (18-9):

El torque que se necesita para mover la carga a lo largo de la cuerda será

$$T_u = \frac{FD_p}{2} \left[ \frac{(\cos \phi \tan \lambda + f)}{(\cos \phi - f \tan \lambda)} \right] \quad (18-10)$$

Y el torque que se requiere para mover la carga hacia afuera de la cuerda es

$$T_d = \frac{FD_p}{2} \left[ \frac{(f - \cos \phi \tan \lambda)}{(\cos \phi + f \tan \lambda)} \right] \quad (18-11)$$

### Potencia que se necesita para insertar o impulsar un tornillo de potencia

Si el torque que se necesita para hacer girar el tornillo se aplica a una velocidad de giro constante,  $n$ , entonces la potencia, en caballos de potencia, que se necesita para impulsar el tornillo es

$$P = \frac{Tn}{63\,000}$$

**Problema ilustrativo 18-1.** Como se ilustra en la figura 18-1, para levantar una placa pesada de acceso se van a utilizar dos tornillos de potencia provistos de cuerda Acme. El peso total de la placa que se utiliza como cubierta es 25,000 lb que es dividido por igual entre los dos tornillos. De la tabla 18-1, con base en la resistencia al esfuerzo o tensión de tracción, seleccione un tornillo que resulte aceptable para limitar la tensión por esfuerzo de tracción a



10,000 psi. Después, calcule el espesor que se necesita en la horquilla que actúa como tuerca del tornillo para limitar la tensión por esfuerzo de corte en las cuerdas a 5,000 psi. Para el tornillo que se diseñó calcule el ángulo de desplazamiento, el torque que se necesita para levantar la carga, la eficiencia del tornillo y el torque que se necesita para bajar la carga. Utilice un coeficiente de fricción de 0.15.

**Solución.** La carga que se va a levantar somete a cada tornillo a tensión directa. Por consiguiente, el área de tracción que se requiere es

$$A_t = \frac{F}{\sigma_a} = \frac{12\,500 \text{ lb}}{10\,000 \text{ lb / pulg}^2} = 1.25 \text{ pulg}^2$$

A partir de la tabla 18-1, un tornillo provisto de cuerda Acme de 1 1/2" de diámetro con cuatro hilos por pulgada proporcionará un área de esfuerzo de tracción de 1.266"².

En el caso de este tornillo, cada pulgada de longitud de una tuerca proporcionará un área de esfuerzo de corte de 2.341"² en las cuerdas o hilos. Así, el área de corte que se necesita es

$$A_s = \frac{F}{\tau_a} = \frac{12\,500 \text{ lb}}{5\,000 \text{ lb / pulg}^2} = 2.50 \text{ pulg}^2$$

Entonces, la longitud de la horquilla que se necesita es

$$h = 2.5 \text{ pulg}^2 = \left[ \frac{1.0''}{2.341 \text{ pulg}^2} \right] = 1.07''$$

Por conveniencia, se especifica  $h = 1.25''$ .

El ángulo de desplazamiento es (recuerde  $L = p = 1/n = 0.250''$ )

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{L}{\pi D_p} = \tan^{-1} \frac{0.250}{\pi(1.342\,9)} = 3.39^\circ$$

El torque que se necesita para levantar la carga se calcula a partir de la ecuación (18-10).

$$T_u = \frac{FD_p}{2} \left[ \frac{(\cos \phi \tan \lambda + f)}{(\cos \phi - f \tan \lambda)} \right] \quad (18-10)$$

Al utilizar  $\cos \phi = \cos(14.5^\circ) = 0.968$ , y  $\tan \lambda = \tan(3.39^\circ) = 0.059\,2$ ,

$$T_u = \frac{(12\,500 \text{ lb})(1.342\,9'')}{2} \left[ \frac{(0.968)(0.059\,2) + 0.15}{[0.968 - (0.15)(0.059\,2)]} \right] = 1\,809 \text{ lb·pulg}$$

La eficiencia se puede calcular a partir de la ecuación (18-7).

$$e = \frac{FL}{2\pi T_u} = \frac{(12\,500 \text{ lb})(0.250'')}{2(\pi)(1\,809 \text{ lb·pulg})} = 0.275 \text{ o } 27.5\%$$

El torque que se necesita para bajar la carga se puede calcular a partir de la ecuación (18-11)

$$T_d = \frac{FD_p}{2} \left[ \frac{(f - \cos \phi \tan \lambda)}{(\cos \phi + f \tan \lambda)} \right] \quad (18-11)$$

$$T_d = \frac{(12\,500 \text{ lb})(1.342\,9 \text{ "})}{2} \frac{[0.15 - (0.968)(0.059\,2)]}{[0.968 + (0.15)(0.059\,2)]} = 796 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$$

**Problema ilustrativo 18-2.** Se desea levantar la placa que se utiliza como cubierta de la figura 18-1 un total de 15.0" en no más de 12.0 s. Calcule la velocidad de giro que se requiere para los tornillos y la potencia que se necesita.

**Solución.** El tornillo que se escogió en la solución del problema ilustrativo 18-1 era un tornillo de 1 1/2" de cuerda Acme con cuatro hilos por pulgada, en consecuencia, la carga se moverá 1/4" con cada revolución. La velocidad lineal que se necesita es

$$V = \frac{15.0 \text{ "}}{12.0 \text{ sec}} = 1.25 \text{ " /s}$$

La velocidad de giro que se necesita es

$$n = \frac{1.25 \text{ "}}{\text{sec}} \frac{1 \text{ rev}}{0.25 \text{ "}} \frac{60 \text{ s}}{\text{min}} = 300 \text{ rpm}$$

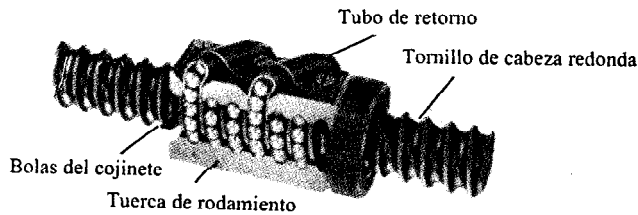
Así, la potencia que se necesita para impulsar cada tornillo es

$$P = \frac{Tn}{63\,000} = \frac{(1\,809 \text{ lb}\cdot\text{pulg})(300 \text{ rpm})}{63\,000} = 8.61 \text{ hp}$$

### 18-3 TORNILLOS DE CABEZA REDONDA

La acción básica de utilizar tornillos para generar movimiento lineal a partir del giro se explicó en la sección 18-2 que aborda los tornillos de potencia. Una adaptación especial de esta acción que minimiza la fricción entre los hilos de la cuerda del tornillo y la tuerca con la que enlaza es el tornillo de bola.

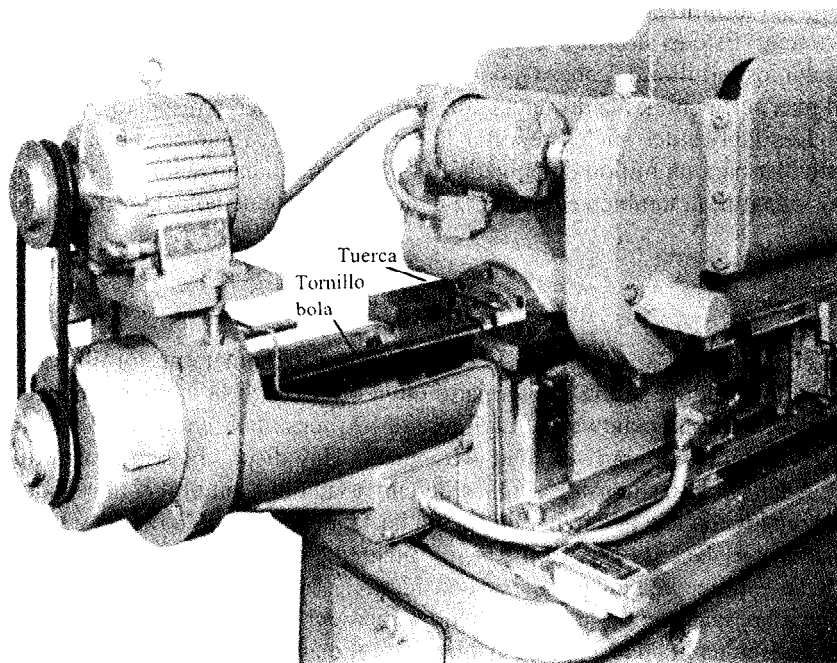
La figura 18-5 muestra una vista en corte de un tornillo de cabeza redonda disponible en el mercado. Sustituye la fricción de deslizamiento del tornillo de potencia convencional con la fricción de giro de los rodamientos. Los rodamientos circulan en pistas de acero endurecido que forman las ranuras helicoidales cóncavas en el tornillo y la tuerca. Todas las fuerzas de reacción



**Figura 18-5 Tornillo de cojinete con rodamientos (Saginaw Steering Gear Division, General Motors Corp., Saginaw, Mich.)**

entre el tornillo y la tuerca son soportadas por los rodamientos que proporcionan el único contacto físico entre estas piezas. Según giran el tornillo y la tuerca en relación uno a la otra, los rodamientos se desvían de un extremo y son conducidos por los tubos de retorno de la guía de los rodamientos hacia el extremo opuesto de la tuerca.

Los tornillos de cabeza redonda se utilizan en sistemas automotrices de dirección, mesas de herramientas mecánicas y actuadores lineales, en mecanismos que levantan y colocan, es decir gatos y similares, controles de aeronaves (dispositivos que activan las aletas), equipos para empacar e instrumentos. La figura 18-6 muestra una máquina en la que se instaló un tornillo de cabeza redonda para mover un componente a lo largo de las pistas de la cama.



**Figura 18-6 Uso de un tornillo con rodamientos. (Saginaw Steering Gear Division, General Motors Corp., Saginaw, Mich.)**

Entre los parámetros de uso que se deben tener en cuenta al seleccionar un tornillo de bola se incluyen los siguientes:

- Las fuerzas axiales que va a ejercer el tornillo mientras gire
- La velocidad a que va a girar el tornillo
- La carga estática máxima en el tornillo
- El sentido de la carga
- La manera en que se van a apoyar los extremos del tornillo
- La longitud del tornillo
- La vida útil que se espera
- Las condiciones ambientales

Como se analizó en el capítulo 15, cuando se transmite una carga, un tornillo de cabeza redonda se somete a tensiones o esfuerzos similares a los de un cojinete con rodamientos. La carga es transferida del tornillo a los rodamientos, de éstos hacia la tuerca y de ésta hacia el dispositivo que es impulsado. A la larga, las tensiones que se deben al contacto entre los rodamientos y las pistas en las que giran provocan fallas por fatiga, lo cual es indicado por la corrosión de los rodamientos o de las pistas.

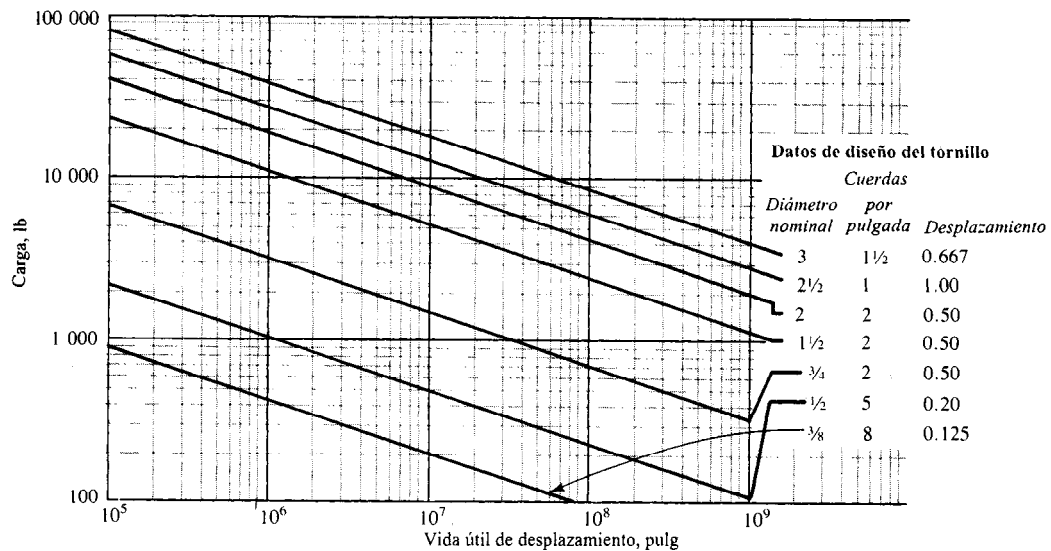
Por tanto, la especificación de los tornillos de cabeza redonda proporciona la capacidad de carga del tornillo para una vida útil a la que sobrevivirán 90% de los tornillos para un diseño en particular. Esto es similar a la vida útil  $L_{10}$  de los cojinetes de rodamientos. Debido a que por lo regular los tornillos de cabeza redonda se utilizan como actuadores lineales, el parámetro de vida útil más pertinente es la distancia que se desplaza la tuerca respecto al tornillo.

Los fabricantes suelen reportar la carga específica que es capaz de ejercer un tornillo en particular para un millón de pulgadas (25.4 km) de trabajo acumulado. La relación entre carga,  $P$ , y vida útil,  $L$ , también es similar a la de un cojinete de bolas o rodamientos.

$$\frac{L_2}{L_1} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^3 \quad (18-12)$$

Por consiguiente, si se duplica la carga a la que se somete un tornillo de cabeza redonda, la vida útil se reduce a una octava parte de la original. Si la carga se reduce a la mitad, la vida útil se incrementa ocho veces. La figura 18-7 muestra el rendimiento nominal de tornillos con cabeza redonda de gran variedad de tamaños. Hay disponibles muchos otros tamaños y tipos.

Además de las consideraciones de carga/vida útil, en el uso adecuado de los tornillos de cabeza redonda hay que tomar en cuenta las tendencias a la vibración y la tendencia del tornillo a pandearse. Debido a la baja fricción inherente a un tornillo de cabeza redonda, muchos se utilizan con una velocidad de giro considerable. Hay que tener precaución de que la velocidad de giro no se aproxime a la velocidad crítica del tornillo. La velocidad crítica depende de la longitud, en realidad la longitud al cuadrado, el diámetro del tornillo y la manera en que se apoya en sus extremos. Por tanto, el peor de los casos es un tornillo largo, de diámetro pequeño, que se apoya en un cojinete simple en cada uno de sus extremos. Tal sistema presentará una velocidad crítica baja en alguna medida. Uno de los mejores diseños, que da por resultado una alta velocidad crítica, es un tornillo corto de gran diámetro, que se monta de manera rígida



**Figura 18-7 Rendimiento de un tornillo de cabeza redonda**

sobre un par de cojinetes, muy separados, en cada extremo. Los catálogos presentan información específica de diseño para velocidades críticas. En tanto la velocidad de operación sea por abajo de 0.80 veces la velocidad crítica, la operación resultará satisfactoria.

Siempre que un tornillo se cargue en compresión, es necesario verificar el pandeo de columnas. Los parámetros son los mismos que se analizaron en el capítulo 6. Los métodos de diseño buenos y malos para la carga de columnas son similares a los que se explicaron en relación a la velocidad crítica. Desde luego, siempre que sea posible, la carga a la que se somete el tornillo debe ser de tracción; en ese caso, el pandeo de las columnas no es un factor.

### Torque y eficiencia

Casi siempre, se considera que la eficiencia de un tornillo con cojinetes de rodamientos es de 90%. Esto excede, por mucho, la eficiencia para tornillos de potencia sin contacto giratorio que por lo general se encuentran en el rango de 20% a 30%. Por consiguiente, para ejercer una carga específica con un tornillo de un tamaño particular se requiere mucho menos torque. La potencia se reduce en consecuencia. A su vez, el cálculo del torque se adapta de la ecuación (18-7) que relaciona eficiencia con torque.

$$e = \frac{FL}{2\pi T_u} \quad (18-7)$$

Así, al utilizar  $e = 0.90$ .

$$T_u = \frac{FL}{2\pi e} = 0.177FL \quad (18-13)$$

Debido a la fricción baja, virtualmente los tornillos de cabeza redonda no son capaces de autoasegurarse. De hecho, esto se aprovecha al utilizar, a propósito, la carga que se aplica sobre la tuerca para hacer girar el tornillo. Esto se denomina *torque inverso*; el torque inverso se puede calcular a partir de

$$T_b = \frac{FL\epsilon}{2\pi} = 0.143 FL \quad (18-14)$$

**Problema ilustrativo 18-3.** Seleccione tornillos adecuados para darles el uso que se explica en el problema ilustrativo 18-1 y se muestra en la figura 18-1. La placa que se utiliza como cubierta tiene que levantarse 15.0" para abrirla ocho veces al día y después cerrarla. La vida útil del diseño es de 10 años. La acción de levantarla y cerrarla debe terminarse en un lapso no mayor de 12.0 segundos.

Para el tornillo que se escogió, calcule el torque para hacer girar el tornillo, la potencia que se necesita y la vida útil real que se espera.

**Solución.** La información que se requiere para seleccionar un tornillo de la figura 18-7 son la carga y el desplazamiento de la tuerca sobre el tornillo a lo largo de la vida útil que se pretende. La carga es de 12,500 lb en cada tornillo.

$$\text{Desplazamiento} = \frac{15.0''}{\text{golpe}} \frac{2 \text{ golpes}}{\text{ciclo}} \frac{8 \text{ ciclos}}{\text{día}} \frac{365 \text{ días}}{\text{año}} \frac{10 \text{ años}}{1} = 8.76 \times 10^5 \text{ pulg}$$

A partir de la figura 18-7, el tornillo de dos pulgadas con dos hilos de cuerda por pulgada y un desplazamiento de 0.50" es aceptable.

El torque que se necesita para hacer girar el tornillo es

$$T_u = 0.177FL = 0.177(12\,500)(0.50) = 1\,106 \text{ lb-pulg}$$

La velocidad de giro que se necesita es

$$n = \frac{1 \text{ rev}}{0.50''} \frac{15.0''}{12.0 \text{ segundos}} \frac{60 \text{ segundos}}{\text{min}} = 150 \text{ rpm}$$

La potencia que se necesita para cada tornillo es

$$P = \frac{Tn}{63\,000} = \frac{(1\,106)(150)}{63\,000} = 2.63 \text{ hp}$$

Compare esto con los 8.61 hp que se necesita para el tornillo Acme del problema ilustrativo 18-1.

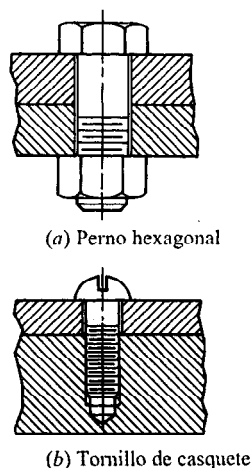
La vida útil de desplazamiento que se espera para este tornillo a una carga de 12,500 lb será aproximadamente  $3.2 \times 10^6$ , utilizando la figura 18-7. Esto es 3.65 veces más largo de lo que se necesita.

## 18-4 AFIANZADORES

Un *afianzador* es cualquier dispositivo que se utilice para conectar o unir dos o más componentes. En el mercado, se dispone, literalmente, de cientos de tipos y variantes de afianzadores. Los más comunes son los afianzadores con cuerda a los que se hace mención con múltiples nombres: entre ellos pernos, tornillos, tuercas, pernos prisioneros, pijas y tornillos de ajuste.

Un *perno* es un afianzador provisto de cuerda que se diseña de manera que pase a través de orificios en las piezas que se enlazan y se asegure al apretar una tuerca desde el extremo opuesto a la cabeza del perno. Véase la figura 18-8(a). En la figura 18-9 se ilustran distintos tipos de pernos.

Un *tornillo* es un afianzador que se diseña para ser insertado a través de un orificio provisto de una cuerda en una pieza que se va a enlazar a otra. Véase la figura 18-8(b). El orificio con cuerda puede hacerse ya sea mediante un machuelo hembra, o bien, lo forma el propio tornillo al forzarlo a que entre en el material. Los *tornillos mecánicos* que también se conocen como *tornillos de casquete o de presión*, son afianzadores de precisión con cuerpos roscados rectos que se hacen girar para insertarlos en orificios machuelados o provistos de cuerda hembra (véase la figura 18-10). Los *tornillos para láminas de metal, las pijas, los tornillos que hace su propia cuerda hembra* y los *tornillos para madera* por lo regular hacen su propia cuerda. En la figura 18-11 se muestran algunos tipos.



**Figura 18-8** Comparación de un perno con un tornillo. (R. P. Hoelscher, et. al., *Graphics for Engineers*, Nueva York: John Wiley & Sons, 1968)

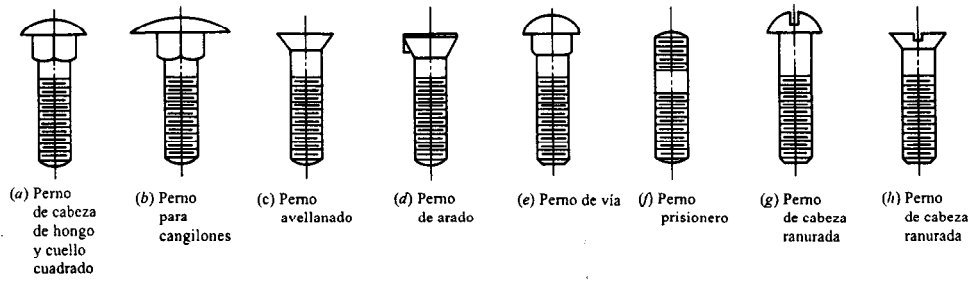


Figura 18-9 Tipos de pernos. (R. P. Hoelscher, et. al., *Graphics for Engineers*, Nueva York: John Wiley & Sons, 1968.)

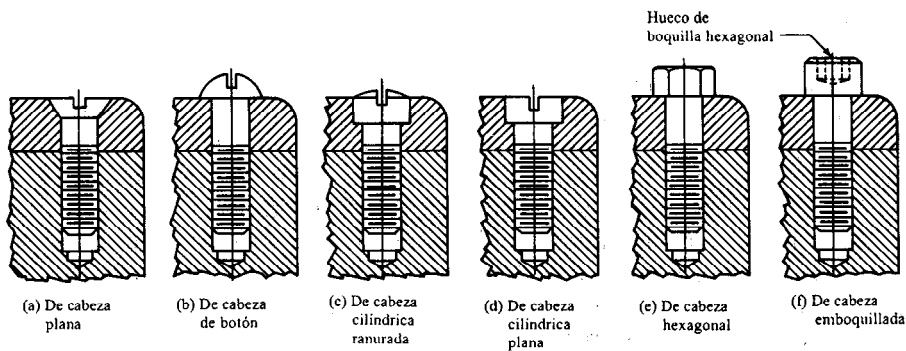


Figura 18-10 Tornillos de casquete o tornillos mecánicos. (R. P. Hoelscher, et. al., *Graphics for Engineers*, Nueva York: John Wiley & Sons, 1968.)

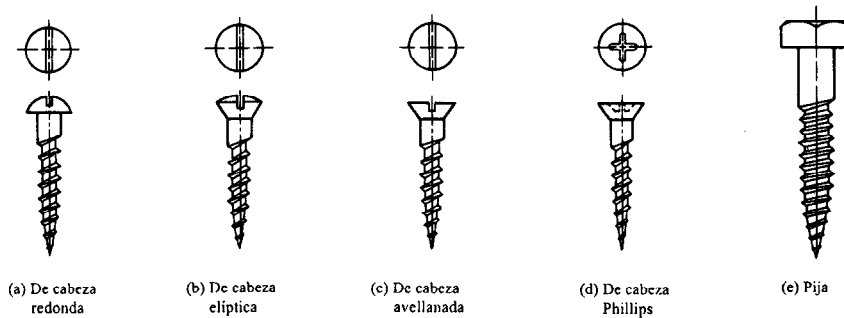
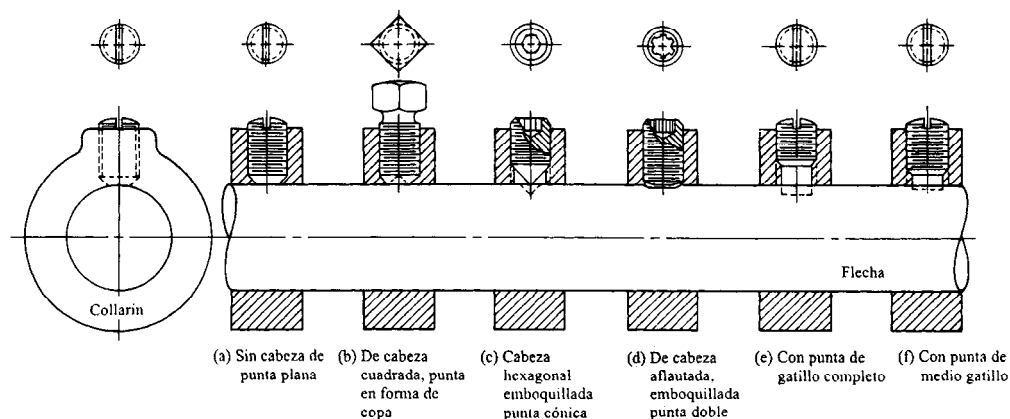


Figura 18-11 Tornillos. (R. P. Hoelscher, et. al., *Graphics for Engineers*, Nueva York: John Wiley & Sons, 1968.)

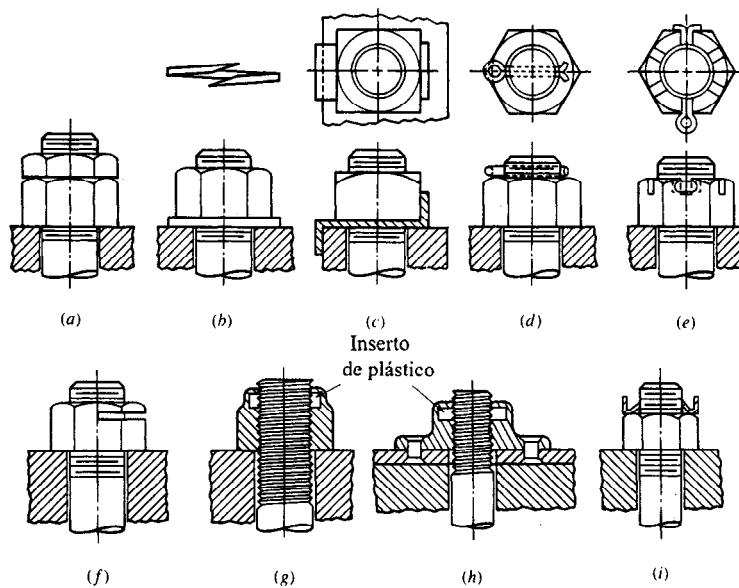




**Figura 18-12** Tornillos de ajuste con diferentes tipos de cabeza y punta que se utilizan para sostener un collarín en una flecha. (R. P. Hoelscher, et. al., *Graphics for Engineers*, Nueva York: John Wiley & Sons, 1968.)

Casi todos los pernos y tornillos tienen cabezas alargadas que se apoyan sobre la parte que se va a afianzar y, por consiguiente, ejercen la fuerza de afianzamiento. Los *tornillos de ajuste* carecen de cabeza, se insertan en orificios que tienen cuerda hembra, y están diseñados de tal forma que se apoyen directamente sobre la parte con la que enlazan asegurándola en su sitio. La figura 18-12 muestra varios tipos de puntas y métodos para impulsar o insertar tornillos de ajuste. Hay que tener cuidado con los tornillos de ajuste, al igual que con cualquier afianzador provisto de cuerda, para evitar que la vibración los afloje.

Ya sea bajo el tornillo o la tuerca, o bajo ambos, se puede utilizar una roldana para distribuir la carga de afianzamiento sobre un área extensa y proporcionar una superficie de apoyo para el giro relativo de la tuerca. El tipo básico de roldana es la plana simple, un disco plano que tiene un orificio a través del cual pasa el perno o tornillo. Otros tipos, que se llaman *roldanas de seguridad*, tienen deformaciones axiales o proyecciones que generan fuerzas axiales sobre el afianzador cuando se comprimen. Estas fuerzas mantienen las cuerdas de las partes en contacto íntimo y disminuyen la probabilidad de que el afianzador se afloje mientras esté en servicio. La figura 18-13 muestra diversas formas de utilizar roldanas y otros tipos de dispositivos de seguridad. La parte (a) es una contratuerca o tuerca de presión que se aprieta contra la tuerca común. La parte (b) es la roldana de seguridad estándar. La parte (c) es una pestaña de seguridad que evita que gire la tuerca. La parte (d) es un pasador que se inserta en un orificio que se perfora en el perno. La parte (e) utiliza un pasador, pero también pasa a través de ranuras en la tuerca. La parte (f) es uno de los diversos tipos de técnicas que se utilizan para deformar la cuerda. La parte (g) una *tuerca con detención elástica* utiliza un inserto de plástico para mantener en contacto y apretados los hilos de la cuerda de la tuerca con el perno o tornillo. Esto se puede utilizar asimismo en tornillos mecánicos. En la parte (h) la tuerca con detención elástica se remacha contra una placa delgada lo cual permite atornillar desde el lado opuesto un elemento que enlaza. El dispositivo delgado de metal en (i) se apoya contra la parte superior de la tuerca y se sujeta contra los hilos impidiendo así el movimiento axial de la tuerca.



**Figura 18-13** Dispositivos para asegurar. (R. P. Hoelscher, et. al., *Graphics for Engineers*, Nueva York: John Wiley & Sons, 1968.)

Un tornillo o perno prisionero es similar a un perno fijo que se une en forma permanente a una parte de un miembro con el que se va a enlazar. El miembro que enlaza se coloca después sobre el prisionero y se aprieta una tuerca para afianzar las partes juntas.

Cuando estos tipos de afianzadores se combinan con diferentes tipos de cabezas se presentan variaciones adicionales. Algunos se ilustran en las figuras que ya se estudiaron, otros, se mencionan a continuación.

Cuadrada	Hexagonal	Hexagonal pesado	Contratuerca hexagonal
Castillo hexagonal	Hexagonal plano	Hexagonal ranurado	De 12 puntos
Corona alta	De corona baja	Redondo	Cabeza en T
Aplastado	Reticulado	Roldana hexagonal	Avellanado o abocardado
Zapata	Con ranura transversal	Cabeza cilíndrica ranurada	plano
Casquillo o boquilla hexagonal	Casquillo o boquilla con lengüeta	Botón	Avellanado o abocardado oval
			De sujeción

Se generan combinaciones adicionales considerando el *American National Standard* o el estándar inglés (métrico); grados de material; acabados; tamaños de cuerda; clases de longitudes (grado de tolerancia); manera en que se forman las cabezas (maquinado, forjado, en frío); y la manera en que se forman las cabezas (maquinado, corte con dados, mediante un machuelo, rolado, moldeado de plástico).

Por consiguiente, se puede observar que el tratamiento integral de los afianzadores con cuerda implica abundante información [3, 4, 5, 8]. En esta sección se consideran algunos conceptos básicos que se relacionan con el uso de afianzadores provistos de cuerda.

## Materiales para fabricar pernos, y resistencia

En el diseño mecánico, casi todos los afianzadores se fabrican de acero debido a su alta resistencia, buena ductilidad y susceptibilidad aceptable para maquinarlos y darles forma. No obstante, se emplean diferentes composiciones y condiciones de acero. La resistencia de los aceros que se emplean para fabricar pernos y tornillos se utiliza para determinar su *grado* de conformidad con uno de los estándares. Casi siempre se dispone de tres especificaciones de resistencia, la resistencia al esfuerzo de tracción y la resistencia a la deformación (ya conocida), además de la resistencia que resulta de prueba. La *resistencia de prueba*, similar al límite elástico, se define como la tensión o esfuerzo a la cual el tornillo o perno sufrirá deformación permanente. Casi siempre varía entre 0.90 y 0.95 veces la resistencia a punto cedente.

La SAE utiliza números de grado que varían entre 1 y 8, los números mayores indican mayor resistencia. La tabla 18-2 enumera algunos aspectos de este sistema de calificación que se toman del estándar SAE J429. Las marcas que se muestran se embuten en la cabeza del perno.

La ASTM publica cinco estándares en relación a la resistencia de acero para fabricar pernos, como se señala en la tabla 18-3.

En los pernos y tornillos métricos se utiliza un código numérico que va de 4.6 a 12.9, los números más grandes indican mayor resistencia. Los números que anteceden al punto decimal son aproximadamente 0.01 veces la resistencia al esfuerzo de tracción del material en MPa. El último dígito con el punto decimal es la relación aproximada de la resistencia a punto cedente del material con la resistencia al esfuerzo de tracción. La tabla 18-4 muestra la información pertinente del estándar SAE J1199.

El *aluminio* se utiliza debido a su resistencia a la corrosión, escaso peso y nivel aceptable de resistencia. También se pretende aprovechar su capacidad de conductividad térmica y eléctrica que son buenas. Las aleaciones que más se utilizan son 2024-T4, 2011-T3 y 6061-T6. Las propiedades de estos materiales se incluyen en el apéndice A-10.

También se utilizan *latón*, *cobre* y *bronce* debido a su resistencia a la corrosión, su facilidad

**Tabla 18-2 Grados SAE de aceros para fabricar afianzadores**







Número de grado	Tamaño de perno (pulg)	Resistencia al esfuerzo de tracción (Ksi)	Resistencia a punto cedente (Ksi)	Resistencia de prueba o probada (Ksi)	Marca en la cabeza
1	1/4-1 1/2	60	36	33	Ninguna
2	1/4-3/4	74	57	55	Ninguna
	>3/4-1 1/2	60	36	33	
4	1/4-1 1/2	115	100	65	Ninguna
5	1/4-1	120	92	85	
	>1-1 1/2	105	81	74	
7	1/4-1 1/2	133	115	105	
8	1/4-1 1/2	150	130	120	

Tabla 18-3 Estándares ASTM para aceros para fabricar pernos

Grado ASTM	Tamaño de perno (pulg)	Resistencia al esfuerzo de tracción (Ksi)	Resistencia a punto cedente (Ksi)	Resistencia de prueba o probada (Ksi)	Marca en la cabeza
A307	1/4-4	60	(No reportada)		Ninguna
A325	1/2-1	120	92	85	
	>1-1 1/2	105	81	74	
A354-BC	1/4-2 1/2	125	109	105	
A354-BD	1/4-2 1/2	150	130	120	
A449	1/4-1	120	92	85	
	>1-1 1/2	105	81	74	
	>1 1/2-3	90	58	55	
A574	0.060-1/2	180	—	140	(Tornillos de presión con cabeza emboquillada)
	5/8-4	170	—	135	

También se utilizan *latón*, *cobre* y *bronce* debido a su resistencia a la corrosión, su facilidad para ser maquinados y aspecto atractivo también representan ventajas. Ciertas aleaciones son en particular buenas para resistencia a la corrosión en aplicaciones marinas.

El *níquel* y sus aleaciones como *Monel* e *Inconel*, que fabrica la International Níquel Company, proporcionan un buen rendimiento a temperaturas elevadas en tanto también presentan una buena resistencia a la corrosión, dureza a bajas temperaturas y un aspecto atractivo.

Los *aceros inoxidables* se emplean sobre todo a consecuencia de su resistencia a la corrosión. Entre las aleaciones que se emplean para afianzadores se incluyen 18-8, 410, 416, 430 y 431.

Tabla 18-4 Grados métricos de aceros para fabricar pernos

Grado	Tamaño de perno	Resistencia al esfuerzo de tracción (MPa)	Resistencia a punto cedente (MPa)	Resistencia de prueba o probada (MPa)
4.6	M5-M36	400	240	225
4.8	M1.6-M16	420	340 <sup>a</sup>	310
5.8	M5-M24	520	415 <sup>a</sup>	380
8.8	M17-M36	830	660	600
9.8	M1.6-M16	900	720 <sup>a</sup>	650
10.9	M6-M36	1 040	940	830
12.9	M1.6-M36	1 220	1 100	970

<sup>a</sup>Resistencias a punto cedente aproximadas y no se incluyen en el estándar.

Además, los aceros que componen la serie 300 no son magnéticos. Véase el apéndice A-6 para conocer sus propiedades.

Una relación alta de resistencia a peso, es la ventaja principal de aleaciones de titanio que se utilizan para afianzadores en la industria aeroespacial. El apéndice A-11 proporciona una lista de las propiedades de varias aleaciones.

El uso de *plásticos* está muy difundido debido a su escaso peso, resistencia a la corrosión, capacidad aislante y la facilidad con que se fabrican. El nylon 6/6 es el material que más se usa, pero, entre otros, se incluye el ABS, acetal, fluorocarbonos de TFE, el policarbonato, polietileno, polipropileno y cloruro de polivinilo. En el apéndice A-13 se enumeran varios plásticos así como sus propiedades. Además de tornillos y pernos, los plásticos se emplean mucho donde el afianzador está diseñado para un uso particular.

Los *recubrimientos* y *acabados* se aplican a afianzadores metálicos para mejorar su aspecto, o bien, su resistencia a la corrosión. Algunos también hacen que baje el coeficiente de fricción a fin de obtener resultados consistentes que relacionan torque al apretar con fuerza de afianzamiento. A los afianzadores de acero se les puede aplicar un acabado de óxido negro, azulado, níquel brillante, fosfato y zinc de penetración en caliente. La chapa plateada se puede utilizar para depositar cadmio, cobre, cromo, níquel, plata, estaño y zinc. Además se emplean distintas pinturas, lacas y acabados cromados. Casi siempre, el aluminio se anodiza.

## Designaciones de cuerdas

La tabla 18-5 muestra dimensiones pertinentes para cuerdas en los tipos American Standard y SI métricos. Para consideraciones relativas a resistencia y tamaño, el responsable del diseño

**Tabla 18-5(a) Dimensiones American Standard de cuerdas, tamaños numerados**

Tamaño	Diámetro mayor básico (pulg)	Cuerdas gruesas: UNC		Cuerdas finas: UNF	
		Hilos de cuerda por pulgada	Área de esfuerzo de tracción (pulg. <sup>2</sup> )	Hilos de cuerda por pulgada	Área de esfuerzo de tracción (pulg. <sup>2</sup> )
0	0.060 0	—	—	80	0.001 80
1	0.073 0	64	0.002 63	72	0.002 78
2	0.086 0	56	0.003 70	64	0.003 94
3	0.099 0	48	0.004 87	56	0.005 23
4	0.112 0	40	0.006 04	48	0.006 61
5	0.125 0	40	0.007 96	44	0.008 30
6	0.138 0	32	0.009 09	40	0.010 15
8	0.164 0	32	0.014 0	36	0.014 74
10	0.190 0	24	0.017 5	32	0.020 0
12	0.216 0	24	0.024 2	28	0.025 8

Tabla 18-5 (b) Dimensiones American Standard de cuerdas, tamaños fraccionarios

Tamaño	Diámetro mayor básico (pulg)	Cuerdas gruesas: UNC		Cuerdas finas: UNF	
		Hilos de cuerda por pulgada	Área de esfuerzo de tracción (pulg. <sup>2</sup> )	Hilos de cuerda por pulgada	Área de esfuerzo de tracción (pulg. <sup>2</sup> )
1/4	0.250 0	20	0.031 8	28	0.036 4
5/16	0.312 5	18	0.052 4	24	0.058 0
3/8	0.375 0	16	0.077 5	24	0.087 8
7/16	0.437 5	14	0.106 3	20	0.118 7
1/2	0.500 0	13	0.141 9	20	0.159 9
9/16	0.562 5	12	0.182	18	0.203
5/8	0.625 0	11	0.226	18	0.256
3/4	0.750 0	10	0.334	16	0.373
7/8	0.875 0	9	0.462	14	0.509
1	1.000	8	0.606	12	0.663
1 1/8	1.125	7	0.763	12	0.856
1 1/4	1.250	7	0.969	12	1.073
1 3/8	1.375	6	1.155	12	1.315
1 1/2	1.500	6	1.405	12	1.581
1 3/4	1.750	5	1.90	—	—
2	2.000	4 1/2	2.50	—	—

debe conocer el diámetro básico mayor, el paso de las cuerdas y el área disponible para resistir a las cargas de tracción. Observe que el paso es igual a  $1/n$ , en tanto  $n$  es el número de cuerdas por pulgada en el sistema American Standard. En el sistema SI, el paso en milímetros se designa directamente. El área de tensión por esfuerzo de tracción que se señala en la tabla toma en cuenta el área real cortada por un plano transversal. Debido a la trayectoria helicoidal de la cuerda en el tornillo, tal plano cortará cerca de la raíz a un lado del tornillo pero cortará cerca del diámetro mayor en el otro. La ecuación para el área de tensión por esfuerzo de tracción para cuerdas American Standard es

$$A_t = (0.785\ 4)(D - 0.974\ 3p)^2$$

donde  $D$  es el diámetro principal y  $p$  es el paso de la cuerda. Para cuerdas métricas, el área de tensión por esfuerzo de tracción es

$$A_t = (0.785\ 4)(D - 0.938\ 2p)^2$$

Tabla 18-5(c) Dimensiones métricas de cuerdas

<i>Diámetro mayor básico (mm)</i>	<i>Cuerdas gruesas</i>		<i>Cuerdas finas</i>	
	<i>Paso (mm)</i>	<i>Área de esfuerzo de tracción (mm<sup>2</sup>)</i>	<i>Paso (mm)</i>	<i>Área de esfuerzo de tracción (mm<sup>2</sup>)</i>
1	0.25	0.460	—	—
1.6	0.35	1.27	0.20	1.57
2	0.4	2.07	0.25	2.45
2.5	0.45	3.39	0.35	3.70
3	0.5	5.03	0.35	5.61
4	0.7	8.78	0.5	9.79
5	0.8	14.2	0.5	16.1
6	1	20.1	0.75	22.0
8	1.25	36.6	1	39.2
10	1.5	58.0	1.25	61.2
12	1.75	84.3	1.25	92.1
16	2	157	1.5	167
20	2.5	245	1.5	272
24	3	353	2	384
30	3.5	561	2	621
36	4	817	3	865
42	4.5	1 121	—	—
48	5	1 473	—	—

Para casi todos los tamaños de cuerdas de tornillos estándar, se dispone, cuando menos, de dos pasos, la serie de *cuerda fina* y la de *cuerda gruesa*. Ambas se incluyen en la tabla 18-5.

Las cuerdas American Standard más pequeñas utilizan una designación del número 0 al 12. El diámetro mayor correspondiente se señala en la tabla 18-5(a). En los tamaños más grandes se utilizan designaciones en fracciones de pulgada. El equivalente decimal para el diámetro más grande se muestra en la tabla 18-5(b). Las cuerdas métricas enumeran el diámetro más grande y el paso en milímetros, como se muestra en la tabla 18-5(c). A continuación se proporcionan ejemplos de las designaciones estándar para una cuerda.

American Standard: al tamaño básico le sigue el número de hilos de cuerda por pulgada y la designación de serie de cuerda

10-24 UNC	10-32 UNF
½-13 UNC	½-20 UNF
1½-6 UNC	1½-12 UNF

Métrico: M (que corresponde a “métrica”), a lo que le sigue el diámetro básico más grande y después el paso en milímetros

M3×0.5    M3×0.35    M10×1.5

### Tornillos de presión con cabeza emboquillada

Este tipo de tornillo mecánico se utiliza mucho. La configuración común, que se muestra en la figura 18–10, tiene una cabeza cilíndrica con un casquillo o boquilla hexagonal rebajado o ahuecado. También están disponibles los tipos de cabeza plana para avellanar o abocardar y obtener una superficie al ras, los de cabeza de botón, para dar un aspecto de bajo perfil, y los tornillos de hombro que proporcionan una superficie de precisión para ubicar o que pivoteen los cojinetes. La *serie 1960* de tornillos de presión con cabeza emboquillada se fabrica con un acero que contiene aleación y recibe tratamiento térmico que tiene las resistencias siguientes

Rango de tamaño	Resistencia al esfuerzo de tracción (Ksi)	Resistencia a punto cedente (Ksi)
0–5/8	190	170
3/4–3	180	155

De los tornillos de presión con cabeza emboquillada que se fabrican de conformidad con el grado de resistencia métrico 12.9, en general, se obtiene un rendimiento equivalente. La misma geometría está disponible en acero inoxidable resistente a la corrosión, por lo regular 18–8, con niveles de resistencia relativamente más bajos. Consulte a los fabricantes.

### Carga de afianzamiento

Cuando se utiliza un tornillo o perno para afianzar dos partes, la fuerza que se ejerce entre las partes se denomina *fuerza de afianzamiento*. El diseñador es responsable de especificar la carga de afianzamiento y de asegurar que el afianzador es capaz de soportar la carga. Se suele considerar que la carga de afianzamiento máxima es 0.75 veces la carga de prueba, donde la carga de prueba es el producto de la tensión de prueba por el área de esfuerzo o tensión de tracción del tornillo o perno.

### Torque para apretar

La carga de afianzamiento es generada en el perno o tornillo al ejercer un torque para apretar la tuerca, o bien al ejercerlo sobre la cabeza del tornillo. Una relación aproximada entre el torque y la fuerza de tracción axial en el perno o tornillo (la fuerza de afianzamiento) es

$$T = KDP \quad (18-15)$$



donde  $T$  = torque, lb·pulg  
 $D$  = diámetro exterior nominal de las cuerdas, pulg  
 $P$  = carga de afianzamiento, lb  
 $K$  = constante dependiente de la lubricación presente

Para condiciones comerciales promedio, utilice  $K = 0.15$  si existe algún tipo de lubricación. Aun los fluidos cortantes u otros depósitos residuales generarán condiciones consistentes con  $K = 0.15$ . Si los hilos de la cuerda están bien limpios y secos, es mejor  $K = 0.20$ . Desde luego, estos valores son aproximados y es probable que se presenten variaciones entre ensamble al parecer idénticos. Se sugiere realizar pruebas y análisis estadístico con los resultados.

**Problema ilustrativo 18-4.** Un conjunto de tres pernos se va a utilizar para proporcionar una fuerza de afianzamiento de 12,000 lb entre dos componentes de una máquina. Los tres pernos comparten la carga por igual. Especifique pernos adecuados, incluso el grado del material, si cada uno se va a someter a 75% de sus resistencia probada o de prueba. Después, calcule el torque que se necesita para apretarlos.

**Solución.** La carga a la que se somete cada tornillo debe ser 4,000 lb. Especifique un tornillo fabricado con acero SAE grado 5, que tiene una resistencia probada de 85,000 psi. Por tanto la tensión o esfuerzo permisible es

$$\sigma_a = 0.75(85\,000 \text{ psi}) = 63\,750 \text{ psi}$$

Por consiguiente, el área de tracción que se necesita para el tornillo es

$$A_t = \frac{\text{carga}}{\sigma_a} = \frac{4\,000 \text{ lb}}{63\,750 \text{ lb/pulg}^2} = 0.0627 \text{ pulg}^2$$

A partir de la tabla 18-5, se encuentra que la cuerda UNC 3/8-16 tiene el área de esfuerzo de tracción que se necesita. El torque para apretar que se requiere es

$$T = KDP = 0.15(0.375 \text{ in})(4\,000 \text{ lb}) = 225 \text{ lb·pulg}$$

### Fuerza que se aplica en forma externa sobre un ensamble atornillado

El análisis que se muestra en el problema ilustrativo 18-4 considera sólo la tensión que se genera en el perno bajo condiciones estáticas, y sólo en cuanto a la carga de afianzamiento. Se aconsejó que la tensión en el perno sea muy alta, 75% de la carga probada para el perno. Tal carga utilizará con eficiencia la tensión disponible del perno y evitará que se separen los miembros que están conectados.

Cuando una carga se aplica a un ensamble atomillado por arriba de la carga de afianzamiento, se debe considerar de manera especial el comportamiento del ensamble. En un principio, la fuerza en el tornillo (en tensión) es igual a la fuerza en los miembros afianzados (en compresión). Así, una parte de la carga adicional actuará para estirar el perno más allá de su supuesta longitud después que se aplicó la fuerza de afianzamiento. Otra parte dará por resultado una *disminución* en la fuerza de afianzamiento en el miembro afianzado. Por consiguiente, sólo una parte de la fuerza aplicada es soportada por el perno. La cantidad depende de la rigidez relativa del perno y de los miembros afianzados.

Si un tornillo en extremo rígido está afianzando un miembro elástico, por ejemplo un empaque elástico, gran parte de la fuerza agregada será tomada por el perno porque se requiere poca presión para cambiar la compresión en el empaque. En este caso, el diseño del perno debe tomar en cuenta no sólo la fuerza inicial de afianzamiento sino también la fuerza agregada.

Por el contrario, si el perno es relativamente flexible a comparación de miembros que están afianzados, virtualmente toda la carga aplicada en forma externa disminuirá, en un principio, la fuerza de afianzamiento hasta que los miembros se separen en realidad, condición que se suele interpretar como falla del ensamble. Así, el tornillo soportará la cantidad total de carga externa.

En el diseño práctico de ensambles, en condiciones normales se presentará una situación que se encuentra entre los extremos que se explicaron antes. Los ensambles “duros” típicos, es decir que no tienen un empaque blando, tienen la misma rigidez que los miembros afianzados, son aproximadamente tres veces más rígidos que el tornillo. Así, la carga que se aplica a nivel externo es compartida por el perno y los miembros afianzados, de acuerdo con su rigidez relativa, en la forma siguiente.

$$F_b = P + \frac{k_b}{k_b + k_c} F_e \quad (18-16)$$

$$F_c = P - \frac{k_c}{k_b + k_c} F_e \quad (18-17)$$

donde  $F_e$  = carga aplicada a nivel externo

$P$  = carga de afianzamiento inicial [como se utiliza en la ecuación (18-15)]

$F_b$  = fuerza final en el perno

$F_c$  = fuerza final en los miembros afianzados

$k_b$  = rigidez del perno

$k_c$  = rigidez de los miembros afianzados

---

**Problema ilustrativo 18-5.** Suponga que el ensamble que se describe en el problema ilustrativo 18-4 se sometió a una carga externa adicional de 3,000 lb después que se aplicó la carga de afianzamiento inicial de 4,000 lb. Suponga también que la rigidez de los miembros afianzados es tres veces más que la del tornillo. Calcule la fuerza en el perno, la fuerza en los miembros afianzados y la tensión final en el perno después que se aplica la fuerza externa.

**Solución.** Primero utilizaremos las ecuaciones (18-16) y (18-17) con  $P = 4,000$  lb,  $F_e = 3,000$  lb y  $k_c = 3k_b$ .

$$F_b = P + \frac{k_b}{k_b + k_c} F_e = P + \frac{k_b}{k_b + 3k_b} F_e = P + \frac{k_b}{4k_b} F_e$$

$$F_b = P + F_e/4 = 4\,000 + 3\,000/4 = 4\,750 \text{ lb}$$

$$F_c = P - \frac{k_c}{k_b + k_c} F_e = P - \frac{3k_b}{k_b + 3k_b} F_e = P - \frac{3k_b}{4k_b} F_e$$

$$F_c = P - 3F_e/4 = 4\,000 - 3(3\,000)/4 = 1\,750 \text{ lb}$$

Como  $F_c$  todavía es mayor que cero, el ensamble todavía está apretado. Ahora se puede encontrar la tensión en el perno. Para el de 3/8-16, el área del esfuerzo de tracción es  $0.0775 \text{ pulg}^2$ .

$$\sigma = \frac{P}{A_t} = \frac{4\,750 \text{ lb}}{0.0775 \text{ pulg}^2} = 61\,300 \text{ psi}$$

La resistencia probada del material de grado 5 es 85,000 psi, y esta tensión es aproximadamente 75% de la resistencia probada. Por tanto, el perno que se seleccionó todavía es seguro. No obstante, considere qué sucedería con un ensamble relativamente blando.

**Problema ilustrativo 18-6.** Resuelva de nuevo el problema que se enuncia en el ejemplo ilustrativo 18-5, pero suponga que el ensamble tiene un empaque elastomérico flexible que separa a los miembros afianzadores y que la rigidez del perno es entonces diez veces más grande que la del ensamble.

**Solución.** El procedimiento será el mismo que se utilizó antes, pero ahora  $k_b = 10k_c$ .

$$F_b = P + \frac{k_b}{k_b + k_c} F_e = P + \frac{10k_c}{10k_c + k_c} F_e = P + \frac{10k_c}{11k_c} F_e$$

$$F_b = P + 10F_e/11 = 4\,000 + 10(3\,000)/11 = 6\,727 \text{ lb}$$

$$F_c = P - \frac{k_c}{k_b + k_c} F_e = P - \frac{k_c}{10k_c + k_c} F_e = P - \frac{k_c}{11k_c} F_e$$

$$F_c = P - F_e/11 = 4\,000 - 3\,000/11 = 3\,727 \text{ lb}$$

La tensión en el perno será

$$\sigma = \frac{6\,727 \text{ lb}}{0.0775 \text{ pulg}^2} = 86\,800 \text{ psi}$$

Esto excede la resistencia probada del material de grado 5 y se acerca peligrosamente a la resistencia a punto cedente.

## 18-5 OTROS MEDIOS PARA AFIANZAR

Hasta el momento, este capítulo se ha centrado en tornillos y pernos debido a lo amplio de su uso. Ahora se analizarán otros tipos de métodos para afianzar.

Los *remaches* son afianzadores que no tienen cuerda, se fabrican, por lo regular, de acero o aluminio. En su forma original, se fabrican con una sola cabeza, el extremo opuesto se forma una vez que se ha insertado el remache mediante orificios que se perforan en las partes que se van a unir o ensamblar. Los remaches de acero se forman en caliente, en tanto el aluminio es susceptible de formarse a temperatura ambiente. Desde luego, los ensambles remachados están diseñados para ensamblarse sólo una vez.

Esta disponible una extensa variedad de *afianzadores de operación rápida*. Muchos son del tipo de un cuarto de vuelta, lo que requiere un giro de sólo 90° para conectar o desconectar el afianzador. Los paneles de acceso, las cubiertas y las abrazaderas para equipo removible se ensamblan con afianzadores de este tipo. De manera análoga, se dispone de gran variedad de *seguros* que proporcionan acción rápida y que, tal vez, agregan poder de sujeción.

La *soldadura con arco eléctrico* implica la adhesión metalúrgica de metales, casi siempre mediante la aplicación de calor con arco eléctrico, una flama de gas o calentamiento de resistencia eléctrica en condiciones de alta presión. Este tema se analiza en el capítulo 19.

La *soldadura con latón* y la *soldadura con varilla y fundente* utilizan el calor para fundir un agente adherente que fluye hacia los espacios entre las partes que se van a unir y después se solidifica conforme se enfría. En la *soldadura con latón* se emplean temperaturas hasta cierto punto altas, por arriba de 840° (450°C) y aleaciones de cobre, plata, aluminio, silicio o zinc. Desde luego, los metales que se unen deben presentar una temperatura de fusión significativamente más alta. Los materiales susceptibles de soldarse con latón incluyen el acero puro al carbón y con aleaciones, los aceros inoxidable, las aleaciones de níquel, el cobre, aluminio y magnesio. La *soldadura con varilla y fundente* es similar a la soldadura con latón, a excepción de que se realiza a temperaturas más bajas, de menos de 840°. Se utilizan distintas soldaduras con aleaciones de plomo y estaño, estaño y zinc, estaño y plata, zinc y cadmio y otras. Los ensambles que se sueldan con latón son más resistentes que soldados con varilla y fundente debido a la alta resistencia inherente a las aleaciones para soldar con latón. Casi todos los ensambles soldados con varilla y fundente se fabrican con uniones traslapadas y seguros para proporcionar resistencia mecánica y después la soldadura con varilla y fundente se utiliza para mantener unido el ensamble y quizá para sellarlo. En los ensambles de tuberías y ductos se suele utilizar la soldadura con varilla y fundente.

Los adhesivos se utilizan cada vez con mayor frecuencia. La versatilidad y la facilidad con que se aplican son ventajas importantes de estos productos que se utilizan en una extensa gama de productos, desde juguetes y aparatos para el hogar hasta estructuras en las industrias automotriz y aeroespacial. Los siguientes son algunos tipos de adhesivos:

Acrílicos: se emplean para muchos metales y plásticos.

Cianoacrilatos: secan muy rápido; fluyen con facilidad entre superficies bien enlazadas.

Resinas epóxicas: buena resistencia estructural; por lo regular el ensamble es rígido; algunos requieren de fórmulas que constan de dos partes; en el mercado están disponibles gran variedad de fórmulas y propiedades.

Anaeróbicos: se utilizan para asegurar tuercas, pernos y tornillos con espaciamentos pequeños; secan en ausencia de oxígeno.

Silicones: adhesivo flexible con buen rendimiento a alta temperatura (400°F, 200°C)

Poliéster fundido con calor: buen adhesivo estructural y facilidad para aplicarlo con equipo especial.

Poliuretano: buena adhesión; proporciona un ensamble flexible.

## BIBLIOGRAFIA

1. Armco Steel Corporation. *Armco Standard Fasteners*. Kansas City, Mo.: Armco Steel Corporation.
2. Faires, V. M. *Design of Machine Elements*, 5ª edición. Nueva York: Macmillan Publishing Company, 1965.
3. Oberg, E., Jones, F. D. y Horton, H. L. *Machinery's Handbook*, 2ª edición. Nueva York: Industrial Press, 1988.
4. Parmley, R. O. editor en jefe. *Standard Handbook of Fastening and Joining*. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1977.
5. Penton Publishing Co. *Machine Design Magazine Materials Manufacturing, & Assembly Volume*, Vol. 61, No. 23. (Noviembre de 1989.)
6. Saginaw Steering Gear Division, General Motors Corporation. *Industrial Ball Bearing Screw Catalog*. Saginaw, Mich.: General Motors Corporation.
7. Shigley, J. E., y Mischke, C. R. *Mechanical Engineering Design*, 5ª edición. Nueva York: McGraw-Hill Book Company, 1988.
8. Society of Automotive Engineers. *SAE Handbook*. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers, 1990.
9. SPS Technology, Inc. *Unbrako Catalog—Socket Head Cap Screws*.
10. Warner Electric Brake & Clutch Company. *Ball Bearing Screws Catalog*. Beloit Wis.: Warner Electric Brake & Clutch Company.

## PROBLEMAS

1. Mencione tres tipos de cuerdas que se utilizan para tornillos de potencia.
2. Haga un dibujo a escala de una cuerda Acme que tiene un diámetro mayor de 1 1/2" y cuatro hilos de cuerda por pulgada. Dibuje una sección de 2.0" de largo.
3. Repita el problema 2 para una cuerda trapezoidal.
4. Repita el problema 2 para una cuerda cuadrada.
5. Si un tornillo de potencia que tiene cuerda Acme se carga en tensión con una fuerza de 30,000 lb, ¿qué tamaño de tornillo de la tabla 18-1 tendrá que utilizarse para mantener una fuerza de tracción por abajo de 10,000 psi?
6. Para el tornillo que se seleccionó en el problema 5. ¿cuál será la longitud axial requerida para la tuerca en el tornillo que transfiere la carga al armazón de la máquina si la tensión por esfuerzo de corte en las cuerdas debe ser menor que 6,000 psi?
7. Calcule el torque que se necesita para levantar la carga de 30,000 lb con el tornillo Acme que se escogió en el problema 5. Utilice un coeficiente de fricción de 0.15.
8. Calcule el torque que se necesita para bajar la carga con el tornillo del problema 5.
9. Si un tornillo de cuerda redonda que tiene un diámetro mayor de 3/4" y seis hilos de cuerda por pulgada se utiliza para levantar una carga de 4,000 lb, calcule el torque que se necesita para hacer girar el tornillo. Use un coeficiente de fricción de 0.15.
10. Para el tornillo del problema 9, calcule el torque que se necesita para hacer girar el tornillo cuando se baja la carga.
11. Calcule el ángulo de desplazamiento para el tornillo de la figura 9. ¿Se autoasegura?
12. Calcule la eficiencia del tornillo del problema 9.

13. Si la carga de 4,000 lb es levantada por el tornillo que se describe en el problema 9 a una velocidad de 0.5 pulg/segundo, calcule la velocidad de giro que se requiere para el tornillo y la potencia que se necesita para impulsarlo.
14. Hay que seleccionar un tornillo de cabeza redonda para el impulsor de la mesa de una máquina. La fuerza axial que debe transmitir el tornillo es de 600 lb. La tabla se mueve 24" por ciclo y se espera que complete un ciclo diez veces por hora para una vida útil de diseño de 10 años. Seleccione un tornillo adecuado.
15. Para el tornillo que se seleccionó en el problema 14, calcule el torque que se necesita para impulsar el tornillo.
16. Para el tornillo que se seleccionó en el problema 14, la velocidad normal de desplazamiento de la mesa es 10.0 pulg/minuto. Calcule la potencia que se necesita para impulsar el tornillo.
17. Si el tiempo para que la máquina del problema 14 complete un ciclo disminuye para obtener 20 ciclos por hora en lugar de 10, ¿cuál será la vida útil esperada en años del tornillo que se seleccionó en un principio?
18. Describa la diferencia entre un perno y un tornillo.
19. Defina el término *resistencia de prueba* o *resistencia probada*.
20. Defina el término *carga de afianzamiento*.
21. Especifique tornillos mecánicos adecuados que se instalarán de cuatro en cuatro, separados por igual alrededor de un reborde o pestaña, si la fuerza de afianzamiento entre la pestaña y la estructura con la que embona o enlaza debe ser de 6,000 lb. Después, sugiera un torque adecuado para apretar cada tornillo.
22. ¿Cuál será la fuerza de tracción en un tornillo mecánico que tiene una cuerda de 8.32 si se fabrica de acero SAE grado 5 y se somete a una tensión equiparable a su resistencia probada?
23. ¿Cuál será la fuerza de tracción de prueba en newtons (N) en un tornillo mecánico que tiene un diámetro mayor de 4 mm con cuerda fina estándar si se fabrica de acero cuyo grado métrico de resistencia es 8.6?
24. ¿Cuál es el tamaño de cuerda métrica estándar que más se aproxima a la cuerda American Standard 7/8–14? ¿En cuanto difieren sus diámetros mayores?
25. Se encuentra un tornillo respecto al cual no se proporciona información alguna en cuanto a tamaño. Se determinan los datos siguientes utilizando un calibre micrométrico estándar. Diámetro mayor = 0.196"; la longitud axial para 20 hilos de cuerda completos es 0.630 ". Identifique la cuerda.
26. Un afianzador provisto de cuerda se fabrica de nylon 6/6 con cuerda M10X1.5. Calcule la fuerza de tracción máxima que puede tolerarse en el afianzador si se va a someter a 75% de la resistencia al esfuerzo de tracción del nylon. Véase la tabla del apéndice A–13.
27. Compare la fuerza de tracción que es capaz de soportar un tornillo de 1/4–20 si se va a someter a una tensión igual a 50% de su resistencia a la tracción y si se va a fabricar con cada uno de los materiales siguientes:
  - a. Acero, grado SAE 2
  - b. Acero, grado SAE 5
  - c. Acero, grado SAE 8
  - d. Acero, grado ASTM A307
  - e. Acero grado ASTM A574
  - f. Acero, grado métrico 8.8
  - g. Aluminio, 2024–T4
  - h. AISI 430 recocido
  - i. Ti–6Al–4V recocido
  - j. Nylon 6/6
  - k. Policarbonato
  - l. ABS de alto impacto
28. Describa las diferencias entre soldadura con arco, soldadura con latón y soldadura con varilla y fundente.
29. ¿Qué tipos de metales por lo general se sueldan con latón?
30. ¿Cuáles son algunas aleaciones comunes para soldar con latón?
31. ¿De qué materiales suelen estar compuestas las varillas que se utilizan para soldar con fundente?
32. Mencione cinco adhesivos comunes y señale las propiedades típicas de cada uno.
33. La etiqueta de un adhesivo común que se utiliza en el hogar lo describe como un *cianoacrilato*. ¿Qué propiedades espera que tenga?
34. Encuentre tres adhesivos disponibles en el mercado que provienen de su hogar, de un laboratorio, de un taller o del lugar en el que trabaja. Intente identificar la naturaleza genérica del adhesivo y compárela con la lista que se presenta en este capítulo.

---

# **19** Armazones o bastidores de máquinas, conexiones atornilladas y ensambles soldados

---

- 19-1 Objetivos de este capítulo
  - 19-2 Armazones o bastidores de máquinas y estructuras
  - 19-3 Ensamblados atornillados que se someten a carga excéntrica
  - 19-4 Ensamblados soldados
-

## ➡ Usted es el diseñador ⬅

En los capítulos 14, 16 y 17 a usted se le designó responsable del diseño de varios componentes de sistemas transportadores para grandes centros de distribución de productos. Usted diseñó o seleccionó cojinetes disponibles en el mercado para que soporten flechas o ejes, frenos y embragues, y motores eléctricos. Ahora, ¿cómo diseñaría el armazón y la estructura del sistema transportador? ¿Qué forma general es la que sugiere? ¿Qué materiales y forma deben utilizarse para los elementos estructurales? ¿Los elementos o piezas se cargan en tensión, compresión, flexión, corte, torsión o alguna combinación de estos tipos de esfuerzo? ¿En qué forma afectan la manera en que se carga y la naturaleza del esfuerzo a que se somete la estructura estas decisiones? ¿El armazón debe fabricarse de formas estructurales estándar que se atornillan juntas? ,o bien, ¿tiene que fabricarse con placas de acero y soldarse? ¿Qué tal si se utiliza aluminio? o ¿debe fabricarse en hierro fundido o acero fundido? ¿Es posible moldearlo con plástico? ¿Se pueden utilizar compuestos? ¿En qué forma se verá afectado el peso de la estructura? ¿Qué tanta rigidez es pertinente determinar para este tipo de estructura? ¿Qué formas de elementos que

soportan carga contribuyen a una estructura rígida así como a una que sea segura para resistir las tensiones o esfuerzos que se le aplican?

Si la estructura implica atornillar o soldar, ¿cuál es la manera en que hay que diseñar los ensambles? ¿Cuáles son las fuerzas, tanto de magnitud como de sentido, que deben ser soportadas por los afianzadores o las soldaduras? El material de que consta este capítulo le será útil para tomar algunas de estas decisiones relativas al diseño. Gran parte de la información es de naturaleza genérica en lugar de proporcionarle procedimientos de diseño específicos. Debe aplicar su criterio y echar mano de su creatividad, no sólo en el diseño del armazón del transportador, sino también en el análisis de sus componentes. Debido a que el diseño del armazón podría evolucionar hasta adoptar una forma en extremo compleja como para analizarla utilizando técnicas tradicionales de análisis de tensiones, quizá tenga que recurrir a modelos de elemento finito para determinar si es correcto o si acaso se excedió en el diseño. Tal vez haya que construir uno o más prototipos para efectuar pruebas.

■ ■ ■

### 19-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPTULO

El presente capítulo se centrará en el ensamble de partes de máquinas y el diseño y la fabricación de armazones para máquinas. En la mayor parte del resto del libro se abordaron miembros de máquinas a nivel individual. Sin embargo, para apegarse al tema de diseño de elementos de máquinas, es necesario considerar de qué manera se van a ensamblar los elementos, dónde se van a alojar y cómo se van a apoyar.

El capítulo 18 cubre parte de este tema: cómo se cargan los pernos y tornillos en tensión simple, tal como sucede cuando cumplen la función de afianzar. Este capítulo se extiende en los ensambles que se cargan en forma excéntrica, que deben resistir una combinación de esfuerzo de corte directo y un momento de flexión en un patrón de tornillos o pernos.

La capacidad de un ensamble para soportar una variedad de cargas se analiza a fin de diseñar la soldadura. Aquí se tratan tanto los ensambles que se cargan en forma uniforme como aquellos que se cargan de manera excéntrica.

El tema de los armazones y estructuras para máquinas resulta complejo. Se analiza desde el punto de vista de los principios y parámetros generales y no de técnicas de diseño específicas. Los armazones críticos, por lo regular, se diseñan con la asistencia del análisis de elemento finito por computadora. Además, se suelen utilizar técnicas de análisis de tensiones para verificar los diseños.



## Objetivos específicos

Una vez que concluya este capítulo, el lector será capaz de:

1. Aplicar los principios del análisis de tensiones y de deflexión a fin de proponer una forma razonable y eficiente para una estructura o armazón y para los componentes implicados.
2. Seleccionar los materiales adecuados para los requisitos de un diseño específico, una vez que se determinan condiciones particulares de carga, entorno, requisitos de fabricación seguridad y estética.
3. Analizar ensambles atornillados que se cargan en forma excéntrica.
4. Diseñar ensambles soldados de manera que soporten muchos tipos de patrones de carga.

## 19-2 ARMAZONES O BASTIDORES DE MAQUINAS Y ESTRUCTURAS

El diseño de armazones para máquinas es en gran medida un arte ya que requiere de acomodar los componentes de la máquina. Es frecuente que el diseñador se vea limitado para poder colocar los soportes, donde no interfieran con el funcionamiento de la máquina o bien, permitan el acceso para ensamblarla o darle servicio.

No obstante, existen, desde luego, requisitos técnicos que deben ser satisfechos al igual que para la propia estructura. Entre los parámetros de diseño más importantes se incluyen los siguientes:

Resistencia	Rigidez
Aspecto	Costos de la fabricación
Resistencia a la corrosión	Peso
Tamaño	Reducción de ruido
Atenuar la vibración	Vida útil

Debido a las infinitas posibilidades de detalles de diseño para armazones y estructuras, esta sección se centra en los parámetros generales. La instrumentación de los parámetros dependerá del uso específico. Ahora se presenta un resumen de los factores que se deben tomar en cuenta al iniciar un proyecto de diseño de un armazón:

- Fuerzas que ejercen los componentes de la máquina a través de los puntos de montaje como cojinetes, pivotes, abrazaderas y bases de otros elementos mecánicos.
- Manera en que se va a soportar la propia estructura
- Precisión del sistema; deflexión permisible de los componentes
- Cantidades que se van a producir e instalaciones disponibles
- Disponibilidad de herramientas analíticas como análisis de tensiones por computadora y análisis experimental de tensiones
- Relaciones con otras máquinas, muros y demás.

Una vez más, gran parte de estos factores requieren que el responsable del diseño aplique su criterio. Los parámetros sobre los que él puede ejercer un mayor control son la selección del material, la geometría de las partes del armazón que soportan cargas y el proceso de fabricación; a continuación se presenta un repaso de algunas posibilidades.

## Materiales

Al igual que con los elementos de máquinas que se analizan a lo largo del texto, las propiedades de resistencia y rigidez del material resultan de primordial importancia. El capítulo 2 presentó información abundante acerca de materiales, y los apéndices contienen mucha información útil. En general, el acero se clasifica con resistencia muy alta si se le compara con los materiales con que compite para fabricar armazones. Sin embargo, en ocasiones es mejor tomar en cuenta algo más que sólo resistencia a punto cedente, resistencia máxima a esfuerzo de tracción o sólo resistencia debida a la durabilidad. La totalidad del diseño se puede realizar con varios materiales posibles con el fin de evaluar el rendimiento general. La *razón de resistencia a densidad*, a la que a veces se le llama *relación de resistencia a peso* o *resistencia específica*, es susceptible de originar una selección de material diferente. Sin duda, lo anterior es un motivo por el que se utilizan el aluminio, titanio y materiales compuestos en aeronaves, vehículos aeroespaciales y equipo para transporte.

La rigidez de una estructura o un armazón, y no la resistencia, suele ser el factor determinante en el diseño. En estos casos, la rigidez del material, indicada por su coeficiente de elasticidad, es el factor más importante. De nuevo, tal vez sea necesario evaluar la relación rigidez a densidad, a la que se le llama *rigidez específica*. Para obtener información, remítase a la tabla 2-7 y la figura 2-10.

## Límites de deflexión recomendables

En realidad, sólo a partir del conocimiento profundo del uso de un miembro de una máquina o de un armazón se puede obtener un valor correspondiente a una deflexión aceptable. Sin embargo, a fin de señalar un punto de partida, se dispone de algunos parámetros [3].

Deflexión a consecuencia de flexión:

Una parte de una máquina en general: 0.000 5 a 0.003 pulg./pulg. de la longitud de la viga

Precisión moderada: 0.000 01 a 0.000 5 pulg./pulg.

Alta precisión 0.000 001 a 0.000 01 pulg./pulg.

Deflexión (giro) debido a la torsión:

Una parte de una máquina en general: 0.001° a 0.01°/pulg. de la longitud

Precisión moderada: 0.000 02° a 0.000 4°/pulg.

Alta precisión 0.000 001° a 0.000 02°/pulg.

### Sugerencias de diseño para resistir la flexión

Al revisar una tabla de fórmulas de deflexión para vigas en flexión se obtendrá la forma siguiente para la deflexión

$$\Delta = \frac{PL^3}{KEI} \quad (19-1)$$

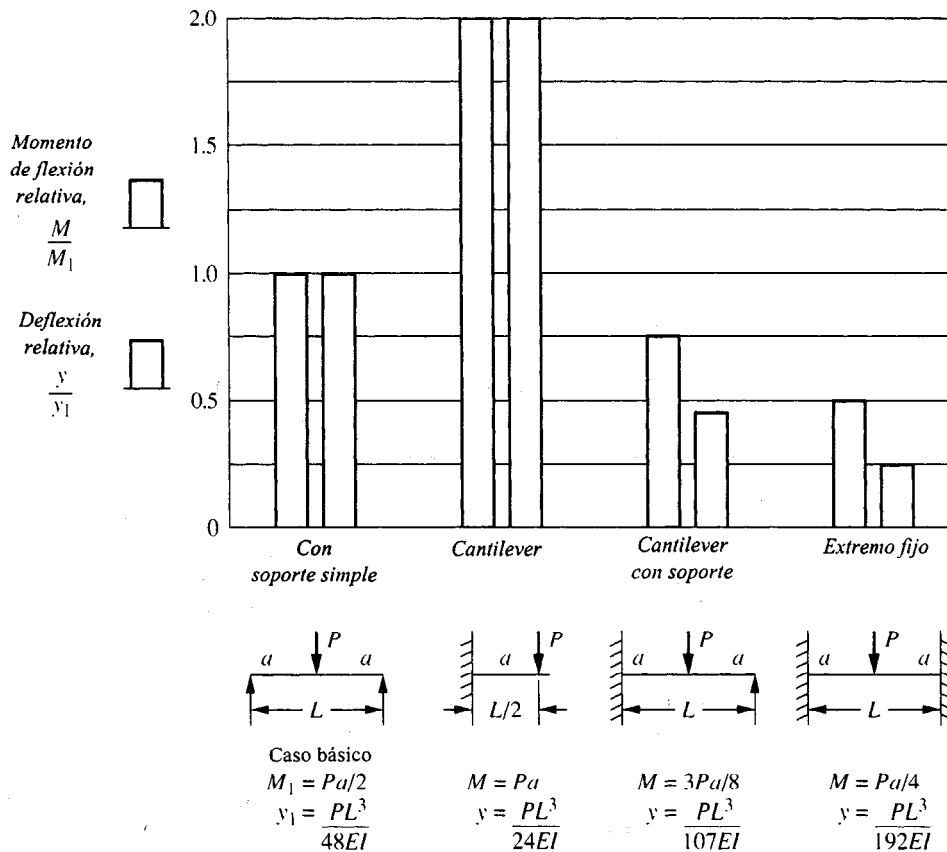
donde  $P$  = carga  
 $L$  = longitud entre soportes  
 $E$  = módulo de elasticidad del material en la viga  
 $I$  = momento de inercia de la sección transversal de la viga  
 $K$  = un factor que depende de la manera en que se carga y se soporta

Algunas conclusiones obvias que se desprenden de la ecuación (19-1) son que la carga y la longitud deben mantenerse pequeñas y que los valores correspondientes a  $E$  e  $I$  deben ser grandes. Observe la función cúbica de la longitud. Esto significa, por ejemplo, que al reducir la longitud en un factor de 2.0 se reducirá la deflexión por un factor de 8.0, es evidente que este valor resulta aceptable.

La figura 19-1 muestra la comparación de cuatro sistemas de vigas para soportar una carga,  $P$ , a una distancia,  $a$ , respecto a un soporte rígido. Una viga que es soportada en forma simple en cada extrema se considera como el "caso básico". Al utilizar fórmulas para vigas estándar, el valor del momento de flexión y deflexión se calcularon en términos de  $P$  y  $a$  y estos valores se normalizaron de manera arbitraria como 1.0. Después, se calcularon los valores para los otros tres casos y se determinaron las razones o relaciones con el caso básico. Los datos muestran que una viga con un extremo fijo genera tanto el momento de flexión más bajo como la deflexión más baja, en tanto el cantilever origina los valores más altos para ambos.

En resumen, para que el diseño sea resistente a la flexión se recomienda observar las sugerencias siguientes:

1. Mantener la longitud de la viga tan corta como sea posible y colocar cargas cerca de los soportes.
2. Maximizar el momento de inercia de la sección transversal en el sentido de la flexión. En general, esto se puede hacer colocando la mayor parte del material lo más lejos posible del eje neutral de flexión, como en una viga de reborde ancho o en una sección rectangular hueca.
3. Utilizar un material cuyo módulo de elasticidad sea alto.
4. Donde sea posible utilizar extremos fijos para la viga.
5. Considerar la deflexión lateral además de la deflexión en el sentido principal de la carga. Tales cargas se encontrarán durante la fabricación, el manejo, embarque, uso poco cuidadoso o golpes accidentales.
6. Asegúrese de evaluar en el diseño final la resistencia y rigidez. Algunos enfoques para



**Figura 19-1** Comparación de métodos para soportar una carga en una viga. (Robert L. Mott, *Applied Strength of Materials*, 2ª edición. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1990.)

mejorar la rigidez, incrementar  $I$ , en realidad pueden incrementar la tensión en la viga debido a que se incrementa el módulo de la sección.

7. Proporcionar apuntalamiento rígido en las esquinas de estructuras o armazones abiertos.
8. Cubrir la sección abierta de un armazón o estructura con un material laminado para resistir la distorsión. A veces a esto se le da el nombre de *refuerzo mediante entrepaños*.
9. Considere una construcción tipo armadura o entramado para obtener rigidez estructural con miembros de poco peso.
10. Cuando diseñe un armazón o estructura de espacio abierto, utilice riostras o apuntalamientos diagonales para dividir secciones en partes triangulares, una forma inherentemente rígida.
11. Considere usar montantes de refuerzo para paneles de gran tamaño a fin de reducir la vibración y el ruido.

12. Agregue riostras o apuntalamientos donde se aplican cargas o en los soportes para ayudar a transferir las fuerzas hacia miembros adyacentes.
13. Tenga cuidado con los miembros que soportan cargas provistos de rebordes extendidos que pueden colocarse en compresión. Es probable que se origine pandeo a nivel local, a lo que a veces se le da el nombre de *desgarramiento* o *inestabilidad local*.
14. De ser posible, coloque las conexiones en puntos de baja tensión.

### Sugerencias para diseñar miembros de manera que resistan la torsión

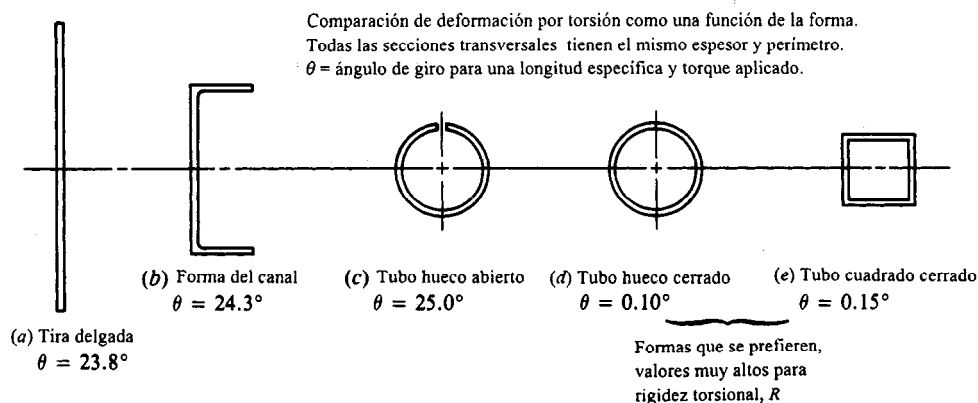
La torsión en un miembro de un armazón para máquina se puede generar de diversas formas: la superficie de soporte puede estar dispuesta; una máquina o un motor puede transmitir un torque de reacción hacia el armazón o la estructura; una fuerza que actúa a un lado del eje de la viga, o cualquier lugar lejos del centro de flexión de la viga, originará torceduras o torsión.

En general, la deflexión por torsión de un cuerpo se calcula a partir de

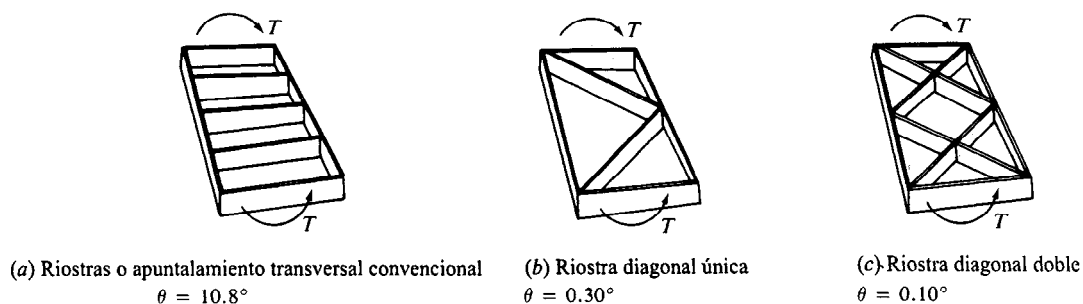
$$\theta = \frac{TL}{GR} \quad (19-2)$$

donde  $T$  = torque aplicado o momento de torsión  
 $L$  = longitud a lo largo de la que actúa el torque  
 $G$  = módulo de elasticidad ante esfuerzo de corte de material  
 $R$  = constante de rigidez torsional

El diseñador debe elegir con cuidado la forma del miembro de torsión para obtener una estructura rígida. Se recomienda observar las sugerencias siguientes:



**Figura 19-2** Comparación de deformación por torsión como una función de la forma. Todas las secciones transversales tienen el mismo espesor y perímetro.  $\theta$  = ángulo de giro para una longitud específica y torque aplicado.



**Figura 19-3** Comparación de ángulo torsional de giro,  $\theta$ , para estructuras o armazones tipo caja. Cada una tiene las mismas dimensiones básicas y torque aplicado.

1. Siempre que sea posible utilice secciones cerradas. Algunos ejemplos son barras sólidas con secciones transversales grandes, tubería y ductos huecos, tubería rectangular o cuadrada cerrada, formas cerradas especiales similares a la de un tubo.
2. Por el contrario, evite secciones abiertas que se fabrican con materiales delgados. La figura 19.2 muestra una ilustración sorprendente.
3. Para armazones anchos, abrazaderas, mesas, bases y demás, utilice riostras diagonales que se colocan a  $45^\circ$  a los lados de la estructura o armazón (véase la figura 19-3).
4. Utilice conexiones rígidas, como soldar miembros.

Casi todas las sugerencias que se hacen en esta sección se pueden instrumentar independientemente del tipo específico de armazón que se diseñe: piezas que se fabrican de hierro fundido, de acero fundido, aluminio, zinc o magnesio; soldaduras que se hacen de placas de aluminio o acero; carcasas formadas de lámina o placa de metal; o moldeadas en plástico.

### 19-3 ENSAMBLES ATORNILLADOS QUE SE SOMETEN A CARGA EXCÉNTRICA

La figura 19-4 muestra un ejemplo de un ensamble atornillado que se somete a carga excéntrica. El motor sobre la ménsula extendida coloca a los tornillos o pernos en esfuerzo de corte porque su peso actúa directamente en sentido descendente. Sin embargo, también existe un momento que es igual a  $P \times a$  al que debe resistir. El momento tiende a hacer girar la ménsula y, por consiguiente a cortar los tornillos.

El método básico de análisis y diseño de ensambles que se someten a cargas excéntricas consiste en determinar las fuerzas que actúan sobre cada perno debido a las cargas que se aplican.

**Tabla 19-1** Tensiones permisibles para pernos

Grado ASTM	Tensión por esfuerzo de corte permisible	Tensión por esfuerzo de tracción permisible
A307	10 Ksi (69 MPa)	20 Ksi (138 MPa)
A325 y A449	17.5 Ksi (121 MPa)	44 Ksi (303 MPa)
A490	22 Ksi (152 MPa)	54 Ksi (372 MPa)

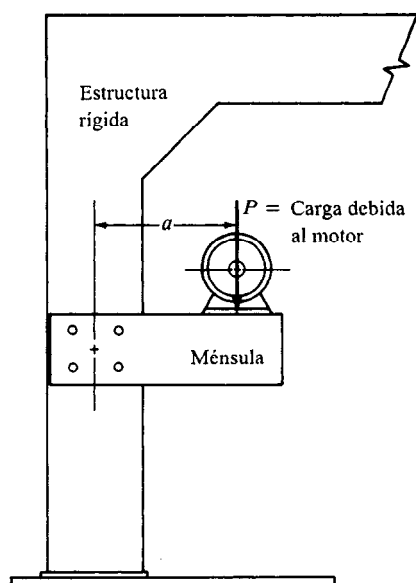


Figura 19-4 Ensamble soldado que se somete a una carga excéntrica

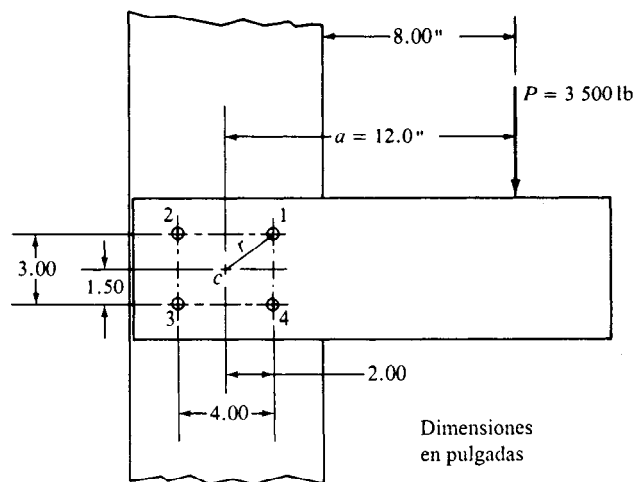
Así, mediante un proceso de superposición, las cargas se combinan vectorialmente para determinar cuál tornillo soporta la carga más considerable. Después, a ese tornillo se le asigna un tamaño. El método se describirá en el contexto de un problema ilustrativo.

El *American Institute of Steel Construction (AISC)* señala tensiones permisibles para pernos y tornillos que se fabrican con acero de grado ASTM, como lo muestra la tabla 19-1. Estos datos corresponden a pernos o tornillos que se utilizan en orificios de tamaño estándar, 1/16" más grandes que el tornillo. También se supone un *tipo de conexión de fricción*, en la que la fuerza de afianzamiento es lo suficiente grande de tal forma que la fricción entre las partes que se enlazan contribuye a soportar una parte de la carga por esfuerzo de corte.

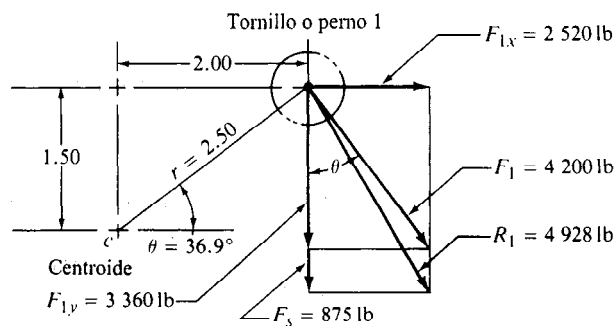
En el diseño de ensambles atornillados, debe asegurarse de que no existan cuerdas en el plano en el que se origina el esfuerzo de corte. Así, el cuerpo del tornillo tendrá un diámetro igual al diámetro mayor de la cuerda. Las tablas del capítulo 18 pueden utilizarse para seleccionar el tamaño estándar de un tornillo.

**Problema ilustrativo 19-1.** Para la ménsula de la figura 19-4, suponga que la fuerza total  $P$  es 3,500 lb y la distancia  $a$  es 12". Diseñe el ensamble atornillado, incluyendo ubicación y número de tornillos, el material y el diámetro.

**Solución.** La solución que se muestra es una descripción de un procedimiento que se puede utilizar para analizar ensambles similares. Los datos de este problema ilustran el procedimiento.



(a) Patrón de tornillo que se propone



(b) Fuerzas en el tornillo o perno 1

**Figura 19-5 Geometría de ensamble soldado para el problema ilustrativo 19-1 y fuerzas en el tornillo o perno 1**

1. Proponga el número de pernos en el patrón. Esta es una decisión de diseño, que se basa en su criterio y en la geometría de las partes conectadas. En este problema, haga la prueba con un patrón de cuatro tornillos colocados como se ilustra en la figura 19-5.
2. Determine la fuerza de corte directo en el patrón de los tornillos y en cada uno de estos, suponiendo que todos los tornillos comparten la carga por esfuerzo de corte en partes iguales

$$\text{Carga por esfuerzo de corte} = P = 3,500 \text{ lb}$$

$$\text{Carga por tornillo} = F_s = P/4 = 3,500 \text{ lb}/4 = 875 \text{ lb/tornillo}$$

La carga por esfuerzo de corte actúa directamente sobre cada tornillo en sentido descendente.



3. Calcule el *momento* al que debe resistir el patrón de tornillos: el producto de la carga indirecta y la distancia respecto al *centroide* del patrón de tornillos. En este problema,  $M = P \times a = (3,500 \text{ lb})(12'') = 42,000 \text{ lb}\cdot\text{pulg.}$
4. Calcule la distancia radial del centroide del patrón de tornillos al centro de cada tornillo. En este problema, cada tornillo tiene una distancia radial de

$$r = \sqrt{(1.50'')^2 + (2.00'')^2} = 2.50''$$

5. Calcule la suma de los cuadrados de todas las distancias radiales hacia todos los tornillos. En este problema, todos los tornillos tienen el mismo  $r$ . Así

$$\Sigma r^2 = 4(2.50 \text{ pulg.})^2 = 25.0 \text{ pulg.}^2$$

6. Calcule la fuerza que se necesita en cada tornillo para que resistan al momento de flexión de la relación

$$F_i = \frac{Mr_i}{\Sigma r^2} \quad (19-3)$$

donde  $r_i$  = distancia radial del centroide del patrón de tornillos al  $i$ ésimo tornillo  
 $F_i$  = fuerza en el  $i$ ésimo tornillo debido al momento. La fuerza actúa perpendicular al radio

En este problema todas estas fuerzas son iguales. Por ejemplo, para el tornillo 1

$$F_1 = \frac{Mr_1}{\Sigma r^2} = \frac{42\,000 \text{ lb}\cdot\text{pulg.}(2.50'')}{25.0 \text{ pulg.}^2} = 4\,200 \text{ lb}$$

7. Determine la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre cada perno. Se puede realizar una sumatoria de vectores ya sea analítica o gráficamente, o bien, cada fuerza se puede resolver en componentes horizontal y vertical. Los componentes se suman y después se calcula la resultante.

Para este problema se utiliza el último método. La fuerza de corte actúa directamente hacia abajo, en el sentido  $y$ . Los componentes  $x$  y  $y$  de  $F_1$  son

$$F_{1x} = F_1 \sin \theta = (4\,200 \text{ lb}) \sin (36.9^\circ) = 2\,520 \text{ lb}$$

$$F_{1y} = F_1 \cos \theta = (4\,200 \text{ lb}) \cos (36.9^\circ) = 3\,360 \text{ lb}$$

Entonces la fuerza total en el sentido  $y$  es

$$F_{1y} + F_s = 3\,360 + 875 = 4\,235 \text{ lb}$$

Por consiguiente la fuerza en el tornillo 1 es

$$R_1 = \sqrt{(2\,520)^2 + (4\,235)^2} = 4\,928 \text{ lb}$$

8. Especifique el material para el tornillo; calcule el área que se necesita para el tornillo; y seleccione un tamaño adecuado. Para este problema, especifique acero ASTM A325 para los tornillos cuya tensión permisible ante esfuerzo de corte es, a partir de la tabla 19-1, de 17,550 psi. Entonces el área que se requiere para el tornillo es

$$A_s = \frac{R_1}{\tau_a} = \frac{4\,928 \text{ lb}}{17\,500 \text{ lb/pulg}^2} = 0.282 \text{ pulg}^2$$

El diámetro que se requiere es

$$D = \sqrt{\frac{4A_s}{\pi}} = \sqrt{\frac{4(0.282 \text{ pulg}^2)}{\pi}} = 0.599 \text{ pulg}$$

Especifique un tornillo de 5/8" cuyo diámetro es 0.625".

---

## 19-4 ENSAMBLES SOLDADOS

En el diseño de ensambles soldados hay que considerar la manera en que se aplica la carga en los ensambles, los tipos de materiales en la soldadura y en los miembros que se van a ensamblar así como la geometría del ensamble. La carga puede estar distribuida de manera uniforme a lo largo de la soldadura de manera que todas las partes de la soldadura se sometan al mismo nivel de tensión, o bien, la carga puede aplicarse en forma excéntrica. Ambas se analizan en esta sección.

Los materiales de la soldadura y de los miembros originales determinan las tensiones permisibles. La tabla 19-2 incluye diversos ejemplos para acero y aluminio. Las tolerancias que se señalan corresponden a esfuerzo de corte en soldaduras de chaflanes. Para acero, soldado mediante el método de arco eléctrico, el tipo de electrodo es una indicación de la resistencia al esfuerzo de tracción del material de relleno. Por ejemplo, el electrodo E70 tiene una resistencia mínima al esfuerzo de tracción de 70 Ksi (483 MPa). En las publicaciones de la *American Welding Society (AWS)*, *American Institute for Steel Construction (AISC)* y *Aluminum Association (AA)* se dispone de información adicional

### Tipos de ensambles

El *tipo de ensamble* se refiere a la relación entre las partes que se enlazan, como se ilustra en la figura 19-6. La soldadura a tope permite que un ensamble tenga el mismo espesor nominal que las partes que se enlazan y por lo regular se carga en tensión. Si el ensamble se hace en forma correcta con el material de soldadura adecuado, el ensamble será más resistente que el

Tabla 19-2 Tensiones por esfuerzo de corte permisibles en soldaduras de chaflanes

Acero								
Tipo de electrodo	Metales típicos que se ensamblan (Grado ASTM)						Tensión por esfuerzo de corte permisible	
E60	A36, A500						18 Ksi (124 MPa)	
E70	A242, A441						21 Ksi (145 MPa)	
E80	A572 Grado 65						24 Ksi (165 MPa)	
E90	—						27 Ksi (186 MPa)	
E100	—						30 Ksi (207 MPa)	
E110	—						33 Ksi (228 MPa)	
Aluminio								
Metal ensamblado	Aleación para rellenar							
	1100		4043		5356		5556	
	Tensión por esfuerzo de corte permisible							
	Ksi	MPa	Ksi	MPa	Ksi	MPa	Ksi	MPa
1100	3.2	22	4.8	33	—	—	—	—
3003	3.2	22	5.0	34	—	—	—	—
6061	—	—	5.0	34	7.0	48	8.5	59
6063	—	—	5.0	34	6.5	45	6.5	45

metal original. Por consiguiente, no se requiera realizar un análisis especial del ensamble si se demuestra que los propios miembros ensamblados son seguros. No obstante, se sugiere tener cuidado cuando los materiales que se van a ensamblar se ven afectados de manera adversa por el calor que se genera en el proceso de soldadura; los aceros que se someten a tratamiento térmico y muchas aleaciones de aluminio son ejemplos de ello. Se supone que los otros tipos de soldadura que se muestran en la figura 19-6 colocan a la soldadura en esfuerzo de corte.

### Tipos de soldadura

La figura 19-7 muestra varios tipos de soldadura a los que se denomina de acuerdo con la geometría de los bordes de las partes que se van a ensamblar. Observe la preparación especial que se requiere para los bordes, sobre todo para placas gruesas, la cual permite que la varilla de soldadura entre en el ensamble y forme una costura de soldadura continua.

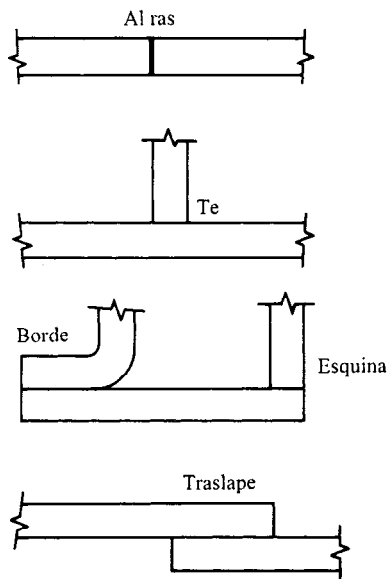


Figura 19-6 Tipos de ensambles soldados

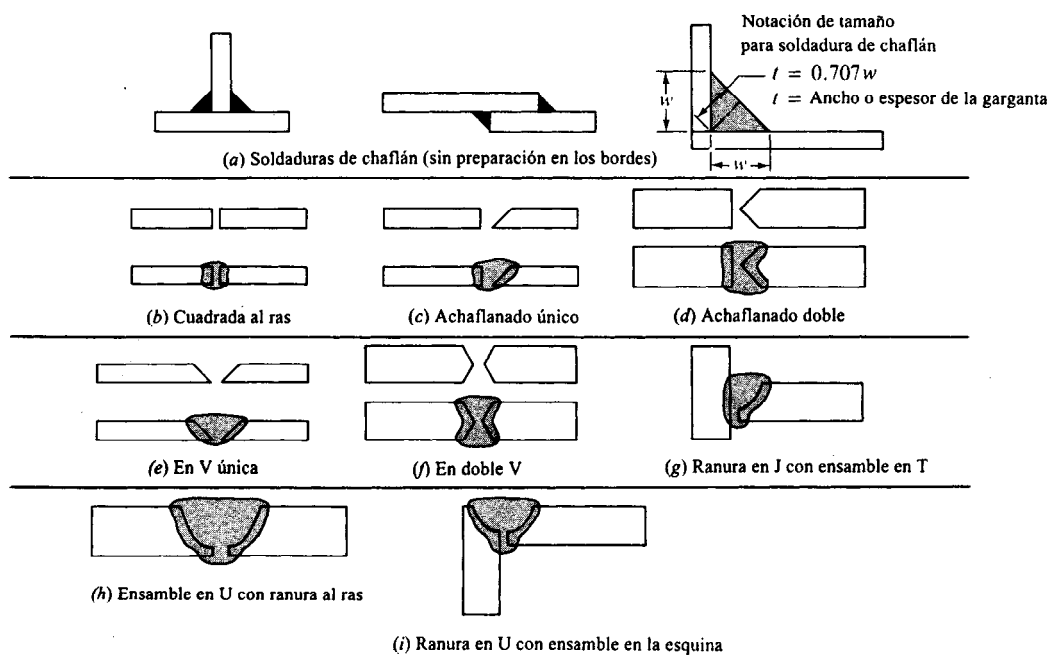


Figura 19-7 Algunos tipos de soldadura, se muestra la preparación de los bordes

## Tamaños de soldadura

Los cinco tipos de soldadura tipo ranura que se muestran en la figura 19-7 se hacen como soldaduras de penetración completa. Por consiguiente, como se indicó antes en cuanto a soldaduras a tope, la soldadura es más resistente que los metales originales y no se requiere hacer más análisis.

Las soldaduras en chaflanes, por lo regular, se hacen en ángulos rectos de lados iguales y el tamaño de la soldadura es indicado por la longitud del lado. Una soldadura de chaflán que se somete a carga de corte tenderá a fallar a lo largo de la dimensión más corta de la soldadura que es la línea a partir de la raíz de la soldadura hasta la cara teórica de la soldadura y normal respecto a la cara. Con base en la trigonometría simple, se encuentra que la longitud de esta línea es  $0.707w$ , donde  $w$  es la dimensión del lado.

Los objetivos del diseño de un ensamble soldado con chaflán son especificar la longitud de los lados del chaflán; la forma de la soldadura; y su longitud. Aquí se presenta el método que trata a la soldadura como una línea que no tiene espesor. El método implica determinar la *fuerza máxima por pulgada* de longitud de lado soldado. Comparar la fuerza real con una fuerza permisible permite calcular la longitud de lado que se necesita.

La tabla 19-3 proporciona información correspondiente a la tensión por esfuerzo de corte permisible y la fuerza permisible por pulgada para algunas combinaciones de metal base y electrodo soldador. En general, las tolerancias para estructuras tipo edificio son para cargas constantes. A los valores para carga tipo puente se les asignan los efectos cíclicos. En cuanto a carga sucesiva tipo fatiga real, consulte la literatura [2, 3].

## Método para tratar la soldadura como una línea

En esta sección se consideran cuatro tipos de carga distintos: tensión directa o compresión, esfuerzo de corte vertical directo, flexión y torsión. El método le permite al diseñador realizar cálculos de manera muy similar a la que se utilizó para diseñar los propios miembros que soportan carga. En general, la soldadura se analiza por separado para cada tipo de carga a fin de determinar la fuerza por pulgada de tamaño de soldadura debida a cada carga. Después las fuerzas se combinan vectorialmente para calcular la fuerza máxima. Esta fuerza máxima se

**Tabla 19-3 Tensiones por esfuerzo de corte permisibles y fuerzas en soldaduras**

<i>Metal base Grado ASTM</i>	<i>Electrodo</i>	<i>Tensión por esfuerzo de corte permisible</i>	<i>Fuerza permisible por pulgada de lado</i>
<i>Estructuras tipo edificio</i>			
A36, A441	E60	13 600 psi	9 600 lb/pulg.
A36, A441	E70	15 800 psi	11 200 lb/pulg.
<i>Estructuras tipo puente</i>			
A36	E60	12 400 psi	8 800 lb/pulg.
A441, A242	E70	14 700 psi	10 400 lb/pulg.

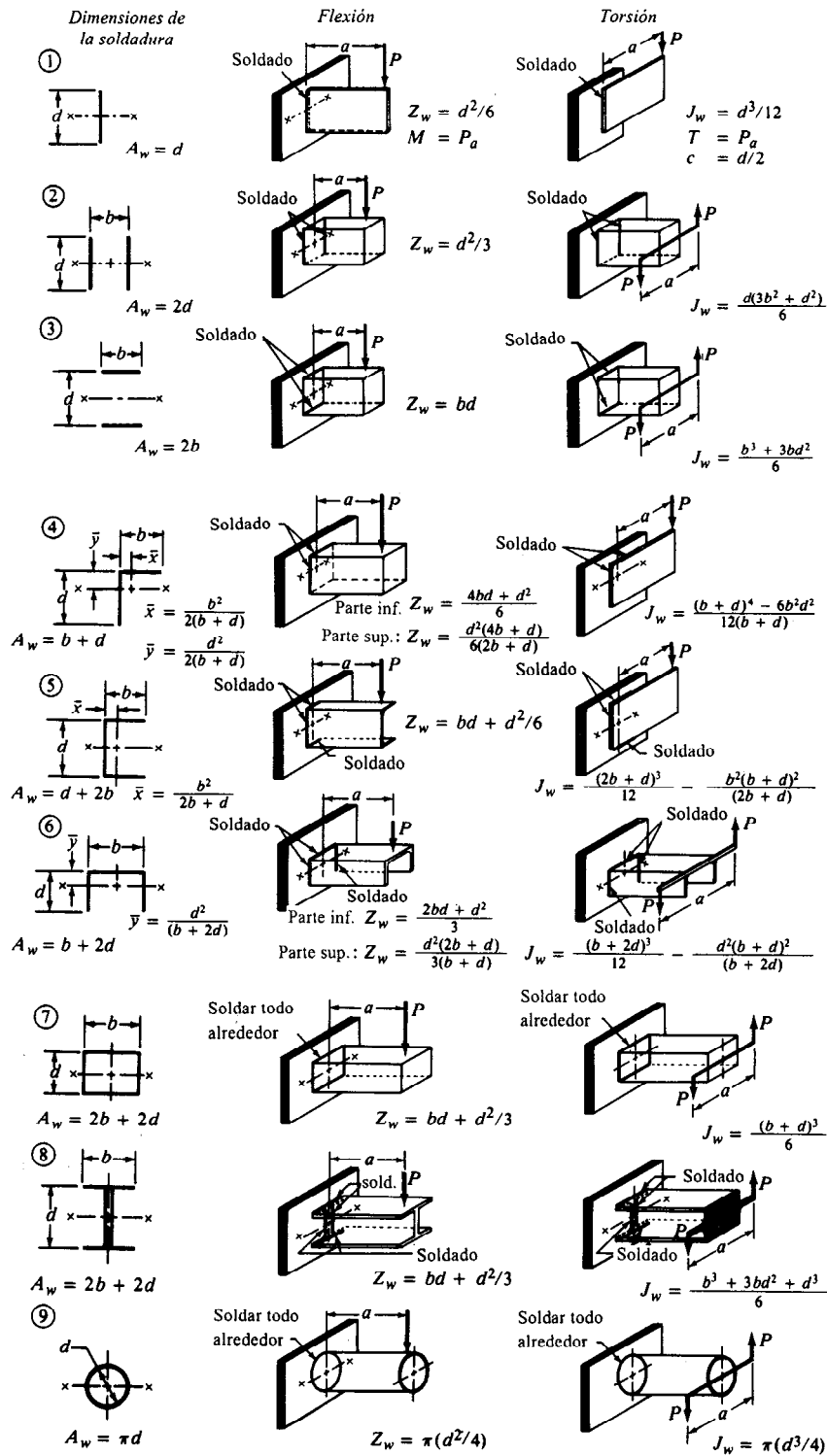


Figura 19-8 Factores de geometría para análisis de soldadura

compara con las tolerancias de la tabla 19-3 para determinar el tamaño de la soldadura que se necesita.

Enseguida se resumen las relaciones que se utilizan

Tipo de carga	Fórmula para fuerza por pulgada de soldadura
Tensión directa o compresión	$f = P/A_w$ (19-4)
Corte vertical directo	$f = V/A_w$ (19-5)
Flexión	$f = M/Z_w$ (19-6)
Torsión	$f = Tc/J_w$ (19-7)

En estas fórmulas, la geometría de la soldadura se utiliza para evaluar los términos  $A_w$ ,  $Z_w$  y  $J_w$ , recurriendo a las relaciones que se ilustran en la figura 19-8. Observe la similitud entre estas fórmulas y las que se emplearon para realizar el análisis de tensiones. Observe, asimismo, la similitud entre los factores de geometría para las soldaduras y las propiedades de las áreas que se utilizan para el análisis de tensiones. Debido a que la soldadura se considera como una línea que carece de espesor, las unidades correspondientes a los factores geométricos son distintas a las de las propiedades del área, como lo indica la figura 19-8.

El uso de este método para analizar soldadura se demostrará mediante problemas ilustrativos. En general el método requiere de los pasos siguientes:

1. Proponer la geometría del ensamble y el diseño de los miembros que se van a ensamblar.
2. Identificar los tipos de tensiones a los que se sujeta el ensamble, flexión, torsión, corte vertical, tensión directa o compresión.
3. Analizar el ensamble a fin de determinar la magnitud y el sentido de la fuerza en la soldadura debido a cada tipo de carga.
4. Combinar las fuerzas vectorialmente en el punto o los puntos de la soldadura donde las fuerzas parecen alcanzar un máximo.

**Tabla 19-4** Tamaños mínimos de soldadura para placas de gran espesor

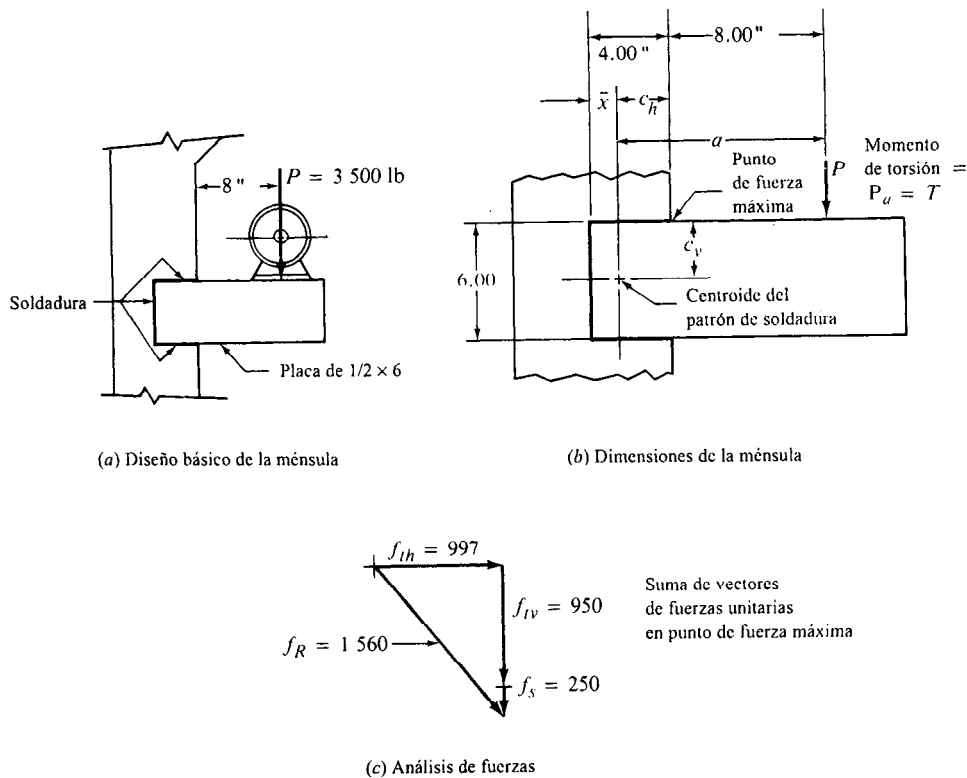
Espesor de la placa (pulg)	Tamaño mínimo de lado para soldadura de chaflán (pulg)
$\leq 1/2$	$3/16$
$> 1/2 - 3/4$	$1/4$
$> 3/4 - 1 1/2$	$5/16$
$> 1 1/2 - 2 1/4$	$3/8$
$> 2 1/4 - 6$	$1/2$
$> 6$	$5/8$

5. Dividir la fuerza máxima en la soldadura entre la fuerza permisible de la tabla 19-3 para determinar el tamaño de lado que se requiere para las soldadura. Observe que cuando se sueldan placas gruesas, existen tamaños mínimos aceptables para las soldaduras como se señala en la tabla 19-4.

**Problema ilustrativo 19-2.** Diseñe una ménsula similar a la de la figura 19-4, pero utilice soldadura para unir la ménsula a la columna. La ménsula tiene 6.00" de altura y se fabrica de acero ASTM A36 cuyo espesor es 1/2". La ménsula también se fabrica de acero A36 con un espesor de 8.00".

**Solución.**

**Paso 1.** La geometría propuesta es una decisión de diseño y es probable que se tenga que sujetar a cierta iteración para obtener un diseño óptimo. Para realizar la primera prueba, utilice el patrón soldado en forma de C que se muestra en la figura 19-9.



**Figura 19-9 Soldadura de la ménsula para el problema ilustrativo 19-2**



**Paso 2.** La soldadura se someterá a corte vertical directo y a torsión debido a la carga de 3,500 lb a que se somete la ménsula.

**Paso 3.** Para calcular las fuerzas en la soldadura, es necesario conocer los factores  $A_w$  y  $J_w$ . También hay que calcular dónde se localiza el centroide del patrón de soldadura [véase la figura 19-9(b)].

$$A_w = 2b + d = 2(4) + 6 = 14 "$$

$$J_w = \frac{(2b + d)^3}{12} - \frac{b^2(b + d)^2}{(2b + d)} = \frac{(14)^3}{12} - \frac{16(10)^2}{14} = 114.4 \text{ pulg}^3$$

$$x = \frac{b^2}{2b + d} = \frac{16}{14} = 1.14 "$$

Fuerza debida al corte vertical

$$V = P = 3\,500 \text{ lb}$$

$$f_s = P/A_w = (3\,500 \text{ lb})/14 " = 250 \text{ lb/pulg.}$$

Esta fuerza actúa verticalmente hacia abajo en todas las partes de la soldadura .

Fuerzas que se deben al momento de torsión

$$T = P[8.00 + (b - x)] = 3\,500[8.00 + (4.00 - 1.14)]$$

$$T = 3\,500(10.86) = 38\,010 \text{ lb}\cdot\text{pulg.}$$

El momento de torsión provoca que se ejerza una fuerza sobre la soldadura perpendicular a una línea radial que va desde el centroide del patrón soldado hasta el punto que interesa. En este caso, el extremo de la soldadura en la parte superior derecha experimenta la mayor fuerza. Conviene más dividir la fuerza en componentes horizontal y vertical, después se combinan de nuevo todos esos componentes en forma subsecuente para calcular la fuerza resultante.

$$f_{th} = \frac{Tc_v}{J_w} = \frac{(38\,010)(3.00)}{114.4} = 997 \text{ lb/pulg.}$$

$$f_{tv} = \frac{Tc_h}{J_w} = \frac{(38\,010)(2.86)}{114.4} = 950 \text{ lb/pulg.}$$

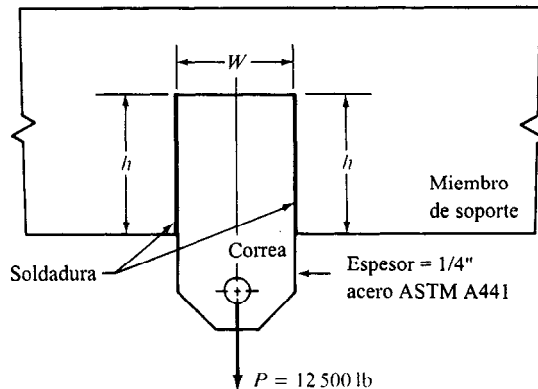
**Paso 4.** La combinación vectorial de las fuerzas en la soldadura se muestra en la figura 19-9(c). En consecuencia, la fuerza máxima es 1,560 lb/pulg.

**Paso 5.** Si se selecciona un electrodo E60 para soldar, la fuerza permisible por pulgada del tamaño de lado de la soldadura es 9,600 lb/pulg. (tabla 19-3). Por tanto la longitud de lado de soldadura que se necesita es

$$w = \frac{1\,560 \text{ lb/pulg.}}{9\,600 \text{ lb/pulg. por pulgada de lado}} = 0.163 "$$

La tabla 19-4 muestra que el tamaño mínimo de soldadura para una placa de 1/2" es 3/16" (0.188 "). Ese tamaño tiene que especificarse.

**Problema ilustrativo 19-3.** Una correa de acero, de 1/4" de espesor se va a soldar a un armazón rígido para que soporte una carga muerta de 12,500 lb como se ilustra en la figura 19-10. Diseñe la correa y su soldadura.



**Figura 19-10** Correa para el problema ilustrativo 19-3

**Solución.** Básicamente, los objetivos del diseño son especificar un material adecuado para la correa, el electrodo para soldar el tamaño de la soldadura y las dimensiones  $W$  y  $h$ , como se muestra en la figura.

Especifique que la correa debe fabricarse con acero estructural ASTM A441 y que se va a soldar con un electrodo E70, utilizando el tamaño mínimo de soldadura, 3/16". El apéndice A-7 proporciona la resistencia a punto cedente del acero A441 como 42,000 psi. Al utilizar un factor de diseño de 2, es posible calcular una tensión permisible de

$$\sigma_a = 42\,000/2 = 21\,000 \text{ psi}$$

En consecuencia, el área de la correa que se requiere es

$$A = \frac{P}{\sigma_a} = \frac{12\,500 \text{ lb}}{21\,000 \text{ lb/in}^2} = 0.595 \text{ pulg}^2$$

Pero el área es  $W \times t$ , donde  $t = 0.25$ ". Por tanto, el espesor que se necesita  $W$  es

$$W = A/t = 0.595/0.25 = 2.38 \text{ \"}$$

Especifique  $W = 2.50$ ".

Para calcular la longitud de soldadura,  $h$ , que se requiere, se necesita la fuerza permisible en la soldadura de 3/16". La tabla 19-3 indica que la fuerza permisible en el acero A441 soldado con un electrodo E70 es 11,200 lb/pulg por pulgada de tamaño de lado. Así

$$f_a = \frac{11\,200 \text{ lb/pulg}}{1.0'' \text{ de lado}} \times 0.188 \text{ pulg de lado} = 2\,100 \text{ lb/pulg.}$$

La fuerza real en la soldadura es

$$f_a = P/A_w = P/2h$$

Así, al despejar para  $h$  se obtiene

$$h = \frac{P}{2(f_a)} = \frac{12\,500 \text{ lb}}{2(2\,100 \text{ lb/''})} = 2.98''$$

Especificquemos que  $h = 3.00''$ .

**Problema ilustrativo 19-4.** Evalúe el diseño que se muestra en la figura 19-11 en cuanto a tensión en las soldaduras. Todas las partes del ensamble se fabrican de acero estructural ASTM A36 y se sueldan con un electrodo E60. La carga de 2,500 lb es una carga muerta.

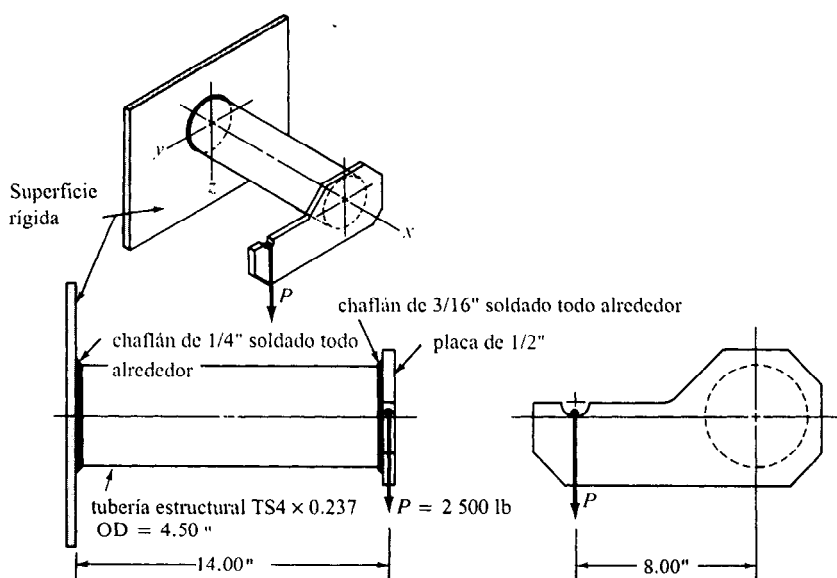


Figura 19-11 Ménsula para el problema ilustrativo 19-4

**Solución.** El punto crítico será la soldadura que se encuentra en la parte superior del tubo donde se une con la superficie vertical. En este punto, existe un sistema tridimensional de fuerza que ejerce su acción sobre la soldadura como se ilustra en la figura 19-12. La ubicación desplazada en la horizontal de carga provoca una torsión en la soldadura que genera una fuerza  $f_t$  en la soldadura hacia la izquierda en el sentido  $y$ . La flexión genera una fuerza  $f_b$  que actúa hacia fuera a lo largo del eje  $x$ . La fuerza de corte vertical  $f_s$  actúa hacia abajo a lo largo del eje  $z$ .

Con base en la estática, la resultante de los componentes de tres fuerzas será

$$f_R = \sqrt{f_t^2 + f_b^2 + f_s^2}$$

Ahora, se calcula cada fuerza componente en la soldadura

Fuerza de torsión  $f_t$ :

$$f_t = \frac{Tc}{J_w}$$

$$T = (2\,500 \text{ lb})(8.00 \text{ "}) = 20\,000 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$$

$$c = OD/2 = 4.500/2 = 2.25 \text{ "}$$

$$J_w = (\pi)(OD)^3/4 = (\pi)(4.500)^3/4 = 71.57 \text{ pulg}^3$$

Así

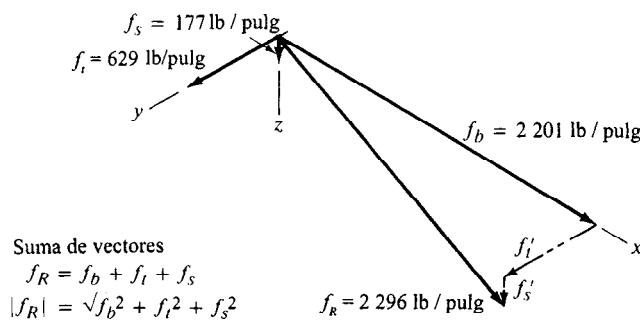
$$f_t = \frac{Tc}{J_w} = \frac{(20\,000)(2.25)}{71.57} = 629 \text{ lb/pulg.}$$

Fuerza de flexión  $f_b$ :

$$f_b = \frac{M}{Z_w}$$

$$M = (2\,500 \text{ lb})(14.00 \text{ "}) = 35\,000 \text{ lb}\cdot\text{pulg.}$$

$$Z_w = (\pi)(OD)^2/4 = (\pi)(4.500)^2/4 = 15.90 \text{ pulg}^2$$



**Figura 19-12** Vectores de fuerza para el problema ilustrativo 19-4

Así

$$f_b = \frac{M}{Z_w} = \frac{35\,000}{15.90} = 2\,201 \text{ lb/pulg.}$$

Fuerza de corte vertical  $f_s$ :

$$f_s = \frac{P}{A_w}$$

$$A_w = (\pi)(OD) = (\pi)(4.500 \text{ "}) = 14.14 \text{ "}$$

$$f_s = \frac{P}{A_w} = \frac{2\,500}{14.14} = 177 \text{ lb/pulg.}$$

Ahora se puede calcular la resultante

$$f_R = \sqrt{f_t^2 + f_b^2 + f_s^2}$$

$$f_R = \sqrt{629^2 + 2201^2 + 177^2} = 2\,296 \text{ lb/pulg.}$$

Al calcular esto con la fuerza permisible en una soldadura de 1.0" se obtiene

$$w = \frac{2\,296 \text{ lb/pulg.}}{9\,600 \text{ lb/pulg. por tamaño de lado}} = 0.239 \text{ "}$$

El chaflán de 1/4" que se especifica en la figura 19-11 es aceptable.

## BIBLIOGRAFIA

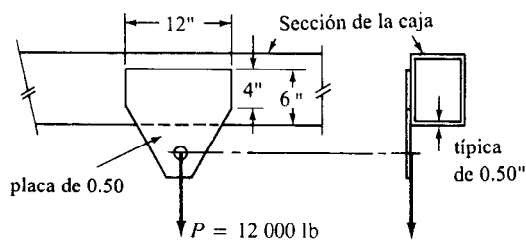
1. American Institute of Steel Construction. *Manual of Steel Construction*, 9ª edición. Nueva York: American Institute of Steel Construction., 1989.
2. Blodgett, Omer W. *Design of Welded Structures*. Cleveland: James F. Lincoln Arc Welding Foundation, 1966.
3. Blodgett, Omer W. *Design of Weldments*. Cleveland: James F. Lincoln Arc Welding Foundation, 1963.
4. Marshek, Kurt M. *Design of Machine and Structural Parts*. Nueva York: John Wiley & Sons.
5. Mott, Robert L. *Applied Strength of Materials*, 2ª edición. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1990.
6. Weiser, Peter F., ed. *Steel Casting Handbook*, 5ª edición. Rocky River, Ohio: Steel Founder's Society of America, 1980.

## PROBLEMAS

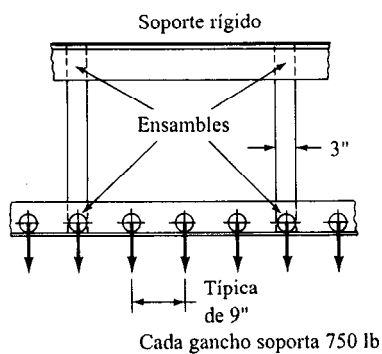
Para los problemas 1 al 6, diseñe un ensamble atornillado para unir los dos miembros que se muestran en la figura adecuada. Especifique el número de tornillos, el patrón, el grado de los tornillos o pernos y su tamaño.

1. Figura 19-13
2. Figura 19-14
3. Figura 19-15

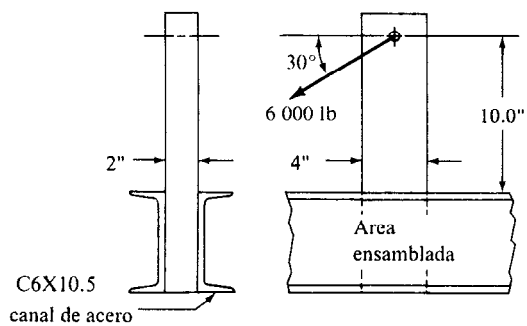
4. Figura 19-16
5. Figura 19-17
6. Figura 19-18



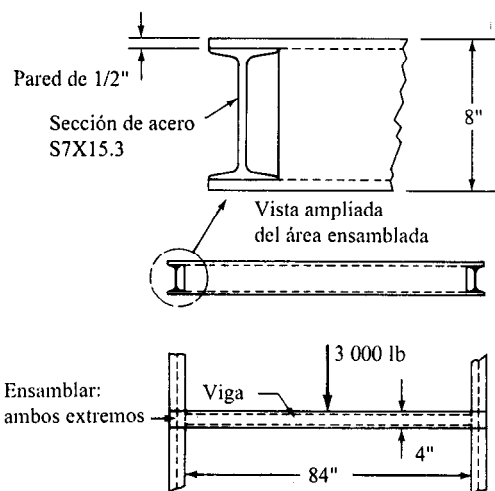
**Figura 19-13 (Problemas 1, 7 y 13)**



**Figura 19-14 (Problema 2)**



**Figura 19-15 (Problema 3)**



**Figura 19-16 (Problemas 4 y 8)**

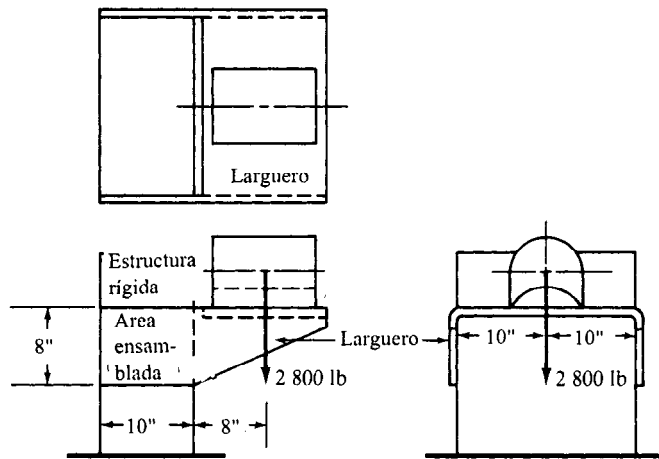
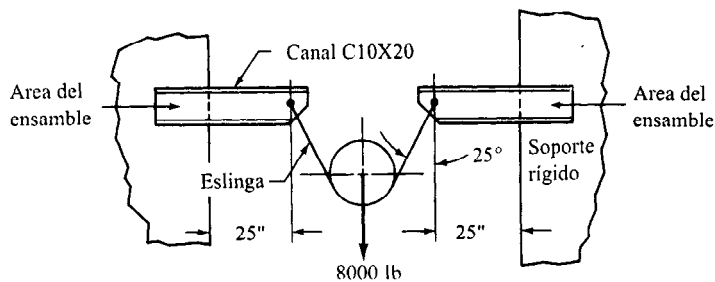


Figura 19-17 (Problemas 5 y 9)



Carga compartida por igual por cuatro abrazaderas (sólo se muestran dos)

Figura 19-18 (Problemas 6 y 10)

- Para los problemas 7 al 12 diseñe un ensamblaje soldado para unir los dos miembros que se muestran en la figura adecuada. Especifique la forma de la soldadura, el tipo de electrodo que se va a utilizar y el tamaño de la soldadura. En los problemas 7, 8 y 9, los miembros son de acero ASTM A36. En los problemas 10, 11 y 12, los miembros son de acero ASTM A441. Utilice el método que consiste en tratar el ensamblaje como una línea y use las fuerzas permisibles por pulgada de lado para estructuras tipo edificio de la tabla 19-3.

7. Figura 19-13
8. Figura 19-16
9. Figura 19-17
10. Figura 19-18
11. Figura 19-19
12. Figura 19-19 (pero  $P_2 = 0$ )

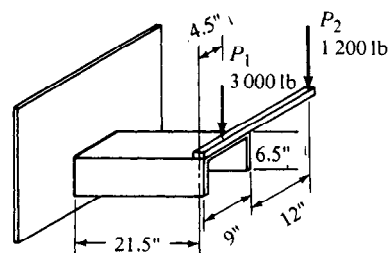


Figura 19-19 (Problema 11 y 12)

- Para los problemas 13 al 16 diseñe un ensamble soldado para unir los dos miembros de aluminio que se muestran en la figura adecuada. Especifique la forma de la soldadura, el tipo de aleación con que se va a rellenar y el tamaño de la soldadura. Los tipos de material que se ensamblan se indican en los problemas.

13. Figura 19-13: aleación 6061 (pero  $P = 4,000$  lb)

14. Figura 19-20: aleación 6061

15. Figura 19-21: aleación 6063

16. Figura 19-22: aleación 3033

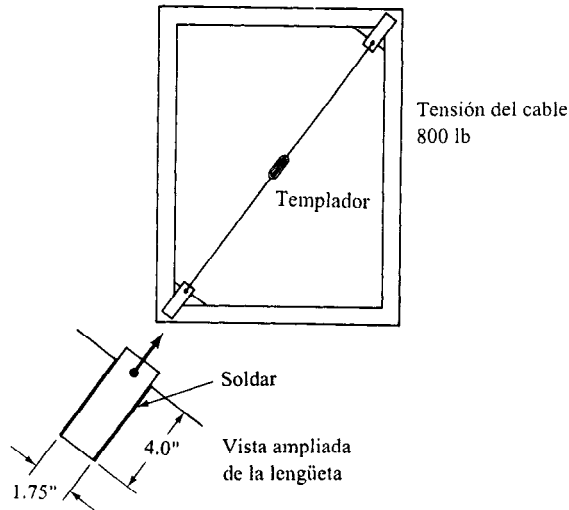


Figura 19-21 (Problema 15)

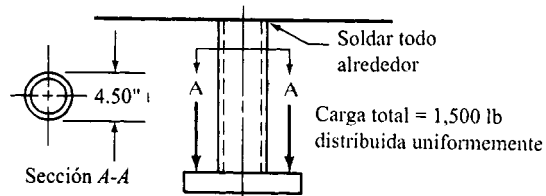


Figura 19-20 (Problema 14)

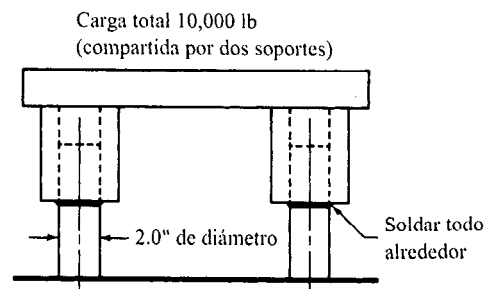


Figura 19-22 (Problema 16)

17. Compare el peso de una varilla de tracción que soporta una carga muerta de 4,800 lb si se fabrica de (a) acero AISI 1020 HR, (b) acero AISI 5160 OQT 1300, (c) Aluminio 2014-T6, (d) Aluminio 7075-T6, (e) Titanio

6Al-4V, recocido, y (f) Titanio 3A-1-13V-11Cr, envejecido. Utilice  $N = 2$  con base en resistencia a punto cedente.



---

# 20 **Proyectos de diseño**

---

- 20-1 Objetivos de este capítulo
- 20-2 Proyectos de diseño

## 20-1 OBJETIVOS DE ESTE CAPITULO

Uno de los objetivos más importantes de este texto ha sido hacer énfasis en la integración de elementos de máquinas a diseños mecánicos completos; se analizaron las interfaces entre elementos de máquinas con muchos ejemplos; se calcularon las fuerzas que ejerce un elemento sobre otro; en distintas figuras, a lo largo de la obra, se mostraron componentes disponibles en el mercado así como dispositivos completos.

Si bien estos análisis y ejemplos son de utilidad, una de las mejores formas de aprender diseño mecánico es practicarlos. Al lector le corresponde decidir las funciones detalladas y los requisitos correspondientes al diseño; es necesario que conceptualice diversos enfoques para un diseño; tiene que decidir cuál enfoque debe seguir hasta su conclusión; es necesario que termine, con todo detalle, el diseño de cada elemento; tiene que ensamblarlo y trazar dibujos detallados para comunicarle el diseño a otras personas que quizá lo utilicen o que son los responsables de fabricarlo; tiene que especificar por completo los componentes que haya comprado y que forman parte del diseño.

A continuación se presentan varios proyectos en los que se le pide que lleve a cabo las operaciones anteriores. Usted o el profesor puede modificar o ampliar estos proyectos para que cumplan con las necesidades individuales, o con el tiempo y la información disponibles, como por ejemplo los catálogos de los fabricantes. Al igual que en casi todos los proyectos de diseño, las soluciones posibles son numerosas. Se pueden comparar y criticar las distintas soluciones que proponen los estudiantes de un curso para promover y mejorar el aprendizaje. Tal vez resulte útil, en este momento, repasar las secciones 1-4 y 1-5 acerca de las funciones y requisitos de diseño y su correspondiente filosofía. Además, en el cuestionario al final del capítulo 1 se le pidió que escribiera un conjunto de funciones y requisitos de diseño para varios de esos mismos dispositivos, si ya lo hizo utilícelos como parte de estos ejercicios.

## 20-2 PROYECTOS DE DISEÑO

### **Seguro para cofre de automóvil**

Diseñe un seguro para cofre de automóvil. El seguro debe ser capaz de mantener cerrado el cofre cuando el vehículo esté en marcha. No obstante tiene que abrir con facilidad para dar servicio a los componentes que contiene el compartimiento del motor. Que el seguro sea a prueba de robos es un objetivo importante en el diseño. Hay que determinar en qué forma se va a conectar el seguro al cofre y la carrocería del automóvil. Un requisito es que el seguro sea susceptible de fabricarse en serie.

### **Rampa hidráulica**

Diseñe un dispositivo de este tipo que se utilizará para reparar automóviles. Obtenga las dimensiones pertinentes con base en automóviles representativos respecto a altura inicial, altura extendido, diseño de las almohadillas que entran en contacto con el vehículo y demás. El gato tiene que levantar al automóvil completo.

### **Gato para automóviles**

Diseñe uno de estos aparatos para levantar el frente de un automóvil, o bien, la parte posterior. El gato puede ser usado en forma manual, utilizando medios mecánicos o hidráulicos, o bien, puede funcionar mediante energía eléctrica o presión neumática.

**Grúa portátil**

Diseñe una grúa portátil para utilizarla en el hogar, industrias pequeñas, bodegas, y cocheras. Debe tener una capacidad mínima de 1,000 lb (4.45 kN). Casi siempre se utilizará para desmontar el motor de un automóvil, levantar componentes de máquinas o cargar camiones.

**Máquina para aplastar latas**

Diseñe una máquina para aplastar latas de refresco o cerveza. La máquina se usará en hogares o restaurantes como auxiliar en trabajos de reciclaje. Puede operar en forma manual o mediante electricidad. Debe ser capaz de aplastar las latas al 20% aproximadamente de su volumen original.

**Dispositivo para transferir**

Diseñe un dispositivo automático para transferir que se usará en una línea de producción. Las partes que se van manejar son piezas fundidas en acero que tienen las características siguientes.

Peso: 42.0 lb (187 N)

Tamaño: cilíndrico; 6.75" de diámetro y 10.0" de altura. La superficie exterior está libre de proyecciones u orificios y tiene un acabado relativamente liso, según se fundió.

Velocidad de transferencia: flujo continuo, 2.00 segundos entre las distintas piezas

Las partes entran con una elevación de 24.0" en un transportador de rodamientos. Se les tiene que elevar a 48.0" en un espacio de 60.0" horizontalmente. Salen en un transportador independiente.

**Volteadora de tambores**

Diseñe una volteadora de tambores. La máquina tiene que levantar tambores de 55 galones de material en bruto desde el suelo hasta una altura de 60.0" y vaciar el contenido en una tolva.

**Alimentadora de papel**

Diseñe un dispositivo para alimentar de papel una copiadora. El papel debe ser alimentado a una velocidad de 120 hojas por minuto.

**Transportador de grava**

Diseñe un transportador para elevar grava hasta un camión. El borde superior de la cama del camión está a 8.0 pies (2.44 m) del suelo. La cama tiene 6.5 pies de ancho, 12.0 pies de largo y 4.00 pies de profundidad (1.98 m  $\times$  3.66 m  $\times$  1.22 m). Se pretende llenar el camión en 5.0 min o menos.

**Rampa para construcción**

Diseñe una rampa para construcción. Este dispositivo levantará material de construcción desde el suelo hasta una altura de 40.0 pies (12.2 m). La rampa estará en la parte superior de un andamio que no forma parte del proyecto de diseño. Levantará una carga de hasta 500 lb (2.22kN) a una velocidad de 1.0 pie/segundo (0.30 m/s). La carga estará en una pala, de 3.0 pies por 4.0 pies (0.91 m  $\times$  1.22 m). En la parte superior se deben proporcionar medios para llevar la carga a una plataforma que soporta a la rampa.

### Máquina para empacar

Diseñe una máquina para empacar. Hay que tomar tubos de pasta dentífrica de una banda continua e insertarlos en cajas. Se puede elegir cualquier tamaño estándar de caja. El dispositivo puede incluir los medios para cerrar las caja una vez que los tubos se hayan colocado dentro.

### Empacadora de cajas

Diseñe una máquina que inserte 24 cartones de pasta dentífrica en una caja para envíos.

### Brazo de robot

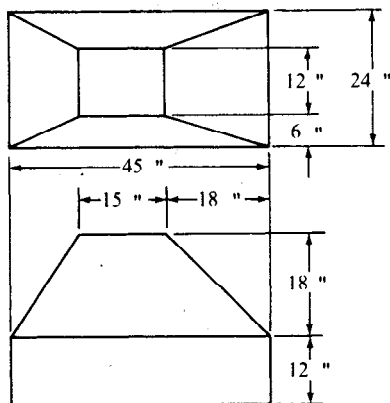
Diseñe un brazo de robot para que tome llantas de refacción de un anaquel y las introduzca en la cajuela de un automóvil en una línea de ensamble. Obtenga las dimensiones de un automóvil en particular.

### Armazón para sostener máquina soldadora

Diseñe el armazón que se indica. Un armazón pesado se construye de placa de acero soldada en la forma que se muestra en la figura 20-1. La unidad soldadora será manejada por un robot, pero es fundamental que la línea de soldadura sea horizontal conforme avanza el proceso. Diseñe el dispositivo para sostener la estructura con seguridad y presentar la parte a soldar hacia el robot. La placa tiene  $3/8"$  (9.53 mm) de espesor

### Dispositivo para abrir la puerta de una cochera

Diseñe un dispositivo para abrir la puerta de una cochera.



Soldar todas las costuras con la línea de soldadura sobre un plano horizontal

**Figura 20-1 Armazón para sostener máquina soldadora**

**Reductor de velocidad de engranaje recto, reducción única**

Diseñe un reductor de velocidad de este tipo. Especifique los dos engranes dos flechas, cuatro cojinetes y una carcasa. Utilice cualquier información de los problemas 40 al 51 del capítulo 11.

**Reductor de velocidad de engrane recto, reducción doble**

Diseñe un reductor de velocidad de este tipo. Especifique los dos engranes, tres flechas, seis cojinetes y una carcasa. Utilice cualquier información de los problemas 55, 56 o 57 del capítulo 11.

**Reductor de velocidad de engranaje cónico o biselado, reducción única**

Diseñe un reductor de velocidad como el que se indica. Utilice cualquier información de los problemas 14 al 25 del capítulo 12.

**Reductor de velocidad de sistema de tornillo sin fin, reducción única**

Diseñe un reductor de velocidad completo como del tipo que se indica. Utilice cualquier información de los problemas 26 al 36 del capítulo 12.

**Dispositivo elevador utilizando tornillos Acme**

Diseñe un dispositivo similar al que se describe en la figura 18-1. Un motor eléctrico impulsa al gusano a una velocidad de 1,750 rpm. Los dos tornillo Acme giran y levantan la horquilla que a su vez levanta la cubierta. Véase el problema ilustrativo 18-1 para detalles adicionales. Complete la unidad, incluyendo el conjunto del sistema de tornillo sin fin, el impulsor de cadena, los tornillos Acme, los cojinetes y sus montajes. La cubierta tiene un diámetro de 60" (1,524 mm) en su superficie superior. Nominalmente, los tornillos deben ser de 30" (762 mm) de largo. El movimiento total de la horquilla será de 24" que se debe realizar en 15.0 segundos o menos.

**Dispositivo elevador utilizando tornillos de cabeza redonda**

Repita el diseño del dispositivo elevador, utilizando tornillos de cabeza redonda en vez de tornillos Acme.

**Freno para una flecha impulsora**

Diseñe un freno. Una carga giratoria (como la que se ilustra en la figura 16-21) debe detenerse desde 775 rpm en 0.50 segundos o menos. Use cualquiera de los tipos de frenos descritos en el capítulo 16 y complete los detalles de diseño, incluyendo los medios actuadores: resortes, presión neumática, palanca manual, etc. Muestre el freno conectado a la flecha de la figura 6-21.

**Freno para un malacate**

Diseñe un freno completo para la aplicación que se muestra en la figura 16–23 y se describe en el problema 11 en el capítulo 16.

**Impulsor espaciador**

Diseñe un impulsor espaciador para un sistema de ensamble automático. Los artículos que se van a mover se montan en una placa de acero cuadrada de 6.0" (152 mm) por lado y 0.50" (12.7 mm) de espesor. El peso total de cada ensamble es 10.0 lb (44.5 N). El centro de cada placa (intersección de sus diagonales) se debe mover 12.0" (305 mm) con cada espaciamiento. El espaciamiento se debe completar en 1.0 seg. o menos y la placa tiene que permanecer fija en cada estación durante 2.0 seg. cuando menos. Se requieren cuatro ensambles de estación. La disposición puede ser lineal, giratoria o cualquier otra en tanto las placas se muevan en un plano horizontal.

**Rueda giratoria para niños**

Diseñe este aparato. Debe ser capaz de transportar entre uno y cuatro niños cuyo peso es de hasta 80 lb (356 N) cada uno. La velocidad de giro debe ser una revolución en 6.0 segundos. Tiene que ser impulsada mediante un motor eléctrico.

**Volantín**

Diseñe un juego mecánico para niños pequeños de seis años o menos, de manera que puedan sentarse con comodidad en tanto disfrutan de un movimiento interesante. Cuando menos dos de ellos se pueden subir al mismo tiempo. El juego mecánico se comercializará en centros comerciales y tiendas departamentales para divertir a los hijos de los clientes.

**Juego mecánico para jardín**

Diseñe un juego mecánico para jardín en el cual vagones pequeños se desplazan a lo largo de una trayectoria circular. El juego tiene que ser impulsado mediante un motor eléctrico. Cada vagón tiene 1.0 m (39.4" de largo y 0.50 m (19.7") de ancho. Las cuatro ruedas son de 150 mm (6.0") de diámetro. El vagón se va a conectar a la varilla impulsora en el punto en que por lo regular está la palanca. La distancia radial al punto de unión debe ser 2.0 m (6.6 pies). Los vagones tienen que hacer un giro completo en 8.0 segundos. Proporcione los medios para impulsar y detener el impulsor.

**Dispositivo para transferir**

Diseñe un dispositivo para mover árboles de levas automotrices entre estaciones de procesamiento. Cada movimiento debe ser de 9.0" (229 mm). El árbol de levas se tiene que apoyar en

dos superficies de cojinetes sin acabado que tiene un diámetro de 3.80" (96.5 mm) y una longitud axial de 0.75" (19 mm). El espacio entre las superficies de cojinete es de 15.75" (400.0 mm). Cada árbol de levas pesa 16.3 lb (72.5 N). Cada 2.50 segundos, se tiene que completar un ciclo de movimiento. Diseñe el mecanismo completo, incluso el impulso que proviene de un motor eléctrico.

### **Transportador de cadena**

Diseñe un transportador de cadena recta para que mueva ocho palas a lo largo de una línea de ensamble. Las palas tiene 18" de largo y 12" de ancho. El peso máximo de cada cadena y el producto que lleva es 125 lb. Al final del transportador se aplica una fuerza hacia abajo de 500 lb al producto que debe ser transportado mediante la pala a la estructura del transportador. Diseñe la configuración de los lados y de la parte inferior de las palas.

### **Proyectos que llevan por título "Usted es el diseñador"**

Al principio de cada capítulo, aparece una sección que se denomina "Usted es el diseñador", en la que se le solicita al lector que imagine ser el responsable del diseño de algún dispositivo o sistema. Elija cualquiera de esos proyectos.





---

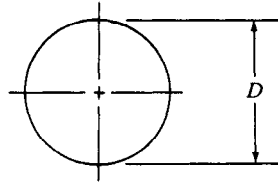
# APENDICES

---

- 1 Propiedades de áreas
  - 2 Factores de conversión
  - 3 Propiedades de los aceros al carbón y aceros con aleaciones
  - 4 Propiedades de los aceros con tratamiento térmico (AISI 1040, 1144, 1340, 4140, 4340, 6150)
  - 5 Propiedades de los aceros carburizados
  - 6 Propiedades de los aceros inoxidables
  - 7 Propiedades de los aceros estructurales
  - 8 Propiedades de diseño del hierro fundido
  - 9 Propiedades de los metales en polvo
  - 10 Propiedades típicas del aluminio
  - 11 Propiedades de las aleaciones con titanio
  - 12 Propiedades de los bronce
  - 13 Propiedades típicas de plásticos seleccionados
  - 14 Fórmulas para deflexión de vigas
  - 15 Factores de concentración de tensión
  - 16 Propiedades de formas estructurales de acero (formas de vigas con reborde ancho, American Standard, vigas acanaladas American Standard, ángulos de lados iguales, ángulos de lados no iguales, tubería estructural)
  - 17 Propiedades de vigas y perfiles de estándar I de la Aluminum Association
  - 18 Propiedades de tubería estructural cuadrada y rectangular
  - 19 Tensiones por esfuerzo de corte de diseño, para alambre de resortes que se utiliza en resortes helicoidales de compresión y en resortes helicoidales de tensión
  - 20 Módulo de elasticidad en esfuerzo de corte ( $G$ ) y en tensión ( $E$ ) para alambre para resortes
  - 21 Tensiones de diseño por flexión para alambre para resortes que se utiliza en resortes helicoidales de torsión
-

# **APENDICE 1 PROPIEDADES DE AREA**

Circular



$$A = \pi D^2/4$$

$$I = \pi D^4/64$$

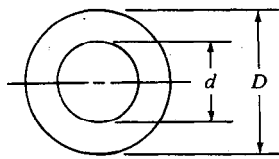
$$Z = \pi D^3/32$$

$$r = D/4$$

$$J = \pi D^4/32$$

$$Z_p = \pi D^3/16$$

Circular hueca (tubo)



$$A = \pi(D^2 - d^2)/4$$

$$I = \pi(D^4 - d^4)/64$$

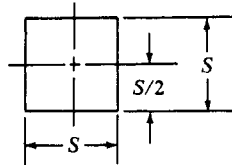
$$Z = \pi(D^4 - d^4)/32D$$

$$r = \sqrt{D^2 + d^2}/4$$

$$J = \pi(D^4 - d^4)/32$$

$$Z_p = \pi(D^4 - d^4)/16D$$

Cuadrada



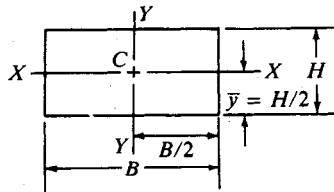
$$A = S^2$$

$$I = S^4/12$$

$$Z = S^3/6$$

$$r = S/\sqrt{12}$$

Rectangular



$$A = BH$$

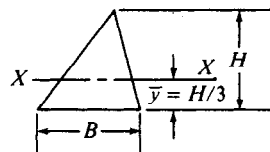
$$I_x = BH^3/12$$

$$Z_x = BH^2/6$$

$$r_x = H/\sqrt{12}$$

$$r_y = B/\sqrt{12}$$

Triangular



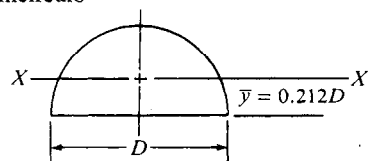
$$A = BH/2$$

$$I = BH^3/36$$

$$Z = BH^2/24$$

$$r = H/\sqrt{18}$$

Semicírculo

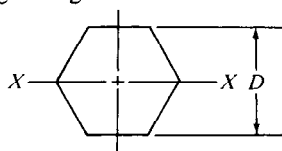


$$A = \pi D^2/8 \quad r = 0.132D$$

$$I = 0.007D^4$$

$$Z = 0.024D^3$$

Hexágono regular



$$A = 0.866D^2 \quad r = 0.264D$$

$$I = 0.06D^4$$

$$Z = 0.12D^3$$

$A$  = área

$I$  = momento de inercia

$Z$  = módulo de sección

$r$  = Radio de giro =  $\sqrt{I/A}$

$J$  = Momento polar de inercia

$Z_p$  = Módulo de sección polar

## APENDICE 2 FACTORES DE CONVERSION

### Unidades de sistema británico a unidades de sistema SI (métrico decimal)

<i>Cantidad</i>	<i>Unidad de sistema británico</i>	<i>Unidad SI</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Unidades equivalentes</i>
Longitud	1 pie (ft)	= 0.304 8 metro	m	—
Masa	1 slug	= 14.59 kilogramo	kg	—
Tiempo	1 segundo	= 1.0 segundo	s	—
Fuerza	1 libra (lb)	= 4.448 newton	N	kg · m/s <sup>2</sup>
Presión	1 lb/pulg <sup>2</sup>	= 6 895 pascal	Pa	N/m <sup>2</sup> o kg/m · s <sup>2</sup>
Energía	1 pie-lb	= 1.356 joule	J	N · m o kg · m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
Potencia	1 pie-lb/s	= 1.356 watt	W	J/s

**Otros factores de conversión útiles***Longitud*

1 pie = 0.3048 m  
 1 pulg = 25.4 mm  
 1 mi = 5280 pies  
 1 mi = 1.609 km

1 km = 1000 m  
 1 cm = 10 mm  
 1 m = 1000 mm

*Area*

1 pie<sup>2</sup> = 0.0929 m<sup>2</sup>  
 1 pulg<sup>2</sup> = 645.2 mm<sup>2</sup>

1 m<sup>2</sup> = 10.76 pie<sup>2</sup>  
 1 m<sup>2</sup> = 10<sup>6</sup> mm<sup>2</sup>

*Volumen*

1 pie<sup>3</sup> = 7.48 gal  
 1 pie<sup>3</sup> = 1728 pulg<sup>3</sup>  
 1 pie<sup>3</sup> = 0.0283 m<sup>3</sup>

1 gal = 0.00379 m<sup>3</sup>  
 1 gal = 3.785 L  
 1 m<sup>3</sup> = 1000 L

*Volumen de cantidad de flujo*

1 pie<sup>3</sup>/s = 449 gal/min  
 1 pie<sup>3</sup>/s = 0.0283 m<sup>3</sup>/s  
 1 gal/min = 6.309 × 10<sup>-5</sup> m<sup>3</sup>/s

1 gal/min = 3.785 L/min  
 1 L/min = 16.67 × 10<sup>-6</sup> m<sup>3</sup>/s

*Temperatura*

$T(^{\circ}\text{C}) = [T(^{\circ}\text{F}) - 32] \frac{5}{9}$   
 $T(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5} [T(^{\circ}\text{C})] + 32$

*Potencia*

1 hp = 550 pie · lb/s  
 1 hp = 745.7 W

1 pie · lb/s = 1.356 W  
 1 Btu/h = 0.293 W

*Densidad*

1 slug/pie<sup>3</sup> = 515.4 kg/m<sup>3</sup>

*Peso específico*

1 lb/pie<sup>3</sup> = 157.1 N/m<sup>3</sup>

*Energía*

1 pie · lb = 1.356 J  
 1 Btu = 1.055 kJ  
 1 W · h = 3.600 kJ

*Tensión, presión o carga por unidad*

1 lb/pulg<sup>2</sup> = 6.895 kPa  
 1 lb/pie<sup>2</sup> = 0.0479 kPa  
 1 kip/pulg<sup>2</sup> = 6.895 MPa

*Módulo de sección*

1 pulg<sup>3</sup> = 1.639 × 10<sup>4</sup> mm<sup>3</sup>

*Torque o momento*

1 lb · pulg = 0.1130 N · m

*Momento de inercia*

1 pulg<sup>4</sup> = 4.162 × 10<sup>5</sup> mm<sup>4</sup>

Tabla de conversión de dureza

Brinell				Rockwell				Resistencia a la tracción (1 000 psi aprox.)
Diám. indent (mm)	No.*	B	C	Diám. indent (mm)	No.*	B	C	
2.25	745		65.3	3.75	262	(103.0)	26.6	127
2.30	712		—	3.80	255	(102.0)	25.4	123
2.35	682		61.7	3.85	248	(101.0)	24.2	120
2.40	653		60.0	3.90	241	100.0	22.8	116
2.45	627		58.7	3.95	235	99.0	21.7	114
2.50	601		57.3	4.00	229	98.2	20.5	111
2.55	578		56.0	4.05	223	97.3	(18.8)	—
2.60	555		54.7	4.10	217	96.4	(17.5)	105
2.65	534		53.5	4.15	212	95.5	(16.0)	102
2.70	514		52.1	4.20	207	94.6	(15.2)	100
2.75	495		51.6	4.25	201	93.8	(13.8)	98
2.80	477		50.3	4.30	197	92.8	(12.7)	95
2.85	461		48.8	4.35	192	91.9	(11.5)	93
2.90	444		47.2	4.40	187	90.7	(10.0)	90
2.95	429		45.7	4.45	183	90.0	(9.0)	89
3.00	415		44.5	4.50	179	89.0	(8.0)	87
3.05	401		43.1	4.55	174	87.8	(6.4)	85
3.10	388		41.8	4.60	170	86.8	(5.4)	83
3.15	375		40.4	4.65	167	86.0	(4.4)	81
3.20	363		39.1	4.70	163	85.0	(3.3)	79
3.25	352	(110.0)	37.9	4.80	156	82.9	(0.9)	76
3.30	341	(109.0)	36.6	4.90	149	80.8		73
3.35	331	(108.5)	35.5	5.00	143	78.7		71
3.40	321	(108.0)	34.3	5.10	137	76.4		67
3.45	311	(107.5)	33.1	5.20	131	74.0		65
3.50	302	(107.0)	32.1	5.30	126	72.0		63
3.55	293	(106.0)	30.9	5.40	121	69.8		60
3.60	285	(105.5)	29.9	5.50	116	67.6		58
3.65	277	(104.5)	28.8	5.60	111	65.7		56
3.70	269	(104.0)	27.6					

Nota: Este es un condensado de la tabla 2. Reporte J417b. SAE 1971 Handbook. Valores en ( ) están más allá del rango normal, y sólo se presentan como información.

\*Los valores por arriba de 500 son para bolas de carburo de tungsteno, por abajo de 500 para bolas estándar.

Fuente: *Modern Steels and Their Properties* Bethlehem Steel Co., Bethlehem, Pa.

### APENDICE 3 PROPIEDADES DE LOS ACEROS AL CARBON Y CON ALEACIONES

Número de designación del material (número AISI)	Condición	Resistencia a la tracción		Resistencia a punto cedente		Ductibilidad (elongación porcentual en 2 pulg)	Dureza Brinell (HB)
		Ksi	MPa	Ksi	MPa		
1020	Rolado en caliente	55	379	30	207	25	111
1020	Extruido en frío	61	420	51	352	15	122
1020	Recocido	60	414	43	296	38	121
1040	Rolado en caliente	72	496	42	290	18	144
1040	Extruido en frío	80	552	71	490	12	160
1040	OQT 1300	88	607	61	421	33	183
1040	OQT 400	113	779	87	600	19	262
1050	Rolado en caliente	90	620	49	338	15	180
1050	Extruido en frío	100	690	84	579	10	200
1050	OQT 1300	96	662	61	421	30	192
1050	OQT 400	143	986	110	758	10	321
1117	Rolado en caliente	62	427	34	234	33	124
1117	Extruido en frío	69	476	51	352	20	138
1117	WQT 350	89	614	50	345	22	178
1137	Rolado en caliente	88	607	48	331	15	176
1137	Extruido en frío	98	676	82	565	10	196
1137	OQT 1300	87	600	60	414	28	174
1137	OQT 400	157	1 083	136	938	5	352
1144	Rolado en caliente	94	648	51	352	15	188
1144	Extruido en frío	100	690	90	621	10	200
1144	OQT 1300	96	662	68	469	25	200
1144	OQT 400	127	876	91	627	16	277
1213	Rolado en caliente	55	379	33	228	25	110
1213	Extruido en frío	75	517	58	340	10	150
12L13	Rolado en caliente	57	393	34	234	22	114
12L13	Extruido en frío	70	483	60	414	10	140
1340	Recocido	102	703	63	434	26	207
1340	OQT 400	285	1 960	234	1 610	8	578
1340	OQT 700	221	1 520	197	1 360	10	444
1340	OQT 1000	144	993	132	910	17	363
1340	OQT 1300	100	690	75	517	25	235
3140	Recocido	95	655	67	462	25	187
3140	OQT 400	280	1 930	248	1 710	11	555
3140	OQT 700	220	1 520	200	1 380	13	461
3140	OQT 1000	152	1 050	133	920	17	311
3140	OQT 1300	115	792	94	648	23	233
4130	Recocido	81	558	52	359	28	156
4130	WQT 400	234	1 610	197	1 360	12	461
4130	WQT 700	208	1 430	180	1 240	13	415
4130	WQT 1000	143	986	132	910	16	302
4130	WQT 1300	98	676	89	614	28	202
4140	Recocido	95	655	60	414	26	197
4140	OQT 400	290	2 000	251	1 730	11	578
4140	OQT 700	231	1 590	212	1 460	13	461
4140	OQT 1000	168	1 160	152	1 050	17	341
4140	OQT 1300	117	807	100	690	23	235

Número de designación del material (número AISI)	Condición	Resistencia a la tracción		Resistencia a punto cedente		Ductibilidad (elongación porcentual en 2 pulg)	Dureza Brinell (HB)
		Ksi	MPa	Ksi	MPa		
4150	Recocido	106	731	55	379	20	197
4150	OQT 400	300	2 070	248	1 710	10	578
4150	OQT 700	247	1 700	229	1 580	10	495
4150	OQT 1000	197	1 360	181	1 250	11	401
4150	OQT 1300	127	880	116	800	20	262
4340	Recocido	108	745	68	469	22	217
4340	OQT 400	283	1 950	228	1 570	11	555
4340	OQT 700	230	1 590	206	1 420	12	461
4340	OQT 1000	171	1 180	158	1 090	16	363
4340	OQT 1300	140	965	120	827	23	280
5140	Recocido	83	572	42	290	29	167
5140	OQT 400	276	1 900	226	1 560	7	534
5140	OQT 700	220	1 520	200	1 380	11	429
5140	OQT 1000	145	1 000	130	896	18	302
5140	OQT 1300	104	717	83	572	27	207
5150	Recocido	98	676	52	359	22	197
5150	OQT 400	312	2 150	250	1 720	8	601
5150	OQT 700	240	1 650	220	1 520	10	461
5150	OQT 1000	160	1 100	149	1 030	15	321
5150	OQT 1300	116	800	102	700	22	241
5160	Recocido	105	724	40	276	17	197
5160	OQT 400	322	2 220	260	1 790	4	627
5160	OQT 700	263	1 810	237	1 630	9	514
5160	OQT 1000	170	1 170	151	1 040	14	341
5160	OQT 1300	115	793	100	690	23	229
6150	Recocido	96	662	59	407	23	197
6150	OQT 400	315	2 170	270	1 860	7	601
6150	OQT 700	247	1 700	223	1 540	10	495
6150	OQT 1000	183	1 260	173	1 190	12	375
6150	OQT 1300	118	814	107	738	21	241
8650	Recocido	104	717	56	386	22	212
8650	OQT 400	282	1 940	250	1 720	11	555
8650	OQT 700	240	1 650	222	1 530	12	495
8650	OQT 1000	176	1 210	155	1 070	14	363
8650	OQT 1300	122	841	113	779	21	255
8740	Recocido	100	690	60	414	22	201
8740	OQT 400	290	2 000	240	1 650	10	578
8740	OQT 700	228	1 570	212	1 460	12	461
8740	OQT 1000	175	1 210	167	1 150	15	363
8740	OQT 1300	119	820	100	690	25	241
9255	Recocido	113	780	71	490	22	229
9255	Q&T 400	310	2 140	287	1 980	2	601
9255	Q&T 700	260	1 790	240	1 650	5	534
9255	Q&T 1000	181	1 250	160	1 100	14	352
9255	Q&T 1300	130	896	102	703	21	262

Propiedades comunes en todos los aceros al carbón y que contienen aleación:

Densidad: 0.283 lb/pulg<sup>3</sup>, 7 680 kg/m<sup>3</sup>

Módulo de elasticidad: 30 × 10<sup>6</sup> psi; 207 GPa

Razón de Poisson: 0.27

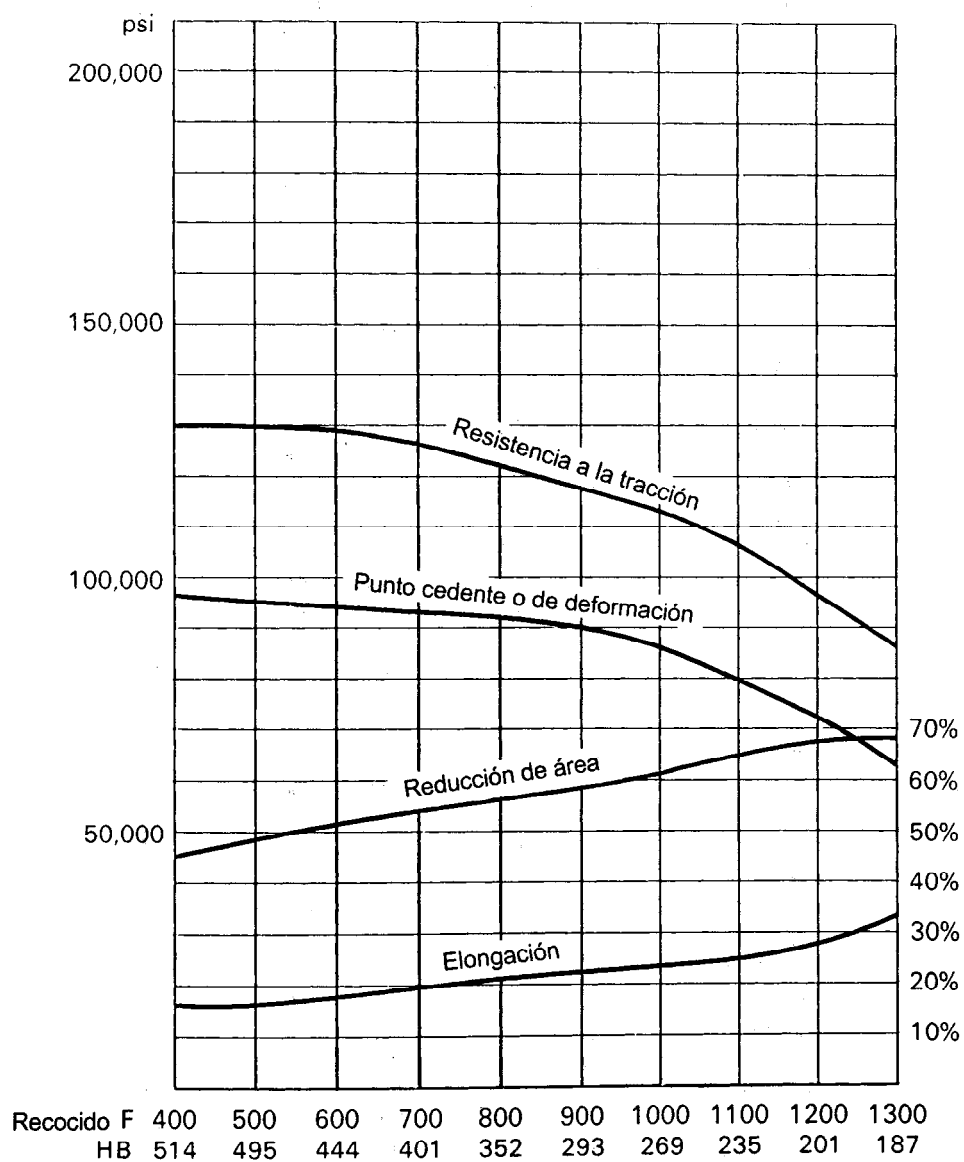
Módulo de corte: 11.5 × 10<sup>6</sup> psi; 80 GPa

Coefficiente de expansión térmica: 6.5 × 10<sup>-6</sup> °F<sup>-1</sup>

## APENDICE 4 PROPIEDADES DE ACERO QUE SE SOMETE A TRATAMIENTO TERMICO

### Apéndice 4-1. Propiedades de AISI 1040 con tratamiento térmico, inmerso en agua y recocido.

Tratamiento normalizado a 1650 °F; recalentado a 1550 °F, inmerso en agua. 1-pulg.  
Tratado con redondeo; .505 pulg. Probado con redondeo según se templó HB 534.

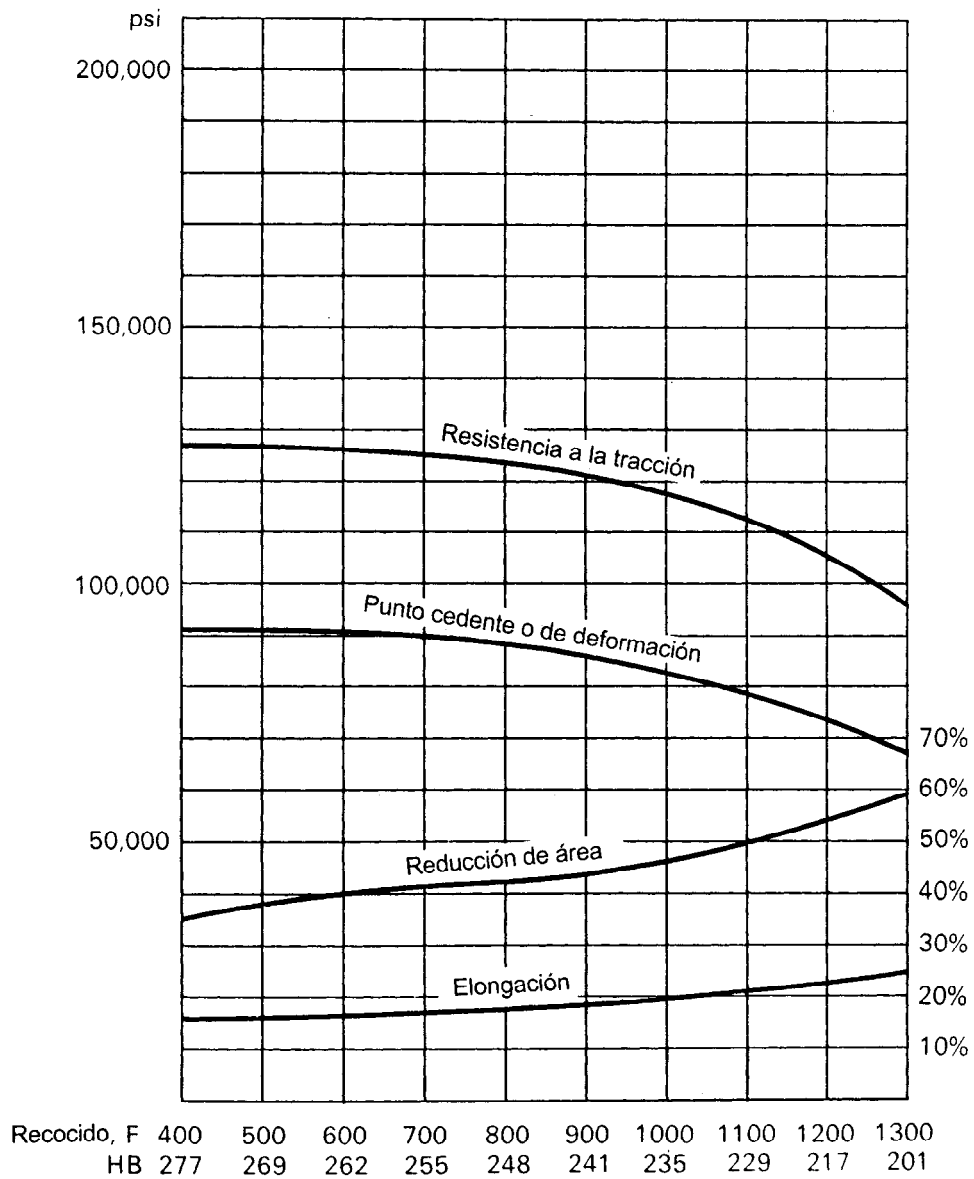


Fuente: *Modern Steels and Their Properties*. Bethlehem Steel Co. Bethlehem. Pa.



## Apéndice 4-2 Propiedades de AISI 1144, que se somete a tratamiento térmico inmerso en aceite y templado

Tratamiento: normalizado a 1650 °F; recalentado a 1550 °F; inmerso en aceite 1-pulg.  
 Tratado con redondeo; .505 pulg. Probado con redondeo. Según se templó HB 285.



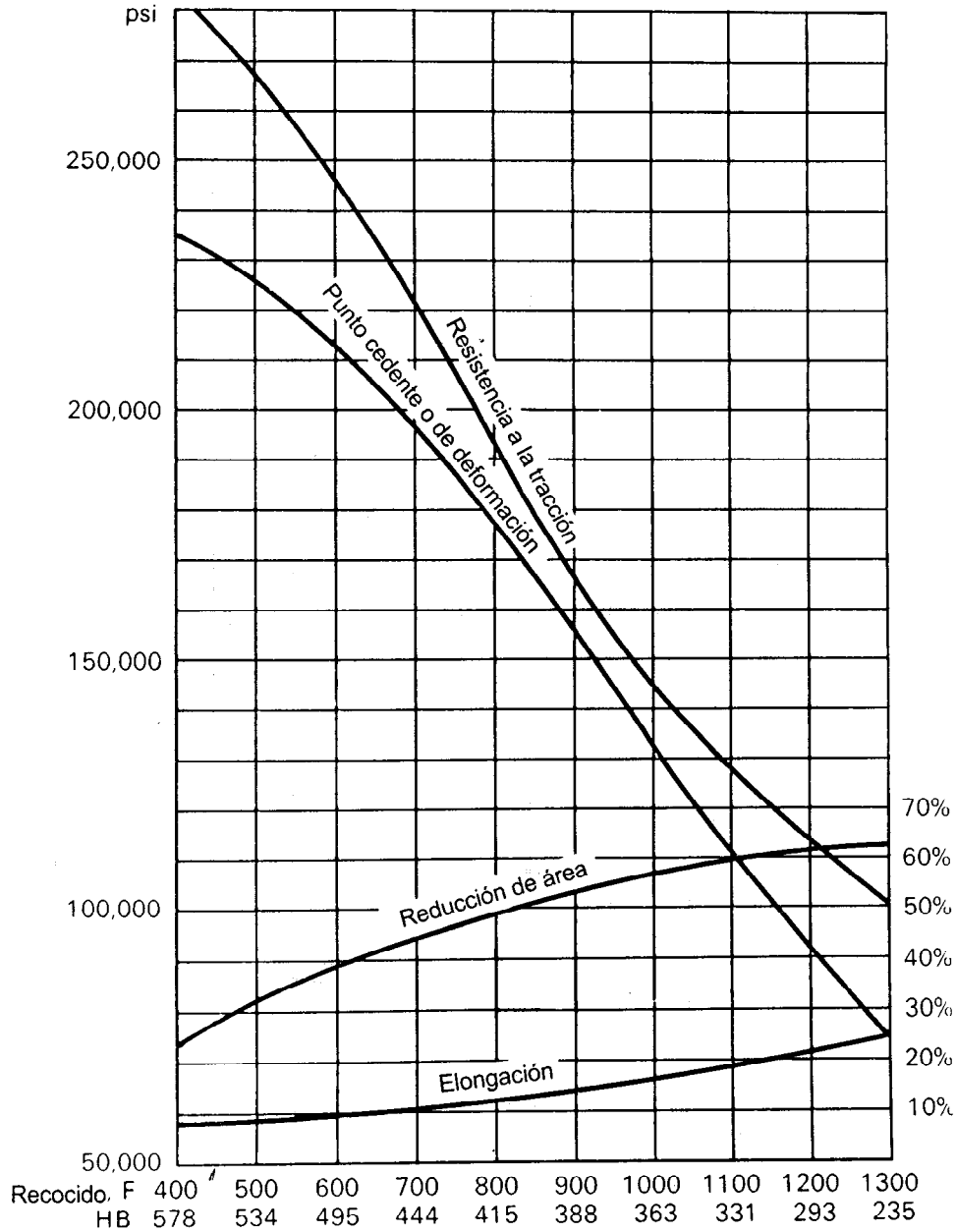
Fuente: *Modern Steels and Their Properties*. Bethlehem Steel Co. Bethlehem. Pa.

**Apéndice 4-3 Propiedades de AISI 1340 que se somete a tratamiento térmico, inmerso en aceite y templado**

**RESULTADOS CON CALOR UNICO**

	C	Mn	P	S	Si	Ni	Cr	Mo	Tamaño de grano
Cazo de colada o caldero	.43	1.70	.015	.039	.23	.03	.02	—	6-8
Puntos críticos, F:	Ac <sub>1</sub> 1340		Ac <sub>3</sub> 1420		Ar <sub>3</sub> 1195		Ar <sub>1</sub> 1160		

Tratamiento normalizado a 1600 °F; recalentado a 1525 °F; inmerso en aceite agitado, .565". Tratado con redondeo; .505". Probado con redondeo según se templó HB 601.



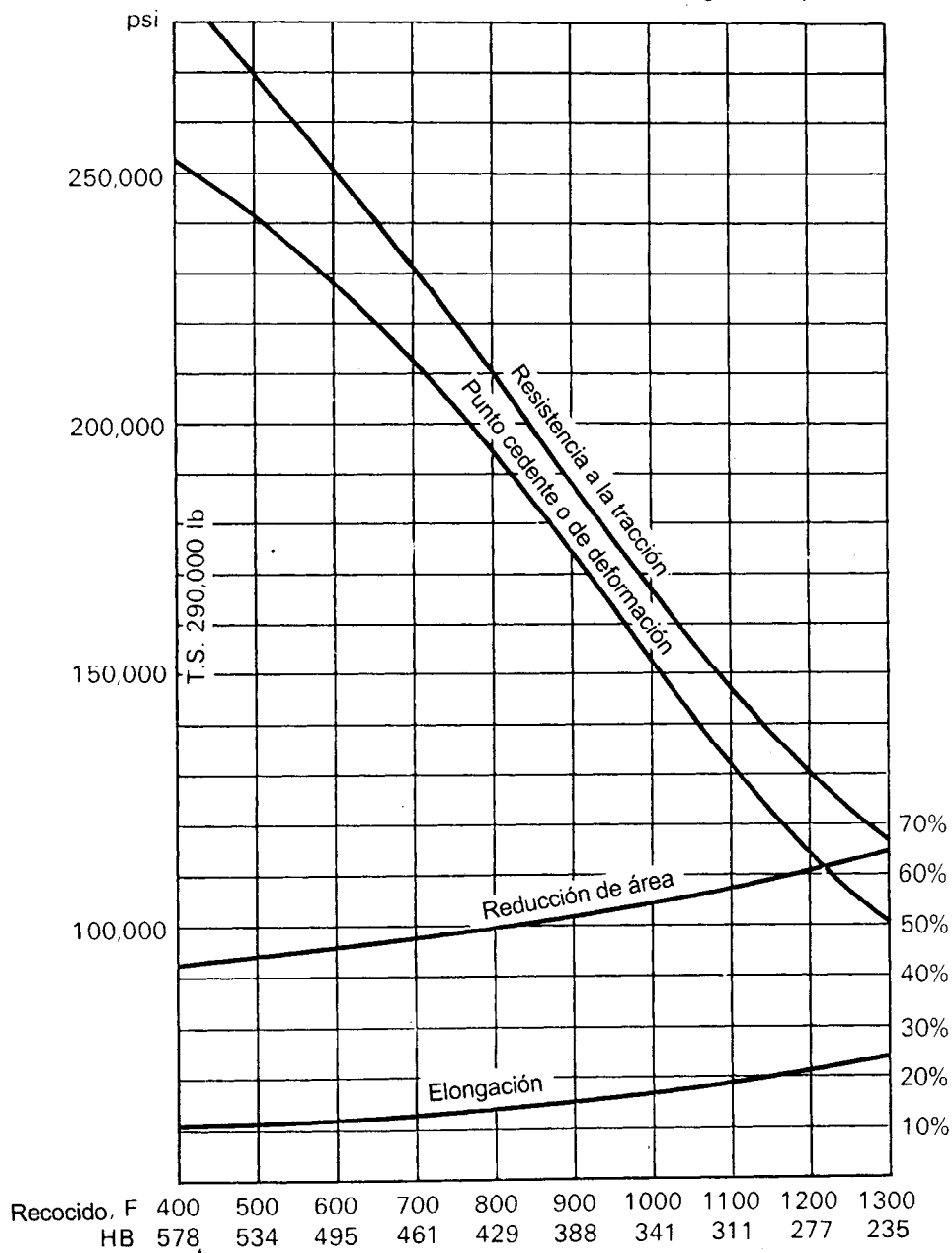
Fuente: *Modern Steels and Their Properties*. Bethlehem Steel Co. Bethlehem. Pa.

#### Apéndice 4-4 Propiedades de AISI 4140 que se somete a tratamiento térmico, inmerso en aceite y templado

##### RESULTADOS CON CALOR UNICO

	C	Mn	P	S	Si	Ni	Cr	Mo	Tamaño de grano
Cazo de colada o caldero	.41	.85	.024	.031	.20	.12	1.01	.24	6-8
Puntos críticos, F:	Ac <sub>1</sub> 1395		Ac <sub>3</sub> 1450		Ar <sub>3</sub> 1330		Ar <sub>1</sub> 1280		

Tratamiento normalizado a 1600 °F; rehecido a 1550 °F; inmerso en aceite agitado, .530". Tratado con redondeo; .505". Probado con redondeo según se templó HB 601.



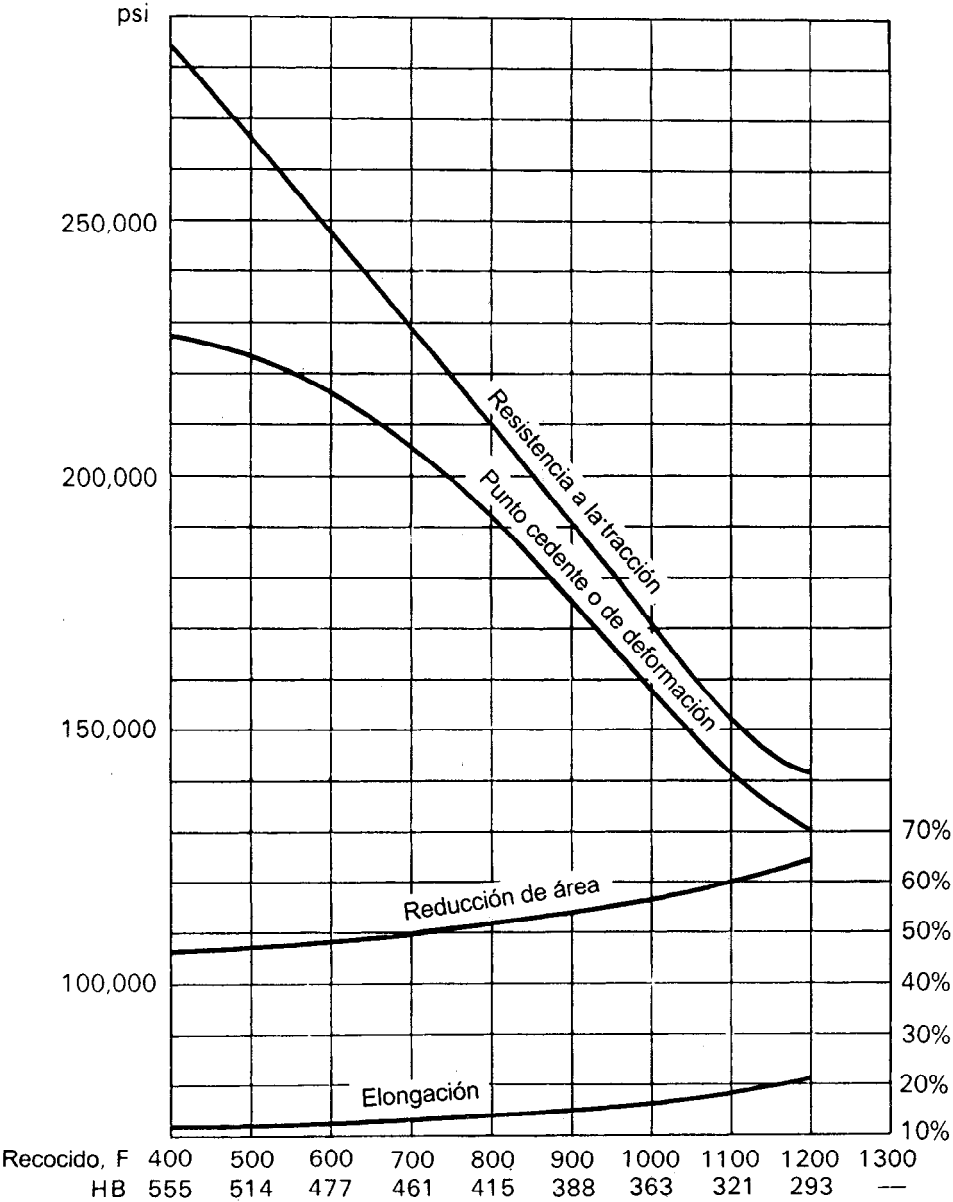
Fuente: *Modern Steels and Their Properties*. Bethlehem Steel Co. Bethlehem. Pa.

**Apéndice 4-5 Propiedades de AISI 4340 que se somete a tratamiento térmico, inmerso en aceite y templado**

**RESULTADOS CON CALOR UNICO**

	C	Mn	P	S	Si	Ni	Cr	Mo	Tamaño de grano
Cazo de colada o caldero	.41	.67	.023	.018	.26	1.77	.78	.26	6-8
Puntos críticos, F:	Ac <sub>1</sub> 1350		Ac <sub>3</sub> 1415		Ar <sub>3</sub> 890		Ar <sub>1</sub> 720		

Tratamiento normalizado a 1600 °F; recalentado a 1475 °F; inmerso en aceite agitado, .530". Tratado con redondeo; .505". Probado con redondeo según se templó HB 601.



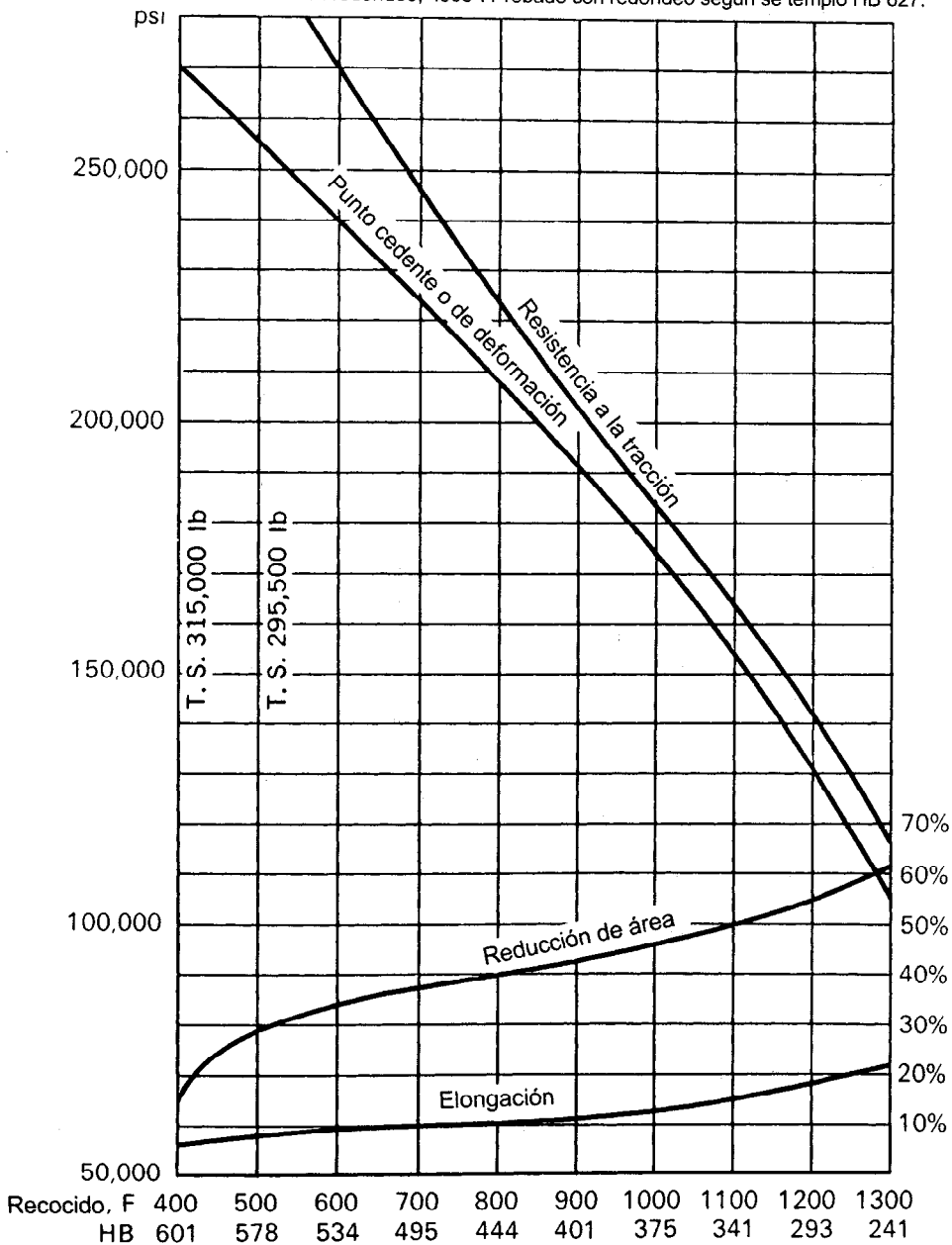
Fuente: *Modern Steels and Their Properties*, Bethlehem Steel Co., Bethlehem, Pa.

Apéndice 4-6 Propiedades de AISI 6150 que se somete a tratamiento térmico, inmerso en aceite y templado

RESULTADOS CON CALOR UNICO

	C	Mn	P	S	Si	Ni	Cr	Mo	V	Tamaño de grano
Cazo de colada o caldero	.49	.78	.012	.016	.29	.18	1.00	.05	.17	6-8
Puntos críticos, F:					Ac <sub>1</sub> 1395		Ac <sub>3</sub> 1445		Ar <sub>3</sub> 1315    Ar <sub>1</sub> 1290	

Tratamiento normalizado a 1600 °F; recalentado a 1550 °F; inmerso en aceite agitado, .565". Tratado con redondeo; .505". Probado con redondeo según se templó HB 627.



Fuente: Modern Steels and Their Properties, Bethlehem Steel Co., Bethlehem, Pa.

# **APENDICE 5 PROPIEDADES DE LOS ACEROS CARBURIZADOS**

Número de designación del material (número AISI)	Condición	Propiedades del núcleo						
		Resistencia a la tracción		Resistencia a punto cedente		Ductibilidad (elongación porcentual en 2 pulg)	Dureza Brinell (HB)	Dureza superficial (HRC)
		Ksi	MPa	Ksi	MPa			
1015	SWQT 350	106	731	60	414	15	217	62
1020	SWQT 350	129	889	72	496	11	255	62
1022	SWQT 350	135	931	75	517	14	262	62
1117	SWQT 350	125	862	66	455	10	235	65
1118	SWQT 350	144	993	90	621	13	285	61
4118	SOQT 300	143	986	93	641	17	293	62
4118	DOQT 300	126	869	63	434	21	241	62
4118	SOQT 450	138	952	89	614	17	277	56
4118	DOQT 450	120	827	63	434	22	229	56
4320	SOQT 300	218	1500	178	1230	13	429	62
4320	DOQT 300	151	1040	97	669	19	302	62
4320	SOQT 450	211	1450	173	1190	12	415	59
4320	DOQT 450	145	1000	94	648	21	293	59
4620	SOQT 300	119	820	83	572	19	277	62
4620	DOQT 300	122	841	77	531	22	248	62
4620	SOQT 450	115	793	80	552	20	248	59
4620	DOQT 450	115	793	77	531	22	235	59
4820	SOQT 300	207	1430	167	1150	13	415	61
4820	DOQT 300	204	1405	165	1140	13	415	60
4820	SOQT 450	205	1410	184	1270	13	415	57
4820	DOQT 450	196	1350	171	1180	13	401	56
8620	SOQT 300	188	1300	149	1030	11	388	64
8620	DOQT 300	133	917	83	572	20	269	64
8620	SOQT 450	167	1150	120	827	14	341	61
8620	DOQT 450	130	896	77	531	22	262	61
E9310	SOQT 300	173	1190	135	931	15	363	62
E9310	DOQT 300	174	1200	139	958	15	363	60
E9310	SOQT 450	168	1160	137	945	15	341	59
E9310	DOQT 450	169	1170	138	952	15	352	58

Nota: Las propiedades que se indican son para un sólo conjunto de pruebas en barras redondas de 1/2"

SWQT: Inmerso una vez en agua y templado

SOQT: Inmerso una vez en aceite y templado

DOQT: Inmerso dos veces en aceite y templado

300 y 400 son las temperaturas de templado en °F. Carburizado durante 8 horas. La profundidad de la superficie varía entre 0.045 y 0.075"

## APENDICE 6 PROPIEDADES DE LOS ACEROS INOXIDABLES

<i>Designación del material</i>		<i>Condición</i>	<i>Resistencia a la tracción</i>		<i>Resistencia a punto cedente</i>		<i>Ductibilidad (elongación porcentual en 2 pulg)</i>
<i>Número AISI</i>	<i>UNS</i>		<i>Ksi</i>	<i>MPa</i>	<i>Ksi</i>	<i>MPa</i>	
Aceros austeníticos							
201	S20100	Recocido	115	793	55	379	55
		1/4 duro	125	862	75	517	20
		1/2 duro	150	1 030	110	758	10
		3/4 duro	175	1 210	135	931	5
		Totalmente duro	185	1 280	140	966	4
301	S30100	Recocido	110	758	40	276	60
		1/4 duro	125	862	75	517	25
		1/2 duro	150	1 030	110	758	15
		3/4 duro	175	1 210	135	931	12
		Totalmente duro	185	1 280	140	966	8
304	S30400	Recocido	85	586	35	241	60
310	S31000	Recocido	95	655	45	310	45
316	S31600	Recocido	80	552	30	207	60
Aceros ferríticos							
405	S40500	Recocido	70	483	40	276	30
430	S43000	Recocido	75	517	40	276	30
446	S44600	Recocido	80	552	50	345	25
Aceros martensíticos							
410	S41000	Recocido	75	517	40	276	30
416	S41600	Q&T 600	180	1 240	140	966	15
		Q&T 1000	145	1 000	115	793	20
		Q&T 1400	90	621	60	414	30
431	S43100	Q&T 600	195	1 344	150	1 034	15
440A	S44002	Q&T 600	280	1 930	270	1 860	3
Aceros endurecidos por precipitación							
17-4PH	S17400	H 900	200	1 380	185	1 280	14
		H 1150	145	1 000	125	862	19
17-7PH	S17700	RH 950	200	1 380	175	1 210	10
		TH 1050	175	1 210	155	1 070	12

## APÉNDICE 7    PROPIEDADES DE LOS ACEROS ESTRUCTURALES

Número de designación del material (número ASTM)	Grado o espesor	Resistencia a la tracción		Resistencia a punto cedente		Ductibilidad (elongación porcentual en 8 pulg)
		Ksi	MPa	Ksi	MPa	
A36	$t \leq 8"$	58	400	36	248	20
A242	$t \leq \frac{3}{4}"$	70	485	50	345	18
A242	$t \leq 1\frac{1}{2}"$	67	460	46	315	—
A242	$t \leq 4"$	63	435	42	290	—
A441	$t \leq 4"$	63	435	42	290	18
A514	Inmerso y templado, $t \leq 2\frac{1}{2}"$	115	800	100	700	18% ( " 2 " )
A572	42, $t \leq 6"$	60	414	42	290	—
A572	50, $t \leq 4"$	65	448	50	345	—
A572	60, $t \leq 1\frac{1}{4}"$	75	517	60	414	—
A572	65, $t \leq 1\frac{1}{4}"$	80	552	65	448	—
A588	$t \leq 4"$	70	485	50	345	18

*Nota:* El ASTM A572 es uno de los aceros de baja aleación más resistentes (HSLA) y tiene propiedades similares al acero SAE J410b especificado por la SAE.



## APENDICE 8 PROPIEDADES DE DISEÑO DEL HIERRO FUNDIDO

Número de designación del material (número ASTM)	Grado	Resistencia a la tracción		Resistencia a punto cedente		Ductibilidad (elongación porcentual en 2 pulg)	Módulo de elasticidad	
		Ksi	MPa	Ksi	MPa		10 <sup>6</sup> psi	GPa
Hierro gris								
A48-83	20	20	138	—	—	<1	12	83
	25	25	172	—	—	<1	13	90
	30	30	207	—	—	<1	15	103
	40	40	276	—	—	<1	17	117
	50	50	345	—	—	<1	19	131
	60	60	414	—	—	<1	20	138
Hierro dúctil								
A536-84	60-40-18	60	414	40	276	18	22	152
	80-55-06	80	552	55	379	6	22	152
	100-70-03	100	689	70	483	3	22	152
	120-90-02	120	827	90	621	2	22	152
Hierro maleable								
A47-84(R1989)	32510	50	345	32	221	10	25	172
	35018	53	365	35	241	18	25	172
A220-88	40010	60	414	40	276	10	26	179
	45006	65	448	45	310	6	26	179
	50005	70	483	50	345	5	26	179
	70003	85	586	70	483	3	26	179
	90001	105	724	90	621	1	26	179

*Nota:* Los valores de resistencia son típicos. Las variables en cuanto a fundición y el tamaño de sección afectan a los valores finales. Los módulos de elasticidad también pueden variar. La densidad de los hierros fundidos varía entre 0.25 y 0.27 lb/pulg<sup>3</sup> (6 920 a 7 480 kg/m<sup>3</sup>). La resistencia a la compresión varía entre 3 y 5 veces más que la resistencia a la tracción.

## APÉNDICE 9    PROPIEDADES DE LOS METALES EN POLVO

Designación (MPIF)	Resistencia a la tracción		Resistencia a punto cedente		Ductibilidad (elongación porcentual en 2 pulg)	Módulo de elasticidad		Resistencia al impacto (pie·lb)
	Ksi	MPa	Ksi	MPa		10 <sup>6</sup> psi	GPa	
Hierro								
F-0000-10	18	124	13	90	2.0	10.5	72	3.0
F-0000-15	25	172	18	124	5.0	16.0	110	9.5
Acero al medio carbón								
F-0005-20	32	221	23	156	1.0	16.5	114	4.0
F-0005-50 HT <sup>a</sup>	60	414	57	393	<0.5	16.5	114	3.0
Acero al medio carbón con 2% de níquel								
FN-0205-25	50	345	30	207	1.0	18.5	128	12.0
FN-0205-105 HT	120	827	120	827	<0.5	18.5	128	4.5

<sup>a</sup> Se mejora mediante inmersión; otros están según se sinterizan.

Fuente: Penton Publishing Co. *Machine Design Magazine Materials, Manufacturing and Assembly Reference Volume*. Vol. 61. No. 23 (noviembre de 1989).

APENDICE 10 PROPIEDADES TÍPICAS DEL ALUMINIO

Con aleación y templado	Resistencia a la tracción		Resistencia a punto cedente		Ductibilidad (elongación porcentual en 2 pulg)	Resistencia al corte		Resistencia por durabilidad	
	Ksi	MPa	Ksi	MPa		Ksi	MPa	Ksi	MPa
1060-O	10	69	4	28	43	7	48	3	21
1060-H14	14	97	11	76	12	9	62	5	34
1060-H18	19	131	18	124	6	11	121	6	41
1350-O	12	83	4	28	28	8	55	—	—
1350-H14	16	110	14	97	—	10	69	—	—
1350-H19	27	186	24	165	—	15	103	7	48
2014-O	27	186	14	97	18	18	124	13	90
2014-T4	62	427	42	290	20	38	262	20	138
2014-T6	70	483	60	414	13	42	290	18	124
2024-O	27	186	11	76	22	18	124	13	90
2024-T4	68	469	47	324	19	41	283	20	138
2024-T361	72	496	57	393	12	42	290	18	124
2219-O	25	172	11	76	18	—	—	—	—
2219-T62	60	414	42	290	10	—	—	15	103
2219-T87	69	476	57	393	10	—	—	15	103
3003-O	16	110	6	41	40	11	121	7	48
3003-H14	22	152	21	145	16	14	97	9	62
3003-H18	29	200	27	186	10	16	110	10	69
5052-O	28	193	13	90	30	18	124	16	110
5052-H34	38	262	31	214	14	21	145	18	124
5052-H38	42	290	37	255	8	24	165	20	138
6061-O	18	124	8	55	30	12	83	9	62
6061-T4	35	241	21	145	25	24	165	14	97
6061-T6	45	310	40	276	17	30	207	14	97
6063-O	13	90	7	48	—	10	69	8	55
6063-T4	25	172	13	90	22	—	—	—	—
6063-T6	35	241	31	214	12	22	152	10	69
7001-O	37	255	22	152	14	—	—	—	—
7001-T6	98	676	91	627	9	—	—	22	152
7075-O	33	228	15	103	16	22	152	—	—
7075-T6	83	572	73	503	11	48	331	23	159

Nota: propiedades comunes

Densidad: 0.095 a 0.102 lb/pulg<sup>3</sup> (2635–2829 Kg/m<sup>3</sup>)

Módulo de elasticidad: 10 a 10.6 × 10<sup>6</sup> psi (69-73 GPa).

Resistencia por durabilidad a 5 × 10<sup>8</sup> ciclos

## APÉNDICE 11    PROPIEDADES DE LAS ALEACIONES CON TITANIO

Designación del material	Condición	Resistencia a la tracción		Resistencia a punto cedente		Ductibilidad (elongación porcentual en 2 pulg)	Módulo de elasticidad	
		Ksi	MPa	Ksi	MPa		10 <sup>6</sup> psi	GPa
Comercialmente puro								
Titanio alfa (densidad = 0.163 lb/pulg <sup>3</sup> ; 4515 kg/m <sup>3</sup> )								
Ti-35A	Forjado o fraguado	35	241	25	172	24	15.0	103
Ti-50A	Forjado o fraguado	50	345	40	276	20	15.0	103
Ti-65A	Forjado o fraguado	65	448	55	379	18	15.0	103
Aleación alfa (densidad = 0.163 lb/pulg <sup>3</sup> ; 4515 kg/m <sup>3</sup> )								
Ti-0.2Pd	Forjado o fraguado	50	345	40	276	20	14.9	103
Aleación beta (densidad = 0.176 lb/pulg <sup>3</sup> ; 4875 kg/m <sup>3</sup> )								
Ti-3Al- 13V-11Cr	Enfriado con aire a partir de 1400 °F	135	931	130	896	16	14.7	101
Ti-3Al- 13V-11Cr	Enfriado con aire a partir de 1400°F y envejecido	185	1 280	175	1 210	6	16.0	110
Aleación alfa beta (densidad = 0.160 lb/pulg <sup>3</sup> ; 4432 kg/m <sup>3</sup> )								
Ti-6Al-4V	Recocido	130	896	120	827	10	16.5	114
Ti-6Al-4V	Inmerso y envejecido a 1000°F	160	1 100	150	1 030	7	16.5	114

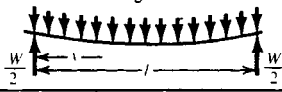
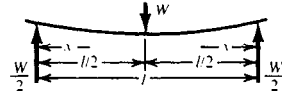
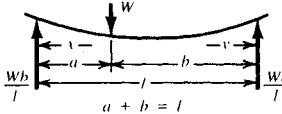
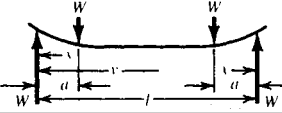
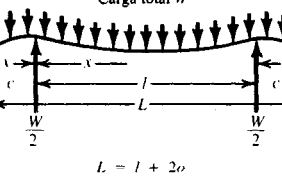
APENDICE 12 PROPIEDADES DE LOS BRONCES

<i>Material</i>	<i>Designación del número UNS</i>	<i>Resistencia a la tracción</i>		<i>Resistencia a punto cedente</i>		<i>Ductibilidad (elongación porcentual en 2 pulg)</i>	<i>Módulo de elasticidad</i>	
		<i>Ksi</i>	<i>MPa</i>	<i>Ksi</i>	<i>MPa</i>		<i>10<sup>6</sup> psi</i>	<i>MPa</i>
Bronce con fósforo y plomo	C54400	68	469	57	393	20	15	103
Bronce con silicio	C65500	58	400	22	152	60	15	103
Bronce con manganeso	C67500 C86200	65 95	448 655	30 48	207 331	33 20	15 15	103 103
Bronce para cojinetes	C93200	35	241	18	124	20	14.5	100
Bronce con aluminio	C95400	85	586	35	241	18	15.5	107
Aleación con cobre y níquel	C96200	45	310	25	172	20	18	124
Aleación con cobre, níquel y zinc (también se le llama plata niquelada)	C97300	35	241	17	117	20	16	110

## APÉNDICE 13    PROPIEDADES TÍPICAS DE PLÁSTICOS SELECCIONADOS

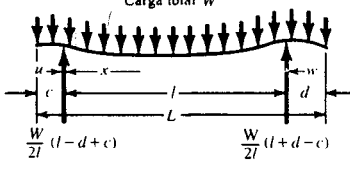
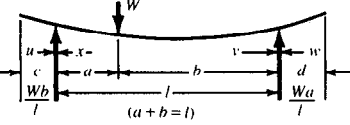
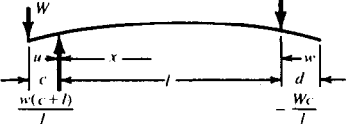
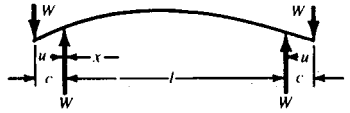
Material	Tipo	Resistencia a la tracción		Nódulo de tracción		Resistencia a la flexión		Módulo de flexión		Resistencia al impacto IZOD (pies-lb/pulg de la muesca)
		Ksi	MPa	Ksi	MPa	Ksi	MPa	Ksi	MPa	
Nylon	6/6	12.0	83	420	2 900	—	—	410	2 830	1.0
	11	8.5	59	180	1 240	—	—	150	1 030	3.3
ABS	Grado de impacto medio	6.0	41	360	2 480	11.5	79	310	2 140	4.0
	Alto impacto	5.0	34	250	1 720	8.0	55	260	1 790	7.0
Policarbonato	Para uso general	9.0	62	340	2 340	11.0	76	300	2 070	12.0
Acrílico	Estándar	10.5	72	430	2 960	16.0	110	460	3 170	0.4
	Alto impacto	5.4	37	220	1 520	7.0	48	230	1 590	1.2
PVC	Rígida	6.0	41	350	2 410	—	—	300	2 070	0.4–20.0 (varía en forma considerable)
Polimida	Relleno de polvo de grafito al 25%	5.7	39	—	—	12.8	88	900	6 210	0.25
	Fibra de vidrio	27.0	186	—	—	50.0	345	3 250	22 400	17.0
	Laminado	50.0	345	—	—	70.0	483	4 000	27 580	13.0
Acetal	Copolímero	8.0	55	410	2 830	13.0	90	375	2 590	1.3
Poliuretano	Elastómero	5.0	34	100	690	0.6	4	—	—	Irrompible
Fenólico	General	6.5	45	1 100	7 580	9.0	62	1 100	7 580	0.3
Poliéster con refuerzo de entramado de fibra de vidrio (aproximadamente 30% de vidrio por peso)										
	Capas sucesivas, moldeado por contacto	9.0	62	—	—	16.0	110	800	5 520	—
	Moldeado en frío con prensa	12.0	83	—	—	22.0	152	1 300	8 960	—
	Moldeado por comprensión	25.0	172	—	—	10.0	69	1 300	8 960	—

## APENDICE 14 FORMULAS PARA DEFLEXION DE VIGAS

Tipo de viga	Deflexiones*	
	Fórmula general para deflexión en cualquier punto	Deflexiones en puntos críticos
Caso 1: Soportada en ambos extremos, carga uniforme Carga total $W$ 	$v = \frac{Wx(l-x)}{24EI} [l^2 + x(l-x)]$	Deflexión máxima en el centro $\frac{5}{384} \frac{Wl^4}{EI}$
Caso 2: Soportada en ambos extremos, carga uniforme 	Entre cada soporte y carga $v = \frac{Wx}{48EI} (3l^2 - 4x^2)$	Deflexión máxima en las cargas $\frac{Wl^3}{48EI}$
Caso 3: Soportada en ambos extremos, carga en cualquier punto 	Para segmento de longitud $a$ $v = \frac{Wbx}{6EI} (l^2 - x^2 - b^2)$ Para segmento de longitud $b$ $v = \frac{Wax}{6EI} (l^2 - x^2 - a^2)$	Deflexión en la carga. $\frac{Wab^2}{3EI}$ Sea $a$ la longitud del segmento más corto y $b$ la del más largo. La deflexión máxima se da en el segmento más largo en $v = b \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{2a}{3b}} = v_1, \text{ y es } \frac{Wab_1^3}{3EI}$
Caso 4: Soportada en ambos extremos, carga en dos cargas simétricas 	Entre cada soporte y carga adyacente $v = \frac{Wa}{6EI} [3a(l-a) - x^2]$ Entre cargas $v = \frac{Wa}{6EI} [3x(l-x) - a^2]$	Máxima deflexión en el centro $\frac{Wa}{24EI} (3l^2 - 4a^2)$ Deflexión en las cargas $\frac{Wa^2}{6EI} (3l - 4a)$
Caso 5: Soportes que cuelgan simétricamente en ambos extremos, carga uniforme 	Entre cada soporte y extremo adyacente $v = \frac{Wc}{24EI} [6c^2(l+c) - a^2(4c-a) - l^3]$ Entre soportes $v = \frac{Wx(l-x)}{24EI} [x(l-x) + l^2 - 6c^2]$	Deflexión en los extremos $\frac{Wc}{24EI} [3c^2(c+2l) - l^3]$ Deflexión en el centro $\frac{Wl^2}{384EI} (5l^2 - 24c^2)$ Si $l$ está entre $2c$ y $2.449c$ , hay deflexiones máximas hacia arriba en los puntos $\sqrt{\frac{1}{3}(l^2 - c^2)} \text{ a ambos lados del centro}$ que son $-\frac{W}{96EI} (6c^2 - l^2)^2$

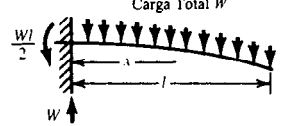
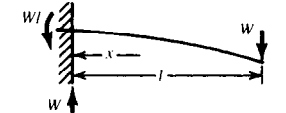
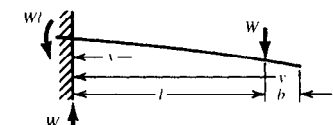
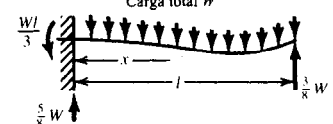
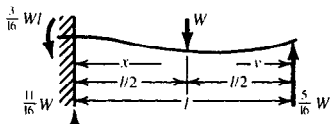
\*Las fuentes sólo se aplican a casos en los que la sección transversal de la viga es constante a lo largo de toda su longitud.

Fuente: Oberg, Erik, et al. *Machinery's Handbook*, 22a edición. Nueva York: Industrial Press, 1984.

Tipo de viga	Deflexiones*	
	Fórmula general para deflexión en cualquier punto	Deflexiones en puntos críticos
<p>Caso 6: Soportes colgantes asimétricamente, carga uniforme</p> 	<p>Para el extremo colgante de la longitud <math>c</math>.</p> $y = \frac{Wu}{24 EIL} [2l(d^2 + 2c^2) + 6c^2u - u^2(4c - u) - l^3]$ <p>Entre los soportes</p> $y = \frac{Wx(l-x)}{24 EIL} \left\{ 3(l-x) + l^2 - 2(d^2 + c^2) - \frac{2}{l} [d^3x + c^2(l-x)] \right\}$ <p>Para el extremo colgante de la longitud <math>d</math>.</p> $y = \frac{Ww}{24 EIL} [2l(c^2 + 2d^2) + 6d^2w - w^2(4d - w) - l^3]$	<p>Deflexión en el extremo <math>c</math></p> $\frac{Wc}{24 EIL} [2l(d^2 + 2c^2) + 3c^3 - l^3]$ <p>Deflexión en el extremo <math>d</math>.</p> $\frac{Wd}{24 EIL} [2l(c^2 + 2d^2) + 3d^3 - l^3]$ <p>Este caso es tan complicado que no es posible obtener expresiones generales convenientes para las deflexiones críticas entre los soportes.</p>
<p>Caso 7: Soportes colgantes en ambos extremos, carga en cualquier punto intermedio.</p> 	<p>Entre los soportes, igual que el caso 6.</p> <p>Para el extremo colgante de la longitud <math>c</math>.</p> $y = -\frac{Wabu}{6 EIL} (l + b)$ <p>Para el extremo colgante de la longitud <math>d</math>.</p> $y = -\frac{Wabw}{6 EIL} (l + a)$	<p>Entre los soportes, igual que el caso 3</p> <p>Deflexión en el extremo <math>c</math> - <math>\frac{Wabc}{6 EIL} (l + b)</math></p> <p>Deflexión en el extremo <math>d</math> - <math>\frac{Wabd}{6 EIL} (l + a)</math></p>
<p>Caso 8: Soportes colgantes en ambos extremos, carga colgante única</p> 	<p>Entre la carga y el soporte adyacente</p> $y = \frac{Wu}{6 EI} (3cu - u^2 + 2cl)$ <p>Entre los soportes</p> $y = -\frac{Wcx}{6 EIL} (l - x)(2l - x)$ <p>Entre el extremo al que no se le aplica carga y el soporte adyacente.</p> $y = \frac{Wclw}{6 EIL}$	<p>Deflexión en la carga - <math>\frac{Wc^2}{3 EI} (c + l)</math></p> <p>La deflexión máxima hacia arriba se genera en.</p> $x = 0.42265 l, \text{ y es } -\frac{Wcl^2}{15.55 EI}$ <p>Deflexión en el extremo que no se somete a carga - <math>\frac{Wcld}{6 EI}</math></p>
<p>Caso 9: Soportes colgantes en ambos extremos, cargas colgantes simétricamente</p> 	<p>Entre cada carga y el extremo adyacente</p> $y = \frac{Wu}{6 EI} [3c(l + u) - u^2]$ <p>Entre los soportes - <math>y = -\frac{Wcx}{2 EI} (l - x)</math></p> <p>Las expresiones anteriores tienen que ver con las aproximaciones comunes de la teoría de la flexión y son válidas para deflexiones pequeñas. Las expresiones exactas para deflexiones de cualquier magnitud son las siguientes.</p> <p>Entre los soportes la curva es un círculo de radio <math>r = \frac{EI}{Wc}</math>; <math>y = \sqrt{r^2 - 1/4 l^2} - \sqrt{r^2 - (1/2 l - x)^2}</math></p> <p>Deflexión en el centro, <math>\sqrt{r^2 - 1/4 l^2} - r</math></p>	<p>Deflexiones en las cargas - <math>\frac{Wc^2}{6 EI} (2c + 3l)</math></p> <p>Deflexión en el centro, - <math>\frac{Wcl^2}{8 EI}</math></p>

Fuente: Oberg, Erik, et al. *Machinery's Handbook*, 22a edición. Nueva York: Industrial Press, 1984.

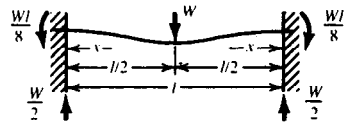
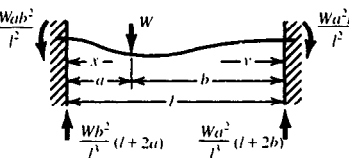
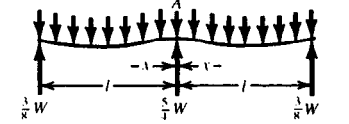
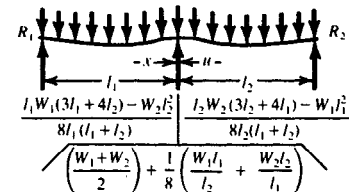


Tipo de viga	Deflexiones*	
	Fórmula general para deflexión en cualquier punto	Deflexiones en puntos críticos
Caso 10: Fija en un extremo, carga uniforme Carga Total $W$ 	$y = \frac{Wx^2}{24 EI} [2l^2 + (2l - x)^2]$	Deflexión máxima en el extremo $\frac{Wl^3}{8 EI}$
Caso 11: Fija en un extremo, carga en el otro 	$y = \frac{Wx^2}{6 EI} (3l - x)$	Deflexión máxima en el extremo $\frac{Wl^3}{3 EI}$
Caso 12: Fija en un extremo, carga intermedia 	Entre el soporte y la carga $y = \frac{Wx^2}{6 EI} (3l - x)$  Más allá de la carga $y = \frac{Wl^2}{6 EI} (3v - l)$	Deflexión máxima en la carga $\frac{Wl^3}{3 EI}$  Deflexión máxima en el extremo $\frac{Wl^2}{6 EI} (2l + 3b)$
Caso 13: Fija en un extremo, soportada en el otro, carga uniforme Carga total $W$ 	$y = \frac{Wx^2(l-x)}{48 EI} (3l - 2x)$	La deflexión máxima se genera en $x = 0.5785 l$ y resulta $\frac{Wl^3}{185 EI}$  Deflexión en el centro $\frac{Wl^3}{192 EI}$  Deflexión en el punto de mayor tensión negativa $\text{a } x = \frac{5}{8} l \text{ es } \frac{Wl^3}{187 EI}$
Caso 14: Fija en un extremo, soportada en el otro, carga en el centro 	Entre el punto de fijación y la carga $y = \frac{Wx^2}{96 EI} (9l - 11x)$  Entre el soporte y la carga $y = \frac{Wv}{96 EI} (3l^2 - 5v^2)$	La deflexión máxima se genera en $v = 0.4472 l$ y resulta $\frac{Wl^3}{107.33 EI}$  Deflexión en la carga $\frac{7}{768} \frac{Wl^3}{EI}$

Fuente: Oberg, Erik, et al. *Machinery's Handbook*, 22a edición. Nueva York: Industrial Press, 1984.

Tipo de viga	Deflexiones*	
	Fórmula general para deflexión en cualquier punto	Deflexiones en puntos críticos
<p>Caso 15: Fija en un extremo, soportada en el otro, carga en cualquier punto</p> <p><math>m = (l + a)(l + b) + al</math>  <math>n = a(l + b)</math></p>	<p>Entre el punto de fijación y la carga</p> $y = \frac{Wx^2b}{12EI^3} (3n - mx)$ <p>Entre el soporte y la carga</p> $y = \frac{Wa^2x}{12EI^3} [3l^2b - x^2(3l - a)]$	<p>Deflexión en la carga <math>\frac{Wa^3b^2}{12EI^3} (3l + b)</math></p> <p>Si <math>a &lt; 0.5858 l</math>, la deflexión máxima se genera en la carga y es</p> $v = l \sqrt{\frac{b}{2l+b}} \text{ y es } \frac{Wa^2b}{6EI} \sqrt{\frac{b}{2l+b}}$ <p>Si <math>a = 0.5858 l</math>, la deflexión máxima se genera en la carga y es <math>\frac{Wl^4}{101.9EI}</math></p> <p>Si <math>a &gt; 0.5858 l</math>, la deflexión máxima se genera entre la carga y el punto de fijación, en</p> $x = \frac{2n}{m} \text{ y es } \frac{Wlm^3}{3EI^3}$
<p>Caso 16: Fija en un extremo, libre pero guiada en el otro, carga uniforme</p>	$y = \frac{Wx^2}{24EI} (2l - x)^2$	<p>Deflexión máxima, en el extremo libre</p> $\frac{Wl^4}{24EI}$
<p>Caso 17: Fija en un extremo, libre pero guiada en el otro, con carga.</p>	$y = \frac{Wx^2}{12EI} (3l - 2x)$	<p>Deflexión máxima, en el extremo libre</p> $\frac{Wl^4}{12EI}$
<p>Caso 18: Fija en ambos extremos, carga uniforme</p>	$y = \frac{Wx^2}{24EI} (l - x)^2$	<p>Deflexión máxima en el centro</p> $\frac{Wl^4}{384EI}$

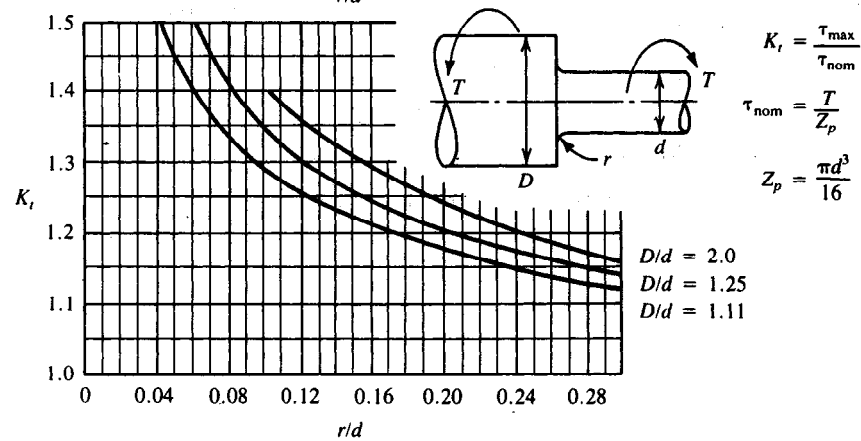
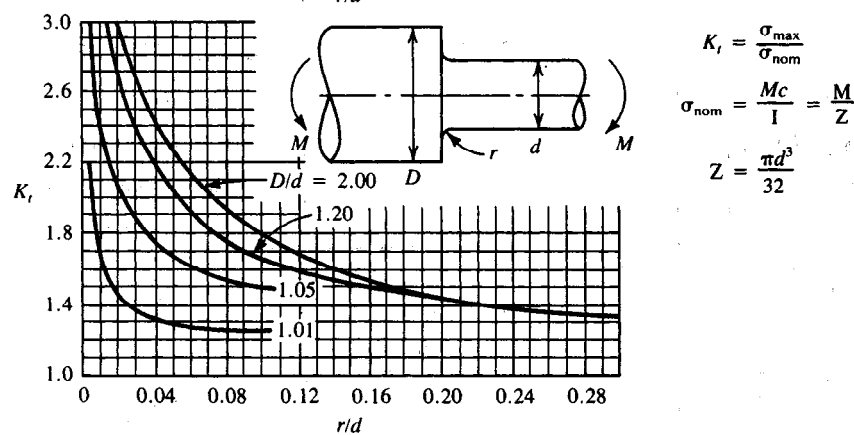
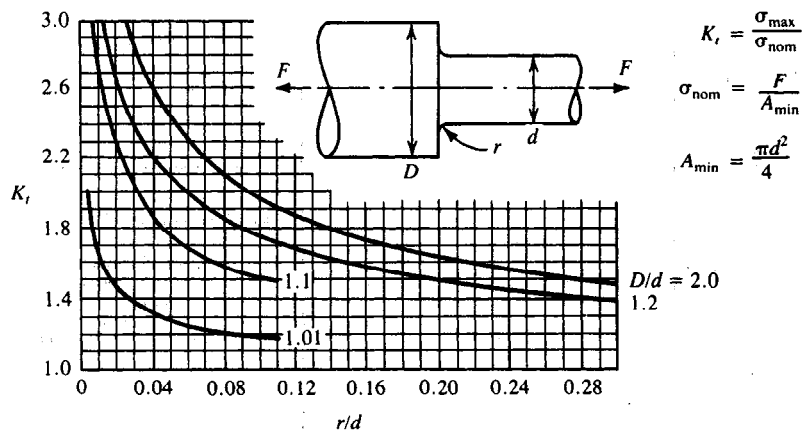
Fuente: Oberg, Erik, et al. *Machinery's Handbook*, 22a edición. Nueva York: Industrial Press, 1984.

Tipo de viga	Deflexiones*	
	Fórmula general para deflexión en cualquier punto	Deflexiones en puntos críticos
Caso 19: Fija en ambos extremos, carga en el centro 	$y = \frac{Wx^2}{48 EI} (3l - 4x)$	Deflexión máxima en la carga $\frac{Wl^3}{192 EI}$
Caso 20: Fija en ambos extremos, carga en cualquier punto 	<p>Para segmento de longitud a</p> $y = \frac{Wx^2b^2}{6 EI^3} [2a(l-x) + l(a-x)]$ <p>Para segmento de longitud b</p> $y = \frac{Wx^2a^2}{6 EI^3} [2b(l-x) + l(b-x)]$	Deflexión en la carga $\frac{Wa^2b^3}{3 EI^3}$ Sea b la longitud del segmento más largo y a la del más corto. La deflexión máxima se genera en el segmento. más largo, en $v = \frac{2bl}{l+2b}$ y es $\frac{2Wa^2b^3}{3 EI(l+2b)^2}$
Caso 21: Viga continua, con dos tramos iguales, carga uniforme Carga total en cada tramo, W 	$y = \frac{Wx^2(l-x)}{48 EI} (3l - 2x)$	La deflexión máxima se genera en $x = 0.5785 l$ y es $\frac{Wl^4}{185 EI}$ Deflexión en el centro del tramo $\frac{Wl^4}{192 EI}$ Deflexión en el punto mayor deflexión negativa, en $x = 0.4215 l$ es $\frac{Wl^4}{187 EI}$
Caso 22: Viga continua, con dos tramos no iguales, cargas uniformes desiguales 	<p>Entre <math>R_1</math> y <math>R</math></p> $y = \frac{x(l_1 - x)}{24 EI} \left\{ (2l_1 - x)(4r_1 - W_1) - \frac{W_1(l_1 - x)^2}{l_1} \right\}$ <p>Entre <math>R_2</math> y <math>R</math></p> $y = \frac{u(l_2 - u)}{24 EI} \left\{ (2l_2 - u)(4r_2 - W_2) - \frac{W_2(l_2 - u)^2}{l_2} \right\}$	Este caso es tan complicado que no es posible obtener expresiones generales convenientes para las deflexiones críticas

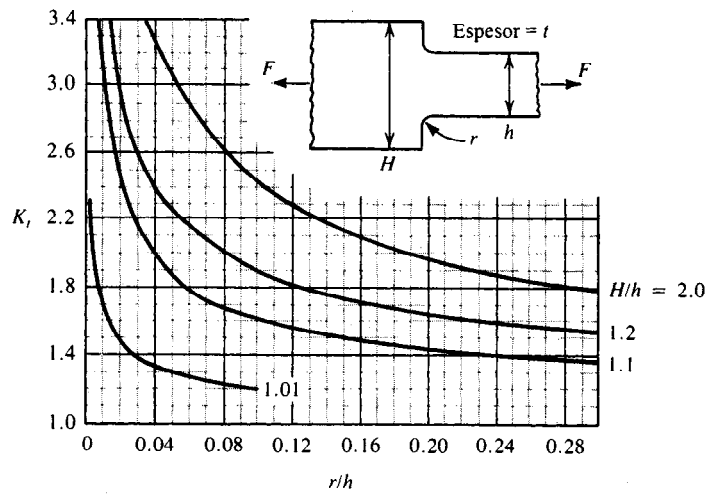
Fuente: Oberg, Erik, et al. *Machinery's Handbook*, 22a edición. Nueva York: Industrial Press, 1984.

# APENDICE 15 FACTORES DE CONCENTRACION DE TENSION

## Apéndice 15-1 Flecha redonda de pasos



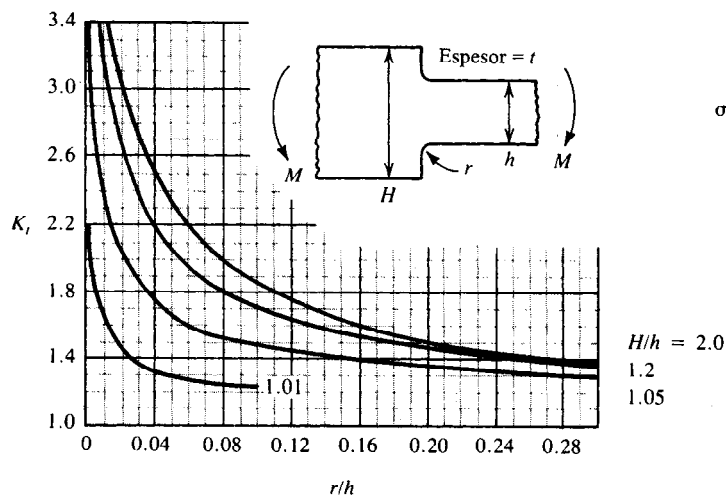
Apéndice 15-2 Placa plana de pasos con chaflanes



$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}}$$

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{F}{A_{\min}}$$

$$A_{\min} = th$$

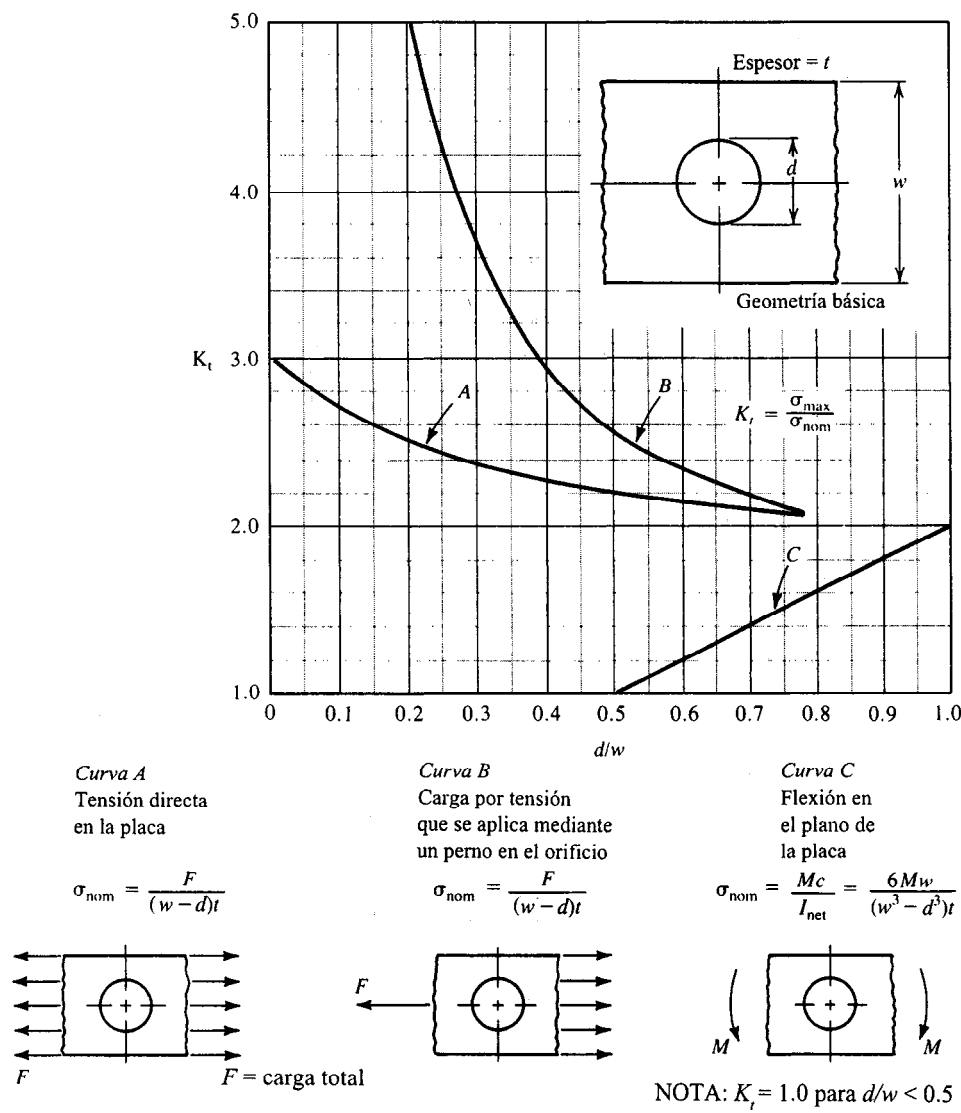


$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}}$$

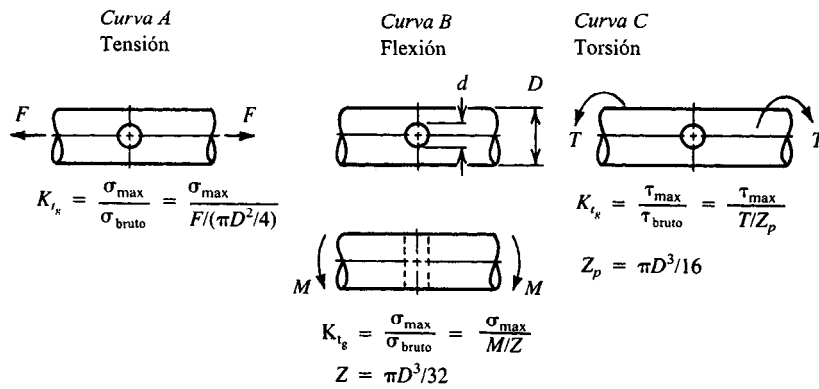
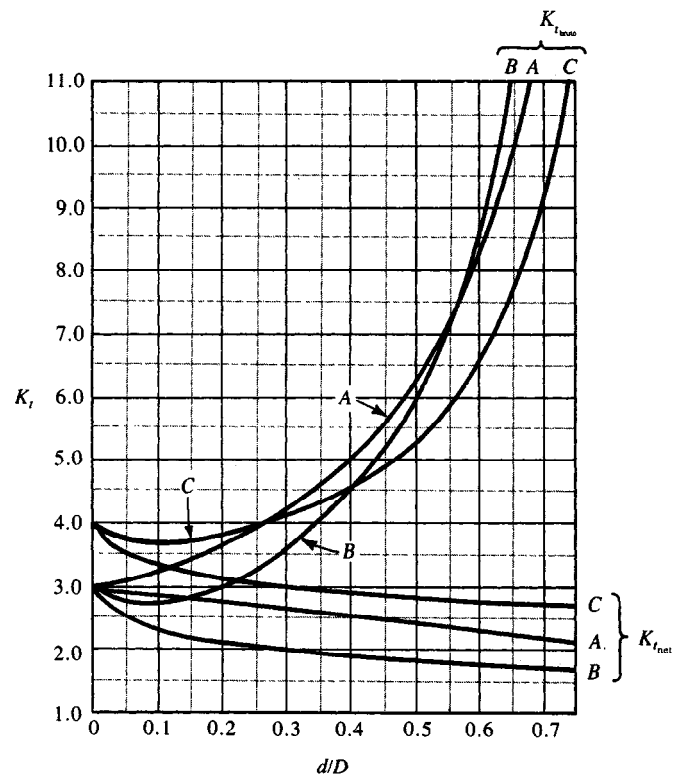
$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{Z}$$

$$Z = \frac{th^2}{6}$$

Apéndice 15-3    Placa plana con un orificio en el centro



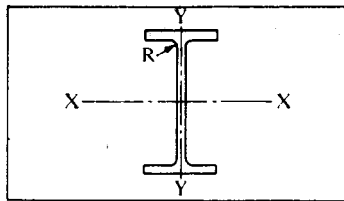
## Apéndice 15-4 Orificio en una flecha



# APENDICE 16 PROPIEDADES DE FORMAS DE ACERO ESTRUCTURAL

# W

## Formas de vigas con reborde ancho



Propiedades para diseño

Designación y tamaño nominal	Peso por pie	Área	Profundidad	Reborde		Espesor del alma	Eje X - X			Eje Y - Y			Ubicación de la siderúrgica que lo fabrica
				Ancho	Espesor		I	Z	J	I	Z	J	
pulg.	Lbs	pulg. <sup>2</sup>	pulg.	pulg.	pulg.	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	
<b>W16</b> 16 x 7	57	16.8	16.43	7.120	.715	430	758	92.2	6.72	43.1	12.1	1.60	HSG
	50	14.7	16.26	7.070	.630	380	659	81.0	6.68	37.2	10.5	1.59	
	45	13.3	16.13	7.035	.565	345	586	72.7	6.65	32.8	9.34	1.57	
	40	11.8	16.01	6.995	.505	305	518	64.7	6.63	28.9	8.25	1.57	
	36	10.6	15.86	6.985	.430	295	448	56.5	6.51	24.5	7.00	1.52	
<b>W16</b> 16 x 5½	31	9.12	15.88	5.525	.440	275	375	47.2	6.41	12.4	4.49	1.17	HG
	26	7.68	15.69	5.500	.345	250	301	38.4	6.26	9.59	3.49	1.12	
<b>W14</b> 14 x 16	730†	215	22.42	17.890	4.910	3.070	14300	1280	8.17	4720	527	4.69	H
	665†	196	21.64	17.650	4.520	2.830	12400	1150	7.98	4170	472	4.62	
	605†	178	20.92	17.415	4.160	2.595	10800	1040	7.80	3680	423	4.55	
	550†	162	20.24	17.200	3.820	2.380	9430	931	7.63	3250	378	4.49	
	500†	147	19.60	17.010	3.500	2.190	8210	838	7.48	2880	339	4.43	
	455†	134	19.02	16.835	3.210	2.015	7190	756	7.33	2560	304	4.38	
	426†	125	18.67	16.695	3.035	1.875	6600	707	7.26	2360	283	4.34	
	398†	117	18.29	16.590	2.845	1.770	6000	656	7.16	2170	262	4.31	
	370†	109	17.92	16.475	2.660	1.655	5440	607	7.07	1990	241	4.27	
	342†	101	17.54	16.360	2.470	1.540	4900	559	6.98	1810	221	4.24	
	311†	91.4	17.12	16.230	2.260	1.410	4330	506	6.88	1610	199	4.20	HS
	283†	83.3	16.74	16.110	2.070	1.290	3840	459	6.79	1440	179	4.17	
	257†	75.6	16.38	15.995	1.890	1.175	3400	415	6.71	1290	161	4.13	
	233†	68.5	16.04	15.890	1.720	1.070	3010	375	6.63	1150	145	4.10	
	211†	62.0	15.72	15.800	1.560	.980	2660	338	6.55	1030	130	4.07	
	193	56.8	15.48	15.710	1.440	.890	2400	310	6.50	931	119	4.05	
	176	51.8	15.22	15.650	1.310	.830	2140	281	6.43	838	107	4.02	
	159	46.7	14.98	15.565	1.190	.745	1900	254	6.38	748	96.2	4.00	
	145	42.7	14.78	15.500	1.090	.680	1710	232	6.33	677	87.3	3.98	
<b>W14</b> 14 x 14½	132	38.8	14.66	14.725	1.030	.645	1530	209	6.28	548	74.5	3.76	HS
	120	35.3	14.48	14.670	.940	.590	1380	190	6.24	495	67.5	3.74	
	109	32.0	14.32	14.605	.860	.525	1240	173	6.22	447	61.2	3.73	
	99	29.1	14.16	14.565	.780	.485	1110	157	6.17	402	55.2	3.71	
	90	26.5	14.02	14.520	.710	.440	999	143	6.14	362	49.9	3.70	
<b>W14</b> 14 x 10	82	24.1	14.31	10.130	.855	.510	882	123	6.05	148	29.3	2.48	HS
	74	21.8	14.17	10.070	.785	.450	796	112	6.04	134	26.6	2.48	
	68	20.0	14.04	10.035	.720	.415	723	103	6.01	121	24.2	2.46	
	61	17.9	13.89	9.995	.645	.375	640	92.2	5.98	107	21.5	2.45	
<b>W14</b> 14 x 8	53	15.6	13.92	8.060	.660	.370	541	77.8	5.89	57.7	14.3	1.92	HSG
	48	14.1	13.79	8.030	.595	.340	485	70.3	5.85	51.4	12.8	1.91	
	43	12.6	13.66	7.995	.530	.305	428	62.7	5.82	45.2	11.3	1.89	
<b>W14</b> 14 x 6½	38	11.2	14.10	6.770	.515	.310	385	54.6	5.87	26.7	7.88	1.55	HG
	34	10.0	13.98	6.745	.455	.285	340	48.6	5.83	23.3	6.91	1.53	
	30	8.85	13.84	6.730	.385	.270	291	42.0	5.73	19.6	5.82	1.49	

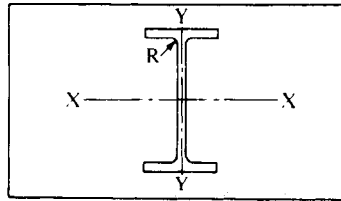
† Estas formas designadas se utilizan sobre todo como columnas. Cuando se emplean para otras aplicaciones que no sean columnas quizá sea necesario modificar las especificaciones existentes para incluir acero muerto y/o otros requisitos metalúrgicos especiales. Los compradores deben determinar si sus aplicaciones necesitan acero muerto u otros requisitos metalúrgicos.

Fuente: *Structural Steel Shapes* (Pittsburgh, Pa.: U.S. Steel Corporation, 1982).



# W

## Formas de vigas con reborde ancho



### Propiedades para diseño

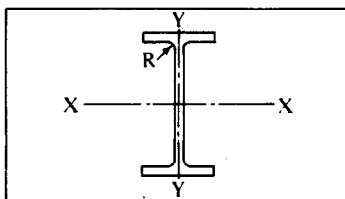
Designación y tamaño nominal	Peso por pie	Área	Profundidad	Reborde		Espesor del alma	Eje X - X			Eje Y - Y			Ubicación de la siderúrgica que lo fabrica
				Ancho	Espesor		I	Z	r	I	Z	r	
pulg.	Lbs	pulg. <sup>2</sup>	pulg.	pulg.	pulg.	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	
<b>W14</b> 14 x 5	26 22	7.69 6.49	13.91 13.74	5.025 5.000	.420 .335	.255 .230	245 199	35.3 29.0	5.65 5.54	8.91 7.00	3.54 2.80	1.08 1.04	HG
<b>W12</b> 12 x 12	190 170 152 136 120 106 96 87 79 72 65	55.8 50.0 44.7 39.9 35.3 31.2 28.2 25.6 23.2 21.1 19.1	14.38 14.03 13.71 13.41 13.12 12.89 12.71 12.53 12.38 12.25 12.12	12.670 12.570 12.480 12.400 12.320 12.220 12.160 12.125 12.080 12.040 12.000	1.735 1.560 1.400 1.250 1.105 1.090 1.000 .810 .735 .670 .605	1.060 .960 .870 .790 .710 .610 .550 .515 .470 .430 .390	1890 1650 1430 1240 1070 933 833 740 662 597 533	263 235 209 186 163 145 131 118 107 97.4 87.9	5.82 5.74 5.66 5.58 5.51 5.47 5.44 5.38 5.34 5.31 5.28	589 517 454 398 345 301 270 241 216 195 174	93.0 82.3 72.8 64.2 56.0 49.3 44.4 39.7 35.8 32.4 29.1	3.25 3.22 3.19 3.16 3.13 3.11 3.09 3.07 3.05 3.04 3.02	HS
<b>W12</b> 12 x 10	58 53	17.0 15.6	12.19 12.06	10.010 9.995	.640 .575	.360 .345	475 425	78.0 70.6	5.28 5.23	107 95.8	21.4 19.2	2.51 2.48	HS
<b>W12</b> 12 x 8	50 45 40	14.7 13.2 11.8	12.19 12.06 11.94	8.080 8.045 8.005	.640 .575 .515	.370 .335 .295	394 350 310	64.7 58.1 51.9	5.18 5.15 5.13	56.3 50.0 44.1	13.9 12.4 11.0	1.96 1.94 1.93	HSG
<b>W12</b> 12 x 6½	35 30 26	10.3 8.79 7.65	12.50 12.34 12.22	6.560 6.520 6.490	.520 .440 .380	.300 .260 .230	285 238 204	45.6 38.6 33.4	5.25 5.21 5.17	24.5 20.3 17.3	7.47 6.24 5.34	1.54 1.52 1.51	HG
<b>W12</b> 12 x 4	22 19 16 14	6.48 5.57 4.71 4.16	12.31 12.16 11.99 11.91	4.030 4.005 3.990 3.970	.425 .350 .265 .225	.260 .235 .220 .200	156 130 103 88.6	25.4 21.3 17.1 14.9	4.91 4.82 4.67 4.62	4.66 3.76 2.82 2.36	2.31 1.88 1.41 1.19	.847 822 773 753	G
<b>W10</b> 10 x 10	112 100 88 77 68 60 54 49	32.9 29.4 25.9 22.6 20.0 17.6 15.8 14.4	11.36 11.10 10.84 10.60 10.40 10.22 10.09 9.98	10.415 10.340 10.265 10.190 10.130 10.080 10.030 10.000	1.250 1.120 990 870 770 680 615 560	755 680 605 530 470 420 370 340	716 623 534 455 394 341 303 272	126 112 98.5 85.9 75.7 66.7 60.0 54.6	4.66 4.60 4.54 4.49 4.44 4.39 4.37 4.35	236 207 179 154 134 116 103 93.4	45.3 40.0 34.8 30.1 26.4 23.0 20.6 18.7	2.68 2.65 2.63 2.60 2.59 2.57 2.56 2.54	HS
<b>W10</b> 10 x 8	45 39 33	13.3 11.5 9.71	10.10 9.92 9.73	8.020 7.985 7.960	.620 .530 .435	.350 .315 .290	248 209 170	49.1 42.1 35.0	4.32 4.27 4.19	53.4 45.0 36.6	13.3 11.3 9.20	2.01 1.98 1.94	HSG
<b>W10</b> 10 x 5½	30 26 22	8.84 7.61 6.49	10.47 10.33 10.17	5.810 5.770 5.750	.510 .440 .360	.300 .260 .240	170 144 118	32.4 27.9 23.2	4.38 4.35 4.27	16.7 14.1 11.4	5.75 4.89 3.97	1.37 1.36 1.33	HG

**Importante:** Los tamaños y limitaciones que se enumeran en las tablas están sujetos a cambio sin modificación. El listado no debe ser considerado como un compromiso estará disponible en un futuro. Favor de comunicarse con la oficina de ventas más cercana de esta compañía para obtener la información más reciente. Los datos de ingeniería y diseño que presenta esta tabla son conceptuales en naturaleza y no se pretende que se utilicen como base para un uso en particular. La precisión, adecuación y aplicabilidad de toda la información debe ser verificada por el equipo de ingeniería del usuario o por un consultor.

Fuente: *Structural Steel Shapes* (Pittsburgh, Pa.: U.S. Steel Corporation. 1982)

# W

## Formas de vigas con reborde ancho



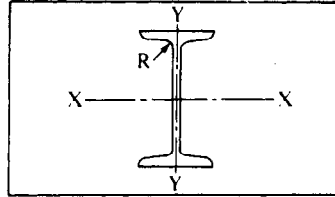
### Propiedades para diseño

Designación y tamaño nominal	Peso por pie	Área	Profundidad	Reborde		Espesor del alma	Eje X - X			Eje Y - Y			Ubicación de la identificación que lo fabrica
				Ancho	Espesor		I	Z	r	I	Z	r	
pulg.	Lbs	pulg. <sup>2</sup>	pulg.	pulg.	pulg.	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	
<b>W10</b> 10 x 4	19	5.62	10.24	4.020	.395	.250	96.3	18.8	4.14	4.29	2.14	.874	G
	17	4.99	10.11	4.010	.330	.240	81.9	16.2	4.05	3.56	1.78	.844	
	15	4.41	9.99	4.000	.270	.230	68.9	13.8	3.95	2.89	1.45	.810	
<b>W8</b> 8 x 8	67	19.7	9.00	8.280	.935	.570	272	60.4	3.72	88.6	21.4	2.12	HSG
	58	17.1	8.75	8.220	.810	.510	228	52.0	3.65	75.1	18.3	2.10	
	48	14.1	8.50	8.110	.685	.400	184	43.3	3.61	60.9	15.0	2.08	
	40	11.7	8.25	8.070	.560	.360	146	35.5	3.53	49.1	12.2	2.04	
	35	10.3	8.12	8.020	.495	.310	127	31.2	3.51	42.6	10.6	2.03	
	31	9.13	8.00	7.995	.435	.285	110	27.5	3.47	37.1	9.27	2.02	
<b>W8</b> 8 x 6½	28	8.25	8.06	6.535	.465	.285	98.0	24.3	3.45	21.7	6.63	1.62	HG
	24	7.08	7.93	6.495	.400	.245	82.8	20.9	3.42	18.3	5.63	1.61	
<b>W8</b> 8 x 5¼	21	6.16	8.28	5.270	.400	.250	75.3	18.2	3.49	9.77	3.71	1.26	G
	18	5.26	8.14	5.250	.330	.230	61.9	15.2	3.43	7.97	3.04	1.23	
<b>W8</b> 8 x 4	15	4.44	8.11	4.015	.315	.245	48.0	11.8	3.29	3.41	1.70	.876	G
	13	3.84	7.99	4.000	.255	.230	39.6	9.91	3.21	2.73	1.37	.843	
<b>W6</b> 6 x 6	25	7.34	6.38	6.080	.455	.320	53.4	16.7	2.70	17.1	5.61	1.52	G
	20	5.87	6.20	6.020	.365	.260	41.4	13.4	2.66	13.3	4.41	1.50	
	15	4.43	5.99	5.990	.260	.230	29.1	9.72	2.56	9.32	3.11	1.45	
<b>W6</b> 6 x 4	16	4.74	6.28	4.030	.405	.260	32.1	10.2	2.60	4.43	2.20	.966	G
	12	3.55	6.03	4.000	.280	.230	22.1	7.31	2.49	2.99	1.50	.918	

Fuente: *Structural Steel Shapes* (Pittsburgh, Pa.: U.S. Steel Corporation, 1982).

# S

## Vigas American Standard

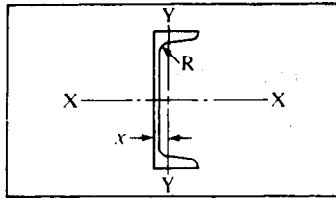


### Propiedades para diseño

Designación y tamaño nominal	Peso por pie	Área	Profundidad	Ancho del reborde	Espesor prom. del reborde	Espesor del alma	Eje X - X			Eje Y - Y			Ubicación de la siderúr- gica que lo fabrica
							I	Z	r	I	Z	r	
pulg.	Lbs	pulg. <sup>2</sup>	pulg.	pulg.	pulg.	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	
<b>S18</b> 18 x 6	70 54.7	20.6 16.1	18.00 18.00	6.251 6.001	.691 .691	.711 .461	926 804	103 89.4	6.71 7.07	24.1 20.8	7.72 6.94	1.08 1.14	H
<b>S15</b> 15 x 5½	50 42.9	14.7 12.6	15.00 15.00	5.640 5.501	.622 .622	.550 .411	486 447	64.8 59.6	5.75 5.95	15.7 14.4	5.57 5.23	1.03 1.07	H
<b>S12</b> 12 x 5½	50 40.8	14.7 12.0	12.00 12.00	5.477 5.252	.659 .659	.687 .462	305 272	50.8 45.4	4.55 4.77	15.7 13.6	5.74 5.16	1.03 1.06	H
<b>S12</b> 12 x 5	35 31.8	10.3 9.35	12.00 12.00	5.078 5.000	.544 .544	.428 .350	229 218	38.2 36.4	4.72 4.83	9.87 9.36	3.89 3.74	.980 1.00	HF
<b>S10</b> 10 x 4½	35 25.4	10.3 7.46	10.00 10.00	4.944 4.661	.491 .491	.594 .311	147 124	29.4 24.7	3.78 4.07	8.36 6.79	3.38 2.91	.901 .954	HFG
<b>S8</b> 8 x 4	23 18.4	6.77 5.41	8.00 8.00	4.171 4.001	.426 .426	.441 .271	64.9 57.6	16.2 14.4	3.10 3.26	4.31 3.73	2.07 1.86	.796 .831	CFG
<b>S7</b> 7 x 3½	15.3	4.50	7.00	3.662	.392	.252	36.7	10.5	2.86	2.64	1.44	.766	C
<b>S6</b> 6 x 3½	17.25 12.5	5.07 3.67	6.00 6.00	3.565 3.332	.359 .359	.465 .232	26.3 22.1	8.77 7.37	2.28 2.45	2.31 1.82	1.30 1.09	.675 .705	CFG
<b>S5</b> 5 x 3	10	2.94	5.00	3.004	.326	.214	12.3	4.92	2.05	1.22	.809	.643	C
<b>S4</b> 4 x 2½	9.5 7.7	2.79 2.26	4.00 4.00	2.796 2.663	.293 .293	.326 .193	6.79 6.08	3.39 3.04	1.56 1.64	.903 .764	.646 .574	.569 .581	G CG

Fuente: *Structural Steel Shapes* (Pittsburgh, Pa.: U.S. Steel Corporation, 1982).

## C

Vigas acanaladas  
American Standard

## Propiedades para diseño

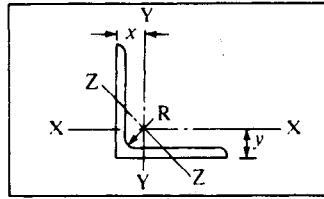
Designación y tamaño nominal	Peso por pie	Área	Profundidad	Ancho del reborde	Espesor prom. del reborde	Espesor del alma	Eje X - X			Eje Y - Y				Ubicación de la soldadura que lo fabrica
							I	Z	r	I	Z	r	r	
pulg.	Lbs	pulg. <sup>2</sup>	pulg.	pulg.	pulg.	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg.	
<b>C15</b> 15 x 3½	50 40 33.9	14.7 11.8 9.96	15.00 15.00 15.00	3.716 3.520 3.400	.650 .650 .650	.716 .520 .400	404 349 315	53.8 46.5 42.0	5.24 5.44 5.62	11.0 9.23 8.13	3.78 3.37 3.11	.867 .886 .904	.798 .777 .787	HFG
<b>C12</b> 12 x 3	30 25 20.7	8.82 7.35 6.09	12.00 12.00 12.00	3.170 3.047 2.942	.501 .501 .501	.510 .387 .282	162 144 129	27.0 24.1 21.5	4.29 4.43 4.61	5.14 4.47 3.88	2.06 1.88 1.73	.763 .780 .799	.674 .674 .698	HFG
<b>C10</b> 10 x 2½	30 25 20 15.3	8.82 7.35 5.88 4.49	10.00 10.00 10.00 10.00	3.033 2.886 2.739 2.600	.436 .436 .436 .436	.673 .526 .379 .240	103 91.2 78.9 67.4	20.7 18.2 15.8 13.5	3.42 3.52 3.66 3.87	3.94 3.36 2.81 2.28	1.65 1.48 1.32 1.16	.669 .676 .692 .713	.649 .617 .606 .634	CFG
<b>C9</b> 9 x 2½	15 13.4	4.41 3.94	9.00 9.00	2.485 2.433	.413 .413	.285 .233	51.0 47.9	11.3 10.6	3.40 3.48	1.93 1.76	1.01 .962	.661 .669	.586 .601	CFG
<b>C8</b> 8 x 2½	18.75 13.75 11.5	5.51 4.04 3.38	8.00 8.00 8.00	2.527 2.343 2.260	.390 .390 .390	.487 .303 .220	44.0 36.1 32.6	11.0 9.03 8.14	2.82 2.99 3.11	1.98 1.53 1.32	1.01 .854 .781	.599 .615 .625	.565 .553 .571	CFG
<b>C7</b> 7 x 2½	12.25 9.8	3.60 2.87	7.00 7.00	2.194 2.090	.366 .366	.314 .210	24.2 21.3	6.93 6.08	2.60 2.72	1.17 .968	.703 .625	.571 .581	.525 .540	CFG
<b>C6</b> 6 x 2	13 10.5 8.2	3.83 3.09 2.40	6.00 6.00 6.00	2.157 2.034 1.920	.343 .343 .343	.437 .314 .200	17.4 15.2 13.1	5.80 5.06 4.38	2.13 2.22 2.34	1.05 .866 .693	.642 .564 .492	.525 .529 .537	.514 .499 .511	CFG
<b>C5</b> 5 x 1½	9 6.7	2.64 1.97	5.00 5.00	1.885 1.750	.320 .320	.325 .190	8.90 7.49	3.56 3.00	1.83 1.95	.632 .479	.450 .378	.489 .493	.478 .484	CF

Fuente: *Structural Steel Shapes* (Pittsburgh, Pa.: U.S. Steel Corporation, 1982).

# L

## Angulos de lados iguales

Dimensiones y  
propiedades para diseño



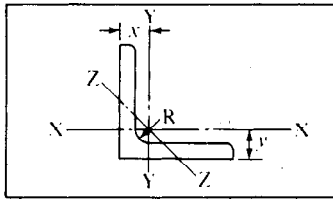
Designación y tamaño nominal	Espesor	Peso por pie	Área	Eje X - X			Eje Y - Y		Radio del challan R	Ubicación de la eiderur- gica que lo fabrica
				I	Z	r	x o y	r <sub>min</sub>		
pulg.	pulg.	Lbs	pulg. <sup>2</sup>	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg.	pulg.	pulg.	
<b>L8x8</b>	1 1/4	56.9	16.7	98.0	17.5	2.42	2.41	1.56	3/4	HF
	1	51.0	15.0	89.0	15.8	2.44	2.37	1.56		
	3/4	45.0	13.2	79.6	14.0	2.45	2.32	1.57		
	3/8	38.9	11.4	69.7	12.2	2.47	2.28	1.58		
	3/16	32.7	9.61	59.4	10.3	2.49	2.23	1.58		
	1/8	26.4	7.75	48.6	8.36	2.50	2.19	1.59		
<b>L6x6</b>	1	37.4	11.0	35.5	8.57	1.80	1.86	1.17	1/2	CFG
	3/4	33.1	9.73	31.9	7.63	1.81	1.82	1.17		
	3/8	28.7	8.44	28.2	6.66	1.83	1.78	1.17		
	3/16	24.2	7.11	24.2	5.66	1.84	1.73	1.18		
	1/8	19.6	5.75	19.9	4.61	1.86	1.68	1.18		
	1/16	14.9	4.36	15.4	3.53	1.88	1.64	1.19		
<b>L5x5</b>	3/4	27.2	7.98	17.8	5.17	1.49	1.57	.973	1/2	C
	3/8	23.6	6.94	15.7	4.53	1.51	1.52	.975		CF
	1/2	16.2	4.75	11.3	3.16	1.54	1.43	.983		
	3/16	12.3	3.61	8.74	2.42	1.56	1.39	.990		
	1/8	10.3	3.03	7.42	2.04	1.57	1.37	.994		
	1/16									
<b>L4x4</b>	3/4	18.5	5.44	7.67	2.81	1.19	1.27	.778	3/4	CF
	3/8	15.7	4.61	6.66	2.40	1.20	1.23	.779		
	1/2	12.8	3.75	5.56	1.97	1.22	1.18	.782		
	3/16	9.8	2.86	4.36	1.52	1.23	1.14	.788		
	1/8	8.2	2.40	3.71	1.29	1.24	1.12	.791		
	1/16	6.6	1.94	3.04	1.05	1.25	1.09	.795		
<b>L3 1/2 x 3 1/2</b>	3/4	8.5	2.48	2.87	1.15	1.07	1.01	.687	3/4	CF
	3/8	7.2	2.09	2.45	.976	1.08	.990	.690		
	1/2	5.8	1.69	2.01	.794	1.09	.968	.694		
<b>L3x3</b>	1/2	9.4	2.75	2.22	1.07	.898	.932	.584	3/4	F
	3/8	7.2	2.11	1.76	.833	.913	.888	.587		
	3/16	6.1	1.78	1.51	.707	.922	.865	.589		
	1/8	4.9	1.44	1.24	.577	.930	.842	.592		

Fuente: *Structural Steel Shapes* (Pittsburgh, Pa.: U.S. Steel Corporation, 1982).

# L

## Tamaños de barras en ángulo de lados iguales

Dimensiones y  
Propiedades para diseño



Designación y tamaño nominal	Espesor	Peso por pie	Área	Eje X - X		Eje Y - Y		Eje Z-Z	Radio del chisla R	Ubicación de la solder- gica que lo fabrica
				I	Z	r	x o y			
pulg.	pulg.	Lbs	pulg. <sup>2</sup>	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg.	pulg.	pulg.	
<b>L2½x2½</b>	¾	5.9	1.73	.984	.566	.753	.762	.487	⅜	†
	⅝	5.0	1.46	.849	.482	.761	.740	.489		
	¼	4.1	1.19	.703	.394	.769	.717	.491		
	⅜	3.07	.902	.547	.303	.778	.694	.495		
<b>L2x2</b>	¾	4.7	1.36	.479	.351	.594	.636	.389	⅜	†
	⅝	3.92	1.15	.416	.300	.601	.614	.390		
	¼	3.19	.938	.348	.247	.609	.592	.391		
	.205	2.65	.778	.294	.207	.615	.575	.393		
<b>L1¾x1¾</b>	¾	2.77	.813	.227	.186	.529	.529	.341	⅜	†
	⅝	2.12	.621	.179	.144	.537	.506	.343		
<b>L1½x1½</b>	¾	2.34	.688	.139	.134	.449	.466	.292	⅜	†
	⅝	1.80	.527	.110	.104	.457	.444	.293		
<b>L1¼x1¼</b>	¾	1.92	.563	.077	.091	.369	.403	.243	⅜	†
	⅝	1.48	.434	.061	.071	.377	.381	.244		

† Fabricado en Fairless, Pensilvania.

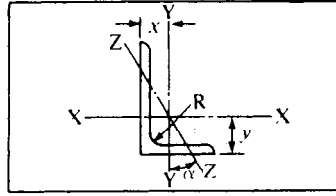
Para formas de tamaños de barras que se ordenan según su composición química y no por sus propiedades mecánicas quizá resulte útil la tabla de la página 67.

Fuente: *Structural Steel Shapes* (Pittsburgh, Pa.: U.S. Steel Corporation, 1982).

# L

## Angulos de lados no iguales

Dimensiones y  
propiedades para diseño



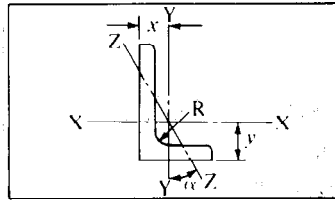
Designación y tamaño nominal	Espesor	Peso por pie	Area	Eje X - X				Eje Y - Y				Eje Z - Z		Radio del chafalón R	Ubicación de la eje de solder- gica que lo fabrica
				I	Z	r	y	I	Z	r	x	r <sub>min</sub>	Tan α		
pulg.	pulg.	Lbs.	pulg. <sup>2</sup>	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg.	pulg.		pulg.	
<b>L8x6</b>	1	44.2	13.0	80.8	15.1	2.49	2.65	38.8	8.92	1.73	1.65	1.28	.543	1/2	H
	3/4	33.8	9.94	63.4	11.7	2.53	2.56	30.7	6.92	1.76	1.56	1.29	.551		
	1/2	23.0	6.75	44.3	8.02	2.56	2.47	21.7	4.79	1.79	1.47	1.30	.558		
<b>L8x4</b>	1	37.4	11.0	69.6	14.1	2.52	3.05	11.6	3.94	1.03	1.05	.846	.247	1/2	H
	3/4	28.7	8.44	54.9	10.9	2.55	2.95	9.36	3.07	1.05	.953	.852	.258		
	1/2	19.6	5.75	38.5	7.49	2.59	2.86	6.74	2.15	1.08	.859	.865	.267		
<b>L7x4</b>	3/4	26.2	7.69	37.8	8.42	2.22	2.51	9.05	3.03	1.09	1.01	.860	.324	1/2	CG
	1/2	17.9	5.25	26.7	5.81	2.25	2.42	6.53	2.12	1.11	.917	.872	.335		
	1/4	13.6	3.98	20.6	4.44	2.27	2.37	5.10	1.63	1.13	.870	.880	.340		
<b>L6x4</b>	3/4	23.6	6.94	24.5	6.25	1.88	2.08	8.68	2.97	1.12	1.08	.860	.428	1/2	CFG
	1/2	16.2	4.75	17.4	4.33	1.91	1.99	6.27	2.08	1.15	.987	.870	.440		
	1/4	12.3	3.61	13.5	3.32	1.93	1.94	4.90	1.60	1.17	.941	.877	.446		
<b>L6x3 1/2</b>	3/4	11.7	3.42	12.9	3.24	1.94	2.04	3.34	1.23	.988	.787	.767	.350	1/2	CF
	1/2	9.8	2.87	10.9	2.73	1.95	2.01	2.85	1.04	.996	.763	.772	.352		
	1/4	8.7	2.56	6.60	1.94	1.61	1.59	2.72	1.02	1.03	.838	.766	.489		
<b>L5x3 1/2</b>	3/4	19.8	5.81	13.9	4.28	1.55	1.75	5.55	2.22	.977	.996	.748	.464	1/4	CFG
	1/2	13.6	4.00	9.99	2.99	1.58	1.66	4.05	1.56	1.01	.906	.755	.479		
	1/4	10.4	3.05	7.78	2.29	1.60	1.61	3.18	1.21	1.02	.861	.762	.486		
<b>L5x3</b>	3/4	12.8	3.75	9.45	2.91	1.59	1.75	2.58	1.15	.829	.750	.648	.357	1/4	CF
	1/2	9.8	2.86	7.37	2.24	1.61	1.70	2.04	.888	.845	.704	.654	.364		
	1/4	8.2	2.40	6.26	1.89	1.61	1.68	1.75	.753	.853	.681	.658	.368		
<b>L4x3 1/2</b>	3/4	11.9	3.50	5.32	1.94	1.23	1.25	3.79	1.52	1.04	1.00	.722	.750	1/4	CF
	1/2	9.1	2.67	4.18	1.49	1.25	1.21	2.95	1.17	1.06	.955	.727	.755		
	1/4	7.7	2.25	3.56	1.26	1.26	1.18	2.55	.994	1.07	.932	.730	.757		
<b>L4x3</b>	3/4	11.1	3.25	5.05	1.89	1.25	1.33	2.42	1.12	.864	.827	.639	.543	1/4	CF
	1/2	8.5	2.48	3.96	1.46	1.26	1.28	1.92	.866	.879	.782	.644	.551		
	1/4	7.2	2.09	3.38	1.23	1.27	1.26	1.65	.734	.887	.759	.647	.554		
<b>L3 1/2 x 3</b>	3/4	7.9	2.30	2.72	1.13	1.09	1.08	1.85	.851	.897	.830	.625	.721	1/4	F
	1/2	6.6	1.93	2.33	.954	1.10	1.06	1.58	.722	.905	.808	.627	.724		
	1/4	5.4	1.56	1.91	.776	1.11	1.04	1.30	.589	.914	.785	.631	.727		
<b>L3 1/2 x 2 1/2</b>	3/4	7.2	2.11	2.56	1.09	1.10	1.16	1.09	.592	.719	.660	.537	.496	1/4	F
	1/2	6.1	1.78	2.19	.927	1.11	1.14	.939	.504	.727	.637	.540	.501		
	1/4	4.9	1.44	1.80	.755	1.12	1.11	.777	.412	.735	.614	.544	.506		
<b>L3x2 1/2</b>	3/4	6.6	1.92	1.66	.810	.928	.956	1.04	.581	.736	.706	.522	.676	1/4	F
	1/2	5.6	1.62	1.42	.688	.937	.933	.898	.494	.744	.683	.525	.680		
	1/4	4.5	1.31	1.17	.561	.945	.911	.743	.404	.753	.661	.528	.684		

Fuente: *Structural Steel Shapes* (Pittsburgh, Pa.: U.S. Steel Corporation, 1982).

## L

# Angulos de lados no iguales

Dimensiones y  
propiedades para diseño



Designación y tamaño nominal	Espesor	Peso por pie	Área	Eje X - X				Eje Y - Y				Eje Z-Z		Radio del chalfán R	Ubicación de la siderúr- gica que lo fabrica
				<i>l</i>	<i>Z</i>	<i>r</i>	<i>y</i>	<i>l</i>	<i>Z</i>	<i>r</i>	<i>x</i>	<i>r</i> <sub>min</sub>	Tan α		
pulg.	pulg.	Lbs.	pulg. <sup>2</sup>	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg.	pulg. <sup>4</sup>	pulg. <sup>3</sup>	pulg.	pulg.	pulg.	pulg.		pulg.
<b>L8x6</b>	1	44.2	13.0	80.8	15.1	2.49	2.65	38.8	8.92	1.73	1.65	1.28	.543	½	H
	¾	33.8	9.94	63.4	11.7	2.53	2.56	30.7	6.92	1.76	1.56	1.29	.551		
	½	23.0	6.75	44.3	8.02	2.56	2.47	21.7	4.79	1.79	1.47	1.30	.558		
<b>L8x4</b>	1	37.4	11.0	68.6	14.1	2.52	3.05	11.6	3.94	1.03	1.05	.846	.247	½	H
	¾	28.7	8.44	54.9	10.9	2.55	2.95	9.36	3.07	1.05	.953	.852	.258		
	½	19.6	5.75	38.5	7.49	2.59	2.86	6.74	2.15	1.08	.859	.865	.267		
<b>L7x4</b>	¾	26.2	7.69	37.8	8.42	2.22	2.51	9.05	3.03	1.09	1.01	.860	.324	½	CG
	½	17.9	5.25	26.7	5.81	2.25	2.42	6.53	2.12	1.11	.917	.872	.335		
	¼	13.6	3.98	20.6	4.44	2.27	2.37	5.10	1.63	1.13	.870	.880	.340		
<b>L6x4</b>	¾	23.6	6.94	24.5	6.25	1.88	2.08	8.68	2.97	1.12	1.08	.860	.428	½	CFG
	½	16.2	4.75	17.4	4.33	1.91	1.99	6.27	2.08	1.15	.987	.870	.440		
	¼	12.3	3.61	13.5	3.32	1.93	1.94	4.90	1.60	1.17	.941	.877	.446		
<b>L6x3½</b>	¾	11.7	3.42	12.9	3.24	1.94	2.04	3.34	1.23	.988	.787	.767	.350	½	CF
	½	9.8	2.87	10.9	2.73	1.95	2.01	2.85	1.04	.996	.763	.772	.352		
<b>L5x3½</b>	¾	19.8	5.81	13.9	4.28	1.55	1.75	5.55	2.22	.977	.996	.748	.464	¾	CG
	½	13.6	4.00	9.99	2.99	1.58	1.66	4.05	1.56	1.01	.906	.755	.479		CFG
	¼	10.4	3.05	7.78	2.29	1.60	1.61	3.18	1.21	1.02	.881	.762	.486		
	⅜	8.7	2.56	6.60	1.94	1.61	1.59	2.72	1.02	1.03	.838	.766	.489		
<b>L5x3</b>	¾	12.8	3.75	9.45	2.91	1.59	1.75	2.58	1.15	.829	.750	.648	.357	¾	CF
	½	9.8	2.86	7.37	2.24	1.61	1.70	2.04	.888	.845	.704	.654	.364		
	¼	8.2	2.40	6.26	1.89	1.61	1.68	1.75	.753	.853	.681	.658	.368		
	⅜	6.6	1.94	5.11	1.53	1.62	1.66	1.44	.614	.861	.657	.663	.371		
<b>L4x3½</b>	¾	11.9	3.50	5.32	1.94	1.23	1.25	3.79	1.52	1.04	1.00	.722	.750	¾	CF
	½	9.1	2.67	4.18	1.49	1.25	1.21	2.95	1.17	1.06	.955	.727	.755		
	¼	7.7	2.25	3.56	1.26	1.26	1.18	2.55	.994	1.07	.932	.730	.757		
	⅜	6.2	1.81	2.91	1.03	1.27	1.16	2.09	.808	1.07	.909	.734	.759		
<b>L4x3</b>	¾	11.1	3.25	5.05	1.89	1.25	1.33	2.42	1.12	.864	.827	.639	.543	¾	CF
	½	8.5	2.48	3.96	1.46	1.26	1.28	1.92	.866	.879	.782	.644	.551		
	¼	7.2	2.09	3.38	1.23	1.27	1.26	1.65	.734	.887	.759	.647	.554		
	⅜	5.8	1.69	2.77	1.00	1.28	1.24	1.36	.599	.896	.736	.651	.558		
<b>L3½x3</b>	¾	7.9	2.30	2.72	1.13	1.09	1.08	1.85	.851	.897	.830	.625	.721	¾	F
	½	6.6	1.93	2.33	.954	1.10	1.06	1.58	.722	.905	.808	.627	.724		
	¼	5.4	1.56	1.91	.776	1.11	1.04	1.30	.589	.914	.785	.631	.727		
<b>L3½x2½</b>	¾	7.2	2.11	2.56	1.09	1.10	1.16	1.09	.592	.719	.660	.537	.496	¾	F
	½	6.1	1.78	2.19	.927	1.11	1.14	.939	.504	.727	.637	.540	.501		
	¼	4.9	1.44	1.80	.755	1.12	1.11	.777	.412	.735	.614	.544	.506		
<b>L3x2½</b>	¾	6.6	1.92	1.66	.810	.928	.956	1.04	.581	.736	.706	.522	.676	¾	F
	½	5.6	1.62	1.42	.688	.937	.933	.898	.494	.744	.683	.525	.680		
	¼	4.5	1.31	1.17	.561	.945	.911	.743	.404	.753	.661	.528	.684		

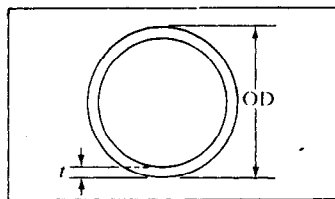
Fuente: *Structural Steel Shapes* (Pittsburgh, Pa.: U.S. Steel Corporation, 1982).



# TS

## Tubería estructural ASTM A501

Dimensiones y  
propiedades para diseño



Tamaño nominal (OD)	Espesor de la pared t	Peso por pie	Área	I	Z	r	Ubicación de la siderúrgica que lo fabrica
pulg.	pulg.	Lbs.	pulg. <sup>2</sup>				
<b>TS½</b> (.840)	.109 .147	.85 1.09	.250 .320	.017 .020	.041 .048	.261 .250	*Véase a pie de página
<b>TS¾</b> (1.050)	.113 .154	1.13 1.47	.333 .433	.037 .045	.071 .085	.334 .321	*Véase a pie de página
<b>TS1</b> (1.315)	.133 .179	1.68 2.17	.494 .639	.087 .106	.133 .161	.421 .407	*Véase a pie de página
<b>TS1¼</b> (1.660)	.140 .191	2.27 3.00	.669 .881	.195 .242	.235 .291	.540 .524	*Véase a pie de página
<b>TS1½</b> (1.900)	.145 .200	2.72 3.63	.799 1.07	.310 .391	.326 .412	.623 .605	*Véase a pie de página
<b>TS2</b> (2.375)	.154 .218	3.65 5.02	1.07 1.48	.666 .868	.561 .731	.787 .766	*Véase a pie de página
<b>TS2½</b> (2.875)	.203 .276	5.79 7.66	1.70 2.25	1.53 1.92	1.06 1.34	.947 .924	*Véase a pie de página
<b>TS3</b> (3.500)	.216 .300	7.58 10.25	2.23 3.02	3.02 3.89	1.72 2.23	1.16 1.14	*Véase a pie de página
<b>TS3½</b> (4.000)	.226 .318	9.11 12.50	2.68 3.68	4.79 6.28	2.39 3.14	1.34 1.31	*Véase a pie de página
<b>TS4</b> (4.500)	.237 .337	10.79 14.98	3.17 4.41	7.23 9.61	3.21 4.27	1.51 1.48	*Véase a pie de página

\*Fabricado en Fairless, Pensilvania.  
Sólo está disponible en acero al carbón. Para tamaños más grandes, favor de solicitar información.

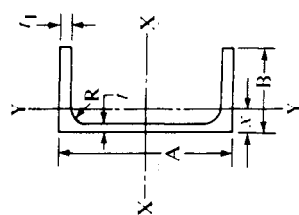
La tubería estructural ASTM A501 se puede ordenar en color negro o con recubrimiento galvanizado de alta penetración. Cuando se especifica con recubrimiento galvanizado, el recubrimiento debe cumplir con los requisitos de la última edición de ASTM A120.

A menos que se acepte otra cosa y se especifique en la orden de compra, todos los tamaños y espesores de pared deben surtirse con bordes planos cortados a escuadra. Tienen que eliminarse todas las rebabas de los bordes externos. La tubería terminada debe ser razonablemente recta y tiene que estar libre de imperfecciones peligrosas.

La tubería estructural ASTM A501 es para uso estructural en general y no debe utilizarse en aplicaciones que impliquen presión interna.

Fuente: *Structural Steel Shapes* (Pittsburgh, Pa.: U.S. Steel Corporation, 1982).

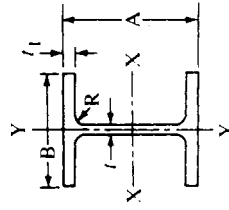
# APENDICE 17    PROPIEDADES DE VIGAS Y PERFILES DE ESTANDAR I DE LA ALUMINUM ASSOCIATION



## Perfiles estándar, dimensiones áreas, pesos y propiedades de sección

Tamaño		Propiedades de la sección ③									
Profundidad A pulg.	Espesor o ancho B pulg.	Eje X-X					Radio del chafón R pulg.	Espesor del alma t pulg.	Espesor del reborde t <sub>1</sub> pulg.	Peso @ 1b/pla	Area @ pulg. <sup>2</sup>
		I pulg. <sup>4</sup>	Z pulg. <sup>3</sup>	r pulg.	I pulg. <sup>4</sup>	Z pulg. <sup>3</sup>					
2.00	1.00	0.288	0.288	0.766	0.045	0.064	0.10	0.13	0.577	0.491	
2.00	1.25	0.546	0.546	0.774	0.139	0.303	0.15	0.26	1.071	0.911	
3.00	1.50	1.41	0.94	1.21	0.22	0.47	0.25	0.20	1.135	0.965	
3.00	1.75	1.97	1.31	1.20	0.42	0.55	0.25	0.26	1.597	1.358	
4.00	2.00	3.91	1.95	1.63	0.60	0.64	0.25	0.23	1.738	1.478	
4.00	2.25	5.21	2.60	1.62	1.02	0.72	0.25	0.29	2.331	1.982	
5.00	2.25	7.88	3.15	2.05	0.98	0.72	0.30	0.26	2.212	1.881	
5.00	2.75	11.14	4.45	2.06	2.05	0.88	0.30	0.32	3.089	2.627	
6.00	2.50	14.35	4.78	2.44	1.53	0.80	0.30	0.29	2.834	2.410	
6.00	3.25	21.04	7.01	2.48	3.76	1.05	0.30	0.35	4.030	3.427	
7.00	2.75	22.09	6.31	2.85	2.10	0.88	0.30	0.29	3.205	2.725	
7.00	3.50	33.79	9.65	2.90	5.13	1.13	0.30	0.38	4.715	4.009	
8.00	3.00	37.40	9.35	3.26	3.25	0.96	0.30	0.35	4.147	3.526	
8.00	3.75	52.69	13.17	3.27	7.13	1.20	0.35	0.41	5.789	4.923	
9.00	3.25	54.41	12.09	3.58	4.40	1.02	0.35	0.35	4.983	4.237	
9.00	4.00	78.31	17.40	3.63	9.61	1.27	0.35	0.44	6.970	5.927	
10.00	3.50	83.22	16.64	3.99	6.33	1.10	0.35	0.41	6.136	5.218	
10.00	4.25	116.15	23.23	4.04	13.02	1.34	0.40	0.50	8.360	7.109	
12.00	4.00	159.76	26.63	4.77	11.03	1.25	0.40	0.47	8.274	7.036	
12.00	5.00	239.69	39.95	4.88	25.74	1.60	0.45	0.62	11.822	10.053	

Fuente: *Aluminum Standards and Data*. 5a edición (Nueva York, N.Y.: The Aluminum Association, © 1976) p. 180.



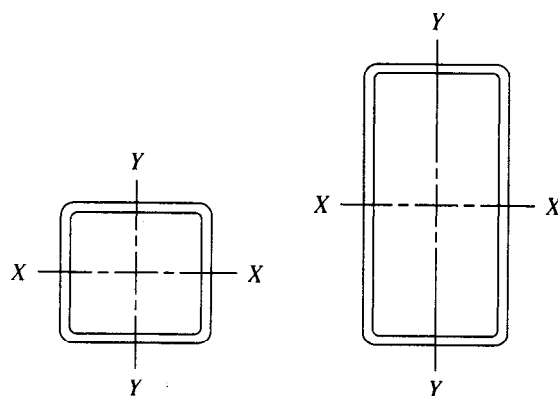
## Vigas en forma de I estándar, dimensiones, áreas, pesos y propiedades de sección

Tamaño		Propiedades de la sección ③									
Profundidad A pulg.	Espesor o ancho B pulg.	Eje X-X		Eje Y-Y		Radio del chafilán R pulg.	Espesor del reborde f <sub>1</sub> pulg.	Espesor del alma f pulg.	Peso ② lb/pie	Area ① pulg. <sup>2</sup>	Area ① pulg. <sup>2</sup>
		I pulg. <sup>4</sup>	Z pulg. <sup>3</sup>	I pulg. <sup>4</sup>	Z pulg. <sup>3</sup>						
3.00	2.50	2.24	1.49	0.52	0.42	0.25	0.20	0.13	1.637	1.392	1.392
3.00	2.50	2.71	1.81	0.68	0.54	0.25	0.26	0.15	2.030	1.726	1.726
4.00	3.00	5.62	2.81	1.04	0.69	0.25	0.23	0.15	2.311	1.965	1.965
4.00	3.00	6.71	3.36	1.31	0.87	0.25	0.29	0.17	2.793	2.375	2.375
5.00	3.50	13.94	5.58	2.29	1.31	0.30	0.32	0.19	3.700	3.146	3.146
6.00	4.00	21.99	7.33	3.10	1.55	0.30	0.29	0.19	4.030	3.427	3.427
6.00	4.00	25.50	8.50	3.74	1.87	0.30	0.35	0.21	4.692	3.990	3.990
7.00	4.50	42.89	12.25	5.78	2.57	0.30	0.38	0.23	5.800	4.932	4.932
8.00	5.00	59.69	14.92	7.30	2.92	0.30	0.35	0.23	6.181	5.256	5.256
8.00	5.00	67.78	16.94	8.55	3.42	0.30	0.41	0.25	7.023	5.972	5.972
9.00	5.50	102.02	22.67	12.22	4.44	0.30	0.44	0.27	8.361	7.110	7.110
10.00	6.00	132.09	26.42	14.78	4.93	0.40	0.41	0.25	8.646	7.352	7.352
10.00	6.00	155.79	31.16	18.03	6.01	0.40	0.50	0.29	10.286	8.747	8.747
12.00	7.00	255.57	42.60	26.90	7.69	0.40	0.47	0.29	11.672	9.925	9.925
12.00	7.00	317.33	52.89	35.48	10.14	0.40	0.62	0.31	14.292	12.153	12.153

① Las áreas que se mencionan se basan en dimensiones nominales.

② Los pesos por pie se basan en dimensiones nominales y una densidad de 0.098 libras por pulgada cúbica que es la densidad de la aleación 6061

③ I = momento de inercia; Z = módulo de sección; r = radio de giro

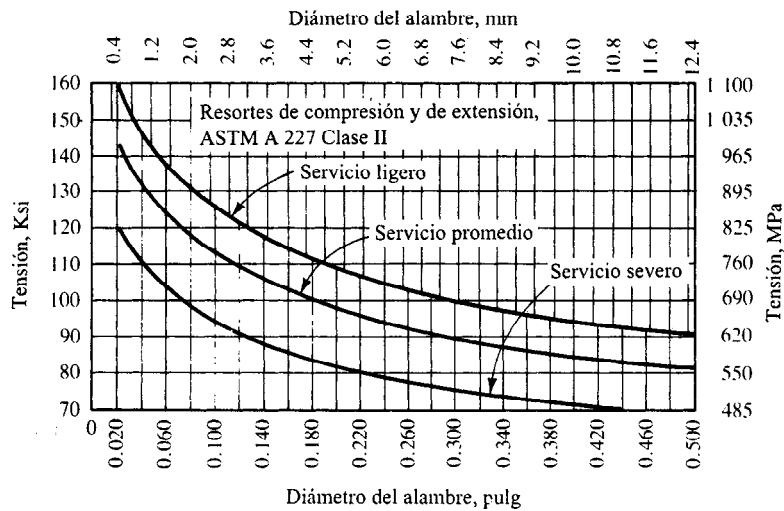


# **APÉNDICE 18    PROPIEDADES DE TUBERÍA ESTRUCTURAL, CUADRADA Y RECTANGULAR**

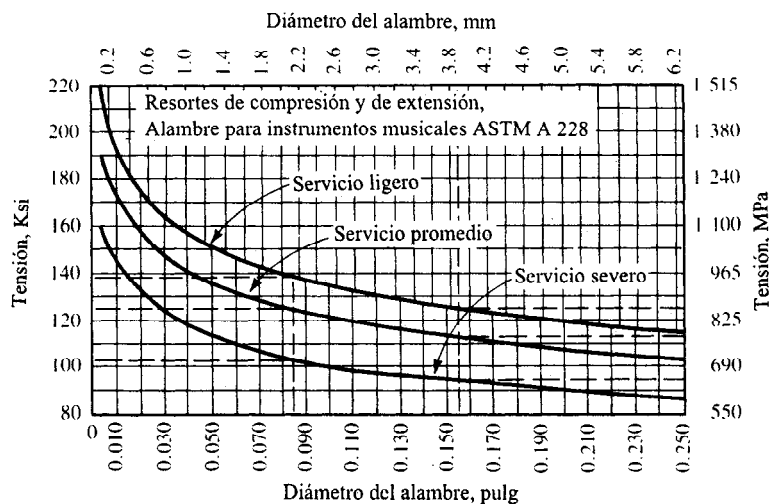
Tamaño	Área (pulg <sup>2</sup> )	Peso por pie (lb)	Eje X-X			Eje Y-Y		
			<i>I</i> (pulg <sup>4</sup> )	<i>Z</i> (pulg <sup>3</sup> )	<i>r</i> (pulg)	<i>I</i> (pulg <sup>4</sup> )	<i>Z</i> (pulg <sup>3</sup> )	<i>r</i> (pulg)
8 × 8 × 1/2	14.4	48.9	131	32.9	3.03	131	32.9	3.03
8 × 8 × 1/4	7.59	25.8	75.1	18.8	3.15	75.1	18.8	3.15
8 × 4 × 1/2	10.4	35.2	75.1	18.8	2.69	24.6	12.3	1.54
8 × 4 × 1/4	5.59	19.0	45.1	11.3	2.84	15.3	7.63	1.65
8 × 2 × 1/4	4.59	15.6	30.1	7.52	2.56	3.08	3.08	0.819
6 × 6 × 1/2	10.4	35.2	50.5	16.8	2.21	50.5	16.8	2.21
6 × 6 × 1/4	5.59	19.0	30.3	10.1	2.33	30.3	10.1	2.33
6 × 4 × 1/4	4.59	15.6	22.1	7.36	2.19	11.7	5.87	1.60
6 × 2 × 1/4	3.59	12.2	13.8	4.60	1.96	2.31	2.31	0.802
4 × 4 × 1/2	6.36	21.6	12.3	6.13	1.39	12.3	6.13	1.39
4 × 4 × 1/4	3.59	12.2	8.22	4.11	1.51	8.22	4.11	1.51
4 × 2 × 1/4	2.59	8.81	4.69	2.35	1.35	1.54	1.54	0.770
3 × 3 × 1/4	2.59	8.81	3.16	2.10	1.10	3.16	2.10	1.10
3 × 2 × 1/4	2.09	7.11	2.21	1.47	1.03	1.15	1.15	0.742
2 × 2 × 1/4	1.59	5.41	0.766	0.766	0.694	0.766	0.766	0.694

*Nota:* Los datos se tomaron de distintas fuentes. Los tamaños que se señalan representan una muestra pequeña de los tamaños disponibles.

# **APÉNDICE 19 TENSIONES POR ESFUERZO DE CORTE DE DISEÑO PARA ALAMBRE DE RESORTES QUE SE UTILIZAN EN RESORTES DE COMPRESION Y EN RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESION**

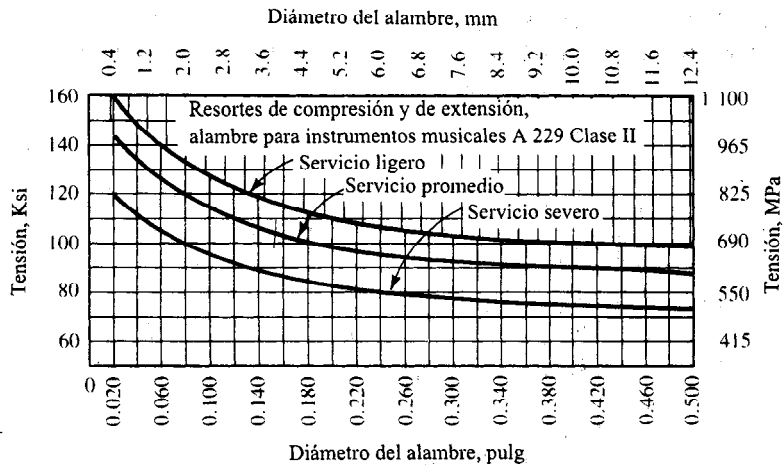


**Apéndice A-19-1 Tensiones de diseño, alambre de acero ASTM. A227, extruido en caliente. (Reimpreso de Harold Carlson, *Spring Designer's Handbook*, p. 144, por cortesía de Martel Dekker, Inc.)**

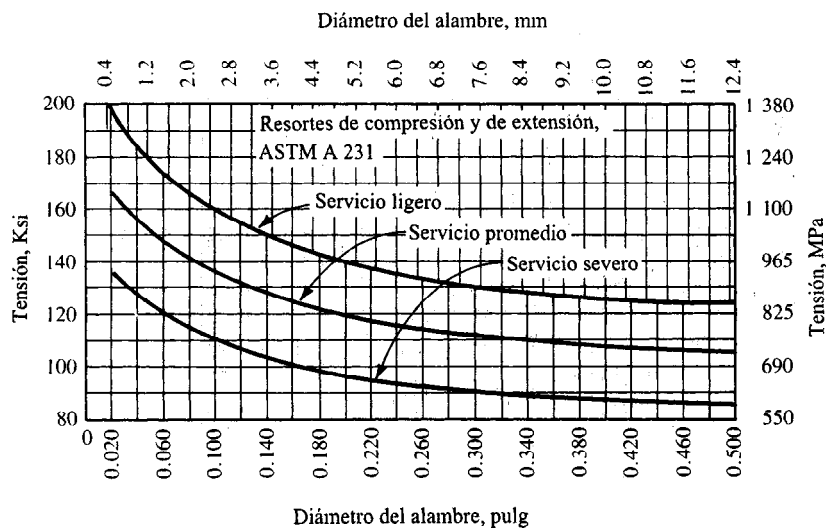


Tensiones de diseño similares para alambre de acero inoxidable, 17-7 PH, ASTM A 313, tipo 631.

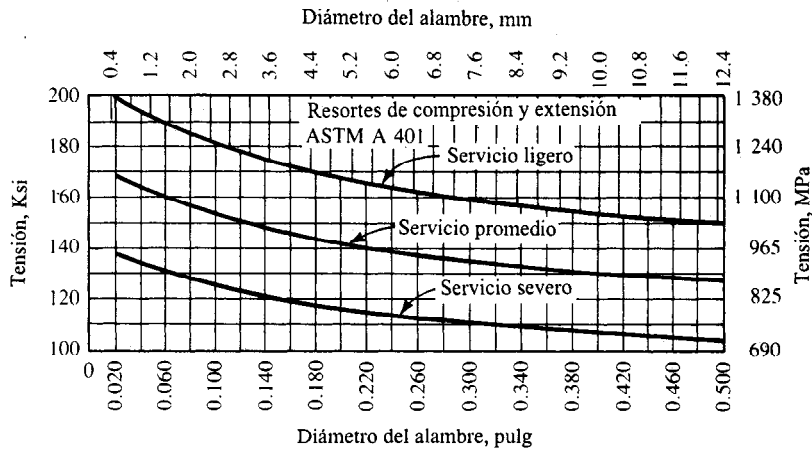
**Apéndice A-19-2 Tensiones de diseño, alambre para instrumentos musicales ASTM A228, extruido en caliente. (Reimpreso de Harold Carlson, *Spring Designer's Handbook*, p. 143, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.)**



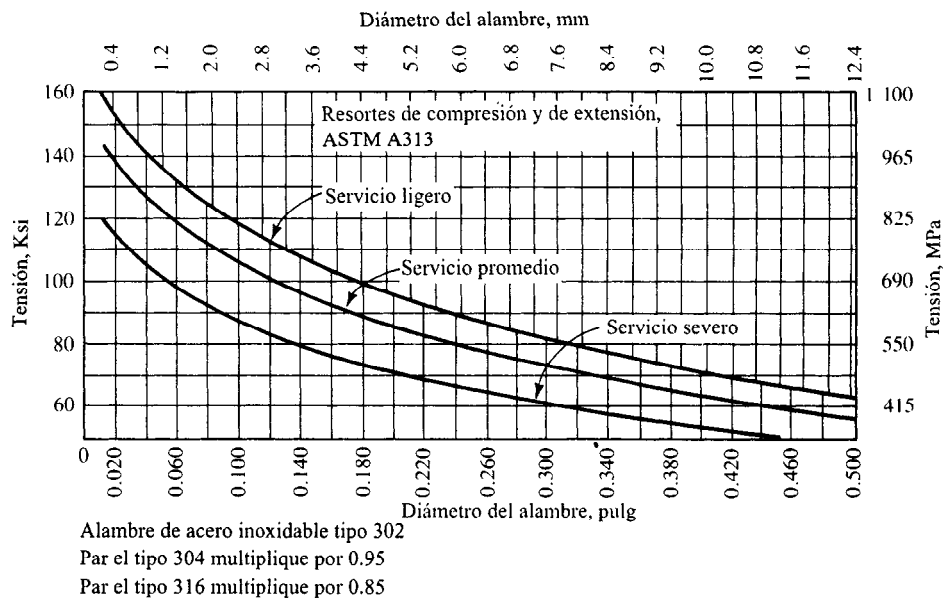
**Apéndice A-19-3** Tensiones de diseño, alambre de acero ASTM A229, templado en aceite. (Reimpreso de Harold Carlson, *Spring Designer's Handbook*, p. 146, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.)



**Apéndice A-19-4** Tensiones de diseño, alambre de acero ASTM A231, con aleación de cromo y vanadio, calidad de resorte para válvulas. (Reimpreso de Harold Carlson, *Spring Designers Handbook*, p. 147, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.)



**Apéndice A-19-5 Tensiones de diseño, alambre de acero ASTM A401, con aleación de cromo y silicio, templado en aceite. (Reimpreso de Harold Carlson, *Spring Designers Handbook*, p. 148, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.)**



**Apéndice A-19-6 Tensiones de diseño, alambre de acero inoxidable resistente a la corrosión ASTM A313, templado en aceite. (Reimpreso de Harold Carlson, *Spring Designers Handbook*, p. 150, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.)**

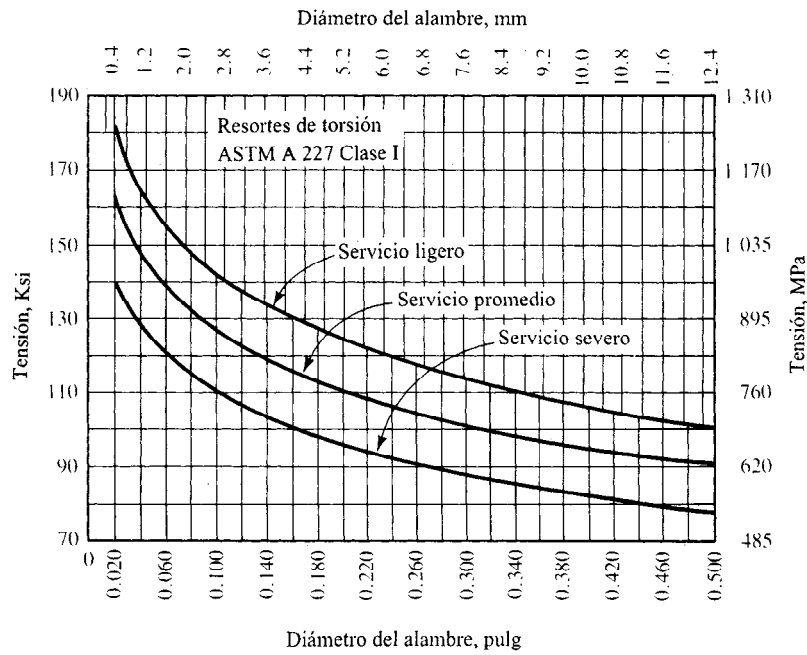
# **APÉNDICE 20    MÓDULO DE ELASTICIDAD DE ALAMBRE PARA RESORTES EN CORTE (G) y TENSIÓN (E).**

<i>Material y número ASTM</i>	<i>Módulo de elasticidad, G</i>		<i>Módulo de tensión, E</i>	
	<i>(psi)</i>	<i>(GPa)</i>	<i>(psi)</i>	<i>(GPa)</i>
Acero duro extruido: A227	$11.5 \times 10^6$	79.3	$28.6 \times 10^6$	197
Alambre para instrumentos musicales: A228	$11.85 \times 10^6$	81.7	$29.0 \times 10^6$	200
Templado en aceite: A229	$11.2 \times 10^6$	77.2	$28.5 \times 10^6$	196
Cromo y vanadio: A231	$11.2 \times 10^6$	77.2	$28.5 \times 10^6$	196
Cromo y silicio: A401	$11.2 \times 10^6$	77.2	$29.5 \times 10^6$	203
Aceros inoxidables: A313				
Tipos 302, 304, 316	$10.0 \times 10^6$	69.0	$28.0 \times 10^6$	193
Tipo 17-7 PH	$10.5 \times 10^6$	72.4	$29.5 \times 10^6$	203
Latón para resortes: B134	$5.0 \times 10^6$	34.5	$15.0 \times 10^6$	103
Bronce con fósforo: B159	$6.0 \times 10^6$	41.4	$15.0 \times 10^6$	103
Cobre con berilio: B197	$7.0 \times 10^6$	48.3	$17.0 \times 10^6$	117
Monel y K-Monel	$9.5 \times 10^6$	65.5	$26.0 \times 10^6$	179
Inconel e Inconel X	$10.5 \times 10^6$	72.4	$31.0 \times 10^6$	214

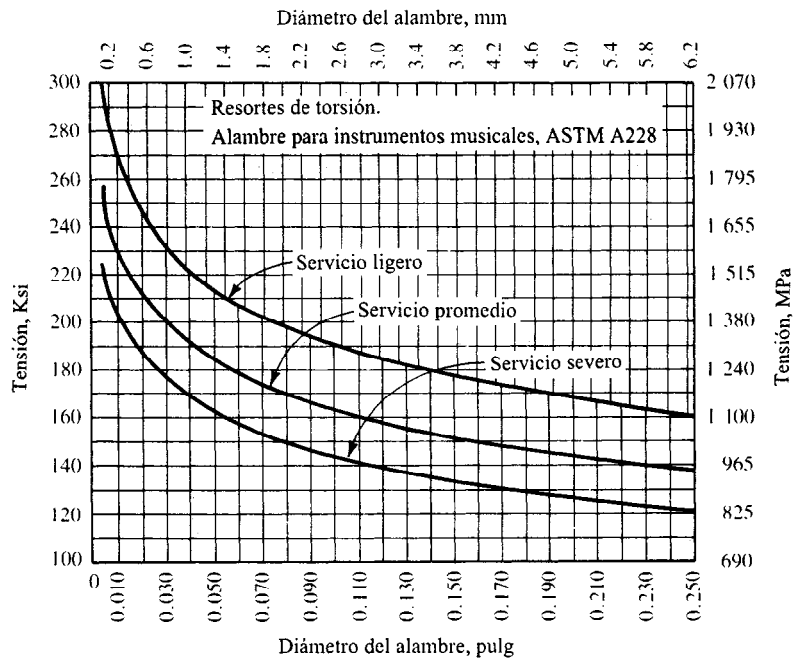
*Nota:* Los datos son valores promedios. Se pueden presentar variaciones pequeñas en el tamaño de alambre y el tratamiento.



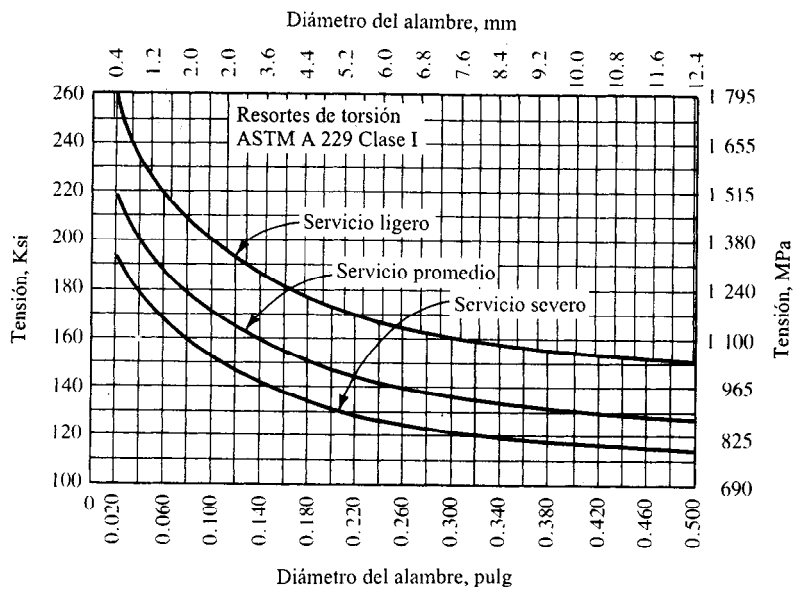
**APENDICE 21 TENSIONES DE DISEÑO POR FLEXION PARA ALAMBRE PARA RESORTES QUE SE UTILIZA EN RESORTES HELICOIDALES DE TORSION**



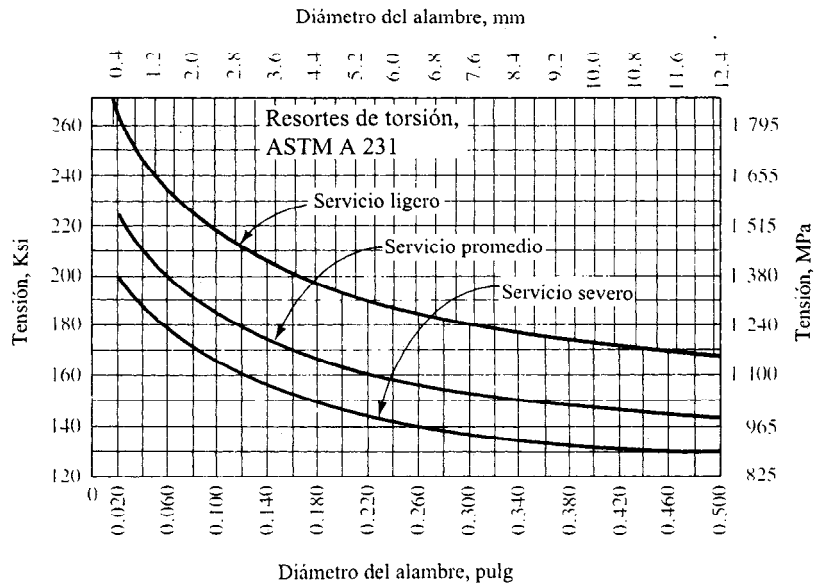
**Apéndice A-21-1 Tensiones de diseño para resortes de torsión de alambre de acero duro extruido ASTM A227. (Reimpreso de Harold Carlson, *Spring Designer's Handbook*, p. 144, por cortesía de Marcel Dekker, Inc)**



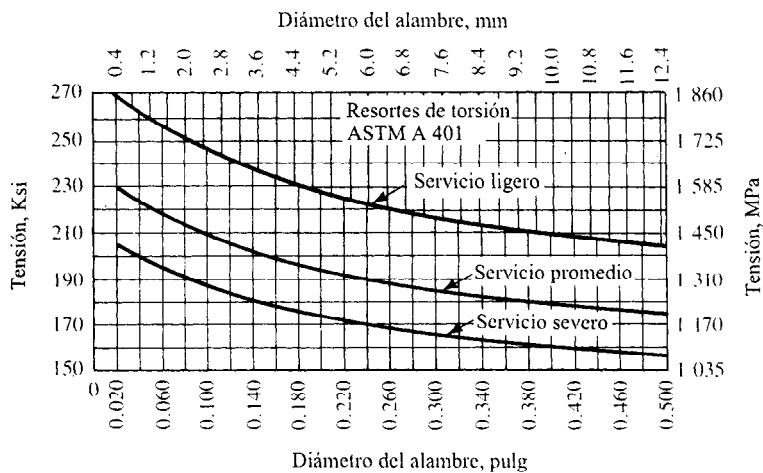
**Apéndice A-21-2 Tensiones de diseño para resortes de torsión de alambre para instrumentos musicales ASTM A228.** (Reimpreso de Harold Carlson, *Spring Designer's Handbook*, p. 143, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.)



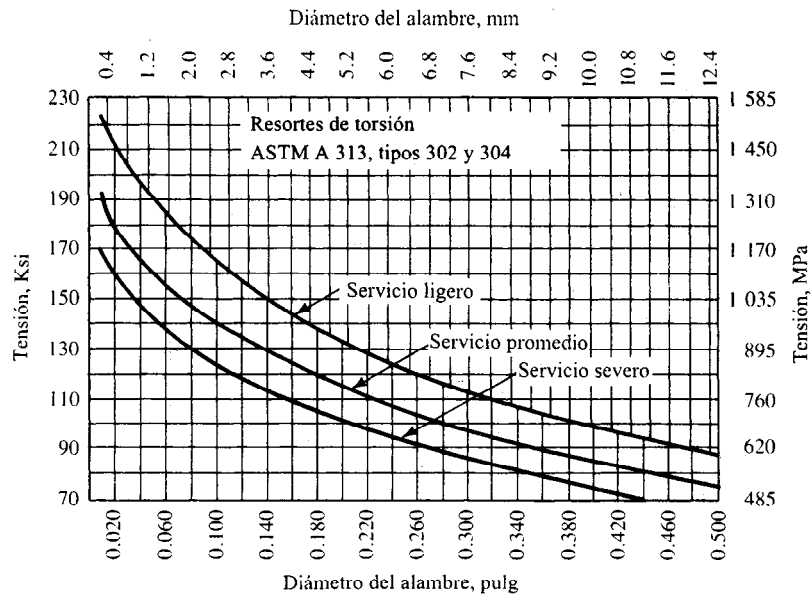
**Apéndice A-21-3 Tensiones de diseño para resortes de torsión de alambre de acero templado en aceite ASTM A229, grado MB.** (Reimpreso por Harold Carlson, *Spring Designer's Handbook*, p. 146, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.)



**Apéndice A-21-4 Tensiones de diseño para resortes de torsión de alambre de acero con aleación de cromo y vanadio, calidad para resortes de válvulas ASTM A231. (Reimpreso de Harold Carlson, *Spring Designer's Handbook*, p.147, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.)**



**Apéndice A-21-5 Tensiones de diseño para resortes de torsión de alambre de acero con aleación de cromo y silicio, templado en aceite ASTM A401. (Reimpresión de Harold Carlson, *Spring Designer's Handbook*, p. 148, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.)**



**Apéndice A-21-6** Tensiones de diseño para resortes de torsión de alambre de acero inoxidable, tipos 302 y 304 ASTM A313. (Reimpreso de Harold Carlson, *Spring Designer's Handbook*, p. 150, por cortesía de Marcel Dekker, Inc.)

---

# Respuestas a problemas seleccionados

---

En esta sección se dan las respuestas a problemas para los que existen soluciones únicas. Muchos de los problemas incluidos en este libro que hay que resolver son problemas de diseño reales y exigen decisiones de diseño individuales para llegar a soluciones. Otras corresponden a la forma de pregunta de repaso para la cual las respuestas están en el texto del capítulo con el que se relacionan. Es pertinente señalar también, que en algunos problemas es necesario seleccionar factores de diseño y utilizar datos de tablas y gráficas. Debido al ejercicio del criterio y la interpolación que se requieren, quizá algunas respuestas sean un poco distintas a las soluciones que plantee el lector.

## CAPITULO 1 La naturaleza del diseño mecánico

- |  |   |
|--|---|
| 15. $D = 44.5 \text{ mm}$  | 16. $L = 14.0 \text{ m}$                |
| 17. $T = 1\,418 \text{ N}\cdot\text{m}$                                  | 18. $A = 2\,658 \text{ mm}^2$           |
| 19. $Z = 2.43 \times 10^5 \text{ mm}^3$                                  | 20. $I = 3.66 \times 10^7 \text{ mm}^4$ |
| 21. $L \ 2 \ 1/2 \times 2 \ 1/2 \times \ 1/4$                            | 22. $P = 5.59 \text{ kW}$               |
| 23. $s_u = 876 \text{ MPa}$  | 24. $\text{Peso} = 48.9 \text{ N}$      |
| 25. $T = 20.3 \text{ N}\cdot\text{m}$                                    |   |
| $\theta = 0.611 \text{ rad}$   |   |
| $\text{Escala} = 5.14 \text{ lb}\cdot\text{pulg/grado}$                  |   |
| $\text{Escala} = 33.3 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$                        |   |
| 26. $\text{Energía} = 1.03 \times 10^{11} \text{ lb}\cdot\text{pie/año}$ |   |
| $\text{Energía} = 3.88 \times 10^7 \text{ W}\cdot\text{h/año}$           |   |
| 27. $\mu = 540 \text{ lb}\cdot\text{s/pie}^2$                            |   |
| $\mu = 25.9 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$                      |   |
| 28. $4.60 \times 10^9 \text{ rev}$                                       |   |

## CAPITULO 2 Materiales en el diseño mecánico

9. No. Para ser dúctil, la elongación porcentual debe ser mayor que 5.0%.
11.  $G = 42.9 \text{ GPa}$
12. Dureza = 52.8 HRC
13. Resistencia a la tracción = 235 Ksi (Aproximadamente)

De la 14 a la 17 se pregunta qué es incorrecto en los enunciados que se dan.

14. Los aceros recocidos por lo regular tienen valores de dureza en el rango de 120 HB a 200 HB. Una dureza de 750 HB es muy alta y característica de altas aleaciones de acero tal como se hizo la inmersión.
15. Por lo general, la escala HRB se limita a HRB 100.

16. La dureza HRC por lo general no es inferior a HRC 20.
17. Las relaciones que se especifican entre dureza y resistencia a la corrosión sólo son válidas para el acero.
18. Charpy e Izod.
19. Hierro y carbón. A menudo están presentes manganeso y otros elementos.
20. Hierro, carbón, manganeso, níquel, cromo y molibdeno.
21. Aproximadamente 0.40%.
22. Bajo carbón: menos de 0.30% .  
Carbón medio: 0.30 a 0.50% .  
Alto carbón: 0.50 a 0.95%.
23. Nominalmente 1.0%.
24. AISI 12L13 al acero se le agrega plomo para mejorar su maquinabilidad.
25. AISI 1045, 4140, 4640, 5150, 6150, 8650.
26. AISI 1045, 4140, 4340, 4640, 5150, 6150, 8650.
27. Resistencia al desgaste, fortaleza, ductilidad. AISI 1080.
28. El AISI 5160 OQT 1000 es un acero con cromo, nominalmente tiene 0.80% de cromo y 0.60% de carbón, un acero al carbón con alta aleación. Su resistencia es alta y su ductilidad buena. Se endureció en la superficie, con inmersión en aceite y se templó a 1,000°F.
29. Si. Especificando con cuidado el medio en que se hace la inmersión. Una dureza de HRC 40 equivale a HB 375. El apéndice 3 indica que la inmersión en aceite no producirá una dureza adecuada. Sin embargo, el apéndice 4-1 muestra que se puede obtener una dureza de HB 400 haciendo la inmersión en agua y templando a 700°F mientras aún tiene 20% de elongación para que la ductilidad sea buena.

*Nota:* La tensión se aproxima a la resistencia máxima para (f) y (g)

3. Fuerza = 2 556 lb;  $\sigma = 2\,506$  psi
  4.  $\sigma = 595$  psi
  5. Fuerza = 1061 lb
  6.  $D = 0.274$  "
  8.  $\tau = 32.6$  MPa
  9.  $\theta = 0.79$
  11.  $\tau = 32\,270$  psi
  14.  $\tau = 70.8$  MPa;  $\theta = 1.94^\circ$
  16.  $T = 9\,624$  lb·pulg;  $\theta = 1.83^\circ$
  17. Módulo de sección que se requiere =  $2.40$  pulg<sup>3</sup>. Se proporcionan tamaños nominales estándar para cada forma
    - a. Cada lado =  $2.50$ "
    - c. Espesor =  $5.00$ "; altura =  $1.75$ "
    - e.  $S_4 \times 7.7$
    - g.  $TS_4 \times 0.237$
  18. Pesos:
 

a. 212 lb	c. 297 lb
e. 77.0 lb	g. 107.9 lb
  19. Deflexión máxima
 

a. 0.701"	Deflexión en las cargas
c. 1.021"	0.572"
e. 0.375"	0.836"
g. 0.315"	0.307"
	0.258"
  20.  $M_A = 330$  N·m;  $M_B = 294$  N·m;  $M_C = -40$  N·m
  22. a.  $y_A = 0.238$ ";  $y_B = 0.688$ "  
b.  $y_A = 0.047$ ";  $y_B = 0.042$ "
  24.  $\sigma = 3\,480$  psi;  $\tau = 172$  psi
- Para los problemas del 25 al 36, las soluciones completas requieren de dibujos. A continuación se enumeran sólo los momentos de flexión máxima
- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| 25. 480 lb·pulg  | 27. 120 lb·pulg  |
| 29. 93 750 N·mm  | 31. 8640 lb·pulg |
| 33. -11 250 N·mm | 35. 1.49 kN·m    |
37.  $\sigma = 62.07$  MPa
  39. a.  $\sigma = 20.94$  MPa tensión en la parte superior de la palanca  
b. En la sección B,  $h = 35.1$  mm; en C,  $h = 18$  mm.
  41.  $\sigma = 84.6$  MPa de tensión
  43. Lados =  $0.50$ "
  45.  $\sigma$  Máxima =  $1.42$  MPa de compresión en la superficie superior entre A y C.
  47.  $\sigma = 86.2$  MPa
  49. Izquierda:  
 $\sigma = 39\,750$  psi  
Parte media:  
 $\sigma = 29\,760$  psi  
Derecha:  $\sigma = 31\,700$  psi
  51.  $\sigma = 96.4$  MPa
  53.  $\sigma = 32\,850$  psi

### CAPITULO 3 Análisis de tensiones

1.  $\sigma = 31.8$  MPa;  $\delta = 0.12$  mm
2. Para todos los materiales,  $\sigma = 34.7$  MPa  
Deflexión:
 

a. $\delta = 0.277$ mm	b. $\delta = 0.277$ mm
c. $\delta = 0.377$ mm	d. $\delta = 0.830$ mm
e. $\delta = 0.503$ mm	f. $\delta = 23.8$ mm
g. $\delta = 7.56$ mm.	



**CAPITULO 4 Tensiones combinadas y círculo de Mohr**

Respuestas a los problemas 1 al 15:

<i>Tensión principal máxima</i>	<i>Tensión principal mínima</i>	<i>Tensión por esfuerzo de corte máxima</i>
1. 24.14 Ksi	-4.14 Ksi	14.14 Ksi
3. 50.0 Ksi	-50.0 Ksi	50.0 Ksi
5. 124.7 Ksi	0.0 Ksi	62.4 Ksi
7. 20.0 Ksi	-40.0 Ksi	30.0 Ksi
9. 144.3 MPa	-44.3 MPa	94.3 MPa
11. 61.3 MPa	-91.3 MPa	76.3 MPa
13. 168.2 MPa	0.0 MPa	84.1 MPa
15. 250.0 MPa	-80.0 MPa	165.0 MPa

**CAPITULO 5 Diseño para distintos tipos de carga**

Para problemas que requieren decisiones de diseño, se enumeran los tamaños estándar o que se prefieren.

1.  $N = 11.6$
3.  $N = 9.93$
5.  $D = 35$  mm;  
 $a = 5.85$  mm
7. TS2 1/2 × tubo 0.203
9.  $b = 1\ 3/4$ "
11.  $N = 9.11$
12.  $s = 34.7$  MPa
  - a.  $N = 5.96$
  - c.  $N = 8.93$
  - e.  $N = 23.8$
  - g.  $N = 1.30$
13.  $N = 3.37$
15. Fuerza 1 061 lb;  
 $D = 5/16$ "
17.  $N = 1.88$
19.  $N = 5.69$
21.  $D = 1.75$ "
25.  $N = 9.03$
27.  $N = 3.20$

**CAPITULO 6 Columnas**

1.  $P_{cr} = 4\ 473$  lb
2.  $P_{cr} = 14\ 373$  lb
5.  $P_{cr} = 4\ 473$  lb
6.  $P_{cr} = 32.8$  lb
8. a. extremos atornillados:  $P_{cr} = 7\ 498$  lb  
b. extremos fijos:  $P_{cr} = 12\ 000$  lb  
c. extremos fijos atornillados:  $P_{cr} = 10\ 300$  lb  
d. Extremos fijos libres:  $P_{cr} = 1700$  lb
10.  $D =$  se requiere 1.45". Utilice  $D = 1.50$ "
14.  $S =$  se requiere 1.423". Utilice  $S = 1.500$ "

16. Use  $D = 1.50$ "
23.  $P = 1\ 189$  lb
25.  $P = 1\ 877$  lb
27.  $\sigma = 212$  MPa;  $y = 25.7$  mm
28.  $\sigma = 6\ 685$  psi;  $y = 0.045$ "
30.  $P = 48\ 000$  psi

**CAPITULO 7 Resortes**

1.  $k = 13.3$  lb/pulg
2.  $L_f = 1.497$  pulg
3.  $F_s = 47.8$  lb;  $L_f = 1.25$ "
7.  $I_D = 0.93$ ";  $D_m = 1.015$ ";  $C = 11.94$ ;  
 $n = 6.6$  bobinas
8.  $C = 8.49$ ;  $p = 0.241$ "; ángulo de paso = 8.70;  
 $L_s = 1.12$ "
9.  $F_o = 10.25$  lb; tensión = 74 500 psi
11.  $OD = 0.583$ " cuando la longitud es sólida
12.  $F_s = 26.05$  lb; tensión = 189,300 psi (alta)
31. Tensión por flexión = 114,000 psi; tensión por torsión = 62,600 psi

**CAPITULO 8 Tolerancia y ajustes**

1. RC8: orificio 3.5050/3.5000; flecha 3.4930/3.4895; espaciamiento 0.0070 a 0.0155"
3. RC8: orificio 0.6313/0.6285; flecha 0.6250/0.6234; espaciamiento 0.0035 a 0.0079"
5. RC8: orificio 1.2540/1.2500; flecha 1.2450/1.2425; espaciamiento 0.0050 a 0.0115"
7. RC5: orificio 0.7512/0.7500; flecha 0.7484/0.7476; espaciamiento 0.0016 a 0.0036"
9. FN5: orificio 3.2522/3.2500; flecha 3.2584/3.2570; interferencia 0.0048 a 0.0084" presión = 13 175 psi; tensión = 64 363 psi
11. FN5: interferencia 0.0042 a 0.0072"; presión 17 789 psi; tensión = 37 800 psi en la superficie interna del cilindro de aluminio; tensión = -17 789 en la superficie exterior de la varilla de acero; la tensión en el aluminio es muy alta
12. Interferencia máxima = 0.001 77"
13. Temperatura = 567°F
14. Encogimiento o contracción = 0.003 8";  $t = 284$ °F
15.  $ID$  final = 3.497 1"

**CAPITULO 9 Diseño de flechas o ejes**

Todos los problemas de este capítulo son problemas de diseño para los que no existen soluciones únicas.

**CAPITULO 10 Cuñas de unión, coples y sellos o empaques**

1. Utilice cuña cuadrada de 1/2"; acero extruido en frío AISI 1040; longitud = 3.75".
3. Utilice cuña cuadrada de acero de 3/8"; acero extruido en frío AISI 1020; longitud que se requiere = 1.02"; utilice  $L = 1.50$ " para que coincida con la longitud de la maza.
5.  $T$  = torque;  $D$  = diámetro de la flecha;  $L$  = longitud de la maza. De la tabla 10-5,  $K = T/(D^2L)$ .  
a. Información del problema 1:  $K$  que se necesita = 1,313; demasiado alta para cualquier lengüeta en la tabla 10-5.  
c. Información del problema 3:  $K$  que se necesita = 208; utilice 6 lengüetas.
7. Rueda dentada: cuña cuadrada de 1/2"; AISI 1020 CD;  $L = 1.00$ "  
Mecanismo de tornillo sinfin: cuña cuadrada de 3/8"; AISI 1020 CD;  $L = 1.75$ "
13.  $T = 2\,725$  lb·pulg
15.  $T = 26\,416$  lb·pulg
19. Datos del problema 16:  $T = 313$  lb·pulg por pulgada de longitud de la maza  
Datos del problema 18:  $T = 4,300$  lb·pulg por pulgada de longitud de la maza

**CAPITULO 11 Ruedas dentadas de talla recta**

1.  $N = 44$ ;  $P_d = 12$ 
    - a.  $D = 3.667$ "
    - c.  $m = 2.117$  mm
    - e.  $a = 0.083\,3$ "
    - g.  $c = 0.020\,8$ "
    - i.  $h_k = 0.166\,7$ "
    - k.  $D_o = 3.833$ "
  3.  $N = 45$ ;  $P_d = 2$ 
    - a.  $D = 22.500$ "
    - c.  $m = 12.70$  mm
    - e.  $a = 0.500\,0$ "
    - g.  $c = 0.125\,0$ "
    - i.  $h_k = 1.000\,0$ "
    - k.  $D_o = 23.500$ "
  5.  $N = 22$ ;  $P_d = 1.75$ 
    - a.  $D = 12.571$ "
    - c.  $m = 14.514$  mm
    - e.  $a = 0.571\,4$ "
    - g.  $c = 0.142\,9$ "
    - i.  $h_k = 1.142\,9$ "
    - k.  $D_o = 13.714$ "
  7.  $N = 180$ ;  $P_d = 80$ 
    - a.  $D = 2.250\,0$ "
    - c.  $m = 0.318$  mm
    - e.  $a = 0.012\,5$ "
    - g.  $c = 0.004\,5$ "
    - i.  $h_k = 0.025\,0$ "
    - k.  $D_o = 2.275\,0$ "
  9.  $N = 28$ ;  $P_d = 20$ 
    - a.  $D = 1.400\,0$ "
    - c.  $m = 1.270$  mm
    - e.  $a = 0.050\,0$ "
    - g.  $c = 0.012\,0$ "
    - i.  $h_k = 0.100\,0$ "
    - k.  $D_o = 1.500\,0$ "
  11.  $N = 45$ ;  $m = 1.25$ 
    - a.  $D = 56.250$  mm
    - c.  $P_d = 20.3$
    - e.  $a = 1.25$  mm
    - g.  $c = 0.313$  mm
    - i.  $h_k = 2.500$  mm
    - k.  $D_o = 58.750$  mm
  13.  $N = 22$ ;  $m = 20$ 
    - a.  $D = 440.00$  mm
    - c.  $P_d = 1.270$
    - e.  $a = 20.0$  mm
    - g.  $c = 5.000$  mm
    - i.  $h_k = 40.00$  mm
    - k.  $D_o = 480.00$  mm
  15.  $N = 180$ ;  $m = 0.4$ 
    - a.  $D = 72.00$  mm
    - c.  $P_d = 63.5$
    - e.  $a = 0.40$  mm
    - g.  $c = 0.100$  mm
    - i.  $h_k = 0.80$  mm
    - k.  $D_o = 72.80$  mm
  17.  $N = 28$ ;  $m = 0.8$ 
    - a.  $D = 22.40$  mm
    - c.  $P_d = 31.75$
    - e.  $a = 0.80$  mm
    - g.  $c = 0.200$  mm
- b.  $p = 1.795$ "
  - d.  $m = 16.0$  mm
  - f.  $b = 0.714\,3$ "
  - h.  $h_t = 1.285\,7$ "
  - j.  $t = 0.897\,6$ "
  - b.  $p = 0.039\,3$ "
  - d.  $m = 0.30$  mm
  - f.  $b = 0.017\,0$ "
  - h.  $h_t = 0.029\,5$ "
  - j.  $t = 0.019\,6$ "
  - b.  $p = 0.157\,1$ "
  - d.  $m = 1.25$  mm
  - f.  $b = 0.062\,0$ "
  - h.  $h_t = 0.112\,0$ "
  - j.  $t = 0.078\,5$ "
  - b.  $p = 3.927$  mm
  - d.  $P_d = 20$
  - f.  $b = 1.563$  mm
  - h.  $h_t = 2.813$  mm
  - j.  $t = 1.963$  mm
  - b.  $p = 62.83$  mm
  - d.  $P_d = 1.25$
  - f.  $b = 25.00$  mm
  - h.  $h_t = 45.00$  mm
  - j.  $t = 31.42$  mm
  - b.  $p = 1.26$  mm
  - d.  $P_d = 64$
  - f.  $b = 0.500$  mm
  - h.  $h_t = 0.90$  mm
  - j.  $t = 0.628$  mm
  - b.  $p = 2.51$  mm
  - d.  $P_d = 32$
  - f.  $b = 1.000$  mm
  - h.  $h_t = 1.800$  mm



- i.  $h_k = 1.60 \text{ mm}$  j.  $t = 1.257 \text{ mm}$   
 k.  $D_o = 24.00 \text{ mm}$   
 19. Problema 1:  $P_d = 12$ ; contragolpe 0.006 a 0.009 pulg.

Problema 2:  $m = 12$ ; contragolpe 0.52 a 0.82 mm

- 21.a.  $C = 14.000''$  b.  $VR = 4.600$   
 c.  $n_G = 48.9 \text{ rpm}$  d.  $v_t = 294.5 \text{ pies/minuto}$   
 23.a.  $C = 2.266''$  b.  $VR = 6.25$   
 c.  $n_G = 552 \text{ rpm}$  d.  $v_t = 565 \text{ pies/minuto}$   
 25.a.  $C = 90.00 \text{ mm}$  b.  $VR = 3.091$   
 c.  $n_G = 566 \text{ rpm}$  d.  $v_t = 4.03 \text{ m/s}$   
 27.a.  $C = 162.0 \text{ mm}$  b.  $VR = 1.250$   
 c.  $n_G = 120 \text{ rpm}$  d.  $v_t = 1.13 \text{ m/s}$

Para los problemas 29 al 32, los que se indican a continuación son errores en los enunciados que se proporcionan:

29. El piñón y el engrane no pueden tener pasos diferentes  
 30. La distancia central real debe ser 8.333".  
 31. Hay muy pocos dientes en el piñón; es de esperarse que exista interferencia.  
 32. La distancia central real debe ser 2.156". Al parecer, los diámetros exteriores se utilizaron en lugar de los diámetros de paso para calcular  $C$ .  
 33.  $Y = 8.45''$ ;  $X = 10.70''$   
 35.  $Y = 44.00 \text{ mm}$ ;  $X = 58.40 \text{ mm}$   
 37. Velocidad de salida = 111 rpm CCW  
 38. Velocidad de salida = 144 rpm CW

## CAPITULO 12 Engranajes helicoidales, engranes cónicos y mecanismos de tornillo sinfin y rueda helicoidal

### *Bandas en V*

- 1.a.  $p = 0.3927''$   $p_n = 0.3401''$   
 $P_{nd} = 9.238$   $P_x = 0.680''$   
 $D = 5.625''$   $\phi_n = 12.62^\circ$   
 $F/P_x = 2.94$  pasos axiales en el ancho de la cara  
 1.b.  $W_t = 89.6 \text{ lb}$   $W_x = 51.7 \text{ lb}$   
 $W_r = 23.2 \text{ lb}$   
 2.a.  $P_d = 8.485$   $p = 0.370''$   
 $p_c = 0.2618''$   $P_x = 0.370''$   
 $\phi_t = 27.2^\circ$   $D = 5.657''$   
 $F/P_x = 4.05$  pasos axiales en el ancho de la cara  
 2.b.  $W_t = 31.8 \text{ lb}$   $W_x = 31.8 \text{ lb}$   
 $W_r = 16.4 \text{ lb}$

### *Engranajes cónicos o biselados*

14.  $\gamma = 18.43^\circ$   $\Gamma = 71.57^\circ$   
 $h_t = 0.367''$   $h_k = 0.333''$   
 $c = 0.0333''$   $a_G = 0.0985''$   
 $a_P = 0.2348''$   $D_o = 7.562''$   
 $d_o = 2.9455''$   $A_o = 3.953''$

15.  $W_{tP} = W_{tG} = 599 \text{ lb}$   
 $W_{rP} = W_{rG} = 207 \text{ lb}$   
 $W_{sP} = W_{sG} = 69 \text{ lb}$

### *Mecanismo de tornillo sinfin*

26.  $L = 0.3142''$   $\lambda = 4.57^\circ$   
 $a = 0.100''$   $b = 0.1157''$   
 $D_{oW} = 1.450''$   $D_{RW} = 1.0186''$   
 $D_G = 4.000''$   $C = 2.625''$   
 $VR = 40$   
 27.  $W_{tG} = W_{sW} = 462 \text{ lb}$   $W_{sG} = 52.8 \text{ lb}$   
 $W_{rG} = W_{rW} = 120 \text{ lb}$   
 Eficiencia = 70%  $n_W = 1200 \text{ rpm}$   
 $P_t = 0.629 \text{ hp}$   $\sigma_{tG} = 25200 \text{ psi}$   
 $W_{tR} = 656 \text{ lb}$

## CAPITULO 13 Impulsores de banda e impulsores de cadena

1. Banda 3V, de 75 pulgadas de largo  
 2.  $C = 22.00''$   
 10.  $v_b = 2405 \text{ pies/min}$   
 3.  $\theta_1 = 157^\circ$ ;  $\theta_2 = 203^\circ$   
 13.  $P = 6.05 \text{ hp}$

### *Cadena con rodamientos*

25. Cadena No. 80  
 28. Especificación de potencia de diseño = 12.0 hp; lubricación tipo II (baño)  
 29. Especificación de potencia de diseño = 30.0 hp  
 34.  $L = 96''$ , 128 pasos  
 35.  $C = 35.57''$

## CAPITULO 14 Cojinetes de superficie plana

Todos los problemas en este capítulo son problemas de diseño para los cuales no existen soluciones únicas.

## CAPITULO 15 Cojinetes de contacto giratorio

1. Vida = 2.76 millones de revoluciones  
 2.  $C = 12745 \text{ lb}$

**CAPITULO 16 Control del movimiento:  
embragues y frenos**

1.  $T = 495 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$
3.  $T = 41 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$
5. Datos del problema 1:  $T = 180 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$   
Datos del problema 3:  $T = 27.4 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$
7. Embrague:  $T = 2\,122 \text{ N}\cdot\text{m}$   
Freno:  $T = 531 \text{ N}\cdot\text{m}$
8.  $T = 143 \text{ lb}\cdot\text{pie}$
9.  $63.6 \text{ lb}\cdot\text{pies}$
9.  $T = 223.6 \text{ lb}\cdot\text{pie}$
15.  $= 109 \text{ lb}$
17.  $W = 138 \text{ lb}$
18.  $b > 16.0''$

**CAPITULO 17 Motores eléctricos**

13. 480 V, trifásico porque la corriente será baja y el tamaño del motor más pequeño
16.  $n_s = 1\,800 \text{ rpm}$  en Estados Unidos  
 $n_s = 1\,500 \text{ rpm}$  en Francia
17. Motor de 2 polos;  $n = 3\,600 \text{ rpm}$  a carga cero (aproximada)
18.  $n_s = 12\,000 \text{ rpm}$
19.  $1\,725 \text{ rpm}$  y  $1\,140 \text{ rpm}$
20. Control de frecuencia variable
34. a. Motor de CA monofásico, fase dividida  
b.  $T = 41.4 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$  c.  $T = 61.7 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$   
d.  $T = 144 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$
35. b.  $T = 12.6 \text{ N}\cdot\text{m}$  c.  $T = 18.9 \text{ N}\cdot\text{m}$   
d.  $T = 44.1 \text{ N}\cdot\text{m}$
39. Velocidad con carga total = velocidad sincrónica =  $720 \text{ rpm}$
47. Utilice un control NEMA tipo K SCR para convertir 115 VAC a 90 VDC; utilice un motor 90 VDC.
51. En teoría, la velocidad se incrementa a infinito
52.  $T = 20.5 \text{ N}\cdot\text{m}$

54. Arrancador NEMA 2
55. Arrancador NEMA 1

**CAPITULO 18 Tornillos de potencia**

5. Rosca ACME de 2 1/2-3
6.  $L > 1.23''$
7.  $T = 6.974 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$
8.  $T = 3\,712 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$
11. Angulo de desplazamiento =  $4.72^\circ$ ; se autoasegura
12. Eficiencia = 35%
13.  $n = 180 \text{ rpm}$ ;  $P = 0.866 \text{ hp}$
17. 24.7 años
21. Tornillos de grado 2: 5/16-18;  $T = 70.3 \text{ lb}\cdot\text{pulg}$
22.  $F = 1190 \text{ lb}$
23.  $F = 4.23 \text{ kN}$
24. La cuerda métrica que más se aproxima es M24  $\times$  2. La cuerda métrica es 1.8 mm más larga (8% más larga)
25. La cuerda estándar que más se aproxima es M5  $\times$  0.8 (#10-32 también se aproxima.)
26. 3.61 kN
27. a. 1 177 lb c. 2 385 lb  
e. 2 862 lb g. 1 081 lb  
i. 2 067 lb k. 143 lb

**CAPITULO 19 Armazones o bastidores de  
máquinas, conexiones  
atornilladas y ensambles soldados**

	Material	Diámetro (pulg)	Peso (lb)
a.	Acero HR 1020	0.638	0.0906
c.	Aluminio 2014-T6	0.451	0.0160
e.	Ti-6Al-4V (Envejecido)	0.285	0.0102

---

# Indice

---

- Acabado superficial, 258-60, 582  
Acero, 30-40  
  aceros para herramientas, 42  
  al alto carbón, 33  
  al bajo carbón, 33  
  al carbón y con aleaciones, 30, A-6-A-13  
  al medio carbón, 33  
  carburizado, 40, 403, A-14  
  cojinete de, 33  
  condiciones, 34  
  contenido de carbón, 31  
  estructural, 40, A-16  
  grupos de aleaciones, 32-33  
  inoxidable, 39, A-14  
  sistemas de designación, 31  
  tratamiento térmico, 34  
  usos del, 33  
Acero estructural, 40, A-16  
Acero inoxidable, 39  
Aceros para herramientas, 42  
Adhesivos, 752  
Afianzadores, 739-52  
  adhesivos, 752  
*American Standard* (estándar estadounidense), 745-46  
  carga de afianzamiento, 748  
  designaciones de cuerdas, 745  
  dispositivos para asegurar, 742  
  ensambles con tornillos, 749, 762-66  
  materiales para atornillar, 743  
  métricos, 747  
  recubrimientos y acabados, 745  
  resistencia, 743  
  roldanas, 741  
  soldadura, 752  
  soldadura con aleación de zinc y cobre, 752  
  tipos de cabezas de, 740-42  
  tornillos, 739-40  
  tornillos para ajustar, 741  
  torque, 748  
Ahusado y tornillo, 352  
Ajuste, 258  
Ajuste con prensa, 352. *Véase* Ajuste por fuerza; Ajuste por contracción; Ajuste por interferencia  
Ajustes de fuerza, 269  
  tensiones para, 272  
Ajustes de transición, 271  
Ajustes, interferencia de, 258, 269  
  ajustes de fuerzas, 269  
  contracción, 269  
  locales, 269  
  programa de computación para, 277  
  tensiones para, 272  
Ajustes, márgenes, 258, 262-69  
  corrimiento y deslizamiento, 262  
  en el lugar (locales), 269  
Ajustes, transición de, 271  
Aleación N-resist, 47  
Aleaciones con base de níquel, 46  
Aleaciones de Monel, 47  
Aleaciones Inconel, 47  
Aluminio, 42-45, 572, 807  
*American Gear Manufacturers Association* (AGMA) (Asociación Estadounidense de Fabricantes de Engranajes), 381, 389, 400-7, 411-14, 419-27, 432-34, 460  
*American Iron and Steel Institute* (AISI) (Instituto Estadounidense del Hierro y el Acero), 31  
*American National Standards Institute* (ANSI) (Instituto Estadounidense de Estándares Nacionales), estándar para fabricación de flechas o ejes, 301, 319  
*American Society for Testing and Materials* (ASTM) (Sociedad Estadounidense para Pruebas y Materiales), 31, 743-44  
*American Society of Mechanical Engineers* (ASME), estándar para fabricación de flechas o ejes, 301, 319  
Amplitud de tensión, 135  
Análisis de elemento finito, 131  
Análisis por simulación de variación, 272  
Angulo de presión, 391  
  mecanismos de tornillo sinfin y rueda helicoidal, 506  
  ruedas dentadas de talla recta, 391  
Angulos, lados iguales y desiguales, A-37-A-40  
Anillos de retención, 362-65  
Areas, propiedades de, A-2  
Arrancadores para motores, 703-8  
  
Babbitt, 572  
Bandas y cadenas. *Véase* Impulsores de banda en V; impulsores de cadena  
Bronce para, 46, 406, A-21  
Bronce, sinterizado, 572  
Bujes, ahusados ranurados, 350  
Bujes ranurados ahusados, 350  
  
Cabilla de acero empotrada en la junta, 349  
Cajas de chumacera, 607  
Cálculos de diseño, 13  
Carbonitrurado, 38  
Carburización, 38, 403  
Carburización de dientes de engranes, 403-5  
  profundidad de la caja o camisa, 405  
Carburos, 42

- Centro de esfuerzo de corte, 81  
 Centro de flexión, 80  
 Chaflán de reborde, 294  
 Cianurización, 38  
 Círculo de Mohr, 113-31  
   construcción de, 114-17  
   condiciones especiales de tensión, 127  
   problemas prácticos, 120  
 Coeficiente de dilatación térmica, 30  
 Coeficiente de elasticidad  
   alambre para resortes, A-48  
   en esfuerzo de corte, 26  
   en tensión (tracción), 24  
 Coeficiente de fricción, 508  
 Coeficiente de sección polar, 69  
 Coeficiente de selección, 80  
   polar, 69  
 Cojinetes, contacto giratorio, 598-634  
   brinelado de, 614  
   carga efectiva media de, 633  
   carga equivalente de, 617  
   cargas variables de, 629, 633-34  
   chumaceras para, 607  
   cojinete de empuje (quicionera) para, 606  
   cojinetes de arrollamiento para, 607-8  
   cojinetes de bolas ahusados para, 605,  
     622-27  
   cojinetes montados en, 607  
   contratuercas de, 623  
   especificación de carga dinámica de, 614  
   especificación de carga estática de, 610  
   espesor de película de aceite de, 631-32  
   estándares de, 630  
   factor de empuje de, 619  
   factor de rotación de, 617  
   factor velocidad de, 616  
   factor vida de, 616  
   grasa para, 628  
   información de los fabricantes de, 610-13  
   instalación de, 628  
   lubricación de, 627, 631  
   materiales para, 608-9  
   montaje de, 621  
   precarga de, 628  
   relación carga/vida de, 609  
   rigidez de, 629  
   selección de, 617  
   sellado de, 629  
   tamaños de, 610  
   tipos de, 601-6  
   tolerancias de, 630-31  
   unidades de brida o pestaña de, 607-8  
   velocidades, limitaciones de, 630  
   vida del diseño de, 615  
   vida especificada ( $L_{10}$ ) de, 614  
 Cojinetes de bolas ahusados, 605, 622-27  
 Cojinetes de empuje, 606  
 Cojinetes, de superficie plana, 565-95  
   aspereza de la superficie de, 582  
   coeficiente de fricción de, 588  
   comportamiento de cojinete hidrostático  
     de, 592  
   diseño de cojinetes hidrodinámicos de  
     película completa, 586-88  
   espesor de la película de, 582  
   factor de desgaste de, 574-75  
   factor  $pV$  de, 573  
   fricción de torque y potencia de, 588  
   geometría de, 567  
   hidrostática de, 591-95  
   límite de lubricación de, 566, 573-80  
   longitud de, 576, 582  
   lubricación por película completa  
     (hidrodinámica) de, 566, 582-88  
   lubricación por película mixta de, 566  
   margen, diametral de, 577, 582  
   materiales de, 570-74  
   muescas de, 590  
   número característico de cojinete, 585  
   número de Sommerfeld de, 583, 585-86  
   parámetro  $\mu n/p$  de, 569  
   parámetro de cojinete,  $\mu n/p$ , 569  
   presión de, 569, 580-81  
   temperatura del lubricante de, 575, 583  
   variable de coeficiente de fricción de, 586  
   variable de espesor de la película de, 585  
   viscosidad de, 583-84  
 Cojinetes hidrostáticos, 591-95  
 Collarines, 363  
 Columnas, 174-99  
   anclaje en el extremo de, 176  
   cargada en forma excéntrica, 192-96  
   constante de columna, 179  
   curvada, 191  
   deformación o pandeo de, 176  
   diseño de, 187-91  
   factores de diseño para, 182-83  
   formas eficientes para secciones  
     transversales de, 186  
   fórmula de Euler para, 182  
   fórmula de J. B. Johnson, 184  
   fórmula secante para, 193  
   longitud efectiva de, 178  
   programa de computación para, 196  
   radio de rotación de, 176  
   razón de delgadez de, 179  
 Concentraciones de tensión, 92  
   cuñeros, 293  
   en el diseño de flechas o ejes, 292-95  
 Conductividad eléctrica, 30  
 Conductividad térmica, 30  
 Conexiones con pernos para, 749, 762-66  
 Conformación de engranes, 409, 411  
 Conocimientos de diseño, 7  
 Contratuercas, 366  
 Control del movimiento. Véase  
   Embragues y frenos  
 Coples, 354-62  
   de cadena, 356  
   de engrane, 358  
   de fuelle, 358  
 Dynaflex, 359  
 Ever-flex, 357  
 flexibles, 355-60  
 Form-flex, 360  
 Grid-flex, 357  
 Para-flex, 359  
 rígidos, 354  
 tipo uña, 360  
 Coples flexibles, 355-60  
   efectos en las flechas o ejes, 292  
 Corrosión, 349  
 Criterio de Soderberg, 153  
 Criterios para el diseño de máquinas, 9  
 Cuñas de unión  
   ahusamiento de, 336  
   chaflanes, 334  
   chaveta de cabeza, 336  
   de Woodruff, 337  
   diseño de, 340  
   en paralelo, 333-36  
   fuerzas en, 339  
   materiales para, 338  
   tamaños, 334  
   tensiones en, 339  
   tipos de, 336  
 Cuñas de unión Woodruff, 336-38  
 Cuñeros y chaveteros,  
   chaflanes, 334  
   concentraciones de tensión, 292  
   dimensiones, 335  
 Deformación, 64  
 Deformación de columnas, 177  
 Deformación de resortes, 219  
 Densidad, 29  
 Diseño de flechas o ejes, 284-319  
   concentraciones de tensiones en, 292  
   ecuación para diámetro de, 300  
   ejemplos de, 301-19  
   factores de confiabilidad, 298  
   factores de tamaño, 297  
   fuerzas que se ejercen en las (los), 287  
   procedimiento para, 284  
   programa de calculadora para, 317  
   tamaños básicos que se recomiendan, 306  
   tensiones de diseño, 295  
 Diseño para distintos tipos de carga, 151  
 Diseño resistente de productos, 272  
 Ductilidad, 25  
 Dureza, 26  
   conversiones, 28, 793  
 Dureza Brinell, 26  
 Dureza Rockwell, 27  
 Ejemplos de problemas de diseño, 159  
 Ejemplos de procesos de diseño, 10  
 Elemento de tensión directa, 62  
 Elemento de tensión normal, 62  
 Elementos de la tensión, 61

- Elongación porcentual, 25
- Embragues y frenos
  - absorción de energía, 656
  - actuación de, 644-48
  - aplicaciones, típicas de, 641
  - coeficiente de fricción, 660-61
  - coeficiente embrague-freno, 641-42
  - cople del embrague, 640-41
  - embrague de cuña, 675
  - embrague de fibra, 675
  - embrague de fluido, 676
  - embrague de mordaza, 675
  - embrague de resorte evolvente, 676
  - embrague de revolución única, 676
  - embrague de sobrecarga, 676
  - embrague, definido, 639
  - embrague deslizante, 642, 645
  - embrague o freno de banda, 642, 664-66
  - especificación de desgaste para, 663
  - freno, definido, 640
  - freno, protegido contra fallas, 640
  - frenos de banda, 642-43, 672-74
  - frenos de disco, 642, 664
  - frenos de tambor, 666-72
  - impulsor de corriente vertical, 676
  - inercia, 650
  - inercia,  $Wk^2$ , 650
  - inercia, efectiva, 653-56
  - materiales de fricción, 660-61
  - matraca, 675
  - radio de rotación, 650
  - rendimiento, 648-50
  - tiempo de respuesta, 657
  - tipo placa, 642, 662-64
  - tipos de, 642-45
- Endurecimiento (temple) por flama, engranes, 37
- Endurecimiento por inducción, engranes, 37, 402
- Energía (potencia), 67
- Engranaje intermedio (loco), 399
- Engranes a inglete, 485
- Engranes, cónicos, 483-502
  - ángulo de paso cónico, 484
  - factor geométrico, 497-98, 500
  - fuerzas en, 487-89
  - fuerzas de los cojinetes, 489
  - geometría, 483-86
  - material, selección de material para, 499-500
  - momentos de flexión en flechas o ejes, 493-95
  - reductores, 501
  - resistencia a la corrosión, 499
  - ruedas dentadas cónicas, 485
  - tensiones en los dientes, 495
- Engranes de material plástico, 406
- Engranes, gusanos. *Véase* Mecanismo de tornillo sin fin y rueda helicoidal
- Engranes, helicoidales, 467-83
  - ángulo helicoidal, 468
  - diseño de, 482
  - factor geométrico, 474-80
  - fuerzas en los dientes, 467-70
  - fuerzas en las flechas o ejes, 288
  - geometría, 467
  - pasos, 470
  - reductores, 457-58, 480-81
  - resistencia a la corrosión, 478
  - tensiones en los dientes, 474
  - transversales, 467
- Ensamblajes soldados, 766-67
  - factores geométricos, 770
  - tamaño de la soldadura, 769, 771
  - tensiones permisibles, 767, 769
  - tipos de ensambles, 766
  - tipos de soldadura, 767
  - tratamiento de la soldadura como una línea, 769
- Enunciados de funciones, 7
- Especificaciones de diseño, 7
- Especificaciones de potencia, 553-55
- Estacado, 353, 354
- Fabricación y calidad de engranes, 408-14
  - conformación, 409, 411
  - error compuesto, 411-13
  - números de calidad, 411-14
  - por medio de fresado, 408-9
  - tallado, 410-11
  - tolerancia compuesta total, 413
- Factor de diseño, 154-59
  - cargas estáticas, 155
  - criterio de Soderberg, 153
  - invertida, tensión repetitiva, 157
  - materiales dúctiles bajo cargas estáticas, 156
  - materiales quebradizos, 155-56
  - métodos para calcular, 155-59
  - para columnas, 182-83
  - para flechas o ejes, 298
  - tensiones combinadas variables, 158
  - tensiones de esfuerzo cortante variables, 158
  - tensiones normales variables, 158
  - valores, 154
- Factor de reducción de resistencia, 95
- Factor de seguridad. *Véase* Factor de diseño
- Factor J para engranes helicoidales, 474-80
- Factor J para ruedas dentadas de talla recta, 419-20
- Factor  $pV$ , 573
- Factor tamaño, 149, 297, 419, 422
  - de concentración de tensión, 93, 292, A-28-A-31
- Factores de confiabilidad, 298, 428-29
- Factores de conversión, 791
- Fatiga, 29, 137
- Forma de diente evolvente (curva), 379
  - formas de vigas de reborde ancho, A-32-A-34, A-43
- Formas de vigas acanaladas, A-36, A-42
- Formas estructurales, A-32 A-44
  - acero A-32 A-41, A-44
  - aluminio, A-42-A43
- Fórmula de J. B. Johnson para columnas, 184
- Fórmula para las columnas de Euler, 182
- Frenos. *Véase* embragues y frenos
- Fuerza, 18
- Hastelloy, 47
- Hierro dúctil, 40
- Hierro dulce, 40, 405, 805
- Hierro fundido, 40, 405, 805
- Hierro maleable, 41
- Hombros (rebordes), para ejes o flechas, 294, 364
- Impulsores de banda en V, 532-48
  - ángulo de contacto, 535
  - ángulo de factor de corrección evolvente, 544
  - construcción de bandas, 533
  - diseño de, 538-48
  - estándares SAE, 537
  - factor de corrección por longitud de banda, 545
  - factores de servicio, 540
  - fórmula de distancia al centro, 535
  - fórmula de longitud de banda, 535
  - fuerzas en flechas o ejes, 290
  - gráfica de selección, 539
  - gráficas de especificaciones de potencia, 541-43
  - longitud del claro, 535
  - longitudes de banda, estándar, 544
  - poleas acanaladas, 534, 536-37
  - poleas. *Véase* Poleas acanaladas
  - secciones transversales de banda, 536-37
  - tensión de banda, 535, 539, 548
- Impulsores de cadena, 548-62
  - cadena giratoria para, 548-50
  - cadena de transportador para, 551
  - diseño de, 552-58
  - factores de servicio en, 556
  - fórmula de distancia del centro, 557
  - fórmula de longitud de la cadena para, 557
  - fuerzas en los ejes o flechas para, 289
  - lubricación de, 557-58
  - paso de, 548
  - ruedas dentadas para, 548, 557
  - tamaños de, 549
  - tensores múltiples, factores, 552
  - tipos de eslabones para, 549
  - uniones de, 550
- Interferencia, 258

- ajustes, 269  
de dientes de ruedas dentadas de talla recta, 392-94
- Junta de cardan, 356  
Juntas universales, 356, 358, 360-62
- Lengüetas o ranuras, 343-49  
ajustes, 345  
capacidad de torque, 344-46  
de forma evolvente (curva), 345-49  
coeficientes de, 348-49  
pasos de, 347-48  
de lado recto, 344  
geometría, 345-56
- Límite elástico, 24  
Límite proporcional, 24  
Lubricación  
cojinetes, contacto giratorio, 627, 631  
cojinetes, planos. *Véase* Cojinetes, de superficie plana  
engranes, 456  
impulsores de cadena, 557-58  
Lubricación hidrodinámica, 582-88
- Maquinabilidad, 29  
bastidores y estructuras para máquinas, 757-62  
flexión, 759-61  
límites de deflexión, 758  
materiales, 758  
torsión, 761-62
- Margen 258, 387  
Márgenes para ajustes, 262  
Masa, 18  
Materiales en el diseño mecánico, 20-55  
acero al carbón y con aleaciones, 30, 400-4  
acero estructural, 40, A-16  
acero fundido, 40, 405, A-17  
aceros inoxidables, 39, A-15  
aceros para herramientas, 42  
aluminio, 42, A-19  
carburos, 42  
compuestos, 48  
bobinado de filamentos, 50  
compuesto moldeado en forma de lámina, 50  
construcción de los, 51  
extrusión, 50  
fibras para reforzar, 49  
materiales preimpregnados, 50  
parámetros de diseño, 52  
proceso húmedo, 50  
ventajas de los, 50  
engrane, 400-8  
latón y bronce, 46, 406, A-21  
metales en polvo, 41, A-18  
plásticos, 47, 406, A-22  
plásticos termoendurecibles, 48  
termoplásticos, 47  
titanio, 45, A-21
- Matraca, 675  
Mecanismos de tornillo sinfin y rueda helicoidal, 502-24  
ángulo de avance, 505  
ángulo de presión, 506  
avance del, 505  
coeficiente de fricción, 508  
cuerda (dientes), 504  
de encerrojamiento automático, 513  
diámetro del gusano (sin fin), 505, 521  
dimensiones de, 521-24  
dimensiones de los dientes, 504  
diseño de, 513-24  
durabilidad de la superficie, 514  
fuerzas en, 507  
geometría, 504, 521  
longitud de la cara del gusano, 524  
pasos, 504  
reductor, 503  
relación de velocidad, 506  
sin fin de campana, 523  
tensiones, 513  
tipos de, 502
- Metal Powder Industries Foundation (MPIF), 42  
Metales en polvo, 41, A-18  
Método de Taguchi, 272  
Modos de fallas, 61, 152  
Momento estático, 75  
Motores con engranaje reductor, 456-57  
Motores, eléctricos, 680-720  
arrancadores, 703-8  
bobinado compuesto, CD, 716  
bobinado en derivación, CD, 714  
bobinado en serie, CD, 714  
carcasa, motores, 699-701  
control de motor de CD, 717-19  
control de velocidad, CA, 710-12  
controles, 710  
controles, CA, 702-12  
curvas de rendimiento, motores de CA, 688, 690-91, 693-94  
de capacitor partido permanente, 696  
de CD (corriente directa sin escobillas), 720  
de fase partida, 693  
de magneto permanente, CD, 716  
diseños de motores de CA NEMA, B, C, D 689-90  
encendido por capacitor, de, 694  
energía monofásica, 683  
energía trifásica, 683-84  
factores de selección de, 682  
impulsor de velocidad variable de CA, 710-12  
monofásicos de inducción, 696  
motor de inducido de barras, 687, 689-92  
motor de rotor bobinado, 690  
motor universal, 692  
motores de CA, 685-712  
motores de circuito impreso, 720  
motores de inducción, 685-88  
motores de torque, 717  
motores escalonados, 720  
motores monofásicos, 692-96  
motores sincrónicos, 692-93  
protección contra sobrecargas, 709  
rectificadores (SCR), 713  
servomotores, 719  
tamaños, 683-701  
tamaños de armazón, 701  
tipos de armazón, 696-701  
tipos de motores de CA (corriente alterna), 689-96  
tipos de motores de CD, 714-16  
velocidades, 684-85  
voltajes de CA, 683
- National Electrical Manufacturers Association (NEMA) (Asociación Nacional de Fabricantes de Productos Eléctricos), 689  
Nitruación, 38, 404  
Normalización, 36  
Número de Sommerfeld, 583
- Peso, 18  
Piezas en forma de viga estándar estadounidenses, A-35-A-36  
Plásticos, 47, 406, 572-73, A-22  
Poleas  
banda en V, de, 290, 541-43  
banda plana, de 291  
Poleas acanaladas, banda en forma de V, 541-43  
fuerzas sobre los ejes o flechas, 290  
Poleas de banda, planas, 291  
Programas de computación para análisis de columnas, 196  
diseño de flechas o ejes, 317  
diseño de ruedas dentadas de talla recta, 446-55  
resortes, compresión de, 227-42  
tensiones para ajustes de fuerza, 277-79  
Propiedades de los metales, 22  
Proyectos de diseño, 782-87  
Punto cedente (de deformación), 24
- Radio de giro, 176  
Ranuras de retención de anillos, 295  
Razón de delgadez para columnas, 179  
Razón de Poisson, 26  
Razón de tensión, 135, 147  
Rebajar dientes de engranes, 394  
Reductores de velocidad tipo engrane, 456-60, 480-81, 501, 503  
Reductores de velocidad, tipo engrane, 456-60  
Regla de Miner, 633

- Regla de Palmer y Miner, 633  
 Relación de velocidad, engranes, 394  
 Resistencia, 29, 142  
     a punto cedente (de deformación), 24  
     a la tracción, 22  
     al esfuerzo de corte, 26  
     por durabilidad, 29, 142  
 Resistencia a la tracción, 22  
 Resistencia a punto cedente (a la deformación), 24  
 Resistencia al esfuerzo de corte, 26  
 Resistencia al impacto, 29  
 Resistencia por durabilidad, 29, 142, 148  
     gráfica contra resistencia a la tracción, 145  
     real, 148  
 Resistividad eléctrica, 30  
 Resorte de Belleville, 208  
 Resortes, compresión helicoidal, 209-42  
     análisis de, 220  
     ángulo de paso, 215  
     deflexión, 218  
     deformación de, 219  
     diámetros de alambre, 212  
     diseño de, 223  
     especificación de resorte, 212  
     factor de Wahl, 218  
     índice de resortes, 214  
     materiales para, 216, A-45, A-47  
     número de bobinas, 214  
     paso de, 214  
     programas de computación para, 227-42  
     tensiones en, 218  
     tensiones permisibles, 216, A-45, A-47  
 Resortes, extensión helicoidal, 242-47  
     configuraciones en los extremos, 243  
     tensiones permisibles, 244, A-45-A-47  
 Resortes, tipos de, 205  
 Resortes, torsión helicoidal, 247-52  
     deflexión, 249  
     especificación de resorte, 249  
     número de bobinas, 249  
     procedimiento de diseño, 250  
     tensiones, 248  
     tensiones de diseño, 249, A-49-A-52  
 Respuestas a problemas seleccionados, A-53  
 Reyn, 569, 583-85  
 Ruedas dentadas de talla recta, 376-60  
     ángulo de presión, 391  
     cantidades que se restan (sustrando), 381, 387  
     cantidades que se suman (sumando), 381, 387  
     coeficiente elástico, 431  
     coeficiente métrico, 384, 443-45  
     diseño de, 436-45  
     distancia al centro, 389  
     especificación de material, 428-30, 435  
     espesor de la cara, 389  
     fabricación, 408-14  
     factor de aplicación, 419, 421  
     factor de confiabilidad, 428-29  
     factor de distribución de carga, 422-24  
     factor de espesor de la corona, 423, 425  
     factor de forma de Lewis, 417  
     factor del tamaño, 422  
     factor dinámico, 425-27  
     factor geométrico, 419-20, 432-33  
     factor vida, 428-29  
     forma de diente evolvente (curva), 379  
     fuerzas en los dientes, 414  
     fuerzas en los ejes o las flechas, 287  
     geometría, 379-94  
     holgura, 389-90  
     interferencia, 392-34  
     lubricación, 456  
     materiales, 400-8  
     paso, 382  
     paso, circular, 382  
     paso, diametral, 383  
     paso, diámetro, 381  
     programa de computación, 446-55  
     resistencia a la corrosión, 430-34  
     tensión por contacto, 431  
     tensión de Hertz en los dientes, 431  
     tensiones en los dientes, 417-19  
     tensiones, permisibles, 400-8  
     tornear a menor diámetro, 394  
 Ruedas o coronas dentadas, de cadena, 548, 557  
 Seguros, mecánicos, 354  
 Selladores (empaques), 367, 373  
     anillos "O", 368  
     anillos "T", 368  
     de cojinete, 629  
     elastómeros, 370  
     empaquetaduras, 373  
     flechas o ejes, de, 373  
     juntas, 373  
     materiales para, 369-73  
     tipos de, 367  
 Sensibilidad de muesca, 95  
 Separadores o espaciadores, 364  
 Sistemas de unidades, 15  
     *Society of Automotive Engineers*, (SAE)  
         (Sociedad de Ingenieros Automotrices),  
         31, 537, 661, 743  
 Soldadura, 752  
 Soldadura con aleación de cobre y zinc para, 752  
 Tamaños básicos, preferibles, 262-65  
     para flechas o ejes, 306  
 Templado, 36, A-8-A-13  
 Tensión  
     amplitud de, 135  
     circulares, 128, 298  
     círculo de Mohr, 113  
     de diseño, para flechas o ejes, 295  
     debido a contracción o ajustes de fuerzas, 272  
     esfuerzo de corte directo, 66  
     esfuerzo de corte torsional, 68  
     flexión y torsión combinadas en flechas o ejes  
     fórmulas especiales de tensión por  
         esfuerzo de corte, 77  
         permisible para engranes, 400-8  
         por flexión, 78  
         razón de, 135  
         repetida e inversa, 136  
         tensión combinada, en general, 106  
         tensión directa y compresión, 62  
         tensión máxima por esfuerzo de  
             corte, 108  
         tensión por esfuerzo de corte vertical, 75  
         tensiones normales combinadas, 90  
         tensiones principales, 107  
         variable, 139  
 Tensión de diseño, 155-59  
     para flechas o ejes, 295  
 Tensión de esfuerzo de corte, 108, 152  
 Tensión de Hertz, 431  
 Tensión normal máxima, 107, 152  
 Tensión por contacto, 431  
 Tensión por esfuerzo de corte  
     directa, 66  
     elemento, 62  
     en cuñas de unión, 66  
     fórmulas, 77  
     vertical, 75  
 Tensión residual, 145  
 Tensión variable, 139, 153  
 Tensiones combinadas, 90, 106  
 Tensiones ejercidas por elementos de  
     maquinaria sobre  
     flechas o ejes, 287  
 Tensiones normales, combinadas,  
     máximas, 107  
 Tensiones principales, 107  
 Teoría de la distorsión de la energía, 153,  
     156-59, 284, 299  
 Teoría de Mises y Hencky, 153  
 Teoría de von Misses, 153  
 Tipos de carga, 135  
 Titanio, 45, A-20  
 Tolerancia, 256-60  
     grados de, 259  
 Tornillos de ajuste, 351  
 Tornillos de cabeza redonda, 734-39  
     eficiencia de, 737  
     rendimiento de, 737  
     torque de, 737  
     vida útil de, 736  
 Tornillos de potencia, 727-34  
     ángulo de avance, 730  
     cuerda Acme, 727-29  
     cuerda cuadrada, 727  
     cuerda trapezoidal, 727

- de encerrojamiento automático, 731
- eficiencia, 731
- potencia que se requiere, 732
- torque especificado, 728
- Torque, 67
  - equivalente, 131
- Torsión
  - círculo puro de Mohr, 128
  - combinada con tensión, 128
  - deformación por torsión, 69
  - distribución de la tensión, 69
  - en secciones transversales no circulares, 70
  - en tubos cerrados de pared delgada, 72
  - fórmula del esfuerzo de corte torsional, 68
- Tratamiento térmico de aceros, 34
  - carbonitruración, 38
  - carburización, 38, 403
  - cianurización, 38
  - endurecimiento (templado), 37, 402, 802
  - endurecimiento en canal, 36
  - endurecimiento por flama, 37, 402
  - endurecimiento por inducción, 37
  - nitruración, 38, 404
  - normalización, 36
  - recocción o destemple, 34
  - templado, 36
- Trenes de engranes, 394-99
  - razón de velocidad, 394
  - valor de tren, 397
- Tubería, estructural
  - rectangular y cuadrada, A-44
  - redonda, A-41
- Tubos, tensiones en, 72-74, 78, 272
- Unidades del sistema británico, 15
  - cantidades comunes en el diseño de maquinaria, 16
- Unidades métricas, 15
- Unidades SI, 15
  - cantidades comunes en el diseño de máquinas, 16
  - prefijos, 16
- Valor de tren, 397
- Vigas
  - centro de deslizamiento de, 81
  - centro de flexión de, 80
  - deflexiones de, 82-85, A-23-A-27
  - formas de, A-32-A-44
  - momentos de flexión concentrados de, 86
  - tensión de flexión de, 78
- Vigas en forma de Y, A-32-A-35, A-43
- Viscosidad, 583-84