TRƯỜNG THPT MANG THÍT

ĐỀ THI THỬ KỲ THI THPT QUỐC GIA 2015
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút

Câu 1: (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{11}{8}$, có đồ thị (C)

a) Khảo sát vẽ đồ thị hàm số (C).

b) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) với đường thẳng $d: y = 4x + 4$, biết tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến có hoành độ dương.

Câu 2 (1,0 *điểm*).

a) Giải phương trình: $2\cos^2 2x + 5\sin 2x + 1 = 0$.

b) Cho số phức z thỏa điều kiện $\frac{z-5i}{z-2+i} + 2i = 3$. Tính môđun của số phức $z - 2i$.

Câu 3 (0,5 *điểm*). Giải phương trình: $\log_{\sqrt{2}}(x-1) - \log_2(5x+1) - \log_{\frac{1}{2}}(10-2x) = 0$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Giải phương trình: $(x+5)\sqrt{x+1} + 1 = \sqrt[3]{3x+4} \quad (x \in \mathbb{R})$

Câu 5 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I = \int_{-1}^{0} \frac{x-12}{2x^2+x-6}dx$

Câu 6 (1,0 *điểm*). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^0$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60^0. Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ đường thẳng BC đến mặt phẳng $(AB'C')$ theo a.

Câu 7 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang cân $ABCD$ có diện tích bằng $\frac{45}{2}$, đáy lớn CD có phương trình là: $x - 3y - 3 = 0$. Biết hai đường chéo BD và AC vuông góc với nhau và cắt nhau tại điểm $I(2;3)$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết điểm C có hoành độ dương.

Câu 8 (1,0 *điểm*). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;-2;1)$ và đường thẳng $(d): \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-5}$.

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d.

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho góc $\widehat{AOM} = 135^0$ (với O là gốc tọa độ).

Câu 9 (0,5 *điểm*).

Đề cương ôn tập cuối năm môn Lịch Sử lớp 12 có 40 câu hỏi khác nhau. Đề thi kiểm tra học kỳ 2 gồm 3 câu hỏi trong số 40 câu hỏi đó. Một học sinh chỉ học 20 câu trong đề cương ôn tập. Giả sử các câu hỏi trong đề cương đều có khả năng được chọn làm câu hỏi thi như nhau. Tính xác suất để có ít nhất 2 câu hỏi trong đề thi kiểm tra học kỳ 2 nằm trong số 20 câu hỏi mà em học sinh đã học.

Câu 10 (1,0 *điểm*). Cho $x, y, z \in (0;1]$ và $x + y \geq z + 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{xy+z^2}$$

-- Hết –

Cảm ơn thầy thầy Nguyễn Thanh Sang (ntsang84@gmail.com) **đã gửi tới** www.laisac.page.tl

ĐÁP ÁN

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Nội dung</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>1</td><td>

a) Khảo sát hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{11}{8}$

*) TXĐ: $\mathbb{R}$
*) Sự biến thiên:
+) Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \pm\infty$

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>

+) Chiều biến thiên:

$y' = 3x^2 - 3x - \frac{9}{4} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ hoặc $x = -\frac{1}{2}$

Bảng biến thiên:

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td></td><td>$\frac{3}{2}$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>2</td><td>↘</td><td>- 2</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>

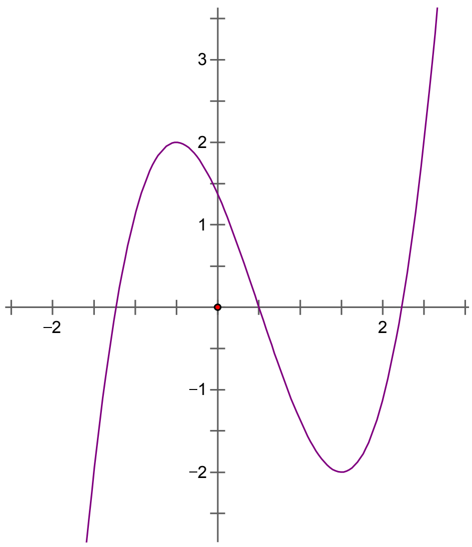
</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>

Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$; hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -\frac{1}{2}$, $y = 2$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{3}{2}$, $y = -2$.

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>

*) Đồ thị:
Nhận xét: đồ thị hàm số nhận điểm
$I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ làm tâm đối xứng.



</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>

b) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) với đường thẳng $d: y = 4x + 4$, biết tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến có hoành độ dương

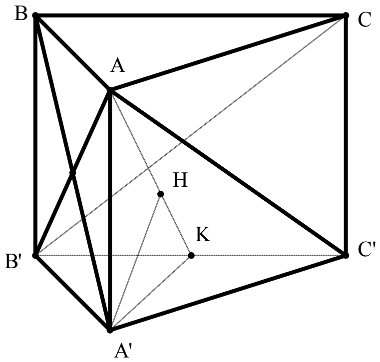
Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $d: y = 4x + 4$:

$x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{11}{8} = 4x + 4 \Leftrightarrow x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{25}{4}x - \frac{21}{8} = 0$

</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{7}{2}(n) \\ x=-\frac{1}{2}(l) \\ x=-\frac{3}{2}(l) \end{array}\right.$ Với $x=\frac{7}{2} \Rightarrow y=18; y'\left(\frac{7}{2}\right)=24$ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $\left(\frac{7}{2};18\right)$ là: $y=24x-66$	0,25 0,25 0,25
2	a) Giải phương trình: $2\cos^2 2x+5\sin 2x+1=0$. Pt $\Leftrightarrow 2\left(1-\sin^2 2x\right)+5\sin 2x+1=0$ $\Leftrightarrow -2\sin^2 2x+5\sin 2x+3=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x=3 \quad (l) \\ \sin 2x=-\frac{1}{2} \quad (n) \end{array}\right.$ Với $\sin 2x=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\frac{7\pi}{12}+k\pi \end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$	0,25 0,25
	b) Cho số phức z thỏa điều kiện $\frac{z-5i}{z-2+i}+2i=3$. Tính môđun của số phức $z-2i$. $\frac{z-5i}{z-2+i}+2i=3 \Leftrightarrow z-5i=(3-2i)(z-2+i)$ $\Leftrightarrow z=\frac{4-12i}{2-2i}=4-2i$ Nên: $z-2i=4-4i$ Vậy $\lvert z-2i\rvert=4\sqrt{2}$	0,25 0,25
3	Giải phương trình: $\log_{\sqrt{2}}(x-1)-\log_2(5x+1)-\log_{\frac{1}{2}}(10-2x)=0$. Điều kiện: $1\le x\le 5$ PT $\Leftrightarrow 2\log_2(x-1)-\log_2(5x+1)+\log_2(10-2x)=0$ $\Leftrightarrow \log_2\frac{(x-1)^2(10-2x)}{5x+1}=0$ $\Leftrightarrow (x-1)^2(10-2x)=5x+1$ $\Leftrightarrow -2x^3+14x^2-27x+9=0$ $\Leftrightarrow (x-3)\left(-2x^2+8x-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \ (n) \\ x=\frac{4+\sqrt{10}}{2} \ (n) \\ x=\frac{4-\sqrt{10}}{2} \ (l) \end{array}\right.$	0,25 0,25

4	Giải phương trình: $(x+5)\sqrt{x+1}+1=\sqrt[3]{3x+4} \quad (1) \quad (x\in\mathbb{R})$	

	Đặt $a=\sqrt{x+1};b=\sqrt[3]{3x+4}\ \ (a\ge 0)$ $\Rightarrow x=a^2-1$ và $b^3=3x+4$ nên: $b^3=3a^2+1\ \ (2)$ Khi đó phương trình trở thành: (1): $(a^2+4)a+1=b\ \ (3)$ Cộng (2) và (3) ta được: $\Rightarrow a^3+3a^2+4a+1=b^3+b$ $\Rightarrow (a+1)^3+a+1=b^3+b$ $\Rightarrow a+1=b$ Khi đó: $\sqrt{x+1}+1=\sqrt[3]{3x+4}\Rightarrow a+1=\sqrt[3]{3a^2+1}\Leftrightarrow a=0\Leftrightarrow x=-1$	0,25 0,25 0,25 0,25
5	Tính tích phân $I=\int_{-1}^{0}\frac{x-12}{2x^2+x-6}dx$ $I=\int_{-1}^{0}\frac{x-12}{2x^2+x-6}dx=\int_{-1}^{0}\left(\frac{2}{x+2}-\frac{3}{2x-3}\right)dx$ $=2\ln\lvert x+2\rvert\Big\|_{-1}^{0}-\frac{3}{2}\ln\lvert 2x-3\rvert\Big\|_{-1}^{0}$ $=2\ln 2-\frac{3}{2}\ln\frac{3}{5}$	0,5 0,25 0,25
6	Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120^0$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60^0. Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ đường thẳng BC đến mặt phẳng $(AB'C')$ theo a.	
	+ Xác định góc giữa (AB'C') và mặt đáy là $\widehat{AKA'}$ $\Rightarrow \widehat{AKA'}=60^0$. Tính $A'K=\frac{1}{2}A'C'=\frac{a}{2}$ $\Rightarrow AA'=A'K.\tan 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ $V_{ABC.A'B'C'}$=AA'.$S_{ABC}=\frac{3a^3}{8}$  +) d(B;(AB'C')) = d(A';(AB'C')) Chứng minh: (AA'K) ⊥ (AB'C') Trong mặt phẳng (AA'K) dựng A'H vuông góc với AK ⇒ A'H ⊥ (AB'C') ⇒ d(A';(AB'C')) = A'H Tính: $A'H=\frac{a\sqrt{3}}{4}$ Vậy d(B;(AB'C')) = $\frac{a\sqrt{3}}{4}$	0,25 0,25 0,25 0,25
7	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang cân $ABCD$ có diện tích bằng $\frac{45}{2}$, đáy lớn CD có phương trình là: $x-3y-3=0$. Biết hai đường chéo BD và AC vuông góc với nhau và cắt nhau tại điểm $I(2;3)$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết điểm C có hoành độ dương.	
	Ta có: $ABCD$ là hình thang cân nên tam giác ICD vuông cân tại I. $CD=2d(I,CD)=2\sqrt{10}\Rightarrow IC=\sqrt{20}$	0,25

	Gọi điểm $C(3c+3;c)\in CD\Rightarrow IC^2=(3c+1)^2+(c-3)^2=20\Rightarrow c=\pm1\Rightarrow C(6;1)$ Phương trình đường thẳng BD qua điểm $I(2;3)$ và nhận $\overrightarrow{IC}$ làm vtpt có phương trình là: $2x-y-1=0$. Gọi D là giao điểm của BD và CD $\Rightarrow D(0;-1)$. Đặt $IA=IB=x>0$ ta có: $S_{ABCD}=S_{IAB}+S_{ICD}+2S_{IAD}=\frac{1}{2}x^2+10+2x\sqrt{5}=\frac{45}{2}\Rightarrow x=\sqrt{5}$ Khi đó: $ID=2IB\Rightarrow\overrightarrow{DI}=2\overrightarrow{IB}\Rightarrow B(3;5)$ Phương trình đường thẳng $BC:4x+3y-27=0$	0,25 0,25 0,25
8	Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;-2;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{-1}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{-5}$. a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. b) Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho góc $\widehat{AOM}=135^0$ (với O là gốc tọa độ).	
	a) Ta có: $\vec{u}=(-1;3;-5)$ là vtcp của d. Do $d\perp(P)$ nên : $\vec{u}=(-1;3;-5)$ là vtpt của (P) Phương trình (P) qua $A(-2;-2;1)$ có vtpt $\vec{u}=(-1;3;-5)$ có dạng: $x-3y+5z-9=0$ b) Gọi $M(1-m;3m;2-5m)\in d$ ta có: $\overrightarrow{OA}=(-2;-2;1);OA=3$ và $\overrightarrow{OM}=(1-m;3\text{m};2-5\text{m});OM=\sqrt{35m^2-22m+5}$. Khi đó : $\cos\widehat{AOM}=\frac{\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OM}}{OA.OM}=-\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\frac{-9m}{3\sqrt{35m^2-22m+5}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Leftrightarrow 35m^2-22m-13=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-\frac{13}{35}\end{array}\right.$ Nên : $M(0;0;2)$ hoặc $M\left(\frac{48}{35};-\frac{39}{35};\frac{135}{35}\right)$	0,25 0,25 0,25 0,25
9	Đề cương ôn tập cuối năm môn Lịch Sử lớp 12 có 40 câu hỏi khác nhau. Đề thi kiểm tra học kỳ 2 gồm 3 câu hỏi trong số 40 câu hỏi đó. Một học sinh chỉ học 20 câu trong đề cương ôn tập. Giả sử các câu hỏi trong đề cương đều có khả năng được chọn làm câu hỏi thi như nhau. Tính xác suất để có ít nhất 2 câu hỏi trong đề thi kiểm tra học kỳ 2 nằm trong số 20 câu hỏi mà em học sinh đã học.	
	Ta có: $n(\Omega)=C_{40}^3=9880$ Gọi A là biến cố có ít nhất 2 câu hỏi của đề thi nằm trong số 20 câu hỏi mà học sinh đã học. TH1: Trong đề thi có đúng 2 câu hỏi mà học sinh đã học: Có: $C_{20}^2C_{20}^1$ (cách) TH2: Trong đề thi có đúng 2 câu hỏi mà học sinh đã học: Có: C_{20}^3 (cách) $n(A)=C_{20}^2C_{20}^1+C_{20}^3=1330$	0,25

	Vậy xác suất cần tìm là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1330}{9880}=\dfrac{7}{52}$	0,25
10	Cho $x,y,z\in(0;1]$ và $x+y\geq z+1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{x}{y+z}+\dfrac{y}{x+z}+\dfrac{z}{xy+z^2}$	
	Vì $x,y\in(0;1]\Rightarrow(x-1)(y-1)\geq 0\Rightarrow xy+1\geq x+y$. Khi đó: $xy\geq z$. $P=\dfrac{\frac{x}{z}}{\frac{y}{z}+1}+\dfrac{\frac{y}{z}}{\frac{x}{z}+1}+\dfrac{\frac{1}{z}}{\frac{xy}{z^2}+1}$. Đặt $a=\dfrac{x}{z};b=\dfrac{y}{z};c=\dfrac{1}{z}$ ta được: $xy\geq z\Leftrightarrow\dfrac{x}{z}.\dfrac{y}{z}\geq\dfrac{1}{z}$ hay $ab\geq c\geq 1$ và $P=\dfrac{a}{1+b}+\dfrac{b}{1+a}+\dfrac{c}{1+ab}$.	0,25
	Ta có: $\dfrac{1}{1+a}+\dfrac{1}{1+b}\geq\dfrac{2}{1+\sqrt{ab}}\Leftrightarrow\left(\sqrt{ab}-1\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\geq 0\ \ \forall ab\geq 1$ Vì: $\dfrac{a}{1+b}+\dfrac{b}{1+a}=\left(\dfrac{a}{1+b}+1\right)+\left(\dfrac{b}{1+a}+1\right)-2=(a+b+1)\left(\dfrac{1}{1+a}+\dfrac{1}{1+b}\right)-2$ $\geq\left(2\sqrt{ab}+1\right)\dfrac{2}{1+\sqrt{ab}}-2$. Suy ra: $\dfrac{a}{1+b}+\dfrac{b}{1+a}\geq\dfrac{2\sqrt{ab}}{1+\sqrt{ab}}$	0,25
	Vậy $P\geq\dfrac{2\sqrt{ab}}{1+\sqrt{ab}}+\dfrac{c}{1+ab}\geq\dfrac{2\sqrt{ab}}{1+\sqrt{ab}}+\dfrac{1}{1+ab}$ Đặt $t=\sqrt{ab}$ với $t\geq 1$ thì $P\geq\dfrac{2t}{1+t}+\dfrac{1}{1+t^2}$	0,25
	Xét hàm số $f(t)=\dfrac{2t}{1+t}+\dfrac{1}{1+t^2}$ với $t\geq 1$ Có: $f'(t)=\dfrac{2(t-1)^2(t^2+t+1)}{(1+t)^2(t^2+1)}\Rightarrow f'(t)>0$ với mọi $t\geq 1$ Suy ra: $\min\limits_{[1;+\infty)}f(t)=f(1)=\dfrac{3}{2}$. Vậy GTNN của P bằng $\dfrac{3}{2}$ khi $x=y=z=1$.	0,25

GV: Nguyễn Thanh Sang Trường THPT Mang Thít – Vĩnh Long
https://www.facebook.com/nguyensang84

Cảm ơn thầy thầy Nguyễn Thanh Sang (ntsang84@gmail.com) **đã gửi tới** www.laisac.page.tl